I. Ein Verfahren zur quantitativen Erfassung von Sandwanderungsvorgängen bei Messungen mit radioaktiven Tracern

Von Rüdeger Reinhard

Inhalt

1.	Einleitung	25			
2.	Wechselwirkung von y-Quanten mit Materie	28			
	2.1. Photoeffekt	29			
	2.2. Comptoneffekt	30			
	2.3. Paarbildung	34			
	2.4. Gesamtwirkungsquerschnitt	34			
	2.5. Aufbaueffekt	36			
3.	Aufbau der Meßanordnung	38			
4.	Auswertung der Meßergebnisse	39			
5.	Die mittlere Vergrabungstiefe	43			
6.	Vergleich mit anderen Methoden quantitativer Erfassung	49			
	6.1. Verfahren nach GRIESSEIER und MAKOWSKI	49			
	6.2. Verfahren nach SCHULZE-PILLOT	50			
6.3. Methode der begrenzten Anzahl radioaktiver Sandkörner nach COURTOIS					
	6.4. Methode der Zählratenbilanz nach COURTOIS und SAUZAY	52			
6.5. Bestimmung der mittleren Vergrabungstiefe mit Hilfe der Winkelkorrelation					
	bei Kaskadenübergängen nach MUNDSCHENK	52			
7.	Zusammenfassung	53			
8.	Schriftenverzeichnis	54			

Summary

The success of the application of radioisotopes as tracers for the measurement of shifting sand in coastal areas is limited since the tracer material is burried due to the migration processes of the natural sand. The measured count rate depends on two variables, the amount of radioactive sand at the location of the measurement and the unknown thickness of the overlying natural sand layer. A solution to the problem is found if the count rate is measured in two energy channels, preferably at the Compton-plateau and at the photopeak of the applied radioisotope. Due to the build-up effect the count rate ratio of these two channels increases with the thickness of the absorbing natural sand layer. The ratio therefore yields the absorption factor, with which the measured count rate is corrected for absorption. In addition, the iso-thickness lines of the absorbing sand layer reveal valuable information about the sand migration processes. Using the method described in this paper quantitative measurements of shifting sand are possible as was demonstrated in field measurements in May/June 1971 at the coast of Westerland/Sylt.

1. Einleitung

Für die Küstenforschung hat die Messung der Sandwanderung eine besondere Bedeutung erlangt, weil dadurch Aussagen gemacht werden können, die richtungweisend für Art und Umfang von Baumaßnahmen zum Küstenschutz sind. Besonders vorteilhaft

ist die Verwendung von radioaktiven Leitstoffen zur Verfolgung von Sandwanderungen, weil die Messungen ohne Eingriff in die natürlichen Versuchsbedingungen durchgeführt werden können, die Ergebnisse sofort vorliegen und darüber hinaus genauer als bei herkömmlichen Verfahren sind.

Seit etwa 15 Jahren werden von fast allen Küstenländern der Welt Messungen der Sandwanderung mit radioaktiven Tracern durchgeführt. In dieser Zeit ist eine große Anzahl verschiedener Meßverfahren entwickelt und angewendet worden. Die dabei immer wieder angestrebte quantitative Erfassung der Sandwanderung ist jedoch über das Anfangsstadium nicht hinausgekommen. Hier ist besonders auf die Dissertation von SAUZAY (1968) (Methode der Zählratenbilanz) sowie in neuerer Zeit auf die Arbeiten von MUNDSCHENK (1971) (γ - γ -Winkelkorrelation) hinzuweisen. Nach Meinung des Verfassers sind jedoch beide Verfahren in der Praxis kaum anwendbar. Die Methode der Zählratenbilanz setzt die Kenntnis der Verteilung des radioaktiven Sandes mit der Tiefe voraus, während der Effekt der Winkelkorrelation viel zu schwach ist, um bei den in situ vorliegenden Verhältnissen noch Werte mit ausreichender Genauigkeit zu erhalten (z. B. tatsächlich vorliegende Aktivität pro Sandkorn ≤ 1 nCi, nach MUNDSCHENK jedoch $\geq 1 \mu$ Ci erforderlich) (siehe auch Kap. 6).

Bevor nun ein neues quantitatives Verfahren geschildert werden soll, das bereits bei Messungen an der Brandungsküste vor Sylt im Mai/Juni 1971 angewendet wurde, ist es nützlich, sich einen Überblick über die Voraussetzungen für eine quantitative Erfassung von Sandbewegungen zu verschaffen.

Die bisher eingesetzten Verfahren unterscheiden sich

- a. in der Auswahl des Radioisotops
- b. in der Markierungsmethode
- c. in der Meßeinrichtung
- d. in den Eichverfahren
- e. in der Art und Weise der Durchführung der Messungen
- f. in der Auswertung

Die Auswahl des Radioisotops hat im Prinzip keinen Einfluß auf die Möglichkeit quantitativer Erfassung der Sandwanderung. Allerdings sollte die Energie des verwendeten γ -Strahlers (*a*- und β -Strahler kommen wegen ihrer kurzen Reichweite nicht in Betracht) $\gtrsim 1$ MeV betragen, und die Halbwertszeit sollte an die jeweilige Problemstellung angepaßt sein (Meßdauer ca. Halbwertszeiten).

Die Meßmethode (Punkt e) hat ebenfalls keinen Einfluß auf die quantitative Aussage, sofern dadurch nicht die eigentliche Messung beeinträchtigt wird. Linienweise Vermessung z. B. mit einem über den Meeresgrund gezogenen Schlitten (MEYN, 1971) oder einer Rolle (TURNER, 1970) bietet gegenüber punktweiser Vermessung (DOLEZAL et al., 1965) den Vorteil einer größeren Datenmenge pro Zeiteinheit, bei gleicher Detektorempfindlichkeit aber den Nachteil geringerer Genauigkeit.

In allen anderen Punkten ist zur quantitativen Bestimmung der Sandwanderung eine Reihe von Voraussetzungen erforderlich, die in ihrer Gesamtheit noch bei keiner Messung erfüllt wurde.

Beschränkt man sich auf Markierungsmethoden, bei denen natürlicher Seesand aus dem jeweiligen Untersuchungsgebiet aktiviert wird, so erfolgte die Aktivierung bisher oberflächenproportional, d. h., die einzelnen Sandkörner wurden nicht entsprechend ihrer Masse aktiviert. Da mit Sicherheit angenommen werden darf, daß kleinere Sandkörner ein anderes Transportverhalten zeigen als größere, können die Ergebnisse unter Umständen stark verfälscht werden. Durch Aussiebung der einzelnen Kornfraktionen und



Abb. 1. Beispiel einer Verteilungsfunktion J(x)

anschließende massenproportionale Aktivierung ist es jedoch ohne weiteres möglich, die Voraussetzungen in Punkt b zu erfüllen.

Die Meßeinrichtung besteht im wesentlichen übereinstimmend bei den einzelnen Verfahren aus einem Szintillationszähler (Alkalijodidkristall, Photomultiplier, Hochspannungsversorgung und Vorverstärker) und einer sich anschließenden Impulsregistriereinrichtung (Linearverstärker, Amplitudendiskriminator, Zählwerk mit Uhr). Die Impulsmenge pro Zeiteinheit ist ein direktes Maß für die Aktivität am Meßort. Die Auswertung dieser Zählraten z. B. in Form von Isolinien, die Orte gleicher Zählraten miteinander verbinden, bezeichnet man als qualitative Aussage. Aus der Form der Isolinien lassen sich die bevorzugten Ausbreitungsrichtungen erkennen.

Für die quantitative Aussage ist eine Umrechnung in 2 Schritten erforderlich:

1. Zählrate → Aktivität

2. Aktivität ----- Sandmenge

Die Umrechnung von der Zählrate in Aktivität erfolgt durch eine Eichung an Land. Damit an Land und auf dem Meeresgrund gleiche Geometrien vorliegen, muß die Meßeinrichtung einen definierten Öffnungswinkel haben.

Die Umrechnung von Aktivität in Sandmenge erfolgt über die jeweils bekannten Daten der eingebrachten radioaktiven Sandmenge.

Bis jetzt wurde die bedeutsamste Einschränkung, die sich einer quantitativen Erfassung der Sandwanderung entgegenstellt, noch nicht erwähnt: Die Überlagerung des radioaktiven Sandes bei Transportvorgängen durch natürlichen nicht aktivierten Sand und die daraus folgende Absorption der γ -Strahlung. Die Schichtdicke des natürlichen Seesandes sei x, die Aktivität der vergrabenen radioaktiven Sandmenge sei J₀. Im Detektor wird dann die Zählrate

$$J = J_0 \exp(-\mu x)$$

gemessen (μ — Absorptionskoeffizient des Sandes). Der Meßwert J hängt also von 2 Variablen J₀ und x ab, so daß sich die Aktivität J₀ nicht eindeutig bestimmen läßt. Das Problem ist insofern noch etwas komplizierter, als der radioaktive Sand nicht in einer Schicht in der Tiefe x mit der Dicke dx liegt, sondern entsprechend einer Verteilungsfunktion J(x), die die Verteilung der Aktivität mit der Tiefe beschreibt.

