

# Gezeitenbedingte Zirkulationssysteme in Meeresbuchten und Flußmündungen

Von Jürgen Sündermann und Hans Vollmers

## Summary

*A systematical comparison between experiments in hydraulic models and numerical computations for the case of the propagation of tidal waves in schematic estuaries is carried out. It is the aim of the investigations to present the advantages and disadvantages, the possibilities and limitations of the two models. The results show, generally, a fair agreement between measured and computed quantities even in the case of the occurrence of horizontal eddies within the fluid.*

## 1. Einleitung

Während der Versuch im hydraulischen Modell seit Jahrzehnten zu den unentbehrlichen Hilfsmitteln des Wasserbauingenieurs gehört, haben rein mathematische Verfahren erst in jüngster Zeit zunehmend an Bedeutung gewonnen. Zu verdanken ist diese Entwicklung in erster Linie den völlig neuen Möglichkeiten, die die modernen elektronischen Großrechenanlagen bieten.

Grundsätzlich sind heute beide Wege – der wasserbauliche Modellversuch und das hydrodynamisch-numerische (HN-)Verfahren – geeignet, die Bewegungsvorgänge in natürlichen Arealen zu simulieren. Es ist nun zu ergründen, wo die Vor- und Nachteile, die Möglichkeiten und Grenzen der jeweiligen Methode liegen, und wie durch eine sinnvolle Kombination beider Verfahren ein optimaler Weg gefunden werden kann, natürliche Bewegungsvorgänge mit einem Höchstmaß an Genauigkeit im Modell zu reproduzieren. Die vorliegende Arbeit ist ein Teil eines systematischen Vergleiches beider Methoden für Tidewellen in schematischen Ästuarien.

Die Untersuchungen wurden von der Deutschen Forschungsgemeinschaft innerhalb des Schwerpunktprogrammes „Sandbewegung im Küstenraum“ finanziert. Die ersten Ergebnisse wurden in den „Proceedings of the 12th Coastal Engineering Conference“ [3] veröffentlicht; eine deutsche Fassung dieser Arbeit ist in „Die Küste“ erschienen [4]. Inzwischen sind die Arbeiten wesentlich weitergeführt worden [2].

Um zunächst einmal Erfahrungen zu sammeln und klare Grundlagen zu erarbeiten, wurde von möglichst einfachen, aber in gewissem Grade doch schon repräsentativen Modellen ausgegangen. Diese sollen dann der Natur schrittweise immer besser angepaßt werden. In Bild 1 sind die entsprechenden schematischen Ästuarformen dargestellt. Sie lehnen sich an ähnliche Bildungen der deutschen Nordseeküste an. Die spezielle Auslegung und Dimensionierung der Modelle mußte sich nach den baulichen Gegebenheiten der Modellversuchsanlage, den Möglichkeiten der Meßeinrichtung und schließlich auch nach den Eigenschaften des HN-Modells und der verfügbaren EDV-Kapazität richten.

Es wurde in allen Fällen eine konstante Tiefe von 15 m angenommen. Die Breite direkt am Eingang des Gebietes (also an der Verbindungsstelle zur offenen See) betrug 4 km (Bild 3). Die im wesentlichen eindimensional ausgeprägten Formen A bis D hatten eine Länge von 55 km, die mehr flächenhaften Ästuartypen E und F eine Länge von 16 km

(Bilder 1 und 3). Der Durchmesser der kreisförmigen Erweiterungen betrug im Falle E (Jade) 10 km, im Falle F (Dollart) 5 km. Die Berandungen wurden als senkrecht angenommen. Für die Mündungsformen A bis D wurde jeweils die zeitliche und räumliche Ausprägung einer  $M_2$ -Tide (halbtägige Hauptmond tide) mit einem Tidehub von ca. 3 m untersucht. Für die Formen E und F wurde jedoch eine schematische Überhöhung des Tidehubs auf ca. 6 m vorgenommen, um noch eindeutig meßbare Effekte zu erzielen.

