Die Küste, 7 (1958/1959), 1-19

Die Berechnung von Tidewellen in Tideflüssen

Beschreibung und Kritik verschiedener Verfahren

Von Walter Hensen

Inhalt

I. Einleitung

Das Anwachsen der Schiffsgrößen zwingt in zunehmendem Maße zu einer Vertiefung der Fahrrinnen von See bis in die Häfen. Während sich diese Aufgabe in den vergangenen Jahrzehnten im allgemeinen dadurch lösen ließ, daß man Unstetigkeiten und Stromspaltungen in den Flüssen durch bauliche Maßnahmen beseitigte oder verminderte, ist es in jüngster Zeit zu einem ernsten Problem geworden, wo die Grenze der wirtschaftlich vertretbaren Ausbaumaßnahmen liegt.

Das technische Ziel ist stets dasselbe: gesucht wird nach den Mitteln, mit denen der gewünschte Zustand eines Fahrwassers in Tiefe, Breite und Beständigkeit mit vertretbarem (optimalem) Aufwande erreicht werden kann.

Der Weg zur Erreichung dieses Zieles führte ursprünglich nur über die persönliche Erfahrung der ortskundigen und sachverständigen Stellen. Mit der Zunahme des erforderlichen

Die Küste, 7 (1958/1959), 1-19

Aufwandes für Regelungsmaßnahmen wuchs aber das Bedürfnis, sich möglichst vorher auf irgendeinem zuverlässigen Wege Gewißheit über die Zweckmäßigkeit eines Regelungsvorhabens zu verschaffen.

Im Grunde müßte für einen gegebenen Fall die Aufgabe lauten: Welche Maßnahmen müssen getroffen werden, um ein bestimmtes Ziel (Tiefe, Breite und Beständigkeit) für ein Fahrwasser zu erreichen. Tatsächlich aber wird allgemein etwas anders vorgegangen. Man entwirft aus „Erfahrung" oder nach Überlegungen flußbaulicher Art oder aus Analogie zu bekannten anderen Tideflüssen eine Regelung, deren Zweckmäßigkeit dann irgendwie nachgewiesen werden soll. Dabei tritt die präzise Frage nach den gerade hinreichenden Maßnahmen etwas zurück. Angesichts der noch immer recht bescheidenen und lückenhaften Kenntnisse, die wir über die Abhängigkeit zwischen der Sandwanderung (an der Sohle) und der Sinkstoffbewegung und den Strömungen besitzen, ist dies nicht verwunderlich.

Erschwerend ist bei Tideflüssen der Umstand, daß die Strömungen bei Flut und Ebbe entgegengerichtet sind, so daß nicht nur die Wirkungen der beiden Strömungen an sich, sondern überdies besonders der Unterschied zwischen ihnen (resultierend stromab oder stromauf gerichtete Sandverfrachtung) von Bedeutung sind.

Solange unsere Kenntnisse über den Zusammenhang zwischen Strömungen und Sandwanderung in Tideflüssen noch nicht wesentlich besser sind als heute, stehen wir mit allen Bemühungen, Tideflüsse „optimal" zu regeln, vor einer im Grunde unlösbaren Aufgabe.

Trotz dieses Tatbestandes darf aber der Versuch nicht aufgegeben werden, den Ablauf der Veränderungen zu erfassen, die im Tideverlauf durch eine Regelung auftreten können. Späteren oder nebenher laufenden Arbeiten muß es leider noch überlassen bleiben, das Schlußglied hinzuzufügen, nämlich den wechselseitigen Einfluß der Tide- und Sandbewegung.

Zunächst ist also nur folgende beschränktere Frage zu stellen und zu beantworten: Wenn ein Tidefluß durch irgendwelche baulichen Maßnahmen verändert wird, wie wird sich in ihm der Tideverlauf nach Durchführung der Maßnahmen einstellen?

Es handelt sich bei dieser Fragestellung somit nur noch um ein hydraulisches Problem. Über die Entwicklung der Bemühungen, diese Aufgabe rechnerisch zu lösen, soll nachstehend kurz berichtet werden. Auf Vollständigkeit der Darstellung kann kein Anspruch erhoben werden, da gewiß unveröffentlichte Ansätze vorliegen werden. Die kritischen Bemerkungen sollen auf die am Schluß der Arbeit gegebene Zusammenfassung hinführen.

II. Die verschiedenen Rechenverfahren[1])

A. Das Verfahren von Ludwig Franzius

1. Allgemeines

In den Jahren 1879 bis 1881 entwarf Oberbaudirektor Ludwig Franzius das „Projekt zur Korrektion der Unterweser" (1882, 1890, 1895). Der Ausbau der Unterweser sollte 5 m tiefgehenden Schiffen die Fahrt bis Bremen ermöglichen. Das Ziel des Ausbaues wurde erreicht (Franzius, 1927).

---

[1]) Aus mancherlei Gründen sind die mathematischen Zeichen für die einzelnen Größen, die in den verschiedenen Verfahren zur Tidewellenberechnung verwendet werden, nicht einheitlich. Soweit es dem Verfasser vertretbar erschien, sind zur Vermeidung von Mißverständnissen einige Zeichen geändert worden, aber nur soweit, daß der Zusammenhang mit den Originalarbeiten dadurch nicht verloren geht. Die Zeichen sind — wenn nötig — im Text jeweils erläutert. Folgende verschiedenen

Fortsetzung Seite 3

Die Küste, 7 (1958/1959), 1-19

Der Entwurf erhielt eine ausführliche theoretische Begründung (W. HENSEN, 1938). Das Ausbauziel wurde erwartet, wenn eine Vergrößerung der „Stromkraft" ($m \cdot v^2/2$) zu erreichen wäre. Durch Verminderung der Widerstände, die sich dem Auflaufen der Tidewelle entgegenstellten, hoffte FRANZIUS vor allem größere Strömungsgeschwindigkeiten, höhere Fortschrittsgeschwindigkeiten der Tidewelle, höheres Tidehochwasser und längere Flutdauer zu erzielen. Wegen des unbehinderten Ablaufens des Ebbewassers wurde ein tieferes Abfallen des „Ebbespiegels" (= Linie der mittleren Tideniedrigwasser) und damit eine Vergrößerung des Tidehubes und der Durchflußwassermengen erwartet.

Als besonders schädlich sah FRANZIUS Stromspaltungen an, die er daher sämtlich durch Verbau am oberen Ende beseitigen wollte. Weiterhin hielt er Krümmungen, Untiefen, Veränderungen der Querschnittsformen, auch Buhnen für das unbehinderte Auflaufen der Tidewelle für schädlich.

2. Rechnungsgang

a) Für die Berechnung der zu erwartenden Tideverhältnisse wurde das Flußbett als bereits vollständig geregelt vorausgesetzt.

b) Der Oberwasserabfluß und die Tide von See (in Bremerhaven) wurden als unbeeinflußt von der Regelung angenommen.

c) Die Thw- und Tnw-Linien wurden für mittleres Oberwasser der Weser und für eine mittlere Tide angenommen. Dabei nahm FRANZIUS die Thw-Linie nicht wesentlich anders an, als sie vor der Regelung war. Er hielt diese Annahme für „durchaus mäßig und nicht zu günstig". Die Tnw-Linie nahm er tiefer an, „doch nur soviel, als sich mit größter Gewißheit durch die Korrektion erwarten läßt".

d) Aus den so geschätzten Thw- und Tnw-Linien ergaben sich die Tidehübe, deren Vergrößerung den „Kardinalpunkt der ganzen Korrektion" bildete.

e) Die Fortschrittsgeschwindigkeiten der einzelnen, „sich der Höhe nach entsprechenden" Tidewellenpunkte wurden darauf mit der SCOTT-RUSSELschen Gleichung

(1) $$c = (2gR/2)^{0,5}$$

berechnet, worin jedoch die mittleren Querschnittstiefen R für die einzelnen Tidezeitpunkte zur Sicherheit, d. h. um nicht zu große Fortschrittsgeschwindigkeiten zu erhalten, etwas kleiner angenommen wurden, als dem Regelungsziel entsprach.

f) Auf diese Weise wurde für eine mittlere Tide und für mittleres Sommer-Oberwasser der Weser der Flutast der Tidekurve bestimmt.

g) Der Ebbeast wurde — bei gleichen Voraussetzungen — nicht auf die gleiche Weise gewonnen, sondern zeichnerisch durch Anpassung an eingetretene Tidekurven von möglichst gleicher Höhe und Ebbedauer.

h) Für die Ermittlung der Tidekurven für mittlere Tide und mittleres Oberwasser wurde anders verfahren, da FRANZIUS für diesen Fall die Anwendung der SCOTT-RUSSELschen Gleichung nicht

---

Zeichen sind bewußt, — z. B. um deutlich bleiben zu lassen, daß es sich nur um eindimensionale Betrachtungen handelt —, unverändert gelassen worden:

x-Achse, u-Achse = Flußachse
v = Wassergeschwindigkeit in der x-Achse (d. h. in der Flußachse)
u = Wassergeschwindigkeit in der u-Achse (d. h. in der Flußachse)
R = Hydraulischer Radius ≈ mittlere Querschnittstiefe bei dem jeweiligen Wasserstande
h = mittlere Querschnittstiefe (≈ R) im Differenzenverfahren bei HANSEN und SCHNOOR
h = Wasserstand über der waagerecht angenommenen Ruhelage des Spiegels (NN) im Verfahren BONNET
H = Wassertiefe unter der Ruhelage des Spiegels (NN) im Verfahren BONNET
H_m = Mittelwassertiefe, d. h. Wassertiefe unter Tmw im Verfahren BONNET
z = Höhe eines Wellenteiles über der Ruhelage (NN) im Verfahren BONNET
z = Tiefe bezogen auf den mittleren Wasserstand (Tmw) im Verfahren LORENTZ
ζ = Wasserstand bezogen auf Pegelnull, im Differenzenverfahren bei HANSEN und SCHNOOR.