Die gemessene Zählrate ergibt sich demnach zu

(2)
$$J = \int_{0}^{x_g} J(x) \exp(-\mu x) dx$$

Die Gesamtaktivität am Ort der Messung ist

$$J_o = \int_{o}^{x_g} J(x) \, dx$$

Es wird nun eine mittlere Vergrabungstiefe xm definiert, so daß gilt

(4)
$$J = \int_{0}^{x_g} J(x) \exp(-\mu x) dx = \exp(-\mu x_m) \int_{0}^{x_g} J(x) dx = J_0 \exp(-\mu x_m)$$

Anschaulich ist x_m die Tiefe, auf die die Gesamtaktivität J_0 zusammengezogen ist, um bei exponentieller Absorption die gemessene Zählrate J zu erzeugen.

Es ist ersichtlich, daß mit e i n e r Messung weder J_0 noch x_m bestimmt werden kann. Daraus folgt, daß qualitative Methoden nur dann richtige Ergebnisse liefern können, wenn im gesamten Untersuchungsgebiet gilt

(5)
$$x_m = const$$

und quantitativ richtige Ergebnisse nur dann erhalten werden, wenn darüber hinaus die Bedingung

$$(6) x_m = O$$

erfüllt ist. Da beide Fälle in der Natur wohl kaum vorkommen dürften, ist es erforderlich, außer J durch eine weitere Messung entweder x_m oder J(x) für jeden Meßort zu bestimmen.

In diesem Bericht wird ein Meßverfahren zur näherungsweisen Bestimmung von x_m beschrieben, das gleichzeitig mit der Messung von J fast ohne zusätzlichen apparativen Aufwand durchgeführt werden kann.

In einem zweiten Bericht wird dann die Meßeinrichtung im einzelnen, in einem dritten Bericht die quantitative Auswertung von Sandwanderungsmessungen im Mai/Juni 1971 vor Sylt beschrieben.

2. Wechselwirkung von y-Quanten mit Materie

Die Anzahl der Wechselwirkungsprozesse längs des Weges dx hängt ab von der Intensität des einfallenden γ -Quantenflusses N, der Größe des Wirkungsquerschnittes eines Streuzentrums σ sowie der Anzahl der Streuzentren pro Volumeneinheit n

(7)
$$\frac{dW}{dx} = N\sigma n = N\mu$$

Wenn die Wechselwirkungsprozesse von der Art sind, daß die γ -Quanten dabei vernichtet werden, ist dW gleich der Abnahme des γ -Quantenflusses —dN.

$$(8) \qquad \qquad -\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x} = \mathrm{N}\mu$$

Die Integration liefert die bereits bekannte Gleichung (1). Die Größe μ ist der Absorptionskoeffizient, sie kann theoretisch bestimmt werden.

Für die Absorption der γ -Quanten beim Durchgang durch Materie sind aus der großen Anzahl möglicher Wechselwirkungsprozesse nur drei von Bedeutung: 1. Photoeffekt, 2. Comptoneffekt, 3. Paarbildung. Die Wirkungsquerschnitte dieser Prozesse hängen von der Energie E der einfallenden γ -Quanten und von der Kernladungszahl Z der durchsetzten Materie ab. Aus der Summe der Wirkungsquerschnitte ergibt sich dann der Absorptionskoeffizient μ (E, Z).

2.1. Photoeffekt

Beim Photoeffekt wird das γ -Quant vollständig absorbiert, wobei die Energie des γ -Quants auf ein Elektron des Atoms übertragen wird, welches daraufhin emittiert wird. Photoeffekt kann also nur eintreten, wenn die γ -Energie größer als die Bindungsenergie der äußersten Schale ist.

(9)

$$E_e = E - B_i$$

 $B_i=B_K,\,B_L,\,B_M\,\ldots$. Bindungsenergie der K-, L-, M-, \ldots . Schale E- Energie des $\gamma\text{-}Quants$

Ee - kinetische Energie des freigewordenen Elektrons

Trägt man den Wirkungsquerschnitt σ als Funktion von E auf, so ergeben sich an den Stellen, an denen die Energie des Photons gleich der Bindungsenergie einer Schale ist, Resonanzstellen. Da von einem gebundenen Elektron die Energie nur quantisiert aufgenommen werden kann, ist die Wahrscheinlichkeit des Photoeffekts am größten, wenn die Energie des γ -Quants der Elektronenbindungsenergie einer Schale entspricht. Da außerdem die Schalen L, M, auf Grund anderer Quantenzahlen (Drehimpuls, Richtungsquantelung) Unterstrukturen haben, ergeben sich entsprechende Feinstrukturen der Absorptionskanten (Abb. 6.1).

Die Bindungsenergien der einzelnen Schalen betragen etwa

K-Schale
$$B_K \cong R \cdot (Z-1)^2$$
L-Schale $B_L \cong \frac{1}{4} \quad R \cdot (Z-5)^2$ M-Schale $B_M \cong \frac{1}{9} \quad R \cdot (Z-13)^2$ mit $R = 13,61 \text{ eV}$ (Rydberg-Konstante)für $Z = 13$ (Al) ist $B_K = 1,95 \text{ keV}$ für $Z = 82$ (Pb) ist $B_K = 90 \quad \text{keV}$

Aus den Zahlenangaben ersieht man, daß die Absorption von γ -Quanten im wesentlichen durch Elektronen der K-Schale erfolgt.

Der Wirkungsquerschnitt nimmt verschiedene Werte an, je nachdem, ob man sich vor, an oder hinter der Absorptionskante befindet. In der Nähe der Absorptionskante läßt er sich durch folgende Beziehung darstellen:

(10)
$$\sigma_{\rm Ph} = \frac{2^5 \sqrt{2 \pi}}{3} \left(\frac{e^2}{m_{\rm e} c^2}\right)^2 \quad a^4 \, Z^5 \, E^{-3,5}$$
$$a = \frac{1}{137} \text{ (Sommerfeldsche Feinstruktur-Konstante)}$$

Somit ist der Wirkungsquerschnitt für Photoeffekt proportional zur 5. Potenz der Kernladungszahl der durchsetzten Materie. Der Photoeffekt ist also vor allem bei schwereren Elementen ausgeprägt. Außerdem nimmt der Wirkungsquerschnitt sehr schnell mit steigender γ -Energie ab.

Die Küste, 26 (1974), 25-54

30

Wenn die Energie der einfallenden γ -Quanten so groß ist, daß auch die Bindungsenergie der K-Elektronen vernachlässigt werden kann, wird das γ -Quant nicht mehr vollständig absorbiert, sondern unter Energieabgabe inelastisch gestreut.

2.2. Comptoneffekt

Beim Comptoneffekt verliert das γ -Quant Energie, die es einem Elektron der Atomhülle im direkten Stoß überträgt (inelastische Streuung). Ein wesentlicher Unterschied zum Photoeffekt besteht darin, daß das γ -Quant nach der Wechselwirkung noch vorhanden ist.



Abb. 2. Comptoneffekt

Das y-Quant

Mit dem Ansatz der Energie- und Impulserhaltung läßt sich die Energie des gestreuten y-Quants herleiten

(11)
$$E' = \frac{E}{1 + \varepsilon (1 - \cos \vartheta)}$$

wobei $\varepsilon = \frac{E}{m_e c^2} = \frac{E}{0,511 \text{ MeV}}$ und ϑ der Winkel ist, um den das γ -Quant aus seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt worden ist.

Maximaler Energieverlust tritt bei Rückwärtsstreuung auf. Für $\vartheta = 180^{\circ}$ ist

(12)
$$E' = \frac{E}{1+2\varepsilon}$$

In diesem Fall nähert sich für große E die Energie des gestreuten y-Quants gegen

(13)
$$E' = \frac{E}{1 + 2\frac{E}{0,511}} = \frac{1}{\frac{1}{E} + \frac{2}{0,511}} \approx \frac{0,511}{2} = 0,255 \text{ MeV}$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für Comptonstreuung in den Raumwinkel $d\Omega$ ist gegeben durch

(14)
$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{\mathrm{r_0}^2}{2} \left(\frac{\nu'}{\nu}\right)^2 \left(\frac{\nu}{\nu'} + \frac{\nu'}{\nu} - \sin^2\vartheta\right)$$
$$\mathrm{r_0} = \mathrm{Elektronenradius}$$

Die Anzahl der in den Raumwinkel d Ω gestreuten γ -Quanten ist also von der Energie der einfallenden γ -Quanten und vom Streuwinkel abhängig.



Abb. 3. Wirkungsquerschnitt für Comptonstreuung für verschiedene γ -Energien E, und zwar von innen nach außen 5,1, 2,04, 0,51, 0,204, 0,051, 0 MeV nach Gleichung (14) ($\frac{d\sigma}{d\Omega}$ in 10⁻²⁶ cm²)



Abb. 4. Wirkungsquerschnitt für Comptonstreuung von γ -Quanten in den Doppelkegel zwischen ϑ und ϑ + d ϑ für verschiedene γ -Energien, und zwar von innen nach außen 5,1, 2,04, 0,51, 0,204, 0,051, 0 MeV nach Gleichung (15)

Man sieht aus Abbildung 3, daß mit wachsender Energie die Streuung bevorzugt vorwärts stattfindet.