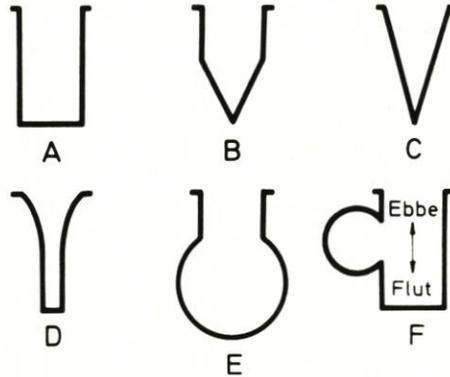


Abb. 1. Untersuchte Ästuarformen

In den für den Vergleich herangezogenen mathematischen Modellen wurde die Corioliskraft vernachlässigt, da das hydraulische Modell diesen Effekt nicht berücksichtigen konnte. Um einen ersten Aufschluß über die Bedeutung der Corioliskraft insbesondere in den Ästuartypen E und F zu gewinnen, sind entsprechende HN-Rechnungen durchgeführt worden.

Das mathematische Modell arbeitete aus Gründen der Ökonomie mit vertikal gemittelten Horizontalgeschwindigkeiten. Der Vergleich mit den gemessenen Strömungen mußte sich daher auf Mittelwerte beschränken. Ein HN-Modell, das die vertikale Dimension mit einbezieht und damit Aussagen über den dreidimensionalen Aufbau der Strömungen gestattet, ist inzwischen fertiggestellt [1].

## 2. Das hydraulische Modell

Da die hier untersuchten Strömungsvorgänge im wesentlichen von Trägheits- und Schwerkraften beeinflusst werden, kann als Übertragungsmodul Natur-Modell und umgekehrt die bekannte Froude-Zahl  $Fr = u (gh)^{-0,5}$  benutzt werden, mit  $u$  in  $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $h$  in  $\text{cm}$  und  $g$  in  $\text{cm} \cdot \text{s}^{-2}$ . Dem hydraulischen Modell wurden die Maßstäbe 1:1000 für die Längen und Breiten und 1:100 für die Höhen eingepreßt; damit dauert eine mittlere Tide im Modell 7,45 min.

Die schematischen Modelle sind bei der Bundesanstalt für Wasserbau in Hamburg-Rissen in einer Leichtbauhalle untergebracht. Die verschiedenen Formen haben jeweils eine senkrechte Umrandung, die Abmessungen können bei entsprechender Reduzierung (1:1000) Bild 3 entnommen werden. Die Modellsohle besteht aus einem bei den vorhandenen Strömungsgeschwindigkeiten nicht mobilen Sand, der durch die Vorformung geeigneter Wellen ( $\sim 1 \text{ cm}$  Höhe) eine gute Simulierung der Rauigkeit gestattete. Auf Bild 2 sind neben der

gerade untersuchten Form E auch die Konturen der Form D und die Abmessungen des 55 m langen Rechteckkanals Form A zu erkennen.

Die Tidewellen wurden durch eine mechanische Steueranlage erzeugt. Bei den hydraulischen Messungen wurden die Wasserspiegellagen, die Strömungsgeschwindigkeiten und -richtungen aufgenommen. Die dafür benutzten Geräte sind vibrierende Spitzentaster, selbstschreibende Schwimmerpegel und Mikroflügel. Die Strömungsrichtungen wurden entweder mit Hilfe eingestreuter Papierschnitzel oder mit um einen Punkt frei drehbaren leichten Schwimmkörpern über eine Fotografie bestimmt.