Die Küste, 7 (1958/1959), 1-19

mehr für zulässig hielt. Er half sich dadurch, daß er die Tidekurven aus den vor der Regelung bei mittlerem Oberwasser eingetretenen und aus den nach der Regelung für mittleres Sommer-Oberwasser nach f) und g) ermittelten Tidekurven „durch Reduktion der analogen Stücke" zusammensetzte.

i) Darauf wurden die Strombreiten zwischen Tnw und Thw vorläufig angenommen, im allgemeinen nach praktischen Gesichtspunkten und nach dem Grundsatz, daß die Breiten stromab stetig zunehmen.

k) Aus den damit vorliegenden Unterlagen an Tidekurven und Strombreiten oberhalb des Tideniedrigwassers wurden die Durchflußmengen aus Kubizierung für mittlere Tide und mittleres Oberwasser erhalten. Sie ergaben sich z. B. für Bremerhaven um ein Sechstel größer, als sie vor dem Ausbau waren.

l) Für die Untersuchung der Räumung wurde statt mit den im Laufe der Tide veränderlichen Geschwindigkeiten mit einer mittleren Geschwindigkeit gerechnet, die nirgends kleiner als 0,50 m/s sein sollte.

m) Die mittleren Geschwindigkeiten wurden der Bestimmung der Querschnittsgröße zugrundegelegt. Die mittleren Ebbeströmungen wurden zu 0,50 m/s (bei Bremen) stromab zunehmend auf 0,92 m/s (bei Bremerhaven) angenommen.

n) Nach Ermittlungen der Querschnittsgrößen wurden die Querschnittsformen festgelegt. Da die Querschnittsformen aber wiederum maßgebend waren sowohl für die Sohlentiefen, die Uferlinien, die Geschwindigkeiten, das Auflaufen der Flutwelle und das Ablaufen des Ebbewassers als auch für die Kosten der Bauausführung usw., ist die vorstehende Ermittlung mehrere Male mit neuen Annahmen angestellt worden, bis sich die „größte Zweckmäßigkeit" nach den meisten Richtungen herausstellte. Als endgültige Querschnittsform ergab sich ein Doppeltrapez, bestehend aus einem Niedrigwasser- und einem Hochwasserbett. Oberhalb Vegesacks wurde nur ein einfacher Trapezquerschnitt gewählt.

o) Unterhalb jedes Seitenbeckens oder Nebenflusses wurde theoretisch eine sprunghafte, praktisch eine allmähliche Querschnitts-(Breiten-)vergrößerung vorgesehen, deren Maß aus dem Verhältnis der Wassermengen gewonnen wurde.

p) Anschließend wurde die entworfene, d. h. angenommene Tideniedrigwasserlinie mit demjenigen Spiegelgefälle verglichen, das nach Einsetzung aller maßgebenden Stücke des Entwurfes für die Zeit des Tnw berechnet wurde. Unter Berücksichtigung der Tatsache, daß diese Tnw-Linie keine Linie gleichzeitiger Wasserstände (= Tidewellenlinie) ist, hielt es FRANZIUS dennoch für möglich und auch hinreichend, nur die Unterschiede zu vergleichen zwischen dem vorhandenen Gefälle der Tnw-Linie vor der Regelung und dem für denselben Zustand berechneten Gefälle und zwischen dem angenommenen Gefälle des Entwurfes für den Zustand nach der Regelung und dem mit den übrigen beim Entwurf ermittelten Größen berechneten Gefälle. Die Gefälle wurden in beiden Fällen nach der Gleichung von BAZIN

$$J = (0{,}00029 + 0{,}00035/R) \cdot v^2/R \tag{2}$$

berechnet.

3. Kritik

Die Preußische Akademie des Bauwesens (1886) stimmte den Begründungen von FRANZIUS zu und Otto FRANZIUS (1927) bezeichnete die erste Korrektion der Unterweser als in jeder Beziehung „mustergültige Lösung derartiger schwieriger Ingenieuraufgaben".

Hier geht es jedoch um den rechnerischen Teil seines Entwurfes, der daraufhin geprüft werden soll, ob er als gutbegründet angesehen und als Muster für analoge Anwendungen benutzt werden kann.

Tatsächlich beruht das Verfahren von Ludwig FRANZIUS, wie aus dem vorhergehenden Abschnitt erkennbar sein wird, im wesentlichen auf einer bloßen Schätzung des Verlaufes der Thw- und Tnw-Linien. Außerdem verwendet er den in Tideflüssen unbrauchbaren Begriff der Fortschrittsgeschwindigkeit einer Tidewelle.

Weder im Text noch in der Rechnung läßt FRANZIUS erkennen, daß er bei der Schätzung der Thw- und Tnw-Linien irgendwelche Rücksicht auf die nach dem Ausbau stromauf vor-

Die Küste, 7 (1958/1959), 1-19

gesehene Verjüngung der Querschnitte genommen hat. Bekanntlich wird aber der Tidehub im starken Maße von dem sogenannten „Trichtereffekt" beeinflußt.

Es sei an dieser Stelle die Bemerkung erlaubt, daß keineswegs ein „großer Tidehub" gleichbedeutend mit guten Strömungsverhältnissen ist und daß auch der immer wieder anzutreffende Leitsatz, man solle einem Tideflusse bei einer Regelung eine Trichterform geben, in dieser Verallgemeinerung nicht brauchbar ist. Auf diese für Entwürfe sehr wichtige Frage kann hier aber nicht weiter eingegangen werden.

Daß der Begriff der Fortschrittsgeschwindigkeit c der Tidewelle in einem Tideflusse nicht verwendbar ist, wurde vom Verfasser an anderer Stelle näher ausgeführt (1952). Dies liegt daran, daß es im allgemeinen nicht zulässig ist, bei den in der Natur betrachteten Tidekurven an den einzelnen Stellen eines Flusses z. B. die Thw oder Tnw als einander entsprechende Punkte, in diesem Falle als die Scheitelpunkte der in den Fluß einlaufenden Tidewellen anzusehen. Ebensowenig ist es möglich und zulässig, „sich der Höhe nach entsprechende Tidewellenpunkte" (vgl. Abschnitt II. A. 2. e)) auszuwählen. In jedem Tideflusse treten aus verschiedenen Ursachen Reflexionen der von See einlaufenden Tidewellen ein, so daß die an den einzelnen Pegelstellen beobachteten Tidekurven nicht mehr allein der einlaufenden Tidewelle entsprechen, sondern aus ihr und den reflektierten Wellen zusammengesetzt sind.

Auf die Unbrauchbarkeit der SCOTT-RUSSELschen Gleichung (1) zur Berechnung der Fortschrittszeiten einer Tidewelle in einem Tideflusse hat auch REINEKE (1921) hingewiesen.

Vom mathematischen Standpunkt aus kann man das Rechnungsverfahren von Ludwig FRANZIUS nicht als solches gelten lassen. Es stellt keinen Weg dar, auf dem eine Vorausberechnung mit auch nur einigermaßen zutreffender Wahrscheinlichkeit möglich ist.

B. Das Verfahren von OELTJEN

1. Rechnungsgang

Im Jahre 1919 veröffentlichte OELTJEN eine Arbeit unter dem Titel „Über die Berechnung von Flutwellenlinien in einem Tideflusse". Er sah sich durch das bis dahin (nach FRANZIUS) übliche Verfahren, mit der Geschwindigkeitsgleichung $v = k \cdot \sqrt{RJ}$ die Tnw-Linie zu berechnen, — was offensichtlich als unzureichend anzusehen war, — veranlaßt, ein genaueres Rechenverfahren zu entwikkeln, mit dem die Tidewellenlinien einer Tide ermittelt werden können.

Sein Ansatz ist eindimensional, d. h. der Durchflußquerschnitt F ist nur in seiner Größe zu berücksichtigen, nicht dagegen in seiner Form; die Rechnung geht davon aus, daß nur eine Bewegung in der x-Achse (= Flußachse, zu einer Geraden gestreckt gedacht) stattfindet, in der y-Richtung bleiben Zentrifugalkräfte in Flußkrümmungen und Coriolis-Kräfte (= Ablenkung infolge der Erdumdrehung) unberücksichtigt; die Verteilung der Geschwindigkeiten in der Lotrechten (z-Achse) geht ebenfalls nicht in die Rechnung ein, wodurch die besonders wesentlichen Erscheinungen im Brackwasserbereich (zusätzliche Dichteströmungen) nicht erfaßt werden können. Es sei schon an dieser Stelle darauf hingewiesen, daß diese Beschränkung auf nur eine Dimension bei allen Verfahren bis heute noch beibehalten worden ist.

