

# Ähnlichkeitsbedingungen für Untersuchungen in hydraulisch-thermischen Tidemodellen

Von Gerd Flügge und Horst Schwarze

## Summary

*In thermal hydraulic model tests, carried out on the base of the densimetric Froude scaling law, one must consider the heat exchange between the water surface and the adjacent laboratory atmosphere. This heat exchange is characterized by the heat exchange coefficient.*

*The ratio of the scales for the physical values, which are relevant for the heat input by the cooling water discharge and for the heat exchange at the water surface respectively can be used in order to reduce the well known heat exchange coefficient of the laboratory to a corresponding heat exchange coefficient for the prototype. This latter corresponds to the temperature distributions in the prototype, obtained from the model on the base of the Froude scaling law.*

## 1. Allgemeines

In Verbindung mit der Planung von Kernkraftwerken an den deutschen Tideästuarien wurden zur Untersuchung der Vermischungs- und Ausbreitungsvorgänge bei der Einleitung von aufgewärmtem Kühlwasser in das Gewässer hydraulisch-thermische Tidemodelle der Unterweser und der Unterelbe gebaut und betrieben.

Hydraulisch-thermische Modelle sind nach dem heutigen Erkenntnisstand das zuverlässigste Hilfsmittel für die Vorhersage von Temperaturverteilungen im gesamten Einflußbereich einer Kühlwassereinleitung, insbesondere in tidebeeinflussten Gewässern.

Hydraulische Modelle mit freier Oberfläche werden im allgemeinen auf der Grundlage des FROUDESchen Ähnlichkeitsgesetzes betrieben. Bei dynamischer Ähnlichkeit der Strömungen im hydraulischen Modell und in der Natur müssen dabei die FROUDESchen Zahlen des Abflußvorganges an einander entsprechenden Punkten im Modell ( $F_M = v_M / \sqrt{g \cdot h_M}$ ) und in der Natur ( $F_N = v_N / \sqrt{g \cdot h_N}$ ) gleich groß sein. Das FROUDESche Ähnlichkeitsgesetz

$$F_M = F_N$$

gilt exakt, wenn der Abflußvorgang nur durch Trägheits- und Schwerekräfte bestimmt wird. Es gilt angenähert, wenn die Reibungskräfte im Vergleich zu den Trägheits- und Schwerekräften vernachlässigbar klein sind.

Treten zusätzlich noch Dichteunterschiede auf, wie z. B. in Bereichen, in denen noch keine vollständige Durchmischung des aufgewärmten, spezifisch leichteren Kühlwassers mit dem Flußwasser stattgefunden hat, wird das erweiterte FROUDESche Ähnlichkeitsgesetz bei der Beschreibung der dynamischen Ähnlichkeit angewendet. Danach müssen die FROUDESchen Dichtezahlen an einander entsprechenden Punkten im Modell und in der Natur gleich groß sein:

$$F_{dM} = F_{dN}$$
$$\frac{v_M}{\sqrt{g \cdot h_M \cdot \left(\frac{\Delta \rho}{\rho}\right)_M}} = \frac{v_N}{\sqrt{g \cdot h_N \cdot \left(\frac{\Delta \rho}{\rho}\right)_N}}$$

mit  $v$  = mittlere Strömungsgeschwindigkeit im betrachteten Bereich des Strömungsfeldes

$g$  = Erdbeschleunigung

$h$  = mittlere Wassertiefe im betrachteten Bereich des Strömungsfeldes

$\Delta\rho/\rho$  = relativer Dichteunterschied zwischen dem aufgewärmten Kühlwasser und dem Gewässer

Im hydraulisch-thermischen Modell wird die gleiche Flüssigkeit (Wasser) wie in der Natur verwendet, d. h., die physikalischen Größen der Dichte  $\rho$  und der spezifischen Wärme  $c$  sind im Modell und in der Natur gleich:

$$\frac{\rho_N}{\rho_M} = 1 \text{ und } \frac{c_N}{c_M} = 1$$

Zur Nachbildung des Dichteunterschiedes zwischen dem von der Wärmeeinleitung unbeeinflussten Gewässerwasser und dem aufgewärmten Kühlwasser müssen deshalb auch die Temperaturunterschiede  $\Delta T$  im Modell und in der Natur gleich sein:

