

Tidewellen in schematischen Ästuarien

Von Hans Vollmers und Jürgen Sündermann

1. Vorwort

Der Verlauf von Tidewellen in schematischen Ästuarien wurde mit Hilfe hydraulischer Modelle und hydrodynamisch-numerischer (HN) Modelle untersucht. Dabei wurde eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse für geometrisch einfache Formen festgestellt. In diesen Fällen lassen sich die hydraulischen Untersuchungen durch Berechnungen nach dem HN-Verfahren ersetzen.

2. Einleitung

Die Kenntnis der gezeitenbedingten Bewegungsvorgänge im Küstenbereich, insbesondere in den Ästuarien, ist von großer Bedeutung für den Küstenwasserbau und die Schifffahrt. Die quantitative Bestimmung dieser Prozesse, also etwa die Ermittlung der Wasserspiegellagen und der Strömungsgeschwindigkeiten als Funktionen des Ortes und der Zeit, kann durch direkte Messung im Meer, in neuerer Zeit aber auch durch hydraulische oder hydrodynamisch-numerische (HN) Modelle erfolgen, die die natürlichen Vorgänge simulieren. Da die Benutzung von Modellen im allgemeinen erheblich weniger aufwendig ist als die ozeanographische Messung und darüber hinaus die Möglichkeit bietet, die Auswirkungen etwa geplanter küstenbaulicher Maßnahmen zu studieren, haben sich Modelluntersuchungen in den letzten Jahren in zunehmendem Maße durchgesetzt. Insbesondere die HN-Methode kann dank der Entwicklung der elektronischen Großrechenanlagen heute zu den wirkungsvollsten Hilfsmitteln der dynamischen Ozeanographie gezählt werden.

Die folgenden Ergebnisse über den Verlauf von Tidewellen in Ästuarien sind mit Hilfe hydraulischer Modelle und von HN-Modellen gewonnen worden. Es war dabei ein Hauptanliegen, durch systematische Behandlung geometrisch einfacher Mündungsformen den Grad der Übereinstimmung, die Möglichkeiten und Grenzen der beiden grundsätzlich verschiedenen Verfahren festzustellen. Auf diese Weise kann eine sinnvolle gegenseitige Ergänzung beider Methoden erreicht werden, indem die aufwendigen hydraulischen Modellversuche gezielt nur in denjenigen komplizierten Fällen eingesetzt werden, in denen theoretische Ansätze noch nicht zur Verfügung stehen. Andererseits können HN-Untersuchungen die hydraulischen Modellversuchsanlagen von zeitraubenden Routineuntersuchungen entlasten und dann herangezogen werden, wenn die Aussagemöglichkeit des hydraulischen Großmodells aus technischen Gründen eingeschränkt ist, z. B. die Wirkung der Corioliskraft.

Die Untersuchungen werden in Zusammenarbeit zwischen der Bundesanstalt für Wasserbau und dem Institut für Meereskunde der Universität Hamburg ausgeführt und stehen unter dem Protektorat der Deutschen Forschungsgemeinschaft (Vo 153/1/2). Über den Fortgang der Untersuchungen wird weiter berichtet werden. Die hydraulischen Modellversuche wurden von Dipl.-Ing. WULZINGER ausgeführt.

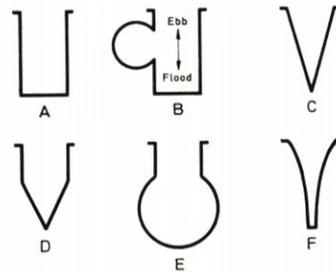


Abb. 1. Schematische Ästuartypen

Die hydraulischen Vorgänge in einem Tideästuar ohne ständigen Zufluß werden im wesentlichen von zwei Faktoren beeinflusst:

- a. Geometrie des Ästuars,
- b. Form der einlaufenden Tidewelle.

Im folgenden wird nur der Effekt a. untersucht. Bild 1 zeigt die benutzten schematischen Ästuarformen.