Mit J bezeichnet OELTJEN das relative Gefälle des Wasserspiegels an einer bestimmten Flußstelle i. Er setzt

$$J = J_w + J_p \tag{3}$$

und versteht dabei unter J_w das Widerstandsgefälle, d. h. den Teil des Gesamtgefälles, der zur Überwindung der Bewegungswiderstände in der Sohle erforderlich ist,

und unter J_p das Beschleunigungsgefälle, d. h. den Teil des Gesamtgefälles, der zur Beschleunigung oder Verzögerung der Stromgeschwindigkeit erforderlich ist.

J_w ermittelt er aus der allgemeinen Abflußgleichung von CHEZY

$$v = k \cdot \sqrt{R \cdot J_w} \qquad \text{zu}$$

$$J_w = \frac{v^2}{k^2 \cdot R} \tag{4}$$

J_p erhält er aus der Gleichung

$$J_p = \frac{1}{g} \cdot \left[\frac{\Delta v}{\Delta t} + \frac{v \cdot (v_2 - v_1)}{l} \right] \tag{5}$$

Darin bedeuten

$\frac{\Delta v}{\Delta t}$ die Änderung der Geschwindigkeit in der Zeiteinheit,

$v_2 - v_1$ den Unterschied der Geschwindigkeit am oberen (v_1) und unteren (v_2) Ende der Flußstrecke l, in deren Mitte die Flußstelle i liegt, und

v die Geschwindigkeit an der Stelle i.

Aus Gleichungen (3) bis (5) wird

$$J = \frac{v^2}{k^2 \cdot R} + \frac{1}{g} \cdot \left[\frac{\Delta v}{\Delta t} + \frac{v \cdot (v_2 - v_1)}{l} \right] \tag{6}$$

Aus der schon von Hübbe (1841) angegebenen sogenannten „Kubizierung“ nach dem Ansatz

$$Q = Q_o + \Sigma \Delta O \cdot s \tag{7}$$

läßt sich die sekundliche Durchflußmenge Q an irgendeiner Stelle des Flusses bei bekanntem durchschnittlichen sekundlichen Fallen (+ s) oder Steigen (— s) des Wassers in einem Flußabschnitt mit der Oberfläche ΔO berechnen.

Für die Rechnung wird das Flußbett als bekannt vorausgesetzt, d. h. die Durchflußquerschnitte und Wasseroberflächen als Funktion der Wasserstände.

Begonnen wird die Rechnung mit den geschätzt angenommenen Wasserständen (Tidewellenlinien) und zeitlichen Wasserstandsänderungen an einzelnen Flußstellen für einen bestimmten Zeitpunkt. Mit der Gleichung (7) werden die Durchflußwassermengen für die einzelnen Flußstellen berechnet und sodann die mittleren Stromgeschwindigkeiten v, die Widerstandsgefälle

$$J_w = \frac{v^2}{k^2 \cdot R},$$

die Werte von

$$\frac{v \cdot (v_2 - v_1)}{l}, \frac{\Delta v}{\Delta t}, J_p, J,$$

die absoluten Gefälle in den einzelnen Abschnitten und die Wasserstände an den einzelnen Flußstellen ermittelt. Stimmt die so gewonnene Tidewellenlinie nicht mit der angenommenen Tidewellenlinie überein, so wird diese neu geschätzt. Die Rechnung wird wiederholt, bis eine hinreichende Übereinstimmung zwischen Annahme und Rechenergebnis erzielt ist.

2. Kritik

Angesichts der oben erwähnten, bis heute mathematisch noch nicht überwundenen Beschränkung der Tidewellenberechnung auf nur e i n e Dimension stellt das Verfahren von Oeltjen gegenüber dem von Ludwig Franzius einen beträchtlichen Fortschritt dar.

Mathematisch unbefriedigend bleibt, daß Oeltjen nicht auf die Frage der Konvergenz seines Ansatzes eingeht. Auch behandelt er nicht die Frage, welchen Wert man für den Abflußbeiwert k in Gleichung (4) und (6) einsetzen soll.

Wenn auch sein Rechnungsgang durch das erforderliche fortlaufende Probieren recht mühsam ist, so hat er doch den für Ingenieure großen Vorteil vor den später noch zu behandelnden Verfahren, daß er durch seine einfachen Ansätze und anschaulichen Ergebnisse (die Tidekurven wachsen unter den Händen des Bearbeiters) schon während der Berechnung stets einen Überblick über den Stand der Ergebnisse liefert.

Die Küste, 7 (1958/1959), 1-19

C. Das Verfahren von Reineke

1. Rechnungsgang

Reineke (1921) geht von den Eulerschen Grundgleichungen aus und leitet aus ihnen die Gleichung für das Gesamtgefälle ab.

Er erhält

$$J = J_w + J_p = \frac{v^2}{k^2 \cdot R} + \frac{1}{g} \cdot \left(\frac{dv}{dt} + v \cdot \frac{v_2 - v_1}{x}\right) \tag{8}$$

Diese Differentialgleichung entspricht der Differenzengleichung von Oeltjen.

Er weist darauf hin, daß sich für gegebene Verhältnisse alle Werte der Gleichung (8) aus gemessenen Tidekurven und den daraus herzustellenden Tidewellenlinien bestimmen lassen. Dann braucht man nur den Abflußbeiwert k (Reineke spricht vom „Widerstandskoeffizienten") als alleinige Unbekannte aufzufassen und kann k berechnen.

Sein Rechnungsgang entspricht dem von Oeltjen, so daß auf seine Wiedergabe im einzelnen verzichtet werden kann. Er gibt eine Reihe von nützlichen Ratschlägen für die Durchführung der Rechnung.

2. Beispiele

Nicht nur für die Unterweser, sondern auch für die Niedrigwasser-Regelung der Oberelbe (Hensen 1937) und für die Eider nach ihrer Abdämmung bei Nordfeld (Weinnoldt, 1934) wurde nach diesem Verfahren, meist „Oeltjen-Reineke-Verfahren" genannt, der Tideverlauf für den Flußzustand nach Ausführung der geplanten Arbeiten vorausberechnet. Dabei wurde stets zunächst eine Nachrechnung eines aus der Natur hinreichend bekannten Tideverlaufes vorgenommen, um aus ihr die Abflußbeiwerte k zu ermitteln.

Das zweite Glied in Gleichung (8) $v \cdot \frac{v_2 - v_1}{x}$ erwies sich bei diesen Berechnungen als vernachlässigbar.

3. Kritik

Den mathematischen Nachweis der Konvergenz seines Verfahrens hat auch Reineke nicht erbracht. Aus späteren (unveröffentlichten) Nachrechnungen für die Eider, die keine befriedigenden Ergebnisse lieferten, ist in der Fachwelt der Eindruck entstanden, daß das „Verfahren Oeltjen-Reineke" nicht konvergiere. Ein mathematischer Nachweis, daß es nicht konvergiert, ist allerdings bisher nicht veröffentlicht worden.

Die Frage nach der Konvergenz bedarf zweifellos noch einer Klärung, wenn man sich dieses Verfahrens bedienen will. Es hat sich im übrigen aber — ohne daß daraus ein mathematischer Beweis für die Konvergenz hergeleitet werden soll — bei sehr umfangreichen Rechnungen des Verfassers für die Elbe nach diesem Verfahren gezeigt, daß sich bei Beachtung der Bedingung

$$Q_o \cdot (D_f + D_e) = \int_{t = K_f}^{K_e} Q_e \cdot dt - \int_{t = K_e}^{K_f} Q_f \cdot dt \tag{9}$$

selbst bei völlig unabhängiger Rechnung durch verschiedene Bearbeiter stets vollständig übereinstimmende Tidekurven ergaben.

Die Gleichung (9) sagt aus, daß bei mittleren Tiden und konstantem Oberwasser der Überschuß der an einer bestimmten Flußstelle bei Ebbe ablaufenden Tidewassermengen

$$T_e = \int_{t = K_{f1}}^{K_{e2}} Q_e \cdot dt$$

Die Küste, 7 (1958/1959), 1-19

über die bei Flut vorher aufgelaufenen Tidewassermengen

$$T_f = \int_{t = K_{e1}}^{K_{f1}} Q_f \cdot dt$$

gleich dem Abfluß des Oberwassers in der vollständigen Tideperiode (von K_{e1} über K_{f1} bis K_{e2} = 12,4 Std.) sein muß.

Das Probieren, das dies Verfahren verlangt, ist natürlich nicht als „mathematisch elegant" zu bezeichnen. Man kann aber durchaus erwarten, daß ein etwas eingearbeiteter Rechner (Ingenieur) meist schon bei der zweiten, äußerstenfalls bei der dritten Annahme zu einer Übereinstimmung zwischen Annahme und Rechnungsergebnis kommen wird.

Der eigentlich kritische Punkt liegt darin, daß man darauf angewiesen ist, den aus einer Nachrechnung von Tiden gefundenen Abflußbeiwert k für die Vorausberechnung in seiner späteren Größe abschätzen zu müssen. Es gibt bisher keinen brauchbaren exakten Weg, den Wert k richtig vorauszusagen. Von ihm hängt aber das Ergebnis der ganzen Tidewellenberechnung im hohen Maße ab. Unten wird noch weiter auf diesen Punkt eingegangen werden.

Das schon 1916 von DE VRIES und BROEKMAN (1916) angegebene Rechenverfahren ist weitgehend mit dem von REINEKE verwandt. Die Ansätze von REINEKE sind etwas handlicher und einfacher. Auf die Wiedergabe des Verfahrens von DE VRIES und BROEKMAN soll deshalb hier verzichtet werden.