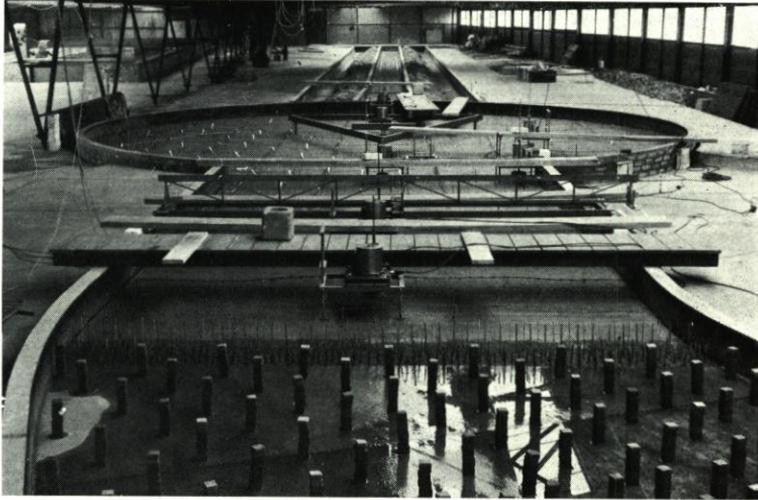


Abb. 2. Das hydraulische Modell für die Form E

Bei den Geschwindigkeitsmessungen war es möglich, neben der zeitlichen Abhängigkeit über einen Tideverlauf ebenfalls die Vertikalverteilung festzustellen. Die Meßpunkte im hydraulischen Modell und die Ausgabepunkte des mathematischen Modells stimmten jeweils überein. Die im hydraulischen Modell gemessenen Eingangswerte wurden dem mathematischen Modell als Randbedingung eingepreßt.

### 3. Das mathematische Modell

Dem mathematischen Modell sind die quasilinearen, vertikal integrierten, hydrodynamischen Differentialgleichungen zugrunde gelegt worden. Für die numerische Lösung des entsprechenden Anfangsrandwertproblems wurde das von HANSEN entwickelte HN-Verfahren, ein explizites Differenzenverfahren, benutzt. Das auf dieser Grundlage konzipierte mathematische Modell, das sog. HN-Modell, kann den natürlichen Gegebenheiten weitgehend angepaßt werden. An empirischen Eingabedaten sind lediglich der Tidehub am Gebietseingang und die Geometrie des betreffenden Gebietes erforderlich.

Die spezielle Auslegung des Rechengitters im Differenzenverfahren richtet sich nach der Problemstellung, der erforderlichen Genauigkeit und dem vertretbaren Rechenaufwand. Die Modelltypen A bis D wurden eindimensional, also ohne Querströmung, aber natürlich mit Berücksichtigung variabler Querschnitte gerechnet. Die Ästuarformen E und F wurden zweidimensional behandelt.

Die hydrodynamischen Differentialgleichungen wurden in der folgenden Form benutzt:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{r}{h+\zeta} \sqrt{u^2+v^2} u - fv - A_H \Delta u + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{r}{h+\zeta} \sqrt{u^2+v^2} v + fu - A_H \Delta v + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( (h+\zeta) u \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( (h+\zeta) v \right) = 0$$

Dabei bedeuten:

- u, v Komponenten der vertikal gemittelten Strömungsgeschwindigkeit v in x- bzw. y-Richtung in  $\text{ms}^{-1}$
- $\zeta$  Wasserstand - Abweichung der Wasseroberfläche vom mittleren Niveau in m
- h Mittlere Wassertiefe = Entfernung vom mittleren Niveau bis zur Sohle in m
- t Zeit in s
- $A_H$  Horizontaler Austauschkoeffizient in  $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
- f Coriolisparameter in  $\text{s}^{-1}$
- g Fallbeschleunigung in  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
- r Reibungsfaktor

Dieses System hyperbolischer partieller Differentialgleichungen ist nichtlinear. Es ist damit speziell auf die Flachwasserdynamik zugeschnitten, die sich durch nichtlineares Verhalten auszeichnet.

Hinzu kommen als Randbedingungen:

$$v_n = 0 \quad \text{an der Küste}$$

$$\zeta(t) = A \cdot \cos(\sigma t - \kappa) \quad \text{am Eingang des Gebietes}$$

Dabei bedeuten A die Amplitude,  $\sigma$  die Frequenz und  $\kappa$  die Phase der einlaufenden Gezeitenwelle.

Als Anfangsbedingung wird üblicherweise ein Ruhezustand vorgeschrieben:

$$u = v = 0, \zeta = 0$$

Bei einer eindimensionalen Behandlung der Bewegungsvorgänge vereinfachen sich die Gleichungen entsprechend.

