

Grundsatzuntersuchungen für ein hybrides Tidemodell

Von Klaus-Peter Holz

Zusammenfassung

Hybride Modelle zur Simulation von Tidewellen in Ästuarien sind eine Kombination aus hydraulischen und mathematischen Modellen. Beide Modelltypen werden unter Echtzeitbedingungen miteinander gekoppelt, um so die Vorteile beider Simulationstechniken optimal nutzen zu können. Es werden eine Prinzipstudie zur Technik der Kopplung durchgeführt und der Einfluß der Verzögerungszeiten, die bei der Kopplung unvermeidbar sind und sich hauptsächlich aus der Rechenzeit für das mathematische Modell ergeben, näher untersucht. Hierzu dienen Experimente an einem offenen Gerinne. Die Untersuchungsbedingungen entsprechen denen von Tidemodellen.

Summary

Hybrid models for the investigation of tidal waves in estuaries are a combination of hydraulic and mathematical models which are coupled under real-time conditions. The advantages of both investigation techniques are thus combined in this new formulation. A report is given concerning the coupling strategy and an analysis made of the influence of some inevitable time-delay, resulting mainly from the computing time of the numerical model. Results are presented from experiments run for an open channel system under tidal conditions.

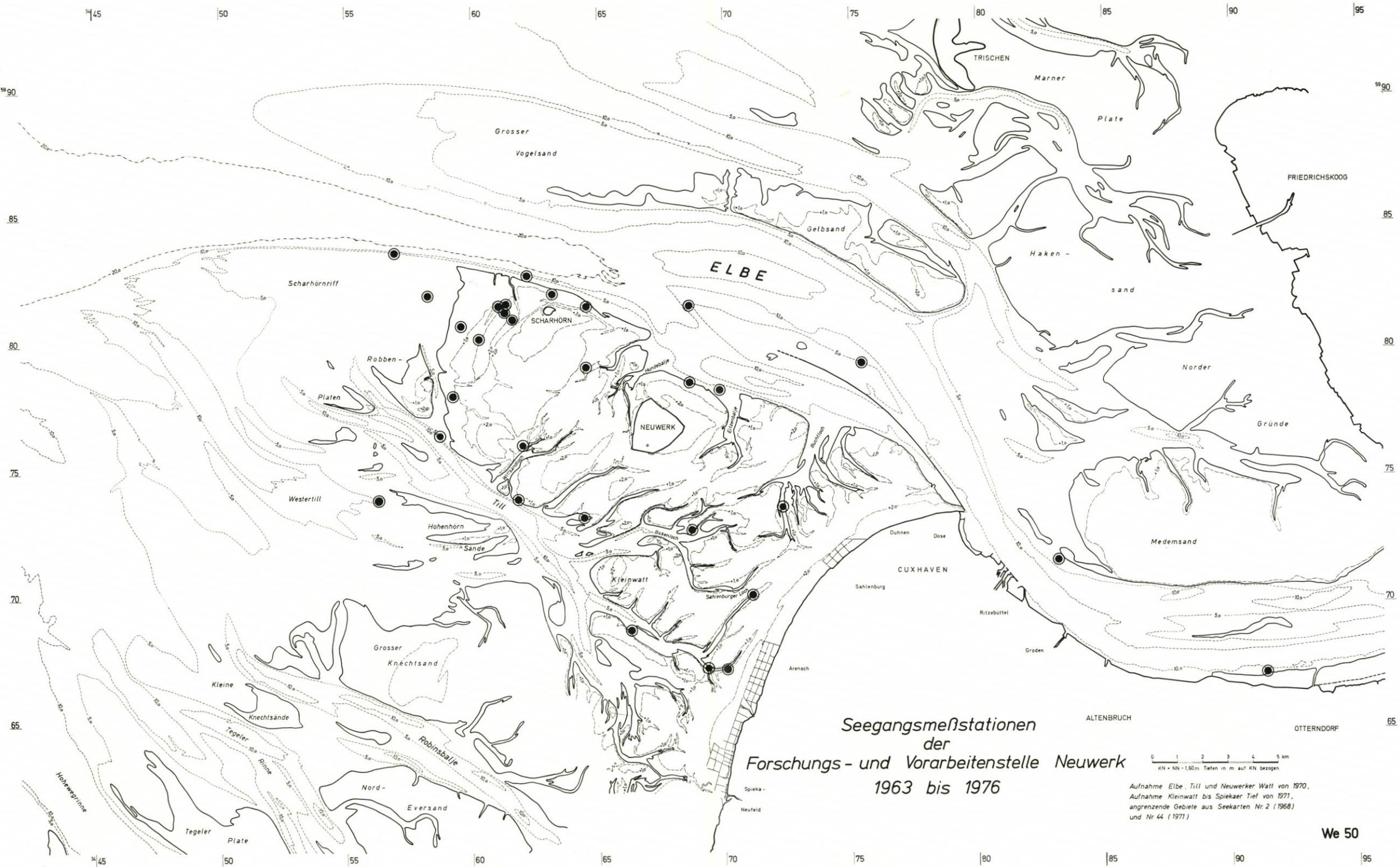
Inhalt

1. Einführung	16
2. Kopplungsbedingungen	17
3. Zeitelemente	19
4. Experimentelle Untersuchungen	21
5. Zusammenfassung	24
6. Anmerkungen	24
7. Schriftenverzeichnis	25