D. Das Verfahren von BONNET

1. Rechnungsgang

Für die Wester-Schelde hat BONNET (1922 und 1923) ein besonderes Verfahren zur Berechnung des Tideverlaufes entwickelt.

Auf die sehr ausführlichen Darlegungen BONNETs kann hier nicht im einzelnen eingegangen werden. Das Wesentliche seines Ansatzes ist, daß er die Form der auftretenden Welle berücksichtigt, eine senkrechte Geschwindigkeit zuläßt, die Sohle als waagerecht annimmt und die Reibung als vernachlässigbar ansieht.

Seine Gleichung lautet

$$J = \frac{\delta h}{\delta x} = \frac{1}{g}\left(\frac{\delta u}{\delta t} + u\,\frac{\delta u}{\delta x}\right) + \frac{H}{3} \cdot \frac{\delta^3 h}{\delta x \delta t^2} \tag{10}$$

h = Wasserstand über der waagerecht angenommenen Ruhelage des Spiegels (NN),
H = Wassertiefe unter der Ruhelage des Spiegels (NN).

Ein Vergleich mit Gleichung (8) zeigt, daß — bei der Annahme BONNETS, daß $k = \infty$ (d. h. die Reibung = 0) sei, — das erste Glied in Gleichung (10) dem zweiten Glied in Gleichung (8) entspricht.

Zur Integration der Gleichung (10) wird von BONNET die Fortschrittsgeschwindigkeit c der Tidewelle eingeführt, und zwar in der Form

$$c = \sqrt{g\,(H + z)} \pm u \tag{11}$$

z = Höhe des Wellenteiles über der Ruhelage (NN),
u = Wassergeschwindigkeit.

BONNET führt dann die Reibungskraft in linearer (nicht — wie sonst üblich — in quadratischer) Abhängigkeit von der Wassergeschwindigkeit u ein und setzt die Arbeit der Reibung in der Zeiteinheit gleich dem Verlust an Wellenenergie. Er setzt ferner voraus, daß die mittlere Geschwindigkeit der ganzen Tide (u_m) und die Mittelwassertiefe (H_m) an allen Punkten des Wasserlaufes gleich groß sind. Damit erhält er die Gleichung

Die Küste, 7 (1958/1959), 1-19

$$(12) \qquad \frac{E}{F_{Thw}} = A$$

Die Wellenenergie E bei Thw (z = h) für einen Abschnitt der Welle von der Länge 1 ist dem Thw-Querschnitt F_{Thw} proportional.

E. SCHULTZE (1934) beschreibt das Verfahren wie folgt:

Der ganzen Berechnung liegt die Annahme zugrunde, daß der Tmw-Spiegel durch den mittleren Rückstrom einer Tide gebildet wird. Ein Teil der Energie der Tidewelle (Stauwelle), die von See her eindringt, wird durch die Widerstände verbraucht. Dies kann entweder durch einen Verlust an Volumen oder an Wellenhöhe geschehen. Infolge der Form der meisten Tideflüsse ist eine Verminderung der Amplitude wenigstens im Mündungsgebiet durchweg nicht in größerem Umfange festzustellen. Die Welle verliert daher vor allem an Volumen in der Weise, daß ein Teil der Wassermenge unter der Wirkung der Schwerkraft nach dem Gesetz der gleichförmigen Strömung abfließt. Es entsteht dadurch ein Gegenstrom flußabwärts, dessen Stärke jeweils von dem Volumenverlust der eindringenden Gezeitenwelle abhängt; sein Verlauf ist also ebenfalls periodisch. Die Gesamtabflußmengen setzen sich danach aus denen der eindringenden Gezeitenwellen und des Gegenstromes zusammen.

2. Kritik

Gegen die Gedankengänge von BONNET und seine vereinfachenden Annahmen sind einige gewichtige Bedenken vorzubringen.

Wohl bedeutet die Reibungsarbeit einen Verlust an Energie einer von See einlaufenden Tidewelle, es kann aber nicht vorausgesetzt werden, daß der Tidehub an irgendeiner Stelle im Fluß ein Kennzeichen der Energie der einlaufenden Tidewelle ist, da durch Reflexion einer einlaufenden Welle und durch Überlagerung der dann zurücklaufenden Welle mit der einlaufenden eine Veränderung des Tidehubes im Fluß eintritt. Deshalb ist der Tidehub an einer bestimmten Stelle auch nicht gleich der Höhe der einlaufenden Tidewelle an der betrachteten Stelle.

Die Fragwürdigkeit einer Berechnung auf Grund der Fortschrittsgeschwindigkeit c der Tidewelle wurde oben (S. 5) schon erwähnt.

In den meisten praktischen Fällen wird die von BONNET getroffene Annahme, daß die mittlere Geschwindigkeit u_m der ganzen Tide und die Mittelwassertiefe H_m an allen Punkten des Wasserlaufes gleich groß sind, keineswegs zutreffen.

Wiederum bleibt aber auch das Problem des Abflußbeiwertes offen und ungelöst. Wohl wird sich ein Wert für k (auch bei der von ihm angesetzten linearen Abhängigkeit von u) für einen bekannten Naturzustand ermitteln lassen, mit dem sich Übereinstimmung zwischen den in der Natur beobachteten Werten (Thb) und den gerechneten erzielen läßt, es bleibt aber völlig unklar, wie man diesen Abflußbeiwert zu ändern hat, wenn man eine Regelung des Flußlaufes plant.

BONNET hat eine gute Übereinstimmung zwischen seinen Rechnungswerten und der Natur festgestellt. Dies berechtigt aber nicht ohne weiteres zu einer Anwendung seines Verfahrens auf andere Tideflüsse, da nicht erwiesen ist, daß die zahlreichen Konstanten seiner Gleichungen auch für andere Ströme gelten (was sehr wahrscheinlich nicht der Fall sein wird). Auch für die Schelde selbst würde bei einer Regelung nachzuweisen sein, daß die Konstanten, die für den bestehenden Zustand gelten, auch für einen anderen Bettzustand gültig bleiben.

In jüngster Zeit trägt sich die Hafenverwaltung Antwerpen mit dem Plan, die Schelde für 50 000 bis 100 000 dwt-Tanker bis Antwerpen schiffbar zu machen. BONNET hat dazu ein Gutachten (1958) erstattet, das auf seinen früheren Arbeiten (1922 u. 1923) aufgebaut ist.

Die Küste, 7 (1958/1959), 1-19

E. Das Verfahren von Krey

1. Rechnungsgang

Krey (1926) hat im Jahre 1926, als die bisher behandelten Verfahren schon bekannt waren, eine Studie über die rechnerische Behandlung der Geschwindigkeit, der Strömungen und des Arbeitsvermögens einer Flutwelle in Flußmündungen und Meeresbuchten veröffentlicht. Er kritisiert die bisher verwendeten Gleichungen zur Bestimmung der Fortschrittsgeschwindigkeit einer Tidewelle und ihrer Strömungsgeschwindigkeiten, deren Ergebnisse nachweislich nicht mit der Wirklichkeit übereinstimmten. Er betont, daß die Ergebnisse auch nicht der Natur entsprechen konnten, weil die Grundlagen der Rechnung andere waren, als sie in der Wirklichkeit vorhanden sind. Man müsse auch bedenken, daß es sich bei den natürlichen Tidewellen nicht um eine einfache Welle handelt, sondern um die Überlagerung verschiedener Wellen.

Krey versucht, die Rechnung dadurch auf sichere Grundlagen zu stellen, daß er bei der Ermittlung nicht nur die jeweilige mittlere Wassertiefe und Wassergeschwindigkeit berücksichtigt, sondern auch die Ab- oder Zunahme der Wassergeschwindigkeiten, der Bettquerschnitte und der Wasserstände, und zwar „für alle einander entsprechende Punkte" der Tidekurven. Er führt auch den Einfluß der Bettreibung auf die Fortschrittsgeschwindigkeit der Tidewelle ein.

Schließlich hat Krey noch versucht, eine Zerlegung der Tidekurven in die Anteile aus der einlaufenden und der reflektierten Tidewelle vorzunehmen.

Krey geht nicht von den Eulerschen Grundgleichungen und der Kontinuitätsbedingung aus, sondern entwickelt seine Ansätze aus der Betrachtung einzelner Phasen im Tideverlauf.

Sein Ansatz für die Fortschrittsgeschwindigkeit der Tidewelle lautet bei Vernachlässigung der Reibung

$$c = \sqrt{g \cdot \frac{F}{B}} \pm v \tag{13}$$

F = Durchflußquerschnitt
B = Wasserspiegelbreite
v = Wassergeschwindigkeit (+ = Flutstrom, — = Ebbestrom)

Zur Berücksichtigung der Reibung benutzt Krey die Chézysche Gleichung

$$v = k \cdot \sqrt{R \cdot J} \tag{14}$$

Bemerkenswert ist sein Hinweis, daß k außer von der verschiedenen Rauhigkeit der Bettwandung von der Größe und Form des Durchflußquerschnitts und von anderen Begleitumständen abhängt.