Im folgenden wird eine kurze Übersicht über die HN-Modelle für die Ästuarformen A bis F gegeben. Die zugehörigen Gitternetze und die natürlichen Abmessungen gehen aus Bild 3 hervor; die dort gegebene Anordnung der Rechenpunkte ist der Struktur der Differentialgleichungen besonders gut angepaßt. In Bild 3 sind diejenigen Punkte besonders markiert, in denen die Tideschwingung angeregt wird.

Allen Modellen gemeinsam sind die folgenden Größen:

$\Delta x = 500 \text{ m}$	Räumlicher Gitterabstand zwischen gleichartigen Rechenpunkten
$h = 15 \text{ m}$	Wassertiefe
$r = 0,003$	Reibungsfaktor
$f = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$	Coriolisparameter
$A_H = 1 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$	Horizontaler Austauschkoeffizient
$\sigma = 28,984 \text{ }^\circ/\text{h}$	Winkelgeschwindigkeit der $M_2$ -Tide
$\kappa = 90^\circ$	Gezeitenphase am Eingang des Gebietes
Modelle A bis D	
$\Delta t = 30 \text{ s}$	Zeitschritt
$A = 162,5 \text{ bzw. } 164,0 \text{ cm}$	Gezeitenamplitude am Kanaleingang

Modelle E, F

$\Delta t = 25 \text{ s}$

A = 151 bzw. 302 cm

Zeitschritt

Gezeitenamplitude am Kanaleingang

Die Rechnungen wurden jeweils so lange durchgeführt, bis sich Wasserstände und Strömungsgeschwindigkeiten innerhalb des Kanals von Periode zu Periode nur noch um mm bzw. mm/s änderten; dazu waren maximal fünf Perioden erforderlich.

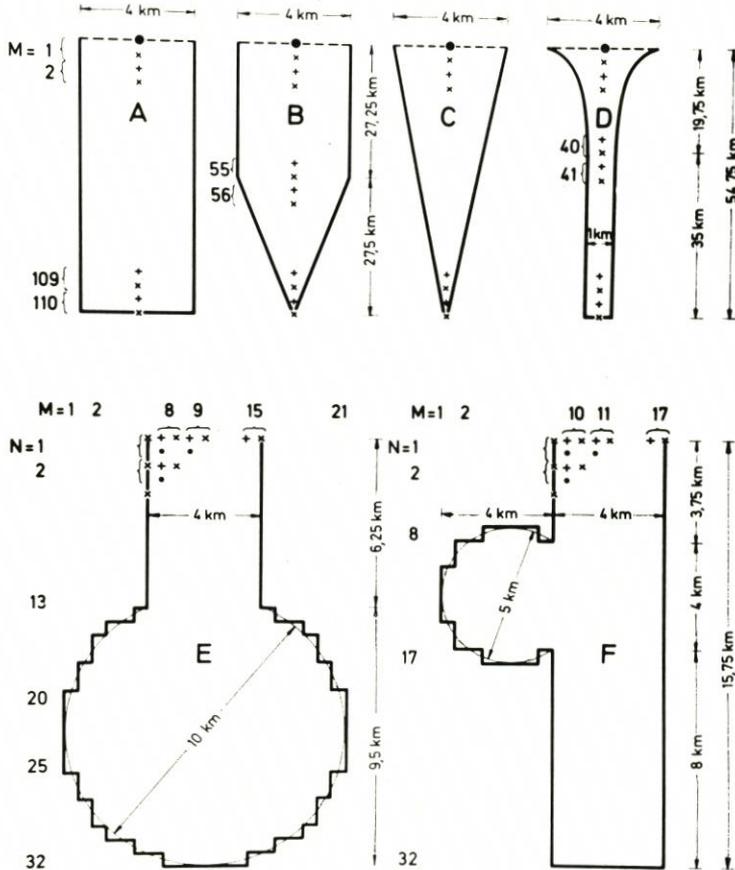


Abb. 3. Gitternetze für die untersuchten Ästuarformen

#### 4. Vergleich der Ergebnisse

Die vorliegenden zahlreichen Messungen und numerischen Ergebnisse gestatten einen sehr detaillierten Vergleich zwischen den beiden Modellen. Innerhalb dieses Beitrages kann jedoch nur eine repräsentative Auswahl wiedergegeben werden. Die Resultate werden nur insoweit vorgestellt, als sie über den in Washington [3] berichteten Stand hinausgehen.