Die Typen B und E wurden aus zwei Tideströmen (Ems und Jade) an der deutschen Nordseeküste entwickelt. Der Vergleich mit dem hydraulischen Modell wurde bisher für die Formen A und D ausgeführt. Bei allen Versuchen wurde eine gleichförmige M_2 -Tide mit einer mittleren Amplitude von 1,5 m benutzt.

Die HN-Modelle liefern bisher vertikal integrierte Horizontalgeschwindigkeiten, also noch keine Aussagen über die Vertikalstruktur der Bewegungsvorgänge. Zu einem späteren Zeitpunkt soll auch die vertikale Dimension in die Untersuchungen einbezogen werden.

3. Das numerische Modell

Dem mathematischen Modell liegt die Überlegung zugrunde, daß sich die Bewegungsvorgänge im Wasser, insbesondere also die hier interessierenden instationären Tidewellen, nach den allgemein gültigen bekannten Grundgleichungen der Hydrodynamik vollziehen müssen,

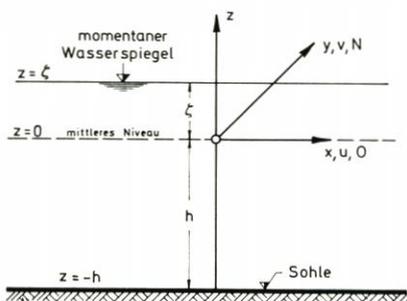


Abb. 2. Koordinatensystem

die den Zusammenhang zwischen wirkenden Kräften und resultierender Bewegung quantitativ beschreiben. Es ist daher grundsätzlich möglich, durch die mathematische Behandlung dieser Gleichungen Aufschluß über die Bewegungsvorgänge in einem bestimmten Areal zu gewinnen, falls das zugrundeliegende mathematische Modell den natürlichen Gegebenheiten weitgehend angepaßt wird.

Im allgemeinen ist wegen der Nichtlinearität der hydrodynamischen Differentialgleichungen eine analytische Lösung nicht möglich. Sie werden daher mit Hilfe eines von HANSEN [1] entwickelten Differenzenverfahrens (HN-Verfahren) numerisch gelöst. Der dabei auftretende erhebliche Rechenaufwand kann nur mit Hilfe moderner elektronischer Großrechner bewältigt werden. In den letzten Jahren wurde die HN-Methode für verschiedene natürliche Meeresgebiete getestet und hat sich bewährt (Technical Report [4], SÜNDERMANN [2]). Es wurden die folgenden Differentialgleichungen benutzt:

$$(1.1) \quad \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{r}{h + \zeta} u \sqrt{u^2 + v^2} - A_H \Delta u - fv + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0$$

$$(1) \quad (1.2) \quad \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{r}{h + \zeta} v \sqrt{u^2 + v^2} - A_H \Delta v + fu + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0$$

$$(1.3) \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left((h + \zeta) u \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((h + \zeta) v \right) = 0$$

$$(4.1) \quad \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{r}{h + \zeta} u |u| + g \frac{\delta \zeta}{\delta x} = 0$$

(4)

$$(4.2) \quad \frac{\delta \zeta}{\delta t} + \frac{\delta}{\delta x} \left((h + \zeta) u \right) = 0$$

Da bei den bisherigen Rechnungen nach dem HN-Verfahren ausschließlich natürliche Abmessungen zugrunde lagen, wurde das hydraulische Modell mit den entsprechenden Maßstäben versehen.

Für die Anwendung der Differenzenmethode mußte ein horizontales Gitternetz benutzt werden. Bild 3 zeigt das zweidimensionale Gittersystem für ein rechteckiges Ästuar.