Die Anzahl der in den Doppelkegel zwischen ϑ und ϑ + d ϑ hineingestreuten γ -Quanten ist gegeben durch

(15)
$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\vartheta} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\varrho} \ 2 \ \pi \sin \vartheta$$

Es ergibt sich ein von Abbildung 3 stark abweichendes Bild. So ist z. B. $\frac{d\sigma}{d\vartheta} = O$ für Vorwärtsstreuung. Wenn ϑ zunimmt, so nimmt auch der Raumwinkel d Ω , in den die γ -Quanten hineingestreut werden, zu (siehe Abb. 2), während $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ abnimmt (siehe Abb. 3). Das Produkt dieser beiden Funktionen durchläuft daher ein Maximum.

Das Elektron

Zwischen dem Streuwinkel des
 γ -Quants ϑ und dem Streuwinkel des Elektron
s ψ besteht die Beziehung

(16)
$$\cot \varphi = (1 + \varepsilon) \frac{1 - \cos \vartheta}{\sin \vartheta} = (1 + \varepsilon) \tan \frac{\vartheta}{2}$$

bzw. (17)
$$\cos \vartheta = \frac{(1+\varepsilon)^2 - \cot^2 \varphi}{(1+\varepsilon)^2 + \cot^2 \varphi}$$

Das Elektron erhält durch den Stoß die Energie

$$(18) T = E - E'$$

mitgeteilt. Mit (11) und (17) folgt

(19)
$$T = E \frac{2 \varepsilon \cos^2 \varphi}{(1 + \varepsilon)^2 - \varepsilon^2 \cos^2 \varphi}$$

Die Energieverteilung der Elektronen, die als Spektrum gemessen wird, ergibt sich aus

(20)
$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{d\sigma}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dT}$$

Analog der Berechnung beim y-Quant ergibt sich für das Elektron

(21)
$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\varphi} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega'} 2 \pi \sin \varphi = \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} 2 \pi \sin \vartheta \frac{\mathrm{d}\vartheta}{\mathrm{d}\varphi}$$

Differentiation von (17) und Einsetzen in (21) ergibt

(22)
$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\varphi} = -\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} \frac{2\,\pi}{\sin^3\varphi} \frac{4\,\cos\varphi\,(1+\varepsilon)^2}{[(1+\varepsilon)^2+\cot^2\varphi]^2}$$

Aus (19) folgt

(23)
$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}T} = -\frac{\left[(1+\varepsilon)^2 - \varepsilon^2 \cos^2 \varphi\right]^2}{4\,\varepsilon^2 \,\mathrm{m_e}\,c^2 \,(1+\varepsilon)^2 \cos \varphi \sin \varphi}$$

Nach Einsetzen von (22) und (23) in (20):

(24)
$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}T} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} \frac{2\pi}{\varepsilon^2 \,\mathrm{m_e} \,\mathrm{c}^2} \left[\frac{(1+\varepsilon)^2 - \varepsilon^2 \,\mathrm{cos}^2 \,\varphi}{(1+\varepsilon)^2 - \varepsilon \,(2+\varepsilon) \,\mathrm{cos}^2 \,\varphi}\right]^2$$

Gleichung (24) gibt das Elektronenspektrum an, das von monoenergetischer γ -Strahlung der Energie ε bei einmaligem Comptoneffekt, d. h. bei sehr dünnen Schichtdicken des Absorbers erzeugt wird.



Abb. 5. Energiespektrum von Elektronen nach Streuung durch γ-Quanten der Energie (von oben) 0,51, 1,2 und 2,76 MeV nach Gleichung (24)

Die scharfe Comptonkante ist durch die maximale Energieabgabe des γ -Quants an das Elektron gegeben (siehe Gleichung (12)). Bemerkenswert ist der Anstieg der Intensität an der Comptonkante, der relativ gesehen mit höherer Energie immer ausgeprägter wird. Darauf wird im Bericht II, Abschnitt 2.1.3. bei der Analyse des ⁴⁶Sc-Spektrums noch einmal eingegangen.

Das Energiespektrum der gestreuten γ -Quanten ergibt sich aus (24) durch die Beziehung

$$E' = E - T$$

d. h., schon bei sehr dünnen Schichten (einmalige Comptonstreuung) wird eine monoenergetische y-Strahlung in ein Spektrum auseinandergezogen.

Der Wirkungsquerschnitt

Der über alle Raumwinkel integrierte mittlere Wirkungsquerschnitt für die Comptongestreuten y-Quanten wird durch die Klein-Nishina-Formel angegeben

(26)
$$\sigma_{c} = \frac{2 \pi e^{4}}{E^{2}} \left\{ \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon^{2}} \left[\frac{2(1+\varepsilon)}{1+2\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon} \ln (1+2\varepsilon) \right] + \frac{1}{2\varepsilon} \ln (1+2\varepsilon) \right] + \frac{1}{2\varepsilon} \ln (1+2\varepsilon) - \frac{1+3\varepsilon}{(1+2\varepsilon)^{2}} \right\}$$

Für 1 MeV γ -Quanten ist $\sigma_c = 2,06 \cdot 10^{-25}$ cm². Mit zunehmender γ -Energie nimmt σ_c langsam ab.

Da die Anzahl der Elektronen pro Atom mit der Ordnungszahl ansteigt, ist der mittlere Comptonstreuquerschnitt pro Atom gleich $Z \cdot \sigma_c$.

2.3. Paarbildung

Ist die Energie des γ -Quants größer als die doppelte Ruhenergie des Elektrons $E \ge 2 \cdot m_e \cdot c^2 = 1,022$ MeV, so kann sich das γ -Quant in ein Elektron-Positron-Paar umwandeln. Voraussetzung dazu ist, daß zur Erhaltung von Energie und Impuls ein Stoßpartner vorhanden ist, der Rückstoßenergie aufnehmen kann. Wenn dieser Partner ein Atomkern ist, so ist wegen $E = p^2/2m$ die Rückstoßenergie sehr klein. Wird der Rückstoß jedoch von einem Elektron aufgenommen, so ist im Laborsystem die Schwellenwertenergie für die Paarerzeugung $4 \cdot m_e \cdot c^2 = 2,04$ MeV, also doppelt so groß.

Für den Wirkungsquerschnitt ergeben sich im ersten Fall 2 Möglichkeiten. Bei kernnahen Wechselwirkungen kann die Abschirmung des Kernfeldes durch die Elektronenhülle vernachlässigt werden und es ergibt sich

(27)
$$\sigma_{\rm PB} = a \left(\frac{-e^2}{m_{\rm e} c^2}\right)^2 Z^2 \left(\frac{-28}{-9} \ln 2 \varepsilon - \frac{-218}{-27}\right)$$

Bei entfernteren Wechselwirkungen, außerhalb der K-Schale, muß die Abschirmung berücksichtigt werden. Dafür ist

(28)
$$\sigma_{\rm PB} = \alpha \left(\frac{e^2}{m_{\rm e} c^2}\right)^2 Z^2 \left(\frac{28}{9} \ln \frac{183}{Z^{1/a}} - \frac{2}{27}\right)$$

In diesem Fall ist der Wirkungsquerschnitt nicht von der *γ*-Energie abhängig.

Wird der Rückstoß von einem Elektron aufgenommen, so erhält man als Wirkungsquerschnitt

(29)
$$\sigma_{\rm PB} = \alpha \left(\frac{e^2}{m_{\rm e} c^2}\right)^2 \left(\frac{-28}{-9}\ln 2 E - 11,3\right)$$

Durch Vergleich der Wirkungsquerschnitte findet man, daß die Aufnahme des Rückstoßes durch einen Atomkern wesentlich häufiger erfolgt als durch das Schalenelektron.

2.4. Gesamtwirkungsquerschnitt

Die Gesamtabsorption von γ -Quanten beim Durchsetzen von Materie ergibt sich durch Addition der drei Prozesse, so daß sich der Absorptionskoeffizient in Gleichung (1) folgendermaßen darstellt:

$$\mu = \mu_{\rm ph} + \mu_{\rm c} + \mu_{\rm pl}$$

Die Anzahl der Atome pro cm3 ist gegeben durch

(31)
$$\mathbf{n} = \frac{\varrho \cdot \mathbf{n}_{\mathrm{L}}}{\mathrm{A}} \quad \mathbf{n}_{\mathrm{L}}\text{-}\mathrm{Loschmidt}\text{-}\mathrm{Zahl}.$$

Damit ergibt sich der Massenabsorptionskoeffizient

(32)
$$\frac{\mu}{\varrho} = \frac{n_{\rm L}}{A} \left(\sigma_{\rm Ph} + \sigma_{\rm c} + \sigma_{\rm PB} \right)$$

wobei jetzt die im einzelnen angegebenen Wirkungsquerschnitte eingesetzt werden müssen.