In Bild 4 ist für die Tidehübe im Kanal den berechneten Werten das jeweilige Meßresultat gegenübergestellt. Die erzielte Übereinstimmung ist durchweg recht gut. Die maximalen Abweichungen betragen wenige Zentimeter, über 50 % der Differenzen liegen im

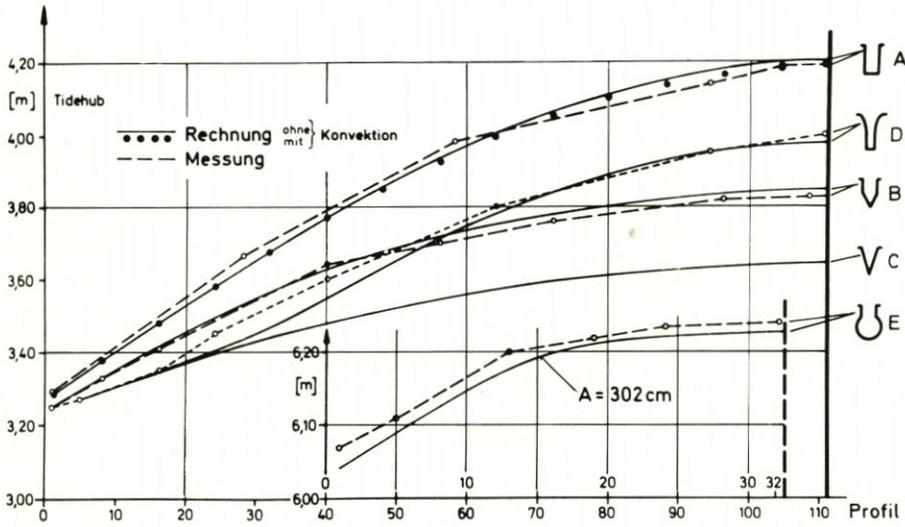


Abb. 4. Tidehübe bei den Formen A bis E

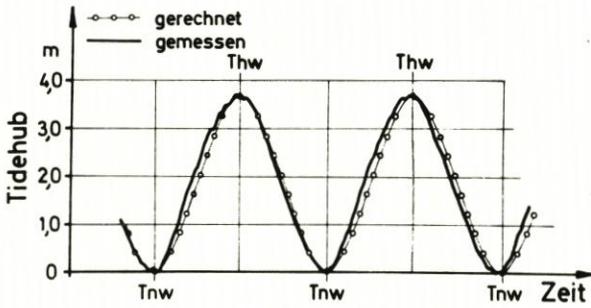


Abb. 5. Tidekurve im Profil 56 bei Form B

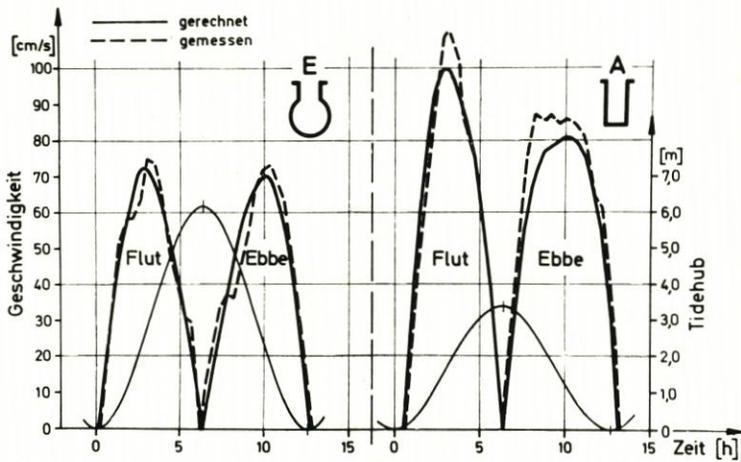


Abb. 6. Mittlere Strömungsgeschwindigkeiten während einer Tide im Profil 5 bei den Formen A und E