Bei ähnlichen Querschnitten und gleicher Rauhigkeit des Bettes ist nach Krey der Abflußbeiwert k von der Kennzahl $v \cdot R \cdot \varrho$ abhängig. Für das Ebbe- und Flutgebiet größerer Ströme gilt etwa

$$k = \text{rd. } 45\,(v \cdot R \cdot \varrho)^{0,13} \tag{15 a}$$

für Kennzahlen unter 3,

$$k = \text{rd. } 48\,(v \cdot R \cdot \varrho)^{0,07} \tag{15 b}$$

für Kennzahlen über 3.

Der Temperaturbeiwert ϱ (s/m²) kann ohne große Fehler = 1 gesetzt werden.

Im übrigen muß auf die Arbeit von Krey (1926) verwiesen werden, da sich ihr Inhalt nicht mit wenigen Sätzen wiedergeben läßt.

2. Kritik

Wie bei allen anderen Verfahren rechnet auch Krey nur eindimensional. Er bringt in seiner Arbeit mehr grundsätzliche Betrachtungen als ein Verfahren zur Vorausberechnung von Tidewellen nach der Regelung eines Tideflusses.

Hervorzuheben ist der erstmals bei ihm zu findende Hinweis, daß der Abflußwert k nicht nur von der Wandrauhigkeit abhängt, sondern auch — wie wir heute sagen — von der „Ungleichförmigkeit" des Flußbettes, d. h. von dem Wechsel in Größe, Form und Lage der auf-

Die Küste, 7 (1958/1959), 1-19

einander folgenden Durchflußquerschnitte. Leider macht KREY keinen weiteren Gebrauch von seiner Feststellung und begnügt sich mit dem Hinweis auf die Gleichungen (15 a) und (15 b) für k.

Trotz seines eigenen Hinweises auf die Tatsache, daß im allgemeinen die an den einzelnen Pegelstellen eines Tideflusses beobachteten Tidekurven nicht nur aus der von See einlaufenden Tidewelle erzeugt werden, macht er — wie FRANZIUS — unzulässigerweise Gebrauch von „einander entsprechenden Punkten" benachbarter Tidekurven (vgl. S. 5).

KREY hatte zwar begonnen, ein Beispiel (Elbe) nach seinen Ansätzen durchzurechnen, hat die Arbeit aber nicht zu Ende geführt. Beispiele, die nach seinem Verfahren gerechnet wurden, sind dem Verfasser nicht bekannt.

Da es sich im übrigen auch nur um eine fragmentarische Arbeit handelt, ist das Verfahren praktisch nicht verwendbar.

F. Das Verfahren von LORENTZ

1. Rechnungsgang

Vor der Abschließung der Zuiderzee ist von einem niederländischen Ausschuß untersucht worden, in welchem Maße sich dadurch an der Küste von Nordholland, Friesland und Groningen sowie längs der vor dieser Küste gelegenen Inseln der Wasserspiegel bei Sturmfluten erhöht und die Höhe der Fluten gegen früher vergrößert werden könnte (1933). Das Rechnungsverfahren hierzu ist von LORENTZ und THIJSSE ausgearbeitet und entwickelt worden.

Die Aufgabe unterschied sich von der bei Tideflüssen dadurch, daß die Frage zu beantworten war, wie sich durch die Abschließung der Zuiderzee das Flutrinnennetz im Wattenmeer zwischen den Inseln Texel, Vlieland, Terschelling und Ameland und dem Festland (Abschlußdamm) und der Tideverlauf in ihm verändern würden.

Die Tidekurven wurden in ihrem Verlauf und ihrer konstanten Periode von 12.25 Stunden als Sinuskurven angesehen, so daß für die Tiden und Strömungen die Ansätze der harmonischen Analyse gemacht werden konnten.

Während eine Vorausberechnung der Gezeiten an einer bestimmten Stelle im Tidegebiet auf dem Wege über eine harmonische Analyse der über längere Zeit beobachteten Tiden in Partialtiden (Cosinus-Kurven mit verschiedener Amplitude, Periode und Phase) angestellt werden kann, wobei allerdings angenommen werden muß, daß keine Änderungen in den äußeren Bedingungen im Tidegebiet eintreten werden, hat LORENTZ rechnerisch aus den vor und nach der Abschließung der Zuiderzee bestehenden Randbedingungen (unveränderte Tidekurven seewärts der Seegaten vor den Westfriesischen Inseln, Geschwindigkeiten am Ende der Rinnen = 0) eine Verbindung zwischen den einzelnen Punkten hergestellt.

Die Kontinuitätsbedingung

$$z \cdot \frac{\delta v}{\delta x} = \frac{\delta h}{\delta t} \tag{16}$$

z = Tiefe, bezogen auf den mittleren Wasserstand,
x = Abstand, gemessen in der Achse der Rinne,

drückt die Bedingung der Stetigkeit aus, nämlich daß z. B. der Wasserspiegel in einem Teil der Rinne steigt, wenn von einer Seite mehr Wasser zufließt, als von der anderen abfließt.

Als weitere Gleichung wird die EULERsche Grundgleichung benutzt [vgl. Gleichung (8)]

$$\frac{\delta v}{\delta t} + v \cdot \frac{\delta v}{\delta x} = -g \cdot \frac{\delta h}{\delta x} \pm W \tag{17}$$

Das konvektive Glied $v \cdot \frac{\delta v}{\delta x}$ wird vernachlässigt. Nach Analogie mit dem Ansatz für gleichförmige Bewegung, für die die Reibungen W proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit sind, kann man im vorliegenden Fall setzen:

(18) $$W = \pm \frac{g \cdot v^2}{k^2 \cdot R} = \frac{g \cdot v\,|v|}{k^2 \cdot R},$$

worin k der Koeffizient der Abflußgleichung von CHÉZY nach Gleichung (14) ist.

Wenn man in erster Näherung

(19) $$W = k' \cdot v$$

setzen könnte, dann wäre die Gleichung (17) linear und integrierbar. LORENTZ hat den Wert k' in Gleichung (19) so bestimmt, daß der Ausdruck für die Reibung in linearer Form auftreten kann.

Er erhält dafür

(20) $$k' = \frac{8}{3\pi} \cdot \frac{g \cdot v_{max}}{k^2 \cdot z}$$

LORENTZ hat dabei folgenden Kunstgriff angewandt. Er ersetzte das wirkliche, in v quadratische Widerstandsglied durch ein fiktives, in v lineares Glied, das für eine volle Tideperiode die gleiche Energiemenge zerstreut.

Die Höchstgeschwindigkeit v_{max} in Gleichung (20) ist a priori unbekannt. Sie muß zunächst geschätzt werden. Nach der Berechnung ist der darin gefundene Wert v_{max} mit dem geschätzten zu vergleichen. Notfalls ist, wenn die beiden Werte zu sehr voneinander abweichen, die Rechnung mit einem verbesserten Wert v_{max} zu wiederholen.

Da die Tidewelle durch den Reibungswiderstand geschwächt wird (die Reibung vermindert die Geschwindigkeit der Welle), kann für ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit c nicht die von LAGRANGE angegebene Gleichung für lange Wellen

(21) $$c = \sqrt{g \cdot z}$$

verwendet werden. LORENTZ entwickelte eine (hier nicht zitierte) Gleichung, nach der c kleiner ist.

Bis hierher war angenommen worden, daß die Rinne einen rechteckigen, auf ihrer ganzen Länge unveränderlichen Querschnitt habe. Um den Umstand zu berücksichtigen, daß tatsächlich die Querschnitte veränderlich sind, wird der natürliche Querschnitt für die Berechnung durch eine Reihe von nebeneinander liegenden Rechtecken ersetzt. Man nimmt an, daß der Austausch von Wasser zwischen diesen einzelnen Rechtecken geschehen kann, ohne daß Widerstände eintreten.

Als Endergebnis aller Rechnungen erhält man den Tidehub der Haupt-Mond-Tide M_2 und den Phasenwinkel ihrer senkrechten und waagerechten Bewegung. In der Zuiderzee sind diese Mondtiden viel größer als die übrigen Einflüsse, aus denen die Gesamtbewegung der Gezeiten entsteht.

Die Wirkung der Erdumdrehung (Coriolis-Kraft) ist bei der Bewegungsgleichung (17) nicht berücksichtigt.

2. Kritik

Das Verfahren von LORENTZ hat als Grundlage für die Berechnung der Tiden vor dem Abschlußdamm der Zuiderzee gedient. Auf Grund seiner Ergebnisse wurde die ursprünglich gewählte Lage des Abschlußdammes verändert.

Wenn man überlegt, ob und inwieweit dieses Verfahren für Flußmündungen im Tidegebiet und für Tideflüsse anwendbar ist, muß man sich vergegenwärtigen, daß u. a. folgende Vereinfachungen und Vernachlässigungen vorgenommen werden:

a) Es wird in erster Näherung nur die Partialtide M_2 erfaßt.

Für die meisten Tideflüsse wird nicht mehr angenommen werden dürfen, daß die M_2-Tide hinreichend den gesamten Tideverlauf wiedergibt. Es ist aber auch nicht ohne weiteres möglich, verschiedene Partialtiden einfach zu superponieren. Versuche des Verfassers (1954, S. 92 f.) haben ergeben, daß es z. B. nicht zu dem gleichen Ergebnis führt, wenn man getrennt oder zusammen eine mittlere Tide und eine Windstauwelle in einen Tidefluß einlaufen läßt, mit anderen Worten: überlagert sich eine Welle einer anderen, dann wird diese davon selbst wieder beeinflußt (verformt).

b) In der Rechnung werden Rechteckquerschnitte der Rinnen vorausgesetzt.