$$\frac{\Delta T_N}{\Delta T_M} = 1$$

## 2. Maßstabsverzerrungen in hydraulisch-thermischen Modellen

Da bei Anwendung des FROUDESchen Ähnlichkeitsgesetzes die auftretenden Reibungskräfte nicht berücksichtigt werden, ist die REYNOLDSSche Zahl maßstabsabhängig und wird im Modell im Maßstab

$$\frac{R_N}{R_M} = \frac{\frac{v_N \cdot h_N}{\nu_N}}{\frac{v_M \cdot h_M}{\nu_M}} = \lambda_V^{1/2} \cdot \lambda_V = \lambda_V^{3/2}$$

nachgebildet, wobei  $\lambda_V = l_N/l_M$  der Maßstab der Wassertiefen und  $\lambda_V^{1/2}$  der Maßstab der Strömungsgeschwindigkeiten ist ( $v_N : v_M = 1$ ).

Die in der Natur auftretenden turbulenten Strömungsvorgänge verlaufen im Modell nur dann naturähnlich, wenn gewährleistet ist, daß auch im Modell turbulente Strömungen herrschen. Durch die Wahl des Tiefenmaßstabes  $\lambda_V$  muß der erforderliche Turbulenzgrad der Strömung im Modell erreicht werden, so daß die unvermeidbare Unterschreitung der kritischen REYNOLDSSchen Zahl im Bereich der Stromkenterungen möglichst kurzzeitig ist. Der Maßstab für die Längen und Breiten  $\lambda_H$  für die Nachbildung eines großen Gebietes, wie z. B. der Unterweser oder der Unterelbe, im Modell muß im allgemeinen wegen des nur begrenzt in der Versuchshalle zur Verfügung stehenden Platzes mehrfach größer sein als der erforderliche Tiefenmaßstab  $\lambda_V$

$$\lambda_H = \kappa \cdot \lambda_V$$

was eine Verzerrung des Modells von

$$\kappa = \frac{\lambda_H}{\lambda_V}$$

bedeutet.

Da aber die Komponenten des turbulenten Austausches in einem Modell nicht verzerrt werden können, wird der horizontale Wärmeaustausch in einem verzerrten hydrau-

lisch-thermischen Modell zu groß im Vergleich zum vertikalen Wärmeaustausch. Deshalb darf für hydraulisch-thermische Modelle nur eine begrenzte geringe Maßstabsverzerrung gewählt werden.

Nach diesen Überlegungen wurden die hydraulisch-thermischen Tidemodelle im FRANZIUS-INSTITUT nur maximal 3fach verzerrt  $(\lambda_H : \lambda_V)_{\max} = 3$ .

### 3. Wärmeaustausch zwischen Wasseroberfläche und Atmosphäre der Versuchshalle

#### 3.1. Allgemeines

Beim Betrieb eines hydraulisch-thermischen Modells muß aber noch ein weiteres Problem beachtet werden. Die Temperaturverteilung in einem Gewässer hängt nicht nur von dem Turbulenzgrad der Strömung ab, sie wird auch in starkem Maße vom Wärmeaustausch zwischen der Wasseroberfläche und der darüberliegenden Atmosphäre beeinflusst. Dieser Wärmeaustausch an der Wasseroberfläche ist nicht von den hydrodynamischen Verhältnissen des Gewässers oder des eingeleiteten warmen Kühlwassers, sondern nur von der Erhöhung der Wassertemperatur an der Gewässeroberfläche gegenüber der Gleichgewichtstemperatur des Gewässers und von meteorologischen Bedingungen, wie Verdunstung, Konvektion und Strahlung, abhängig.

Der Wärmeaustausch wird durch den Wärmeaustausch-Koeffizienten  $A$  gekennzeichnet, der die sekundliche Wärmeabgabe einer Einheitsfläche bei einer Temperaturerhöhung von 1 K über die Gleichgewichtstemperatur angibt

$$A \text{ in } \frac{\text{cal}}{\text{s} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}} \quad \text{oder in } \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Wie in der Natur, findet auch im Laboratorium ein Wärmeaustausch zwischen Gewässeroberfläche und Atmosphäre statt. Bei der Übertragung der Modellversuchsergebnisse muß deshalb der Wärmeaustausch an der Wasseroberfläche besonders beachtet werden.