Als Konstanten wurden benutzt:

- $\Delta x = \Delta y = 500$ m Gitterabstand zwischen gleichartigen Punkten
- $\Delta t = 27,9$ sec Zeitschritt
- $h = 15$ m Tiefe
- $A_H = 10^8$ cm² s⁻¹ Austauschkoeffizient
- $f = 1,2 \cdot 10^{-4}$ s⁻¹ Coriolisparameter (repräsentativer Nordseewert)
- $r = 0,003$ Reibungsfaktor
- $+$ = ζ -Rechenpunkt
- \times = u -Rechenpunkt
- \bullet = v -Rechenpunkt
- $A = 150$ cm Gezeitenamplitude am Kanaleingang
- $\sigma = 28,984$ °/h Winkelgeschwindigkeit der M₂-Tide
- $\varkappa = 90^\circ$ Phase der Tide am Kanaleingang

Die Rechnungen wurden jeweils bis zum stationären Zustand fortgeführt; dazu sind – wenn man gemäß (3) vom unbewegten Wasser ausgeht – ca. 12 Perioden erforderlich.

Für das 55-km-Becken (Typ A) wurde das eindimensionale Verfahren verwendet (Gleichung [4]). Das Gitternetz und die Konstanten sind in Bild 4 gegeben.

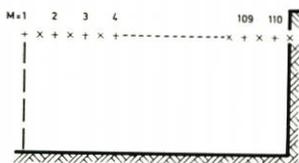


Abb. 4. Gitternetz für 55-km-Kanal (Typ A)

- $\Delta x = 500$ m Gitterabstand
- $\Delta t = 30$ sec Zeitschritt
- $h = 15$ m Tiefe
- $r = 0,003$ Reibungsfaktor
- $A = 162,5$ bzw. 164 cm Gezeitenamplitude am Kanaleingang
- $\sigma = 28,984$ °/h Winkelgeschwindigkeit der M₂-Tide
- $\varkappa = 90^\circ$ Phase der Tide am Kanaleingang
- $+$ = ζ -Rechenpunkt
- \times = u -Rechenpunkt

Die Amplituden wurden den im hydraulischen Modell am Kanaleingang tatsächlich gemessenen Werten angepaßt. Bis zum stationären Zustand waren etwa 5 Gezeitenperioden erforderlich.

Die Programme wurden in FORTRAN IV geschrieben.

In Bild 5 sind als Beispiel für das 55-km-Rechteckbecken (Typ A) für drei ausgewählte Punkte die Tidekurven und die dazugehörigen Geschwindigkeitskurven aufgetragen. Die Tidewelle stellt sich zum Ende des Beckens hin auf. Die Geschwindigkeitskurven zeigen den typischen steilen Flutanstieg und die gestreckte Verteilung bei Ebbe.

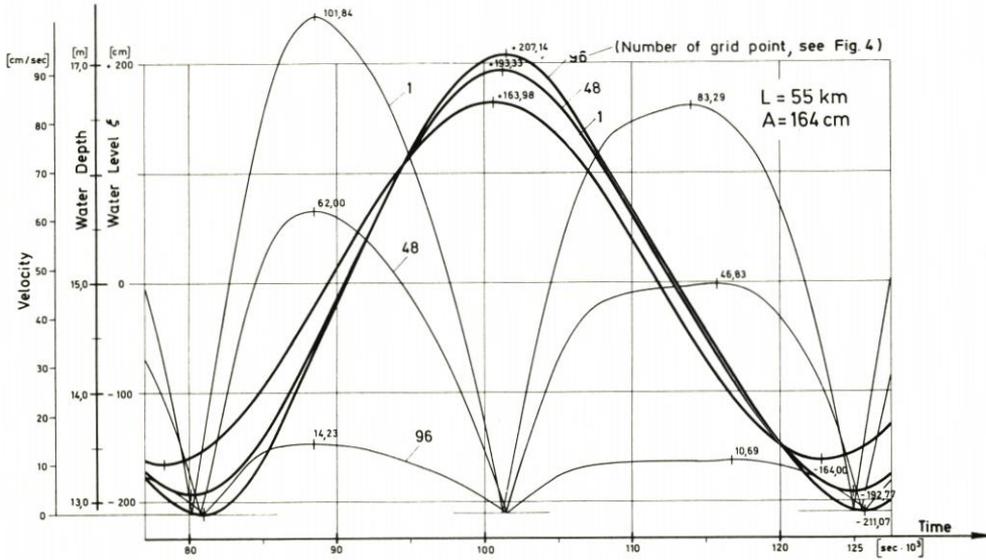


Abb. 5. Rechteckbecken 55 km (Typ A). Berechnete Tide- und Geschwindigkeitskurven