Diese Voraussetzung trifft in Tideflüssen um so weniger zu, je enger sie sind.

Die Küste, 7 (1958/1959), 1-19

c) Die Reibungseinflüsse werden proportional der Geschwindigkeit angesetzt.

Der sonst übliche Ansatz einer quadratischen Abhängigkeit des Widerstandes von der Geschwindigkeit ist zweifellos richtiger. Es wird von LORENTZ auch zugegeben, daß bei der Annahme der linearen Abhängigkeit des Widerstandes im einzelnen das Ergebnis der Berechnung von der Wirklichkeit etwas abweichen wird. Er meint aber, daß der allgemeine Verlauf der Bewegung auch bei seiner Voraussetzung sehr gut wiedergegeben werde.

Wenn auch das Verfahren von LORENTZ dazu diente, rechnerisch die Tidebewegung in einem Rinnensystem des der niederländischen Küste vorgelagerten Wattengebietes zu erfassen, so kann man es doch nur als ein eindimensionales Verfahren (wie alle übrigen bisher entwickelten Verfahren) bezeichnen.

MAZURE (1937) hat das Verfahren von LORENTZ durch die Einführung eines „Trichterkoeffizienten" auf Tideflüsse erweitert. Probeberechnungen für die Ems von NIEBUHR (unveröffentlicht) haben gezeigt, daß auch diese Erweiterung des Rechenverfahrens dort nicht befriedigte.

Im übrigen hat MAZURE das einfach-harmonische Verfahren von LORENTZ dadurch weiterentwickelt, daß er eine harmonische Analyse des quadratischen Widerstandsgliedes vornahm.

G. Das Differenzenverfahren von HANSEN

1. Rechnungsgang

HANSEN (1955) wendet für die Tidewellenberechnung in einem Tideflusse das in der Ingenieurmathematik auf vielen Gebieten benutzte sogenannte Differenzenverfahren an. Das aus den EULERschen Gleichungen entwickelte System partieller Differentialgleichungen, nämlich Bewegungs- und Kontinuitätsgleichungen für die nichtstationäre Tidebewegung, reduziert sich bei Beschränkung auf die Komponenten in der u-Achse (= Flußachse) auf das System der zwei partiellen Differentialgleichungen, nämlich die Bewegungsgleichung

$$\frac{\delta u}{\delta t} + u \frac{\delta u}{\delta x} + g \cdot \frac{\delta \zeta}{\delta x} = 0 \tag{22}$$

und die Kontinuitätsgleichung

$$B \frac{\delta \zeta}{\delta t} + \frac{\delta (F \cdot u)}{\delta x} = 0 \tag{23}$$

(ζ = Wasserstand, bezogen auf Pegelnull
u = Stromgeschwindigkeit in der Flußachse x
t = Zeit
B = Flußbreiten im Wasserspiegel)

In diesen Gleichungen werden neben den Dichteströmungen bei dem Zusammentreffen von See- und Flußwasser die Wirkungen von Quergefälle, Zentrifugalbeschleunigung und Corioliskraft vernachlässigt; sie gelten also nur für ein Gebiet, dessen Querausdehnung klein ist gegen die Länge der Tidewelle und in dem die genannten Einflüsse vernachlässigbar klein sind. Der Einfluß der Reibung ist in den Gleichungen noch nicht berücksichtigt.

HANSEN benutzt folgendes Gleichungssystem

$$\frac{\delta u}{\delta t} + \frac{\varrho \cdot u\,|u|}{h} + g \frac{\delta \zeta}{\delta x} = 0 \tag{24}$$

und

$$B \frac{\delta \zeta}{\delta t} + \frac{\delta (F \cdot u)}{\delta x} = 0 \tag{23}$$

Die Küste, 7 (1958/1959), 1-19

Das konvektive Glied $u \frac{\delta u}{\delta x}$ in Gleichung (22) ist weggelassen. Dagegen ist das Glied $\frac{\varrho \cdot u\,|u|}{h}$ hinzugefügt, das den Energieverzehr durch Reibung und Bettrauhigkeit erfassen soll. Dieses Glied entspricht dem Glied

$$(18) \qquad W = \frac{g \cdot v\,|v|}{k^2 \cdot R}$$

im Verfahren LORENTZ, d. h. $h = R$ und $\varrho = g/k^2$.

In der Vernachlässigung des konvektiven Gliedes $u \frac{\delta u}{\delta x}$ stimmt HANSEN mit den meisten Verfassern überein. Er hat versucht, die Größe des Einflusses dieses Gliedes abzuschätzen und es mathematisch zu deuten. Er ist der Meinung, daß das konvektive Glied die „Ungleichförmigkeit" mathematisch erfaßt. „Ungleichförmigkeit" ist jede, eine Veränderung der Geschwindigkeit in Größe, Richtung und Verteilung hervorrufende Änderung der Form und der Größe des Querschnittes, sowie der Richtung des Flusses.

Die vorhandenen Reibungskräfte, die die Energie der Tidewelle aufzehren, sind nach HANSEN in dem Glied $\frac{\varrho \cdot u\,|u|}{h}$ enthalten.

Aus Naturbeobachtungen gewinnt HANSEN die ζ-Werte in Gleichung (23) und durch Kubizierung die Geschwindigkeiten u. Aus Auflösung der Bewegungsgleichung (24) berechnet er ϱ zu

$$-\varrho = \frac{h + \zeta}{u \cdot |u|} \cdot \left(\frac{\delta u}{\delta t} + g \cdot \frac{\delta \zeta}{\delta x}\right)$$

Alle bekannten Verfahren zur Lösung der Differentialgleichungen (23) und (24) sind Näherungsverfahren, sie approximieren nur die exakten Lösungen, da das System der Differentialgleichungen in analytischer Behandlung unlösbar ist und deshalb numerisch gelöst werden muß.

Mit den beiden Gleichungen (23) und (24) und mit den Randbedingungen

$$x = o \rightarrow \zeta 0{,}t = \zeta_0$$
$$x = L \rightarrow u_{L,t} = u_L$$

ist HANSEN theoretisch in der Lage, durch Vorgabe beliebiger Anfangswerte (zur Rechenersparnis jedoch möglichst solcher, die mit der Natur übereinstimmen) an jeder vorgegebenen Stelle x_i den Wasserstand ζ und die Stromgeschwindigkeit u den angesetzten Gleichungen entsprechend zu berechnen.

Da die Tidebewegung nicht stationär ist, sind außer der Geschwindigkeit u und dem Wasserstand ζ auch die Breite B und der Durchfluß $F \cdot u = Q$ von der Zeit t abhängig, desgleichen das Wasserspiegelgefälle, das je nach Tidephase wie die Stromgeschwindigkeit sein Vorzeichen wechselt.

Die Werte der Durchflußquerschnitte F, der Oberflächenbreiten B und der Gefälle J ermittelt man aus Naturmessungen und Peilungen numerisch und legt sie als Kurvenscharen in Abhängigkeit vom Wasserstand ζ nieder.

Das Differenzenverfahren verwendet das Prinzip, alle Differentialquotienten durch Differenzenquotienten zu ersetzen.

Auf das Verfahren der Rechnungsdurchführung soll hier im einzelnen nicht weiter eingegangen werden.

2. Kritik

Wie alle übrigen Rechenverfahren beschränkt sich das von HANSEN benutzte Differenzen-Verfahren auf eine Dimension. Durch diese Beschränkung kann deshalb auch dieses Verfahren weder den Einfluß der Dichteströmungen im Brackwasserbereich noch Coriolis- und Zentrifugalkräfte erfassen. Ebenso bleibt die Ungleichförmigkeit außer Betracht, wenn sie auch für den Nachrechnungszustand im ϱ-Wert des Reibungsgliedes der Gleichung (24) enthalten ist. Es fehlt aber bei stärkeren Eingriffen in den Tidefluß an einem zuverlässigen Anhaltspunkt dafür, wie der ϱ-Wert für den Regelungszustand anzunehmen ist. Irgendeine Schätzung für ϱ vorzunehmen, ist schon deshalb besonders schwierig, weil sich bei Nachrechnungen von be-

Die Küste, 7 (1958/1959), 1-19

kannten Naturverhältnissen stets zeigte, daß ϱ und auch ϱ/h nicht konstant über eine volle Tide sind.

Das von HANSEN für die Tidewellenberechnung benutzte Differenzenverfahren hat gegenüber anderen Verfahren den Vorteil, daß Fehler in den Anfangswerten und Abrundungsfehler während der Rechnung durch Fortschreiten in Richtung der positiven Zeitachse abklingen.

Ein weiterer Vorzug des Verfahrens ist es, daß es ohne Probieren — wie es beim OELTJEN-REINEKE-Verfahren unvermeidlich ist — zum Ziele führt.

Mathematisch ist zwar der Konvergenzbeweis noch nicht streng erbracht worden, es besteht allerdings kein Anlaß, an der Konvergenz des Differenzenverfahrens zu zweifeln.

HANSEN gibt für das erforderliche Verhältnis der Zeitschritte Δt zu dem Abstand Δx der Rechenpunkte die Beziehung an:

$$\Delta t < \sqrt{\frac{2}{g \cdot H}} \cdot \Delta x \tag{25}$$

H ist hier die maximale Tiefe im Untersuchungsgebiet. Wenn man also einen möglichst kleinen Abstand der Rechenpunkte benutzen will, muß man mit kleinen Zeitschritten arbeiten. Dadurch wird der Rechenaufwand sehr hoch.