Da die Wirkungsquerschnitte für die einzelnen Prozesse von der Energie der einfallenden γ -Quanten und der Kernladungszahl Z abhängen, ergeben sich verschiedene energieabhängige Verläufe für verschiedene Materien. Abbildung 6 zeigt den Verlauf der drei Massenabsorptionskoeffizienten und des Gesamtmassenabsorptionskoeffizienten für Blei und Wasser. Man sieht, daß bei kleineren Z der Comptoneffekt dominierend ist. Aus Abbildung 7 lassen sich die Bereiche, in denen die einzelnen Effekte dominieren, in Abhängigkeit von Z entnehmen.



Abb. 6. Massenabsorptionskoeffizienten für Blei (linkes Bild) und Wasser (rechtes Bild)



Abb. 7. Überwiegender Einfluß der einzelnen y-Wechselwirkungsprozesse

In den Bereichen, in denen der Comptoneffekt vorherrscht, ist der Gesamtmassenabsorptionskoeffizient $\frac{\mu}{\varrho}$ nahezu unabhängig von Z, da

(33)
$$\frac{\mu}{\varrho} \approx \frac{\mu_{\rm c}}{\varrho} = \frac{Z}{A} \, n_{\rm L} \, \sigma_{\rm c}$$

ist, und Z/A für alle Elemente (außer Wasserstoff) ungefähr 1/2 ist.

Tabelle 1 gibt $\frac{\varrho}{\mu}$ -Werte für einige Materialien an, die mit Hilfe von Gleichung (32) berechnet worden sind.

E (MeV)	Wasser ¹	Aluminium	Blei	feuchter Sand 90 % SiO2 10 % H2O
	$\varrho = 1$	$\varrho = 2,69$	$\varrho = 11,34$	$\varrho = 2,1$
0,01	5,18	26,2	142	17,61
0,02	0,772	3,37	92	2,3162
0,05	0,221	0,353	8,49	0,2983
0,1	0,171	0,169	5,73	0,1614
0,2	0,137	0,122	0,983	0,1252
0,5	0,0966	0,0845	0,159	0,0879
0,8	0,0786	0,0684	0,0881	0,0715
1,0	0,0706	0,0614	0,0704	0,0642
1,5	0,0575	0,0500	0,0521	0,0523
2.0	0,0493	0,0432	0,0457	0,0538

Tabelle 1 $\frac{\mu}{\varrho}$ (cm²/g)

¹) Bei gemischten Substanzen erfolgt die Berechnung durch Berücksichtigung der Atomgewichtsanteile.

Beispiel feuchter Sand:

$$\begin{pmatrix} \frac{\mu}{\varrho} \end{pmatrix}_{\text{Sand}} = \frac{9}{10} \left[\frac{28}{60} \left(\frac{\mu}{\varrho} \right)_{\text{Si}} + \frac{32}{60} \left(\frac{\mu}{\varrho} \right)_{\text{O}} \right] + \frac{1}{10} \left[\frac{2}{18} \left(\frac{\mu}{\varrho} \right)_{\text{H}} + \frac{16}{18} \left(\frac{\mu}{\varrho} \right)_{\text{O}} \right]$$

für 1 MeV : $\mu_{\text{Sand}} = \varrho \cdot 0,0642 = 0,134$

2.5. Aufbaueffekt

Während das γ -Quant beim Photoeffekt vollständig absorbiert wird, die Absorption also streng exponentiell entsprechend Gleichung (1) verläuft, gibt es bei Comptonstreuung nur einen Teil seiner Energie ab. Durch die Energieabgabe ändert sich das Spektrum der γ -Quanten. Die monoenergetische Strahlung eines Präparates wird bereits bei geringen Materiedicken in ein Spektrum auseinandergezogen (siehe Gleichung (24) und (25) sowie Abb. 5).

Außerdem durchdringen mehr γ -Quanten die Materieschicht als nach rein exponentieller Absorption zu erwarten wäre. Die Anzahl der zusätzlichen γ -Quanten läßt sich durch einen Aufbaufaktor (build-up factor) b berücksichtigen

$$J = b J_0 \exp(-\mu x)$$

Die genaue Berechnung von b gestaltet sich außerordentlich schwierig, da b abhängt von

a. der Art der Strahlenquelle,

- b. der Energie der Strahlenquelle,
- c. der Art der durchsetzten Materie,
- d. der Dicke der durchsetzten Materie,
- e. der Geometrie der Versuchsanordnung,
- f. der verwendeten Energiekanäle zur Ausblendung bestimmter Bereiche aus dem Spektrum.

Darüber hinaus geht in die Rechnung die Ansprechwahrscheinlichkeit des Detektors cin, die wiederum eine Funktion der Energie ist.



Abb. 8. Differentielles Energiespektrum einer monoenergetischen y-Strahlung nach Durchsetzen einer Wasserschicht

Schließlich bewirken die in den Detektor gelangenden y-Quanten dort ebenfalls wieder Photo- und Comptoneffekt, so daß das letzten Endes vorliegende Spektrum auf sehr komplizierte Weise von der anfänglich emittierten y-Strahlung abhängt. Auf Grund dieser Überlegungen ist man zur Bestimmung des Aufbaufaktors auf das Experiment angewiesen. In sehr vereinfachender Näherung läßt sich der Aufbaufaktor in der Form

$$b = 1 + \beta \mu x$$

darstellen. Man sieht daraus, daß b eine monoton mit der Dicke der durchsetzten Materieschicht x zunehmende Funktion ist. Da auf diese Weise bei ein und derselben Versuchsanordnung eine e in d e u t i g e Beziehung zwischen x und b gegeben ist, läßt sich mit Hilfe des Aufbaueffektes die Dicke der durchsetzten Materieschicht bestimmen.

Wenn der Verlauf von b(x) bekannt ist und die Versuchsanordnung an Land den Bedingungen auf dem Meeresgrund entspricht, läßt sich aus dem in situ gemessenen Wert b die Dicke der absorbierenden Sandschicht x bestimmen.

Es ist nun allerdings praktischer, nicht b direkt zu messen, sondern eine von b abgeleitete Größe, und zwar das Verhältnis der Anzahl der Impulse im Bereich des Comptonplateaus J_I zu der Anzahl der Impulse im Bereich des Photopeaks J_{II}.

Es gilt nämlich im Bereich des Photopeaks streng exponentielle Absorption

$$J_{\rm II} = J_{\rm oII} \exp\left(-\mu_{\rm II} x\right)$$

während im Bereich des Comptonplateaus der Aufbaufaktor berücksichtigt werden muß

$$J_{\rm I} = b J_{\rm oI} \exp \left(-\mu_{\rm I} x\right)$$

Das Verhältnis ergibt

(38)
$$\frac{J_{I}}{J_{II}} = \frac{b J_{oI} \exp(-\mu_{I}x)}{J_{oII} \exp(-\mu_{II}x)} = \text{const} \cdot b$$

Bei den bisher durchgeführten qualitativen Messungen wurde JI + JII mit den in der

37

Einleitung beschriebenen Szintillationszählern gemessen. Die getrennte Messung von J_I und J_{II} und damit die Bestimmung von b bzw. x erfordert als einzige Änderung bei den bereits vielfach verwendeten Impulsregistriereinrichtungen einen zweiten Amplitudendiskriminator und ein zweites Zählwerk.

3. Aufbau der Meßanordnung

Im folgenden wird eine Versuchsanordnung beschrieben, mit der der Verlauf von $\frac{J_{II}}{J_{I}}$ (x) unter Bedingungen, die denen auf dem Meeresgrund so gut wie möglich entsprechen, bestimmt werden kann.

Da die radioaktive Substanz auf den Meeresgrund zweidimensional, quasi unendlich ausgedehnt ist und sich diese Bedingung an Land nicht reproduzieren läßt, muß der Szintillationszähler einen Öffnungswinkel besitzen, außerhalb dessen im Idealfall keine Strahlung in den Detektor eindringen kann. Die im Bericht II ausführlich beschriebene Meßsonde hat einen Öffnungswinkel von 120°, der Abschwächungsfaktor außerhalb ist



Abb. 9. Meßanordnung für die Eichung

> 10⁴. Durch die besondere Formgebung der Sonde trägt das Seewasser selbst in erheblichem Maße zur Absorption außerhalb des Offnungswinkels einfallender γ -Strahlung bei. Aus diesem Grund muß die Sonde während der Messungen an Land bis zur Höhe des Szintillationskristalls unter Seewasser stehen.

Die Messung selbst wurde in einem kreisförmigen Becken mit einem Durchmesser von 5 m und einer Tiefe von 1 m durchgeführt. Da aus Strahlenschutz- und Kostengründen nicht für jede beliebige Verteilung des radioaktiven Sandes mit der Tiefe das Verhältnis J_I/J_{II} bestimmt werden kann, muß man sich auf den Spezialfall einer Flächenquelle der Dicke dx beschränken.

Als radioaktives Isotop wurde entsprechend dem bei den Sandwanderungsmessungen vor Sylt eingesetzten Tracer Scandium 46 verwendet.

Durch die Tatsache der 2 Photolinien wird die Messung nicht beeinträchtigt. Als Flächenquelle wurden 44 Platten mit der Kantenlänge 50×50 cm und 8 Platten 50×25 cm verwendet, die zu einer kreisförmigen Fläche mit einem Durchmesser von 3,6 m zusammengelegt werden konnten.