Abb. 6. Das hydraulische Modell

4. Das hydraulische Modell

Das hydraulische Modell des Typs A ist ein 55 m langes und 4 m breites Gerinne mit einer mittleren Wassertiefe von 0,15 m. Bild 6 zeigt ein Photo des Modells. Der Einlaufteil hatte eine feste Sohle mit künstlicher Rauigkeit. Das Becken selbst war mit Sand gefüllt, der durch die Strömung jedoch nicht bewegt wurde. Die Rauigkeit wurde dort durch quer zur Strömung

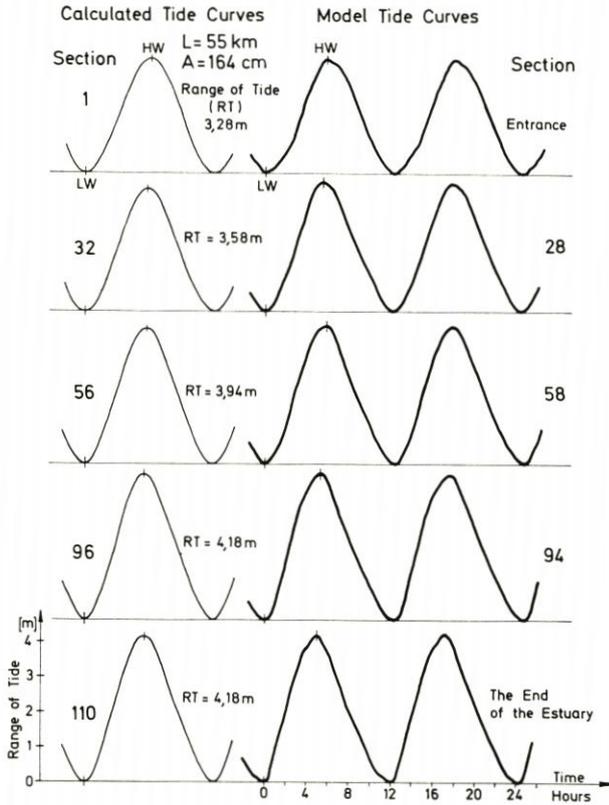


Abb. 7. Rechteckbecken 55 km (Typ A)

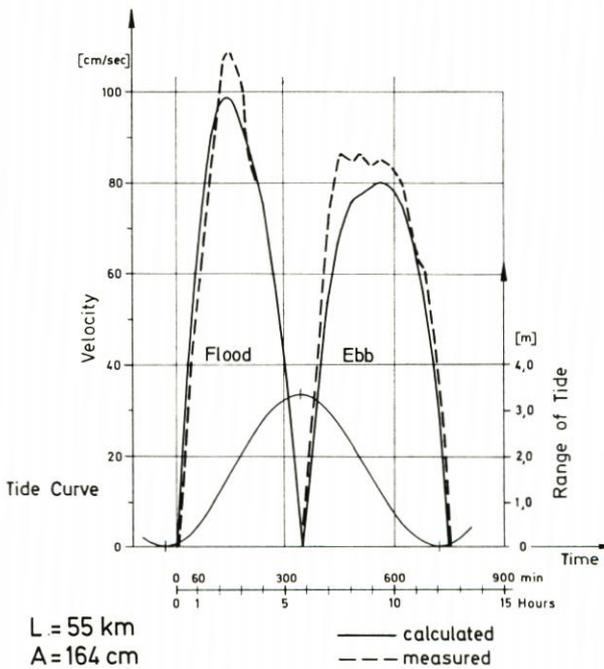


Abb. 8. Typische Geschwindigkeitskurve

mungsrichtung verlaufende etwa 1 cm hohe Sandwellen erzeugt. Sie entsprach dem bei der Rechnung angenommenen Reibungsfaktor $r = 0,003$ im HN-Modell.