1. Einführung

Die numerischen Modelle zur Simulation von tideerzeugten Bewegungsprozessen sind in den vergangenen Jahren wesentlich verbessert worden. Speziell Modelle, die von vertikal gemittelten Geschwindigkeiten und einer hydrostatischen Druckverteilung über die Tiefe ausgehen und sich mit diesen vereinfachenden Annahmen besonders für Fernfeld-Untersuchungen eignen, sind hinsichtlich der Rechenzeiten ökonomisch und hinsichtlich der physikalischen Aussage in hohem Maße zuverlässig geworden (1, 2).

Anders verhält es sich jedoch, wenn dreidimensionale Untersuchungen für das Nahfeld mit mathematischen Modellen durchgeführt werden sollen. Es sind bislang nur wenige dreidimensionale numerische Modelle (3, 4, 5) bekannt, und somit liegen bislang auch nur geringe Erfahrungen mit ihnen und mit der Wahl der physikalischen Koeffizienten vor,



Seegangmessstationen
der
Forschungs- und Vorarbeitenstelle Neuwerk
1963 bis 1976

0 1 2 3 4 5 km
KN = NN - 1,60m. Tiefen in m auf KN bezogen
Aufnahme Elbe, Till und Neuwerker Watt von 1970.
Aufnahme Kleinwatt bis Spiekaer Tief von 1971.
angrenzende Gebiete aus Seekarten Nr. 2 (1968)
und Nr. 44 (1971)

Abb. 1

die für die Rechnung benötigt werden. Außerdem sind diese Modelle hinsichtlich der Rechenzeiten erheblich aufwendiger. Angesichts dieser Situation erscheint es sinnvoll, zur Simulation von Strömungsvorgängen im Nahfeld weiterhin den hydraulischen Modellen den Vorzug zu geben, während für Untersuchungen im Fernfeld numerische Modelle vorteilhafter sind. Dies zeigt ein Vergleich mit hydraulischen Modellen, wenn der Aufwand für Instrumentierung, Unterhaltung und die zeitlich schnellere Verfügbarkeit bewertet werden. Sollen bei einer Systemsimulation zur Analyse der Auswirkungen einer geplanten Baumaßnahme die Vorteile der hydraulischen und der numerischen Modelltechnik ausgenutzt werden, so würde die Untersuchung in zwei Schritten durchzuführen sein. Die numerische Rechnung für das Fernfeld-Problem kann ohne weiteres erfolgen; für den hydraulischen Modellversuch, der das Nahfeld simuliert, ergeben sich jedoch Schwierigkeiten bei der Formulierung der Randbedingungen. Diese sind häufig nicht bekannt und müssen von Aufzeichnungen an Stationen weit außerhalb des Untersuchungsgebietes auf dessen Grenzen erst übertragen werden. Im Falle einer topographischen Veränderung im Untersuchungsgebiet selbst ist auch eine Übertragung nicht möglich, da die Topographie auf die Randbedingungen selbst zurückwirkt. Es bleibt also nur der Weg über Zusatzuntersuchungen, um zunächst die Randbedingungen zu ermitteln. Dazu können Versuche in einem hydraulischen Modell mit kleinerem Maßstab für das gesamte Untersuchungsgebiet durchgeführt werden, doch ist dieser Weg unökonomisch. Eine andere Möglichkeit ergibt sich aus der Verwendung des numerischen Modells für das Gesamtgebiet: Allerdings sind dann Fehler wegen der getroffenen vereinfachenden Annahmen, die auch auf den Nahfeld-Bereich angewendet werden, zu erwarten.

Es ist also erforderlich, das Nahfeld dreidimensional zu simulieren und direkt an das numerisch simulierte Fernfeld anzukoppeln. Dieses führt zu einem neuen Modelltyp, den wir *Hybrides Modell* nennen. Es werden das dreidimensional hydraulische Modell und das zweidimensional numerische Modell gleichzeitig nebeneinander betrieben und so miteinander verbunden, daß kontinuierliche Übergangsbedingungen für Wasserstand und Durchfluß zwischen beiden Modellen gewährleistet sind. Damit werden die Vorzüge hydraulischer Modelle im Nahfeld und numerischer Modelle im Fernfeld kombiniert. Weiterhin entfällt bei dieser Lösung eine gesonderte Bestimmung der Randbedingungen für das hydraulische Modell, da dieses in dynamischer Wechselwirkung mit dem numerischen Fernfeld-Modell steht. Für dieses sind die Randwerte vorgegeben. Die zeitgleiche Kopplung beider Modelle gewährleistet außerdem die richtige Erfassung von Veränderungen der Strömungsbedingungen infolge einer topographischen Veränderung des Systems und macht gesonderte Betrachtungen bezüglich deren Auswirkungen auf die Randbedingungen des Nahfeld-Modells überflüssig.