Ein besonderer Vorzug des Differenzenverfahrens besteht darin, daß es sich für Elektronen-Rechenmaschinen eignet.

Das von HANSEN nach dem Kriege für die Tidewellenberechnung in Deutschland erstmalig angewendete Differenzenverfahren zur Auflösung der hydrodynamischen Grundgleichungen ist auch von den Niederländern zur Tidewellenberechnung herangezogen worden, und zwar schon während des ersten Weltkrieges (18). Die Niederländer DE VRIES und BROEKMAN haben im Jahre 1916 untersucht, ob das bereits im vorigen Jahrhundert (um 1870) in England von ADAMS angewendete (und bereits vorher bekannte) Differenzenverfahren für die Tidewellenberechnung in niederländischen Tideflüssen brauchbar sei. Sie kamen dabei zu einem positiven Ergebnis.

H. Weiterentwicklung des Differenzenverfahrens durch SCHNOOR

Während HANSEN den Quotienten $\frac{\varrho}{h}$ in Gleichung (24) über die ganze Tide unveränderlich läßt — was den Rechenaufwand beträchtlich vermindert —, berücksichtigt SCHNOOR (1959) die zeitliche Inkonstanz von $\frac{\varrho}{h}$. Er erzielt dabei eine noch weitergehende Übereinstimmung der Rechenergebnisse beim Nachrechnen einer Naturtide in der unteren Ems.

Außerdem leitet er die Bedingungen zum Funktionieren des Differenzenverfahrens her [vgl. Gleichung (25)]. Er findet für die Zeitschritte Δt die Abschätzung

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{\left(v + \sqrt{\frac{g \cdot F}{B}}\right)_{max}} \tag{26a}$$

und beim Auftreten von Wattflächen

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{\left(v + \sqrt{\frac{g \cdot F}{B}} \sqrt{1 + \frac{B - B_s}{B} \frac{v^2}{v^2_c}}\right)_{max}} \tag{26b}$$

worin B die Speicherraumbreite, B_s die Strombreite und v_c die kritische Stromgeschwindigkeit bedeuten.

Er zeigt ferner, daß es nicht erforderlich ist, die Schrittlänge Δx über die ganze Berechnungsstrecke konstant zu halten.

Schließlich gibt er noch die Rekursionsgleichungen an, die gebraucht werden, wenn man das konvektive Glied $v \frac{\delta v}{\delta x}$, das meist vernachlässigt wird, berücksichtigen und außerdem mit ungleichen Berechnungsabschnitten Δx arbeiten will.

J. Das Potenzreihenverfahren

Neben dem Differenzenverfahren bildet der Potenzreihenansatz eine Möglichkeit, die Differentialgleichungen (23) und (24) numerisch zu lösen. Dieses Verfahren wird vielfach zur Lösung von Differentialgleichungen verwendet, wenn eine analytische Behandlung der Gleichungen nicht möglich ist.

Jede analytische (beliebig oft differenzierbare) Funktion läßt sich in eine konvergente Potenzreihe entwickeln. Faßt man die gesuchten Lösungen als analytische Funktionen auf und setzt ihre Potenzreihenentwicklung mit vorerst unbekannten Koeffizienten in die beiden Differentialgleichungen (23) und (24) ein, dann erhält man Bestimmungsgleichungen für die Koeffizienten, aus denen sich diese rekursiv berechnen lassen. Der Arbeitsaufwand ist allerdings erheblich.

Gute Dienste wird dieses Verfahren stets dort leisten, wo es zur Interpolation der Lösungen benutzt wird, die mit einem anderen Verfahren (Charakteristikenverfahren oder Differenzenverfahren) nur in diskreten Punkten erhalten werden.

K. Das Iterationsverfahren von DRONKERS

DRONKERS (1954) hat das Iterationsverfahren aus dem Potenzreihenverfahren entwickelt. Es eignet sich zur Beantwortung solcher Fragen, die stark aus dem allgemeinen Rahmen herausfallen. Zu solchen Problemen gehörte die Abdämmung der Maasarme Brielse-Maas und Botlek.

Einer der Vorteile des Verfahrens ist die Möglichkeit wechselnder Schrittlänge, wenn Lösungen in verschieden weit auf der Flußachse voneinander entfernten Punkten gesucht werden. Ein weiterer Vorteil ist die Möglichkeit, die Genauigkeit der Lösungen in den einzelnen Punkten dadurch zu variieren, daß man das Iterationsverfahren an verschiedenen Stellen abbrechen kann.

Eine Variation der Schrittlänge ist auch beim Differenzenverfahren möglich, steigert jedoch den erforderlichen Rechenaufwand erheblich.

L. Charakteristikenverfahren von SCHÖNFELD

Das Charakteristikenverfahren ist 1899 von MASSAU (1899) begründet und auch bereits in die Tidewellenberechnung eingeführt worden, denn MASSAU legt seinen Entwicklungen gerade die beiden partiellen Differentialgleichungen (23) und (24) zugrunde. Die Gedankengänge von MASSAU sind in rein mathematischer Hinsicht von R. COURANT in seiner Theorie der semi-

Die Küste, 7 (1958/1959), 1-19

linearen partiellen Differentialgleichungen weiterentwickelt worden. SCHÖNFELD (1951) hat auf Grund der Überlegungen MASSAUS ein für die Praxis geeignetes (graphisches) Integrationsverfahren entwickelt. Die Differentialgleichungen werden hier auf der Grundlage der charakteristischen Transformation gelöst. Ein Nachteil des Verfahrens ist der Umstand, daß bei nichtlinearen Differentialgleichungen die Seiten des Gitternetzes gekrümmt sind und diese Kurven bei der charakteristischen Transformation durch Polygonzüge approximiert werden müssen, was wieder eine Fehlerquelle darstellt. Auch kann hier nicht von vornherein die Lage der Netzpunkte bestimmt werden; sie ergeben sich erst im Laufe der Rechnung. Auch lassen sich hier nicht immer Schritte in negativer Zeitrichtung vermeiden.

Für eine Behandlung der Tide mit diesem Berechnungsverfahren ist eine mehr oder minder starke Schematisierung des Tideflußgebietes erforderlich.

Für eine Berechnung mit dem Charakteristikenverfahren wird der Fluß in sinnvolle Abschnitte unterteilt. Diese Abschnitte werden in prismatische Kanäle der Breite B'_n umgewandelt. Ebenso wird mit den Wattenflächen verfahren. Sie werden für die Rechnung durch prismatische Kanäle der Breite B''_n ersetzt. Die Tiefen $h'_n > h''_n$ sind hierbei abhängig vom Wasserstand. Bei Verwendung von harmonischen Verfahren ist die Schematisierung noch weitgehender.

Diese Schematisierung ist jedoch keineswegs eindeutig. Nach Mitteilung von DRONKERS und SCHÖNFELD (1954) bedarf es eines hohen Maßes an Erfahrung, um dieses Verfahren erfolgreich durchzuführen. Die Güte der Schematisierung wird durch eine „Nachrechnung des bestehenden Zustandes“ überprüft. Die Schematisierung wird, falls erforderlich, solange verändert, bis befriedigende Ergebnisse erzielt werden. Es entfällt hier ein großer Teil der erforderlichen Rechenarbeit auf die Schematisierung. Die Lösung dieser Aufgabe ist wegen ihrer komplizierten mathematischen Grundlagen und der stark von der mathematischen Erfahrung abhängigen Schematisierung „an das Vorhandensein speziell versierter Mathematiker gebunden“, somit für den Ingenieur in der Praxis nur schwer verwendbar.

Mit dem Charakteristikenverfahren ist z. B. die Auswirkung der Abdämmung der Ijssel vorausberechnet worden (1954).

Die bei dem Charakteristikenverfahren auftretenden sehr umfangreichen Versuchsrechnungen sind keine „Geradeausrechnungen“, für die sich ein „Programm“ aufstellen läßt. Die direkten Rechnungsgänge, z. B. nach dem Differenzenverfahren, lassen sich dagegen elektronisch durchführen.

Nach neueren Mitteilungen (SWA EMDEN 1958) wird das Charakteristikenverfahren in den Niederlanden kaum noch verwendet.

III. Zusammenfassung

In der Einleitung wurde bereits darauf hingewiesen, daß — bei dem gegenwärtigen Stande unserer noch durchaus lückenhaften Kenntnisse über die Zusammenhänge zwischen Strömung und Sandbewegung in den Tideflüssen — der Wunsch, die Veränderungen im Tidegebiet durch irgendwelche baulichen Maßnahmen (auch Baggerungen) rechnerisch genau zu erfassen, nicht erfüllt werden kann. Weder ist es möglich, rechnerisch für ein bestimmtes Ziel, z. B. für eine Vertiefung des Fahrwassers anzugeben, welche Baumaßnahmen zu seiner Erreichung erforderlich sind, noch kann auf rechnerischem Wege genau und sicher nachgewiesen werden, ob durch eine Regelung, die aus irgendwelchen anderen Überlegungen entworfen worden ist, das gesteckte Ziel erreicht und beständig erhalten werden kann.