Zur Anpassung an natürliche Verhältnisse wurden dem Modell einfache Maßstäbe eingepreßt: Längen und Breiten 1:1000, Tiefen 1:100. Die Verzerrung ist demnach 10fach. Sämtliche hydraulische Daten wurden nach FROUDE umgerechnet. Eine Tide dauerte im Modell 7,45 Minuten. Die Wasserspiegellagen wurden durch mechanische und elektrische Pegel und die Strömungsgeschwindigkeiten mit Mikroflügeln gemessen (VOLLMERS [3]).

Die ersten Versuche wurden in einem 16 m langen Rechteckbecken (d. h. 16 km Natur, Typ A) ausgeführt. Es war jedoch nicht möglich, auswertbare Ergebnisse zu erhalten, da das Modell zu kurz war und die Strömungsgeschwindigkeiten außerhalb der Meßgenauigkeit lagen.

In dem langen Becken (55 km Natur, Typ A) ließen sich die hydraulischen Messungen einwandfrei ausführen. Bild 7 zeigt nebeneinander die gemessenen und berechneten Wasserspiegellagen an verschiedenen Punkten während einer Tide. Da die Übereinstimmung sehr gut ist, mußten die Tidekurven nebeneinander gezeichnet werden. Die Tidewelle steilt sich – wie es ja bekannt ist – zum Kanalende hin auf und das anfangs symmetrische Zeitverhältnis Flut-Ebbe wird verschoben. Der Tidehub wächst von 3,28 m auf 4,18 m und das Zeitverhältnis $T_{nw}-T_{hw}$ zu $T_{hw}-T_{nw}$ nimmt von 1 am Einlauf auf 0,80 am Ende des Kanals ab.

Die Strömungsgeschwindig-

keiten wurden in verschiedenen Wassertiefen gemessen. Durch die Beschränkung des HN-Modells auf mittlere Geschwindigkeiten in der Vertikalen konnte der Vergleich zwischen den beiden Modellen nur für mittlere Verhältnisse angestellt werden. Bild 8 zeigt diesen Vergleich für eine mittlere berechnete und gemessene Kurve. Die Übereinstimmung ist sowohl in der Größe als auch im Verlauf zufriedenstellend. Die Charakteristik zeigt, daß bei Flut Beschleunigung und Verzögerung beträchtlich sind und infolgedessen auch die Schwankungen klein bleiben. Bei Ebbe ist die Verteilungskurve fülliger, deshalb treten größere Schwankungen im Mittelbereich auf.

In Bild 9 sind die mittleren Strömungsgeschwindigkeiten in verschiedenen Wassertiefen aufgetragen. Die Übereinstimmung mit den entsprechenden gerechneten Werten ist befriedigend.

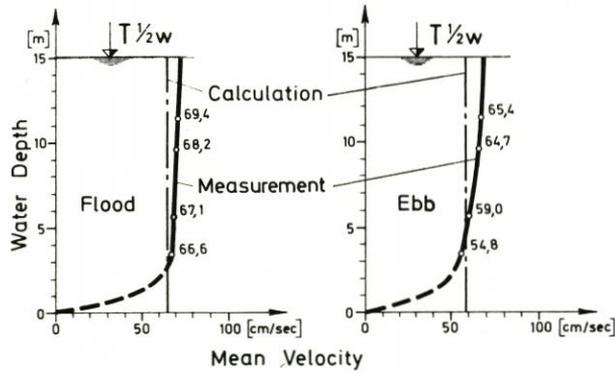


Abb. 9. Typische Vertikalverteilung der Geschwindigkeit

Bild 10 zeigt die Tidehübe in der Längsachse des Beckens. Neben den Rechenwerten für die Rechteckbecken mit 16 km und 50 km Länge mit einer Amplitude von 150 cm wurden die Messungen für das 55-km-Becken (Typ A und D) mit den gerechneten Werten verglichen. Die Unterschiede sind klein. Bei Berücksichtigung des Modellmaßstabes treten nur absolute Differenzen von 0,3 bis 0,6 mm auf. 50 % dieser Größen liegen innerhalb der möglichen Meßgenauigkeit.