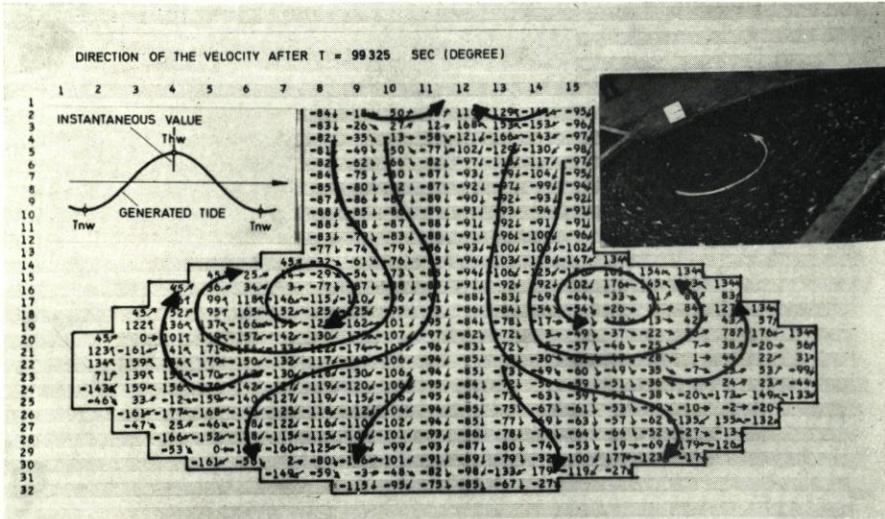


Abb. 9. Oberflächenströmungen bei Form E. Phase 7

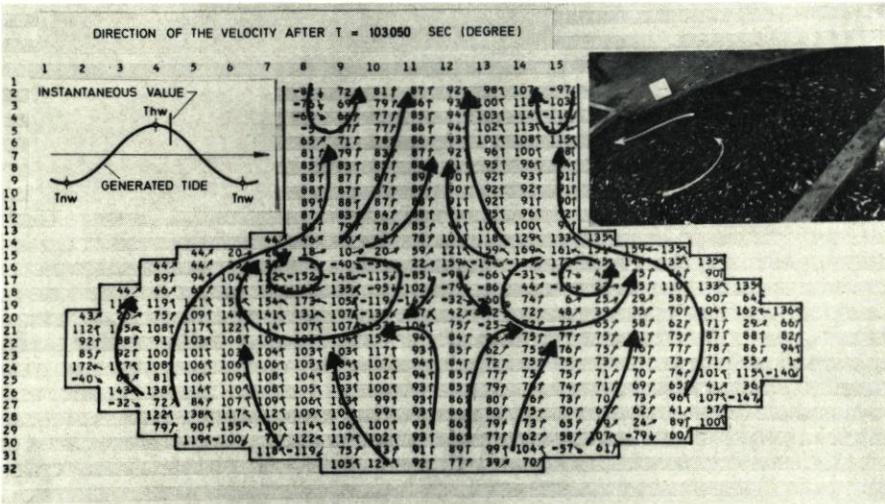


Abb. 10. Oberflächenströmungen bei Form E. Phase 8

geschwindigkeiten als vielmehr auf den Vergleich der Strömungsverhältnisse im gesamten Modell an, da die komplizierten geometrischen Verhältnisse auch entsprechende Strömungsbilder erwarten ließen.

In Bild 6 sind die gerechneten und gemessenen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten während einer Tide einander gegenübergestellt. Die Flut- und Ebbkurven sind annähernd gleichartig, die Übereinstimmung ist befriedigend. Zum Vergleich sind noch die entsprechenden Kurven in Profil 5 für die Form A angegeben. Man erkennt, daß die wesentlichen Merkmale der Flut- und Ebbeverteilung übereinstimmen.