In den Platten befindet sich ⁴⁶Sc im EDTA-Komplex in neutraler wäßriger Lösung mit einer Schichtdicke von 5 mm. Dadurch ist gewährleistet, daß die Aktivität in den Eichplatten homogen verteilt ist. Die Aktivität der gesamten Flächenquelle betrug bei Zerfallsschema:



den Messungen etwa 1 mCi. Diese Menge war ausreichend, um das Verhältnis $J_{\rm I}/J_{\rm II}$ bis zu einer Schichtdicke des überlagerten Sandes von 50 cm zu bestimmen.



Abb. 10. Eichbecken mit Flächenpräparat

4. Auswertung der Meßergebnisse

In Abbildung 11 sind die mit der Apparatur aufgenommenen Spektren von ⁴⁶Sc für mehrere absorbierende Sandschichtdicken dargestellt.

Die Lage der Photopeaks (0,89 MeV bei Kanal 355 und 1,12 MeV bei Kanal 450) bleibt unverändert, aber im Bereich des Comptonplateaus liegen die Spektren näher zu-



Abb. 11. Differentielle Energiespektren von 46Sc für mehrere absorbierende Sandschichtdicken

sammen als im Bereich der Photopeaks. Die Lage der Comptonkante wird bestimmt durch die Energie, die den Elektronen von den γ -Quanten bei Comptonstreuung maximal übertragen werden kann.

Für E = 0,89 MeV : E - E' = E
$$\left(1 - \frac{1}{1 + 2 \cdot \frac{E}{0,511}}\right) = 0,69$$
 MeV
Für E = 1,12 MeV : E - E' = 0,91 MeV

Während die Comptonkante der 1,12 MeV γ -Quanten durch den 0,89 MeV Photopeak überdeckt wird und infolgedessen nicht sichtbar ist, liegt die Comptonkante der 0,89 MeV γ -Quanten bei Kanal 280. Theoretisch müßte an dieser Stelle das Spektrum steil abfallen. Daß das nicht beobachtet wird, liegt an peakverbreiternden Effekten, die hier im einzelnen nicht weiter erläutert werden sollen.

Das Intensitätsverhältnis der Photopeaks beträgt 1,6. Ein Summenpeak bei 0,89 + 1,12 = 2,01 MeV wird nicht festgestellt; die zu erwartende Intensität beträgt nur 6 \cdot 10⁻⁴ der Intensität des 0,89 MeV Photopeaks.

Der Aufbaueffekt wird deutlich erkennbar, wenn statt des differentiellen Energiespektrums das Impulsratenverhältnis $\frac{J_o}{J_x}$ (E) aufgetragen wird (Abb. 12), einmal bei x = 10,5 cm absorbierender Sandschicht und dann bei x = 20,5 cm Sandschicht.

Mit Hilfe dieser Darstellung läßt sich die Auswahl der Bereiche, in denen JI (Bereich I) und JII (Bereich II) gemessen werden sollen, optimieren.

Nun ist eine statistisch einfallende Impulsrate N mit dem Fehler $\pm \sqrt{N}$ behaftet. Mit steigender Zählrate sinkt also der relative Fehler $\frac{\sqrt{N}}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}}$, so daß eine hohe

Zählrate für die Genauigkeit einer Messung von grundlegender Bedeutung ist. Bei der Optimierung der Meßbereiche muß man also nicht nur auf möglichst hohe bzw. niedrige Zählratenverhältnisse achten, sondern auch darauf, daß jeder Bereich für sich möglichst breit ist. Dabei genügt es, sich auf die Variation der linken Grenze des Bereiches I zu be-



Abb. 12. Impulsratenverhältnis

oberes Bild: Für 20,5 cm absorbierende Sandschicht unteres Bild: Für 10,5 cm absorbierende Sandschicht

schränken, da die Breite des Bereiches II durch die Lage und Breite des Photopeaks gegeben ist und sich die rechte Grenze des Bereiches I an den Bereich II anschließt.

Wenn man die linke Grenze des Bereiches I zu niedrigeren Energien hin verschiebt, nimmt natürlich auch der Nulleffekt zu, und zwar in stärkerem Maße als der Intensitätsanstieg im ⁴⁶Sc-Spektrum. Der Einfluß des Nulleffekts hängt nun ab vom Nulleffektsspektrum und davon, ob die Messung in einem Gebiet starker oder schwacher Aktivität vorgenommen wurde.

Außerdem soll, wie weiter unten begründet wird, der Bereich I so gewählt werden, daß der Absorptionskoeffizient in diesem Bereich μ_I möglichst klein wird.

Bei den hier dargestellten Meßergebnissen wurden die Bereiche folgendermaßen festgelegt (Abb. 12): Bereich I: Kanal 160–320

Bereich II: Kanal 340–500

In diesen Bereichen werden nun die Zählraten als Funktion der Dicke einer absorbierenden Sandschicht gemessen.

Logarithmisch aufgetragen muß $J_{II}(x)$ eine Gerade entsprechend streng exponentieller Absorption ergeben. Die Steigerung $\mu_{II} = 0,117$ ist nicht identisch mit dem berechneten Absorptionskoeffizienten für feuchten Sand bei 1 MeV ($\mu_{Sand} = 0,134$, siehe



Abb. 13. Die Absorptionskurven in den Meßbereichen I und II

Fußnote Tab. 1), da mit zunehmender Sandschichtdicke die vom Szintillator erfaßte radioaktive Fläche größer wird, wodurch sich die scheinbar geringere Absorption erklärt.

Der Verlauf von $J_I(x)$ wird durch eine anfängliche Krümmung charakterisiert, bevor die Kurve ab etwa 15 cm Sandschichtdicke in eine Gerade übergeht mit einer Steigung $\mu_I = 0,106$.

Der gerade Verlauf ab \approx 15 cm ist auf das Erreichen eines Gleichgewichtszustandes

zurückzuführen, bei dem sich das Spektrum der gestreuten γ-Quanten mit zunehmender Sandschichtdicke nicht mehr wesentlich ändert (Abb. 11, Kurve c).

Die anfängliche Krümmung von $J_{I}(x)$ zeigt sich auch im logarithmisch aufgetragenen Verlauf von $\frac{J_{I}}{J_{II}}(x)$ (x).

Die Steigung im geraden Teil (für x \gtrsim 15 cm) ergibt sich aus $\mu_{\rm I}$ und $\mu_{\rm II}$.

(39)
$$\frac{J_{I}}{J_{II}} = \frac{J_{oI} \exp(-\mu_{II} x)}{J_{oII} \exp(-\mu_{II} x)} = J_{oII} \exp((\mu_{II} - \mu_{I})x)$$

Steigung: $\mu_{II} - \mu_{I} = 0,117 - 0,106 = 0,011$



Abb. 14. Die Eichkurve

Der Kurve $\frac{J_I}{J_{II}}$ (x) kommt die Bedeutung einer E i c h k u r v e zu. Aus ihr läßt sich mit den in situ gemessenen Zählraten J_I und J_{II} die Dicke der überlagerten Sandschicht x bestimmen.

Um eine möglichst gute Auflösung für die Bestimmung von x zu erreichen, muß die Eichkurve steil verlaufen. Da μ_{II} festliegt, muß der Bereich I so gewählt werden, daß μ_{I} ein Minimum wird.

Aus der Eichkurve $\frac{J_{I}}{J_{II}}(x)$ ergibt sich der Aufbaufaktor b(x), wenn die Werte J_{I}/J_{II} entsprechend Gleichung (38) durch $\frac{J_{oI}}{J_{oII}} = 1,33$ dividiert werden.

5. Die mittlere Vergrabungstiefe

Die im vorigen Abschnitt dargestellte Eichkurve ist streng genommen nur dann anwendbar, wenn auf dem Meeresgrund dieselbe Aktivitätsverteilung wie bei der Versuchsdurchführung an Land vorliegt, nämlich, daß sich die gesamte Aktivität am Meßort

in einer Schicht der Dicke 5 mm befindet. Dieser Fall wird kaum je eintreten, so daß die aus der Eichkurve erhaltenen Werte von x mit Fehlern behaftet sind, die von der Art der Verteilungsfunktion J(x) abhängen und die im folgenden untersucht werden sollen.