Bei Verwendung von Wasser im Modell laufen die physikalischen Vorgänge beim Wärmeaustausch zwischen Wasser und Luft im Laboratorium und in der Natur gleich ab. Es ist deshalb nicht möglich, einen Maßstab für den Wärmeaustausch-Koeffizienten nach dem FROUDESchen Ähnlichkeitsgesetz abzuleiten.

Darüber hinaus lassen sich im Labor nur mit wirtschaftlich nicht vertretbarem Aufwand bestimmte klimatische Verhältnisse, wie relative Luftfeuchte, Luftdruck, Lufttemperatur, Windgeschwindigkeit und -richtung, herstellen.

Es muß deshalb ein Zusammenhang zwischen dem Laborklima, bei dem sich bestimmte Temperaturverteilungen im Modell einstellen, und *den* klimatischen Bedingungen in der Natur gefunden werden, bei denen in der Natur gleiche Temperaturverteilungen wie im Modell zu erwarten sind. Durch eine Gegenüberstellung der Maßstäbe für den Wärmeeintrag in das Modell und für die Wärmeabgabe über die Gewässeroberfläche im Modell in die Atmosphäre der Versuchshalle konnte ein Umrechnungsfaktor für den während des Modellversuchs herrschenden Wärmeaustausch-Koeffizienten abgeleitet werden.

## 3.2. Maßstab für den Wärmeeintrag

Die im Kraftwerk anfallende Abwärme wird mit dem Kühlwasser in das Gewässer eingeleitet. Der Wärmeeintrag beträgt dabei:

$$W_E = Q_K \cdot \Delta T_K \cdot c \cdot 4,18 \quad (1)$$

- mit  $W_E$  = Wärmeeintrag in MW  
 $Q_K$  = Kühlwasserdurchsatz in  $m^3/s$   
 $\Delta T_K$  = Aufwärmspanne des Kühlwassers im Kraftwerk in K  
 $c$  = spezifische Wärme des Wassers =  $1 \text{ Mcal}/m^3 \cdot K$   
 $4,18 \text{ MW} = 1 \text{ Mcal}/s$  (elektrisches Wärmeäquivalent)

Unter Zugrundelegung des FROUDESchen Ähnlichkeitsgesetzes ergibt sich der Maßstab für den Wärmeeintrag zu

$$\frac{W_{EN}}{W_{EM}} = \frac{Q_{KN}}{Q_{KM}} \cdot \frac{\Delta T_{KN}}{\Delta T_{KM}} \cdot \frac{c_N}{c_M} = \frac{Q_{KN}}{Q_{KM}} \cdot 1 \cdot 1 \quad (2)$$

Mit dem Maßstab für die Längen und Breiten von

$$\frac{l_{HN}}{l_{HM}} = \lambda_H$$

und für die Tiefen von

$$\frac{l_{VN}}{l_{VM}} = \lambda_V$$

wird im verzerzten Modell

$$\frac{W_{EN}}{W_{EM}} = \lambda_H \cdot \lambda_V^{3/2} \quad (= \text{Maßstab für die sekundlichen Wassermengen}) \quad (2a)$$

und im unverzerzten Modell mit  $\lambda_H = \lambda_V = \lambda$

$$\frac{W_{EN}}{W_{EM}} = \lambda^{5/2}$$

## 3.3. Maßstab für die Wärmeabgabe

Es wird vorausgesetzt, daß die in das Gewässer eingeleitete Wärme im wesentlichen durch einen Wärmeaustausch zwischen Gewässeroberfläche und Atmosphäre aus dem Gewässer wieder abgegeben wird. Gegenüber dem Wärmeaustausch an der Gewässeroberfläche wird die Wärmeabgabe an die Gerinnesohle als vernachlässigbar angenommen.

Der Wärmeaustausch zwischen der Gewässeroberfläche und der Luft beträgt:

$$W_A = A \cdot O \cdot \Delta T \quad (3)$$

- mit  $W_A$  = Wärmeabgabe in MW  
 $A$  = Wärmeaustausch-Koeffizient in  $MW/m^2 \cdot K$   
 $O$  = für den Wärmeaustausch verfügbare Wasseroberfläche in  $m^2$   
 $\Delta T$  = Erhöhung der Wassertemperatur über die Gleichgewichtstemperatur an der Wasseroberfläche in K