Von besonderem Interesse sind nun die Vergleiche der Strömungsbilder zunächst bei



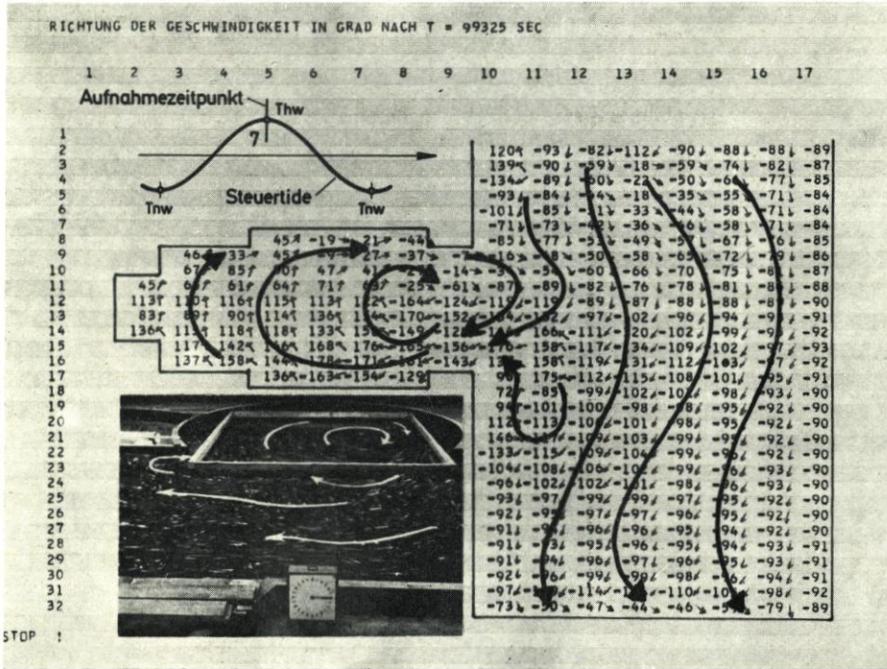


Abb. 13. Oberflächenströmungen bei Form F. Phase 7

zung ein völlig ablösungsfreies Strömungsbild. Offensichtlich war durch dieses Modell eine ausreichende Konservierung der Wirbelenergie nicht gewährleistet. Dieser Mangel konnte durch Berücksichtigung der konvektiven Terme behoben werden. Mit Hilfe der zur Messung im hydraulischen Modell synchronen Felddausgaben der Strömungsrichtungen ließ sich die Übereinstimmung einer klassischen Walzenentwicklung in beiden Modellen nachweisen.

Die Bilder 7 bis 10 zeigen jeweils die mit Pfeilen versehenen Felddausgaben der Stromrichtungen sowie das Photo der im hydraulischen Modell mit Hilfe von Papierschnitzeln sichtbar gemachten Strömungssituation zu verschiedenen aufeinanderfolgenden Gezeitenphasen. Im Bild 7 ist die Entwicklung der Drehwalze im Erweiterungsteil gerade eingeleitet, während im Bild 10 die Walze im Zeitpunkt ihrer größten Ausdehnung bei Einsetzen der Ebbeströmung gerade beginnt, sich aufzulösen. Eine wandnahe Strömung drängt sie in den zentralen Bereich des Ästuars ab.

Bei den flächenhaft ausgeprägten Formen E und F beansprucht die Frage nach dem Einfluß der Corioliskraft naturgemäß besonderes Interesse. Eine entsprechende Rechnung zeigte, daß i. a. die Wasserspiegellagen nur unwesentlich verändert werden, daß dagegen die Geschwindigkeitsfelder für bestimmte Gezeitenphasen erhebliche Umgestaltungen erfahren. Als Beispiel dafür zeigt Bild 11 die Stromverteilung für den letzten in Bild 10 dargestellten Zeitpunkt, jetzt aber mit Berücksichtigung des Corioliseffektes. Man erkennt eine tiefgreifende Veränderung, insbesondere natürlich eine unsymmetrische Ausprägung des Richtungsfeldes.