Die tatsächlich gemessene Zählrate ist

(40)
$$J = \int_{0}^{x_g} J(x) f(x) dx$$

wobei f(x) eine Funktion ist, die die Absorption der γ -Quanten in dem jeweiligen Meßbereich beschreibt (Abb. 13). f(x) wird im Bereich I durch ein Polygon approximiert

$$(41) frac{1}{f_1(x)} = 10^3. \begin{cases} 50,6 & -\frac{5}{3}x & \text{für } 0 \le x < 3 & \text{cm} \\ 53,75 - 2,75x & \text{für } 3 \le x < 5 & \text{cm} \\ 52 & -2,5x & \text{für } 5 \le x < 10 & \text{cm} \\ 44,7 & -1,82x & \text{für } 10 \le x \le 15,5 & \text{cm} \\ 86 & \text{exp} & (-0,106x) & \text{für } x > 15,5 & \text{cm} \end{cases}$$

Im Bereich II ist

(42)

 $f_{II}(x) = J_{oII} \exp(-\mu_{II}x)$

Im folgenden soll die Genauigkeit des Verfahrens der Bestimmung einer mittleren Vergrabungstiefe für 2 einfache Spezialfälle von J(x) untersucht werden:



Damit ergibt sich für die gemessene Zählrate im Bereich II nach Einsetzen und Ausführung der Integration bei homogener Verteilung

(45)
$$J_{\rm II} = \frac{J_{\rm oII}}{\mu_{\rm II}} (1 - \exp(-\mu_{\rm II} x_{\rm g}))$$

und bei linearer Verteilung

(46)
$$J_{II} = \frac{J_{oII}}{\mu_{II}} \cdot \frac{1}{\mu_{II} x_{g}} (\exp(-\mu_{II} x_{g}) + \mu_{II} x_{g} - 1)$$



Für den Grenzwert ergibt sich in beiden Fällen

Abb. 15. Zählrate in den beiden Bereichen bei homogener (oberes Bild) und linearer Verteilung (unteres Bild) des radioaktiven Sandes bis zur Tiefe xg. Die aufgetragenen Zählraten entsprechen Zählraten, wie sie bei solchen Verteilungen tatsächlich gemessen würden

Die Zählraten im Bereich I ergeben sich analog, allerdings muß die Integration wegen des Polygons $f_I(x)$ schrittweise durchgeführt werden. Als Grenzwert ergibt sich für homogene und lineare Verteilung übereinstimmend

$$\lim_{x_g \to \infty} J_1 = 6,72 \cdot 10^5 \text{ Imp/min}$$

Die Ergebnisse sind in Abbildung 15 für beide Bereiche dargestellt.

Aus dem Verhältnis von $J_I/J_{II}(x_g)$ ergibt sich mit Hilfe der Eichkurve (Abb. 14) die mittlere Vergrabungstiefe x (x_g) für die beiden Verteilungsfunktionen (Abb. 16). x ist der Wert, der sich aus dem Verhältnis der gemessenen Zählraten in den beiden Bereichen ergibt.

Zum Vergleich ist die mittlere Vergrabungstiefe x_m entsprechend der Definitionsgleichung (4) mit aufgetragen.

(47)
$$\exp (\mu_{II} x_{m}) = \frac{ \begin{array}{c} J_{oII} \int \\ o \\ \hline \\ x_{g} \\ f \\ o \end{array} J(x) \exp (-\mu_{II}x) dx$$

-

Für homogene Verteilung ist

(48)
$$\mathbf{x}_{\mathrm{m}} = \frac{1}{\mu_{\mathrm{II}}} \ln \left(\frac{J_{\mathrm{oII}} \mathbf{x}_{\mathrm{g}}}{J_{\mathrm{II}}} \right)$$

Für lineare Verteilung ist

(49)
$$\mathbf{x}_{\mathrm{m}} = \frac{1}{\mu_{\mathrm{II}}} \ln \left(\frac{1/2}{J_{\mathrm{oII}}} \frac{\mathbf{x}_{\mathrm{g}}}{J_{\mathrm{II}}}\right)$$

 $J_{oII} = 3.79 \cdot 10^4 \text{ Imp/min}, J_{II} (x_g) \text{ ist aus Abb. 15 entnommen.}$

Man sieht, daß die Werte für x, wie sie sich aus der Messung bei homogener Verteilung ergeben würden, bis etwa 25 cm maximaler Vergrabungstiefe recht zuverlässig sind. Bei linearer Verteilung ist der Fehler sogar bis 30 cm maximaler Vergrabungstiefe noch relativ gering.

Die Aktivität, die entsprechend J(x) am Ort der Messung verteilt ist, erzeugt im Bereich II die Zählrate J_{II}. Mit den aus der Eichkurve entnommenen Werten für x kann J_{II} auf die Impulsrate J_{oII} korrigiert werden, die von der Aktivität erzeugt würde, wenn sie insgesamt an der Oberfläche des Meeresgrundes liegen würde. J_{oII} ist dann die Zählrate, aus der mit Hilfe einer Eichung die Aktivität am Ort der Messung und damit die dort vorliegende radioaktive Sandmenge ermittelt werden kann.

(50)
$$J_{oII}(x_g) = J_{II}(x_g) \cdot \exp(\mu_{II}x(x_g))$$

In dieser Gleichung müssen nun die Werte für $J_{II}(x_g)$ und x (x_g) aus Abb. 15 und 16 entsprechend der jeweiligen Verteilungsfunktion eingesetzt werden. Das Ergebnis ist für homogene Verteilung und lineare Verteilung in Abb. 17 dargestellt.

Zum Vergleich ist die Zählrate, wie sie von der Aktivität erzeugt würde, wenn sie tatsächlich auf der Oberfläche des Meeresgrundes liegen würde ("wahre Zählrate") mit eingezeichnet worden. Die Unterschiede kommen dadurch zustande, daß die gemessenen Zählraten mit einer Eichkurve korrigiert wurden, die bei einer anderen Verteilung J(x) erhalten wurden als die beiden hier untersuchten Verteilungsfunktionen. Die Abweichungen der "gemessenen" von den "wahren" Zählraten geben also Aufschluß darüber, wie groß der Fehler ist, der dadurch entsteht, daß die aus einer speziellen Verteilungsfunktion gewonnene Eichkurve auf beliebige Verteilungsfunktionen angewendet wird.



Abb. 16. Vergleich der "gemessenen" (x) und der "wahren" (x_m) mittleren Vergrabungstiefen bei homogener Verteilung (oberes Bild) und linearer Verteilung (unteres Bild). x ergibt sich aus der Eichkurve mit den Zählraten aus Abb. 15, x_m aus der Definitionsgleichung (4)

Die Übereinstimmung ist bei homogener Verteilung bis $x_g \approx 25$ cm und bei linearer Verteilung bis $x_g \approx 30$ cm noch relativ gut (Fehler jeweils ≤ 8 %), Abb. 18).



Abb. 17. Vergleich der "gemessenen" (J_{0II}) mit den "wahren" $(J_{0II} \cdot x_g \text{ bzw. }^{1/2} \cdot J_{0II} \cdot x_g)$ Zählraten für homogene Verteilung (oberes Bild) und lineare Verteilung (unteres Bild). J_{0II} wird aus x (Abb. 16) bestimmt, während die "wahre" Zählrate von der gesamten Aktivität am Meßort erzeugt würde, wenn sie unvergraben wäre

Die hier für 2 relativ einfache Verteilungsfunktionen durchgeführte Untersuchung zeigt in etwa die Grenzen des Verfahrens in bezug auf Genauigkeit und maximale Tiefe der Verteilung des radioaktiven Sandes.



Abb. 18. Fehler bei homogener und linearer Verteilungsfunktion, wie sie bei der Korrektur der Zählraten durch die Eichkurve (Abb. 14) entstehen

6. Vergleich mit anderen Methoden quantitativer Erfassung

6.1. Verfahren nach GRIESSEIER und MAKOWSKI (1964)

Bei dem Verfahren nach GRIESSEIER und MAKOWSKI wird ein Detektor (zur Verbesserung der Statistik wird die Verwendung mehrerer Ionisationskammern vorgeschlagen) unter eine Sandschicht von 5–50 cm Tiefe im Meßgebiet vergraben. Die über dem Detektor liegende Sandschicht besteht aus einem homogenen Gemisch von radioaktiviertem und natürlichem Sand. Infolge von Sandwanderungsvorgängen wird der einen starken Anteil radioaktiven Sandes (einige Ci) enthaltende Sand über dem Detektor mehr oder weniger kontinuierlich "verdünnt". Aus der Abnahme der Zählrate kann unter der Voraussetzung massenproportionaler Markierung auf die abtransportierte Sandmenge geschlossen werden. Je nach Aufgabenstellung und Größe des Untersuchungsgebietes wird eine Anordnung mehrerer solcherart eingegrabener Detektoren gewählt.

Das Verfahren bietet den Vorteil kontinuierlicher Messung, der es vor allem ermöglicht, auch während schwerer Stürme die zu erwartenden starken Sandwanderungen zu erfassen. Die Nachteile fest angebrachter Detektoren liegen vor allem in der komplizierten Anwendung (bes. in der Datenübertragung) und der großen Ungenauigkeit, da aus Kostengründen nur eine begrenzte Anzahl von Detektoren eingesetzt werden kann. Entsprechend läßt sich das Untersuchungsgebiet nur auf Hauptausbreitungsrichtungen hin analysieren. Ob man nun lokal fixierte oder von Meßort zu Meßort transportierte Detektoren verwendet, ist für das Problem quantitativer Erfassung unerheblich. Auch das Eingraben des Detektors macht das Problem nicht lösbar. Bei dem von GRIESSEIER und MAKOWSKI vorgeschlagenen Verfahren wird nur ein einziger Wert gemessen, die Aktivität des über dem Detektor befindlichen radioaktiven Sandes. Um diesen Meßwert für Sandwanderungsvorgänge deuten zu können, darf die Abnahme der Aktivität nur von einem einzigen Sandwanderungsparameter abhängig sein. Durch Sandwanderungsvorgänge verändert sich jedoch nicht nur der Konzentrationsgrad des radioaktiven Sandes im Bereich des Detektors, d. h. der Wert "const" bei homogener Verteilung J(x) = const., sondern auch die Schichtdicke der radioaktiven Quelle über dem Detektor. Vor allem aber bleibt die Form der homogenen Verteilung nicht erhalten, wie die theoretischen Arbeiten von JAMES (1972) zeigen, die inzwischen durch praktische Messungen bestätigt worden sind.