Für den Maßstab des Wärmeaustausches zwischen der Wasseroberfläche und der Atmosphäre ergibt sich demnach ( $A_N = A_M$ ):

$$\frac{W_{AN}}{W_{AM}} = \frac{O_N}{O_M} \cdot \frac{A_N}{A_M} \cdot \frac{\Delta T_N}{\Delta T_M} = \frac{O_N}{O_M} \cdot 1 \cdot 1 \quad (4)$$

Mit dem Maßstab für die Längen und Breiten von

$$\frac{l_{HN}}{l_{HM}} = \lambda_H$$

wird im verzerren sowie im unverzerrten Modell

$$\frac{W_{AN}}{W_{AM}} = \lambda_H^2 (= \text{Maßstab für die verfügbare Wasseroberfläche}) \quad (4a)$$

### 3.4. Umrechnungsfaktor

Durch die Maßstäbe für die physikalischen Größen, die für den Wärmeeintrag  $W_E$  und für die Wärmeabgabe  $W_A$  maßgebend sind, wird die Wärmeabgabe, d. h. die zur Verfügung stehende Wasseroberfläche, weniger verkleinert als der Wärmeeintrag, d. h. die sekundliche Wassermenge, mit der die Wärme in das Gewässer eingetragen wird. Es wird also auf Grund der Maßstäbe für die Wasseroberfläche und für die sekundliche Wassermenge im Modell mehr Wärme an der Wasseroberfläche abgegeben, als wenn Wasser-

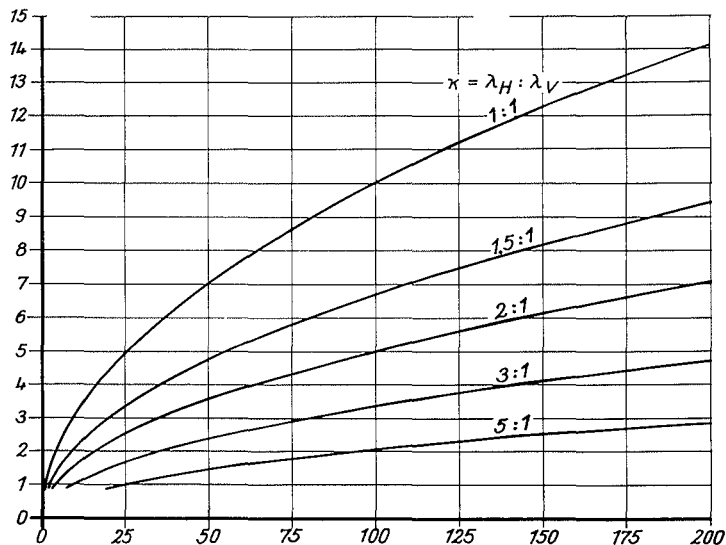


Abb. 1. Tiefenmaßstab  $\lambda_V$  in Abhängigkeit vom Umrechnungsfaktor  $A_N : A_M$  bei verschiedenen Maßstabsverzerrungen  $\kappa$

Abzisse: Tiefenmaßstab  $\lambda_V$ , Ordinate: Umrechnungsfaktor  $A_N : A_M$

fläche (Wärmeabgabe) und sekundliche Wassermenge (Wärmeeintrag) in gleichem Maßstab nachgebildet wären. Das Verhältnis der Maßstäbe für die sekundliche Wassermenge und für die Wasseroberfläche gibt an, um wieviel größer die Wärmeabgabe im Modell nachgebildet wird als der Wärmeeintrag.

Da die Wärmeabgabe linear sowohl von der vorhandenen Wasseroberfläche als auch vom Wärmeaustausch-Koeffizienten abhängt (vgl. Gleichung [3]), kann bei bekanntem (gemessenem) Wärmeaustausch-Koeffizienten des Laborklimas ein der „größeren“ Wasseroberfläche entsprechender Wärmeaustausch-Koeffizient, der dann andere meteorologische

Verhältnisse repräsentiert als die des Labors, angegeben werden, bei dem sich die im Modell gemessenen Temperaturverteilungen einstellen werden.