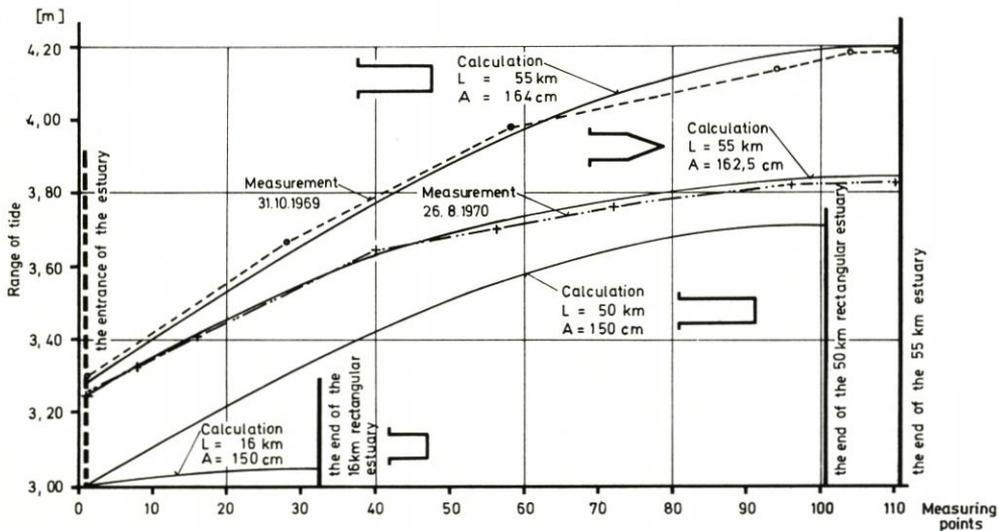


Abb. 10. Tidehub in Längsachse für verschiedene Ästuartypen (Messung und Rechnung)

5. Zusammenfassung

Durch einen systematischen Vergleich zwischen dem hydraulischen und dem mathematischen Modell wurde gezeigt, daß die Wasserspiegellagen und die mittleren Strömungsgeschwindigkeiten für die untersuchten Ästuarformen gut übereinstimmen. In diesen Fällen ist die eindimensionale Rechenmethode ausreichend.

Für die Typen B und E spielen die Querschnittsveränderungen jedoch eine wichtige Rolle. Deshalb müssen dafür die zweidimensionalen HN-Modelle benutzt werden.

Schließlich müssen weitere Untersuchungen auch die vertikale Dimension miteinschließen, um Ansätze für die Sohlschubspannung finden zu können.

Literatur

- [1] HANSEN, Walter: Hydrodynamical methods applied to oceanographic problems. Mitt. Inst. Meereskde., Universität Hamburg, 1 (1962).
- [2] SÜNDERMANN, Jürgen: Ein Vergleich zwischen der analytischen und der numerischen Rechnung winderzeugter Strömungen und Wasserstände in einem Modellmeer mit Anwendungen auf die Nordsee. Mitt. Inst. Meereskde., Universität Hamburg, 4 (1966).
- [3] VOLLMERS, Hans: Großflächige Tidemodelle. Das Gas- und Wasserfach 42 (1969).
- [4] Anonym: Die Reproduktion der Bewegungsvorgänge im Meer mit Hilfe hydrodynamisch-numerischer Methoden. Mitt. Inst. Meereskde., Universität Hamburg, 5 (1966).