Das Verfahren bietet daher grundsätzlich nicht die Möglichkeit quantitativer Erfassung, es sei denn, man findet in der Natur Fälle, bei denen nur ein Parameter durch Sandwanderungsvorgänge verändert wird (z. B. bei eindimensionaler Ausbreitung in Flüssen und Tidegebieten und auch dort nur unmittelbar nach dem Einbringen des Tracers).

6.2. Verfahren nach SCHULZE-PILLOT (1965)

SCHULZE-PILLOT geht davon aus, daß eine Entnahme von Sandproben aus dem Untersuchungsgebiet für eine quantitative Bestimmung der transportierten Sandmenge unerläßlich ist und betrachtet den Fehler, der durch oberflächen proportionale Markierung entsteht. Bei oberflächenproportionaler Markierung werden die kleineren Korngrößen zu stark aktiviert. Werden solche Korngrößen bevorzugt transportiert, so wird am Meßort nach Umrechnung über die bekannten Daten des eingebrachten Sandes eine zu große Sandmenge vorgetäuscht. Es wird deshalb vorgeschlagen, die Probe zunächst in einzelne Korngrößenklassen auszusieben und anschließend deren Aktivität zu bestimmen. Die Summe über die einzelnen Fraktionen ergibt die radioaktive Sandmenge in der Probe.

Der Vorteil der Methode liegt neben der Möglichkeit quantitativer Erfassung in der zusätzlichen Information über die Ausbreitung verschiedener Korngrößenklassen. Man muß sich allerdings fragen, ob diese Information den vielfachen Arbeitsaufwand des Aussiebens und Messens der Aktivität pro entnommener Probe rechtfertigt. Die korrekte quantitative Erfassung, um die es bei diesem Verfahren eigentlich geht, läßt sich auch erreichen, wenn man die zu aktivierende Sandmenge v or der Aktivierung aussiebt und die einzelnen Fraktionen volumenproportional aktiviert.

Die Entnahme von Bodenproben für eine quantitative Auswertung ist nur sinnvoll, wenn die Proben nicht nur aus einer oberflächennahen Bodenschicht entnommen werden (der radioaktive Sand kann bis zu 50 cm Tiefe und mehr vergraben sein). Es ist deshalb in neuerer Zeit ein Gerät (Vibrocorer) entwickelt worden, mit dem ungestörte Sandproben bis zu 1 m Tiefe entnommen werden können. Dadurch, daß die Probe ungestört ist, ist die Verteilungsfunktion J(x) in der Sandprobe ($10 \times 10 \times 100$ cm) direkt meßbar.

Grundsätzlich bringt jedoch die Entnahme von Bodenproben, sei es mit einem Greifer oder mit dem Vibrocorer, eine Reihe von Nachteilen mit sich. Die Entnahme, Messung und Auswertung bedingen einen großen Arbeitsaufwand; die Ergebnisse liegen u. U. erst längere Zeit nach der Messung vor; das Verfahren bringt Strahlenschutzprobleme mit sich; die Messung der Aktivität der Bodenprobe kann nur in einem aufwendigen lowlevel Meßplatz erfolgen, da sonst der Nulleffekt die geringe Aktivität der meisten Bodenproben überdecken würde.

Ein Gerät, welches in situ die Verteilungsfunktion bestimmt, wäre frei von diesen Nachteilen. Ein solches Gerät wurde kürzlich entwickelt (REIHHARD, 1975).

6.3. Methode der begrenzten Anzahl radioaktiver Sandkörner nach Courtois (1965)

Es wird vorgeschlagen, nur eine begrenzte Anzahl von radioaktiven Sandkörnern zu verwenden, die einerseits groß genug ist, um repräsentativ für die Sandbewegung im Untersuchungsgebiet zu sein, die aber andererseits so klein ist, daß die Körner nach einer bestimmten Zeit so weit auseinanderliegen, daß sie einzeln nachgewiesen werden können. Als Anhaltswert werden 10 000 Körner angegeben, die jeweils mit $\leq 100 \ \mu$ Ci aktiviert werden. Ist die Position einer großen Anzahl dieser ausgebrachten Körner in bezug auf Entfernung vom Einbringepunkt und Vergrabungstiefe bestimmt, so kann daraus auf den Schwerpunkt und die mittlere Vergrabungstiefe der radioaktiven "Wolke" geschlossen werden.

Die Schwierigkeit der Methode liegt in der Ortsbestimmung (seitlicher Abstand des Korns von der Sonde, Vergrabungstiefe) eines einzelnen Sandkorns unbekannter Aktivität (die auf ein einzelnes Sandkorn aufgebrachten Aktivitäten können um mehrere Zehnerpotenzen schwanken). Zur Bestimmung dieser 3 Parameter ist die gleichzeitige Verwendung von 3 fest miteinander verbundenen Meßsonden erforderlich. Da die Aktivität des einzelnen Sandkorns für die Auswertung unerheblich ist, werden reduzierte Koordinaten verwendet.

Die von COURTOIS vorgeschlagene Methode der Verwendung einer begrenzten Anzahl radioaktiv markierter Sandkörner ist mehr oder weniger nur eine the oretische Lösung des Problems quantitativer Erfassung. In der Praxis dürfte es kaum möglich sein, eine für die Auswertung genügend große Anzahl der ausgebrachten Körner wiederzufinden, da die Sonde selbst bei linienweiser Vermessung kaum mehr als 1-2 % des Untersuchungsgebietes, das sind 100–200 Körner, erfassen kann. Die meisten dieser Körner werden in der Umgebung des Einbringepunktes liegen. Dort ist aber ihre Dichte so hoch, daß die Wahrscheinlichkeit groß ist, daß im Erfassungsbereich des Detektors 2 oder mehr Körner liegen. In einem solchen Fall ist die Auswertung sehr kompliziert wenn überhaupt durchführbar, da häufig die Zählrate des einen Sandkorns die des anderen weniger dicht liegenden überdecken dürfte.

Die unbekannte Größe des Nulleffekts ist für die Auswertung bei diesem Verfahren sehr kritisch: In vielen Fällen, in denen man ein radioaktives Sandkorn gefunden hat, vor allem, wenn es stärker vergraben oder nur schwach aktiviert ist, wird man die Messung verwerfen müssen, da die Zählrate zu klein und daher der Fehler bei der Positionsbestimmung zu groß ist.

Ist es trotzdem gelungen, etwa 50 Sandkörner zu finden (in dem zitierten Bericht wird von 9 wiedergefundenen Körnern gesprochen), so enthalten diese keine Aussage, da die Position dieser 50 Körner in keiner Weise repräsentativ für die Lage der insgesamt ausgebrachten 10 000 Körner ist. (Zum Vergleich: 100 kg Sand enthalten ca. 10¹⁰ Körner.)

6.4. Methode der Zählratenbilanz nach Courtois und SAUZAY (1965 und 1968)

Integriert man die gemessenen Zählraten über das gesamte Untersuchungsgebiet und bestimmt daraus durch geeignete Eichung eine Sandmenge, so wird diese wegen der Vergrabung kleiner sein als die eingebrachte Sandmenge. Daraus läßt sich eine mittlere Vergrabungstiefe entsprechend

(51)
$$\mathbf{x} = \frac{1}{\mu} \ln \frac{\mathbf{f} \cdot \mathbf{Q}_{\mathbf{o}}}{\int\limits_{\mathbf{F}} \mathbf{J} d\mathbf{F}}$$

berechnen (f – Umrechnungsfaktor, Q_0 – eingebrachte Sandmenge, F – Fläche des Untersuchungsgebietes). Für einen einzelnen Meßort läßt sich nur dann eine quantitative Aussage gewinnen, wenn die Verteilungsfunktion im gesamten Meßgebiet konstant ist. Die Annahme ist, wie bereits in der Einleitung ausgeführt wurde, im allgemeinen nicht erfüllt.