In Bild 12 und 13 werden zwei Strömungssituationen für die Ästuarform F gezeigt. Während sich zunächst im Erweiterungsteil zwei getrennte Walzen ausgebildet haben, wird dann kurz vor der Kenterung das ganze Kreisbecken von einer großen Walze ausgefüllt. Bemerkenswert ist die gute Übereinstimmung der Ausdehnungsbereiche. Gerade

zu diesem Zeitpunkt füllt die Walzenfläche auch noch einen Teil des Rechteckkanals aus und bewirkt eine Ablenkung der Stromfäden.

### 5. S c h l u ß f o l g e r u n g e n

Die Ergebnisse des hydraulischen und des mathematischen Modells stimmen für die hier behandelten Tidewellen insgesamt gesehen gut überein. Die wesentlichen Eigenheiten der Strömungsverhältnisse werden qualitativ wiedergegeben, der quantitative Vergleich zeigt fast ausnahmslos nur geringe Abweichungen zwischen den Meßwerten und den HN-Größen. Das gilt besonders für die „elementaren“ Ästuarformen A und B. Für diese Formen kann das hydraulische Modell weitgehend äquivalent durch das mathematische Modell ersetzt werden.

Für die Ästuarformen E und F hat ein detaillierter quantitativer Vergleich noch nicht stattgefunden. Die Ausbildung der Stromsysteme zu den einzelnen Gezeitenphasen ist jedoch im hydraulischen und im mathematischen Modell derart übereinstimmend, daß für globale Aussagen die beiden Modelle als gleichwertig anzusehen sind.

Auf Grund der Messungen ergab sich für das HN-Modell allgemein die wichtige Erkenntnis, daß die Konvektion bei den hier untersuchten Gezeitenvorgängen nicht zu vernachlässigen ist. Dagegen erwies sich ein einfacher quadratischer Reibungsansatz mit einem konstanten Reibungswert als ausreichend. Ein Vergleich der Rechnungen mit und ohne Berücksichtigung der Corioliskraft zeigt, daß für zweidimensionale Areale, insbesondere bei den Stromsystemen (nicht jedoch bei den Wasserspiegellagen) beträchtliche Unterschiede auftreten können.

Die hier vorgelegten Ergebnisse lassen es lohnenswert erscheinen, das mathematische Modell weiter zu verbessern. So soll künftig die Vertikalstruktur der Bewegung mit erfaßt und durch die Verwendung variabler Gitternetze eine noch bessere Anpassung an die natürliche Geometrie erreicht werden. Es erscheint dann möglich, für die hier behandelten oder ähnliche Fälle den Versuch im hydraulischen Modell gleichwertig durch das HN-Modell zu ersetzen. Der geringe Aufwand und die Flexibilität des mathematischen Modells fördern diese Entwicklung. Das hydraulische Modell kann andererseits bei denjenigen komplizierten dynamischen Fragen eingesetzt werden, für die es befriedigende mathematische Ansätze noch nicht gibt. Diese Arbeitsteilung sollte neben einer parallelen Behandlung beider Modelltypen zur wechselseitigen Vervollkommnung, schließlich zu einem übergeordneten mathematisch-hydraulischen Modell hinführen.

### S c h r i f t e n v e r z e i c h n i s

1. SÜNDERMANN, JÜRGEN: Die hydrodynamisch-numerische Berechnung der Vertikalstruktur von Bewegungsvorgängen in Kanälen und Becken. Mitt. Inst. f. Meereskunde, Univ. Hamburg, Nr. 19, 1971.
2. SÜNDERMANN, JÜRGEN, VOLLMERS, HANS: Tidewellen in Ästuarien. Die Wasserwirtschaft, 62, Heft 11, 1972.
3. VOLLMERS, HANS, SÜNDERMANN, JÜRGEN: Tidal Waves in Schematic Estuaries. XIIth Coastal Engineering Conference, Vol. III, Washington 1970.
4. VOLLMERS, HANS, SÜNDERMANN, JÜRGEN: Tidewellen in schematischen Ästuarien. Die Küste, Heft 21, 1971.