Trotzdem haben Tidewellenberechnungen beträchtlichen Wert für den Ingenieur, der sich den verschiedensten Aufgaben im Tidegebiet widmen muß, ob es sich nun um Aufgaben im

Die Küste, 7 (1958/1959), 1-19

Interesse der Schiffahrt oder der Entwässerung oder um Fragen des Landesschutzes handelt. In der Hand erfahrener Ingenieure können die Ergebnisse aus einer rechnerisch gewonnenen „Bilanz" über die in der Tidebewegung vorhandenen Erscheinungen und Kräfte ein sehr nützliches Hilfsmittel zur Lösung seiner Aufgaben am Tideflusse sein.

Alle vorstehend beschriebenen Rechenverfahren beschränken sich auf eine ein dimensionale Behandlung des Tideverlaufes. Dadurch ist es vorläufig unmöglich,

1. die Einflüsse des Brackwassergebietes (Dichteströmungen) in der Tidewellenberechnung zu erfassen,
2. die Coriolis- und Zentrifugalbeschleunigungen zu berücksichtigen und
3. die „Ungleichförmigkeit" des Flußbettes in die Rechenansätze gesondert aufzunehmen.

Der Punkt 1 (Dichteströmungen) spielt gerade in den Flußmündungsgebieten eine besondere Rolle, in denen meist die größten Schwierigkeiten in der Tiefhaltung der Fahrwasserrinnen vorliegen.

Der Punkt 2 (Coriolis- und Zentrifugalbeschleunigungen) verursacht beträchtliche Abweichungen in der Lage der Flut- und Ebberinnen in breiteren Tideflüssen.

Der Punkt 3 (Ungleichförmigkeit) berührt das noch am wenigsten geklärte Problem der „Abflußwiderstände", die eben nicht nur in Wand- und Sohlenreibungen bestehen. Die Ungleichförmigkeit ist in sandführenden Flachlandflüssen nach Ermittlungen des Verfassers weit (bis 3 mal) größer als die Sohlenreibung im engeren Sinne. Wenn man, wie es meist sein wird, durch eine Regelung des Flusses die Ungleichförmigkeit wesentlich verändert (meist vermindert), fehlt es an einem zuverlässigen Anhaltspunkt dafür, welche Veränderung in der Rechnung zu berücksichtigen ist. Man kann auch sagen, daß das sogenannte Reibungsglied in Gleichung (24) $\frac{\varrho \cdot u\,|u|}{h}$, in das zwangsläufig bei der Nachrechnung einer Tidewelle alle Reibungseinflüsse einschließlich der Ungleichförmigkeit eingehen, noch einer Ergänzung oder mathematischen Umwandlung bedarf, um beide Einflüsse (Reibung und Ungleichförmigkeit) gesondert wiederzugeben.

Je kürzer in der Tidewellenberechnung nach dem Differenzenverfahren die Schrittlängen Δx (vgl. Gleichung [25] und [26]) gewählt werden, desto mehr könnte dadurch wenigstens ein Teil der Ungleichförmigkeit berücksichtigt werden. Der Umfang der Rechnungen wächst dann allerdings sehr beträchtlich.

Die Frage, welches Verfahren am besten ist, läßt sich nicht allgemein beantworten, da die Gewohnheit und Übung eines Bearbeiters solcher Aufgaben jeweils zur Bevorzugung des einen oder anderen Verfahrens führen wird. Vom Gesichtspunkt der modernen Rechentechnik mit elektronischen Rechenmaschinen muß das Differenzenverfahren, insbesondere das von SCHNOOR weiterentwickelte Verfahren von HANSEN, als das zweckmäßigste und handlichste bezeichnet werden.

Zum Schluß soll noch darauf hingewiesen werden, daß alle Bemühungen, die Tidewellenberechnungsverfahren weiter zu vervollkommnen, nur dann Aussicht auf Erfolg haben, wenn die Grundlagen aus der Natur, d. h. Peilungen des Flusses, Wasserstandsangaben (nach der Zeit und der Höhe) usw. mit hinreichend großer Zuverlässigkeit zur Verfügung stehen.

IV. Schriftenverzeichnis

1. BONNET, L.: Contribution à l'étude théorique des fleuves à marée du bassin de l'Escaut maritime. Ann. Travaux Publ. Belgique, Bruxelles 1922 u. 1923.
2. BONNET, L.: La Navigabilité de l'Escaut pour navires de grand tirant d'eau. Anvers 1958.

3. Boussinesq, M. J.: Théorie de l'écoulement tourbillonnant et tumultueux des liquides dans les lits rectilignes à grande section. I. II. Paris 1897.
4. Dronkers, J. J. u. Schönfeld, J. C.: Tidal Computations in shallow water. (Umdruck.) Den Haag 1954.
5. Franzius, L.: Projekt zur Korrektion der Unterweser. Leipzig 1882.
6. Franzius, L.: Der Wasserbau. S. 192, Berlin 1890.
7. Franzius, L. u. Buecking, H.: Die Korrektion der Unterweser. Leipzig 1895.
8. Franzius, O.: Der Verkehrswasserbau. Berlin 1927.
9. Hansen, W.: Tidewellenberechnung für die Ems. (Unveröffentlichter Bericht für das Wasser- und Schiffahrtsamt Emden, April 1955).
10. Hensen, W.: Der Entwurf für die Niedrigwasser-Regelung der Elbe im oberen Tidegebiet. Deutsche Wasserwirtschaft, H. 3, S. 41 f., 1937.
11. Hensen, W.: Über den Ausbau der Unterweser, insbesondere über seine theoretischen Grundlagen. Kleine Studie Nr. 27 aus dem Büro für Gewässerkunde der Wasserstraßendirektion Hamburg vom 4. 3. 1938 (unveröffentlicht).
12. Hensen, W.: Über die Fortschrittsgeschwindigkeit der Tidewelle in einem Flusse. Mitt. Hannov. Versuchsanst., H. 2, S. 89 f., 1952.
13. Hensen, W.: Modellversuche für die untere Ems. Mitt. Hannov. Versuchsanst., H. 6, 1954.
14. Hübbe, H.: Einige Wasserstandsbeobachtungen im Fluthgebiete des Elbstromes. Hamburg 1841.
15. Krey, H.: Die Flutwelle in Flußmündungen und Meeresbuchten. Mitt. Versuchsanst. Wasserbau u. Schiffbau Berlin, H. 3, Berlin 1926.
16. Massau, J.: Mémoire sur l'intégration graphique des équations aux dérivées partielles. Gent 1899.
17. Mazure, J. P.: De berekening van getijden en stormvloeden op benedenrivieren. Diss. Den Haag 1937.
18. Müller, F. u. Schnoor, E.: Reisebericht über Dienstreise nach Den Haag vom 12./15. Dezember 1956 (Prof. Hensen, Dr.-Ing. Müller, Schnoor). (Akte des Wasser- und Schiffahrtsamtes Emden C/93) 1957.
19. Müller, F., Schnoor, E. u. Schreier: Stellungnahme zum Artikel Rubbert: „Die Vertiefung der Tideflüsse als hydraulisches Problem", erschienen im „Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau", Heft 11. Oktober 1958. Manuskript (unveröffentlicht). 1958.
20. Oeltjen, J.: Über die Berechnung der Flutwellenlinien in einem Tideflusse. Zentralbl. Bauverw., H. 27, S. 137, 1919.
21. Reineke, H.: Die Berechnung der Tidewelle im Tideflusse. Jahrb. Gewässerk. Norddeutschlands. Bes. Mitt. Bd. 3, Nr. 4, Berlin 1921.
22. Rubbert, F. K. u. Schnoor, E.: Reisebericht über eine Auslandsreise nach Den Haag vom 24. bis 28. März 1958. (Akte des Wasser- und Schiffahrtsamtes Emden) 1958.
23. Rubbert, F. K.: Die Vertiefung der Tideflüsse als hydraulisches Problem. Bericht über die Berechnungsmethoden und ihre Problematik. I. Das instationäre Widerstandsproblem. Mitt.Bl. Bundesanst. Wasserbau, Nr. 11, Karlsruhe 1958.
24. Saint-Venant, B. de: Théorie du mouvement non permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit. I. Compte Rendus Acad. Sci. t. 73, S. 147—154, Paris 1871.
25. Schnoor, E.: Anwendung des „Differenzenverfahrens" bei der Tidewellenberechnung in den von den Gezeiten beeinflußten Flüssen. Der Bauingenieur, H. 6, 1959.
26. Schönfeld, J. C.: Propagation of tides and similar waves. Diss. Den Haag 1951.
27. Schultze, E.: Die Bestimmung der Abflußverhältnisse im Tidegebiet. Die Bautechnik 12, H. 34, S. 438 f.; H. 38, S. 493 f., 1934.
28. Thijsse, J. Th.: Einfluß der Abschließung der Zuiderzee auf das Verhalten der Gezeiten längs der niederländischen Küste. Ztschr. Intern. Ständ. Verb. Schiffahrtskongresse Brüssel, H. 15, S. 59, 1933.
29. Vries, G. H. de u. Broekman: Invloed van eb en vloed op benedenrivieren. De Ingenieur, S. 544 f., 1916.
30. Weinnoldt, E.: Die Eiderabdämmung. Deutsche Wasserwirtsch. H. 6, S. 117, 1934.
31. Gutachten der Akademie des Bauwesens. Deutsche Bauzeitung 1886.
32. Verslag Staatscommissie Zuiderzee 1918 bis 1926. s'Gravenhage 1926.