Der Quotient

$$\frac{\frac{W_{EN}}{W_{EM}}}{\frac{W_{AN}}{W_{AM}}} = \frac{\lambda_H \cdot \lambda_V^{3/2}}{\lambda_H^2} = \frac{\lambda_V^{3/2}}{\lambda_H} = \frac{A_N}{A_M} \quad (5)$$

oder im unverzerrten Modell

$$= \frac{\lambda^{5/2}}{\lambda^2} = \lambda^{1/2} = \frac{A_N}{A_M} \quad (5a)$$

ist ein von den geometrischen Maßstäben des Modells abhängiger Faktor (Abb. 1) für die Umrechnung des Wärmeaustausch-Koeffizienten des Laborklimas auf einen Wärmeaustausch-Koeffizienten, der den nach dem FROUDESCHEN Ähnlichkeitsgesetz aus dem Modell auf die Natur übertragenen hydrodynamischen und thermischen Verhältnissen entspricht.

### 3.5. Wärmeaustausch-Koeffizient im Labor

Für die Beurteilung der im hydraulisch-thermischen Modell gemessenen Temperaturverteilungen ist der für die Versuchshalle charakteristische Wärmeaustausch-Koeffizient von Bedeutung. Zu seiner Ermittlung wird in einem an den Seiten und am Boden wärmeisolierten Becken neben dem Modell die zeitliche Temperaturabnahme eines bekannten Wasservolumens mit einer Oberfläche von 1 m<sup>2</sup> und einer den Modellverhältnissen entsprechenden Wassertiefe gemessen. Der Wärmeaustausch-Koeffizient läßt sich nach der ermittelten Temperaturkurve nach folgender Gleichung bestimmen:

$$A = \frac{W_A}{O \cdot \Delta T_0} \quad (6)$$

Darin bedeuten (vgl. Abb. 2):

A	= Wärmeaustausch-Koeffizient in W/m <sup>2</sup> · K
W <sub>A</sub>	= Wärmeabgabe = $\frac{c \cdot V \cdot \Delta T}{\Delta t} \cdot 4,18 \cdot 10^6$ in W
c	= spezifische Wärme des Wassers = 1 Mcal/m <sup>3</sup> · K
V	= Wasservolumen des Beckens in m <sup>3</sup>
ΔT	= Abnahme der Wassertemperatur im Zeitintervall Δt in K
Δt	= Zeitintervall in s
4,18 · 10 <sup>6</sup> W	= 1 Mcal/s (elektrisches Wärmeäquivalent)
O	= Wasseroberfläche des Beckens in m <sup>2</sup>
ΔT <sub>0</sub>	= T — T <sub>G</sub> in K
T	= mittlere Wassertemperatur im Zeitintervall Δt in °C
T <sub>G</sub>	= Gleichgewichtstemperatur in °C

In Versuchshallen des FRANZIUS-INSTITUTS wurden im Spätsommer/Herbst Wärmeaustausch-Koeffizienten von A<sub>M</sub> = 10 bis 15 W/m<sup>2</sup> · K ermittelt.

In der Natur ist es jedoch sehr viel schwieriger, Wärmeaustausch-Koeffizienten zu bestimmen. In den deutschen Tideästuarien werden Wärmeaustausch-Koeffizienten von A = 50 bis 100 W/m<sup>2</sup> · K in den Sommermonaten und von A = 20 bis 50 W/m<sup>2</sup> · K in den Wintermonaten angenommen.

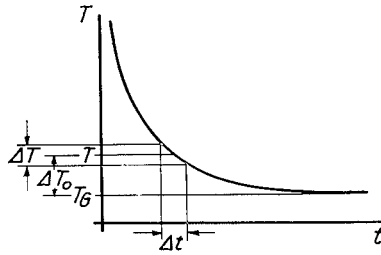


Abb. 2. Zeitliche Temperaturabnahme im Becken (schematisch)

Im *Franzius-Institut* werden umfangreiche systematische Naturmeßprogramme geplant, um sichere Werte für Wärmeaustausch-Koeffizienten in den deutschen Tideflüssen und Küstenbereichen in Abhängigkeit von unterschiedlichen meteorologischen Verhältnissen zu ermitteln.

#### 4. Schlußbemerkung

Hydraulisch-thermische Modellversuche können nach dem erreichten Erkenntnisstand so betrieben werden, daß verlässliche Ergebnisse über die Temperaturverteilungen im Gewässer im Bereich einer Kühlwassereinleitung zu erwarten sind. Die Wahl von geeigneten Modellmaßstäben, von erprobten Meß- und Auswertemethoden und insbesondere die Einbeziehung des Wärmeaustausches an der Wasseroberfläche gewährleisten die Naturähnlichkeit der hydraulisch-thermischen Modellversuche.