6.5. Bestimmung der mittleren Vergrabungstiefe mit Hilfe der Winkelkorrelation bei Kaskadenübergängen nach Мимоснемк (1971)

Werden bei einem Radioisotop innerhalb einer sehr kurzen Zeit ($\approx 10^{-12}$ sec) zwei y-Quanten ausgesandt (Kaskadenübergang), so zeigen diese eine Winkelkorrelation. Vereinfacht ausgedrückt, das zweite γ -Quant wird bevorzugt in eine dem ersten γ -Quant entgegengesetzte Richtung emittiert. Trotzdem kann es vorkommen, daß beide γ -Quanten vom Zähler registriert werden, so daß bei $E_1 + E_2$ ein Summenpeak entsteht. Die Wahrscheinlichkeit, daß beide γ -Quanten in den Zählkristall gelangen, nimmt aber mit zunehmender Entfernung des Strahlers vom Kristall ab, und zwar auf Grund der Winkelkorrelation stärker als die Wahrscheinlichkeit, eines der beiden γ -Quanten allein zu registrieren. Die Zählrate im Summenpeak nimmt demzufolge schneller ab als in den beiden Photopeaks, aus dem Verhältnis J_{1+2}/J_1 oder J_{1+2}/J_2 läßt sich also der Abstand des Strahlers bzw. die Dicke der überlagerten Sandschicht bestimmen. Hinzuzufügen ist noch, daß der Effekt der Winkelkorrelation sehr schnell verschwindet, wenn die Zeit für den Kaskadenübergang $\geq 10^{-12}$ sec beträgt (bei ⁴⁶Sc etwa $4 \cdot 10^{-11}$ sec).

Bei unverschüttetem radioaktivem Sand ist die Zählrate im Summenpeak nur 1/10 der Zählrate in den beiden Photopeaks, bei einer Vergrabungstiefe von 10 cm sogar nur 1/100. Bedenkt man, daß bei in situ Messungen vor Sylt die gemessenen Zählraten häufig nur das 2- bis 5fache des Nulleffekts betragen, wird klar, daß es fast unmöglich ist, eine statistisch signifikant über dem Nulleffekt liegende Zählrate im Summenpeak registrieren zu wollen. Diese Angaben beziehen sich auf ⁸⁸Y mit einer Übergangszeit von 10^{-12} sec. Bei Verwendung von ⁴⁶Sc liegen die Verhältnisse noch wesentlich ungünstiger. Bei 10 cm tief vergrabenem radioaktivem Sand ist die Zählrate im Summenpeak nur $6 \cdot 10^{-4}$ der Zählrate des 0,89-MeV-Photopeaks. Auf die Messungen vor Sylt angewendet heißt das, daß nur Zählraten von mehr als 100 000 Imp/min im Bereich des Photopeaks ausgewertet werden können, eine Zählrate, die nur am Einbringepunkt selbst erreicht wird.

7. Zusammenfassung

Infolge derselben Vorgänge, die die Ursachen der Sandwanderung sind, wird der als Tracer verwendete radioaktive Sand durch natürlichen nicht radioaktiven Sand überlagert. Die daraus resultierende Absorption der γ -Strahlung führt zu Ergebnissen, die ohne Kenntnis der Verteilung der Aktivität mit der Tiefe oder der Kenntnis einer mittleren Vergrabungstiefe (Definitionsgleichung (4)) nicht entsprechend korrigiert werden können.

Das Spektrum der γ -Strahlung setzt sich im wesentlichen zusammen aus Photoeffekt und Comptoneffekt. Paarbildung kann vernachlässigt werden, da die im allgemeinen bei radioaktiven Tracermessungen verwendeten γ -Energien kaum über der Schwellenwertenergie für Paarbildung von 1,022 MeV liegen und außerdem die Ordnungszahl der durchsetzten Materie Sand gering ist. Während die γ -Quanten bei Photoeffekt vernichtet werden, die Absorption also streng exponentiell verläuft, geben sie bei Comptonstreuung nur einen Teil ihrer Energie ab, so daß im Bereich des Comptonplateaus mehr γ -Quanten die Materieschicht durchdringen können als nach exponentieller Absorption zu erwarten wäre. Dieser "Aufbaueffekt" (build-up) nimmt mit der Dicke der absorbierenden Sandschicht zu.

Über ein geeignetes Eichverfahren, bei dem die Versuchsbedingungen denen auf dem Meeresgrund möglichst weitgehend entsprechen müssen, wird der Aufbaufaktor b als Funktion der Dicke einer absorbierenden Sandschicht experimentell bestimmt. Für die praktische Anwendung ist es jedoch günstiger, eine von b abgeleitete Größe, nämlich das unmittelbar während der Messung erhaltene Verhältnis der Impulszählraten im Bereich des Comptonplateaus J_{I} und im Bereich des Photopeaks J_{II} zu verwenden. Die Funktion $J_{I}/J_{II}(x)$ ist die sogenannte Eichkurve (Abb. 14).

Aus dem nach Abzug des Nulleffekts gebildeten Zählratenverhältnis einer in situ Messung ergibt sich mit Hilfe dieser Eichkurve die Dicke der absorbierenden Sandschicht, mit der die gemessene Zählrate korrigiert werden kann. Der so erhaltene Wert ist die Zählrate, wie sie von der gesamten auf die Oberfläche des Meeresgrundes projizierten Aktivität am Ort der Messung erzeugt wurde.

Die Zählrate kann nun nach Halbwertszeitkorrektur über eine einfache Eichung, die während der Aufnahme der Eichkurve mit vorgenommen werden kann, in Aktivität und anschließend über die Daten der eingebrachten radioaktiven Sandmenge in quantitative Ergebnisse umgerechnet werden.

Anhand von zwei möglichen Verteilungsfunktionen der Aktivität mit der Tiefe werden die Grenzen der Anwendbarkeit des Verfahrens untersucht. Es zeigt sich, daß die Genauigkeit von der Art der Verteilungsfunktion und der maximalen Tiefe der Verteilung abhängt. Für die beiden diskutierten Verteilungsfunktionen liegt die Grenze der Anwendbarkeit (Fehler $\leq 10^{0}$) bei etwa 30 cm Tiefe.

Die auf die beschriebene Weise vorgenommene quantitative Erfassung der Sandwanderung erfordert zusätzlich zu den bei Sandwanderungsmessungen im allgemeinen verwendeten Einkanal-Impulszählgeräten lediglich einen zweiten Amplitudendiskriminator und ein zweites Zählwerk.

Mit einer solchen Anordnung wurde bereits im Mai/Juni 1971 vor Westerland/Sylt eine quantitative Messung der Sandwanderung vorgenommen. Die Ergebnisse sind im Bericht III zusammengestellt. Die mit dem hier beschriebenen Verfahren erhaltenen Sandmengen pro Meßort ergeben über das ganze Untersuchungsgebiet integriert in etwa die ursprüngliche, 9 Monate zuvor eingebrachte Menge radioaktiven Sandes. Auf diese

Weise ist eine echte Überprüfungsmöglichkeit des Verfahrens gegeben.

Allerdings sind die Ergebnisse unter der in diesem Fall nicht erfüllten Annahme berechnet worden, daß der radioaktive Sand massenproportional aktiviert wurde. Diese Voraussetzung für quantitative Messungen ist jedoch ohne weiteres zu erfüllen, wenn die einzelnen Kornfraktionen vor der Aktivierung ausgesiebt und anschließend massenproportional aktiviert werden.

8. Schriftenverzeichnis

- COURTOIS, G.: Möglichkeiten der Verwendung einer begrenzten Zahl radioaktiver Körner bei quantitativen Untersuchungen über Sedimentbewegungen, Informationsheft Nr. 8 des Büro EURISOTOP, Bd. 2, Bericht 20, 1965.
- COURTOIS, G. und SAUZAY, S.: Possibilités de determination quantitative des débits de sédiments par l'emploi de traceurs radioactifs – Utilisation de sondes à résponse linéaire, Proc. XIth Congr. IAHR, Leningrad, Sept. 1965, Seminar 3, Mitt. 13, S. 192–197.
- DOLEZAL, R., PETERSEN, M. et al.: Entwicklung und Untersuchung eines radioaktiven Indikatorverfahrens zur Messung der Kinetik, der Erosion und des Sandtransportes an sandigen Brandungsküsten, EURATOM Forschungsbericht 2167.d, 1965.
- GRIESSEIER, H. und MAKOWSKI, J.: Quantitative Erfassung hydrodynamisch bedingter Sedimenttransporte mit Hilfe von Radioisotopen, Monatsberichte der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Bd. 6, Heft 10, 1964.
- JAMES, W. R.: Private unveröffentlichte Mitteilung, CERC, Washington, D. C., 1972.
- MEYN, G.: Anwendung radioaktiver Isotope bei der Erforschung der Sandwanderung im Küstenbereich, Atomkernenergie, 17, 63, 1971.
- MUNDSCHENK, H.: Methodische Beiträge zur quantitativen Erfassung von Sedimentbewegungen, Deutsche Gewässerkundliche Mitteilungen 15, 149, 1971.
- REINHARD, R.: In situ Messung der Verteilungsfunktion von radioaktivem Sand mit der Tiefe, in Vorbereitung 1975.
- SAUZAY, G.: Méthode du bilan des taux de comptage d'indicateurs radioactifs pour la détermination du débit de charriage des lits sableux, Rapp. CEA – R – 3131, 1968 (Dissertation).
- SCHULZE-PILLLOT, G.: Zur quantitativen Erfassung der Sandwanderung, Informationsheft Nr. 8 des Büro EURISOTOP, Bd. 2, Bericht 25, 1965.
- TURNER, P. A.: A Computer Program for Data Processing and Graphical Display for Radioisotopic Sand Tracer Study, Army Coastal Engineering Research Center, Washington, D. C., May 1970.