Die vorliegende Arbeit beschreibt in kurzer Form die Strategie, die bei der Kopplung beider Modelltypen verfolgt wird. Dabei stellt sich heraus, daß einige Zeitglieder, die sich hauptsächlich aus der Rechenzeit für das mathematische Modell und aus den Stellzeiten für die Instrumentierung ergeben, von wesentlicher Bedeutung für das Systemverhalten sind. Um ihren Einfluß zu analysieren, werden einige Experimente an einem eindimensionalen Gerinne durchgeführt.

2. Kopplungsbedingungen

Die Grundsatzuntersuchungen zur hybriden Modelltechnik erfolgen für einen rechteckigen eindimensionalen Kanal von 25 m Länge. Der Kanal ist an einem Ende geschlos-

sen; am anderen Ende wird eine sinusförmige Änderung des Wasserspiegels eingesteuert (Abb. 1).

Dieses einfache System wird gewählt, weil hieran alle wesentlichen Aspekte der neuen Versuchstechnik deutlich werden und weil wegen der Klarheit des Systems eine einfache Fehleranalyse für die Versuche möglich ist.

Der beschriebene Kanal (Abb. 1) kann als hydraulisches Modell eines Systems betrachtet werden. Dieses Modell eines Systems wird nun als hybrides Modell neu formuliert. Es wird in zwei Teile zerlegt (Abb. 1), von denen einer weiterhin hydraulisch reali-

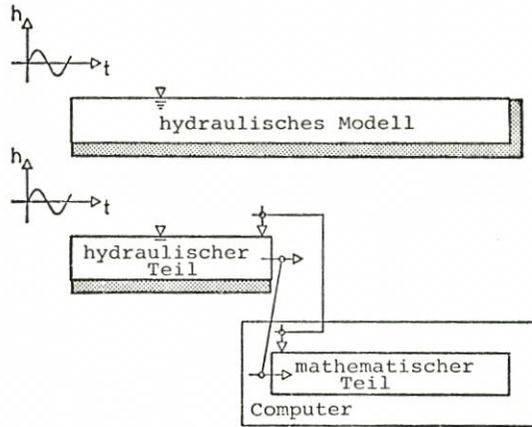


Abb. 1. Versuchsanordnung für hybrides Modell

siert ist und den Nahfeld-Bereich darstellt. Der andere Teil wird numerisch simuliert und steht für das Fernfeld. Da dieses hybride Modell hinsichtlich der Topographie und der Randwerte die gleichen Bedingungen aufweist wie das ursprüngliche hydraulische Modell, müssen die Ganglinien für die Wasserstände und die Geschwindigkeiten für jede Station in beiden Modellen die gleichen sein. Damit ist eine Möglichkeit zur Überprüfung der Genauigkeit und der Zuverlässigkeit der hybriden Modelltechnik gegeben.

Die Strategie der Kopplung zwischen dem hydraulischen und dem mathematischen Teil des hybriden Modells folgt ebenfalls aus Abb. 1. In festen Zeitintervallen Δt , die den Koppeltakt definieren, wird der Wasserstand an der Koppelstelle im hydraulischen Teilmodell gemessen. Dieser wird nunmehr an das mathematische Modell weitergegeben und von diesem als Randbedingung für die Rechnung verwendet. Als Ergebnis wird der zu diesem Wasserstand zugehörige Durchflußwert erhalten, der am hydraulischen Teilmodell einzusteuern ist. Steht dieser neue Durchflußwert sofort zur Verfügung und erfolgt der Koppeltakt in sehr kleinen Zeitintervallen, so werden kontinuierliche Übergangsbedingungen zwischen beiden Modellen erhalten. In der praktischen Anwendung kann das Kopplungsintervall Δt nun allerdings nicht beliebig klein gewählt werden, da in jedem Intervall zunächst einige Zeit vergeht, bis der neue Durchflußwert seitens des numerischen Modells berechnet und bis dieser Wert an die Geräte, die den Durchfluß steuern, weitergegeben ist. Der Einfluß der zeitlichen Verzögerungen auf das Kopplungsverhalten der Modelle wird in Abb. 2 erläutert.

Auf der linken Seite ist zunächst der Fall skizziert, bei dem die Verzögerungszeiten nahezu Null sind. Die durchgezogene Linie möge die Ganglinie des Wasserstandes h an der Koppelstelle in dem ursprünglichen hydraulischen Modell darstellen. Gegenüber dieser

Linie wird nun die Ganglinie für den Wasserstand im hybriden Modell h^* aufgetragen. Eine Messung h^* wird im allgemeinen wegen unvermeidlicher Meßfehler unterschiedlich zu h sein. Dieser fehlerhafte Meßwert h^* wird nun als Randbedingung im numerischen Modell verwendet und ein zugehöriger fehlerhafter Durchfluß q^* ermittelt. Dieser wird in das hydraulische Modell eingesteuert. War h^* kleiner als h , so wird auch q^* kleiner als der entsprechende Wert q sein. Für die nun folgende Zeit Δt des Koppelintervalls wird folglich ein Durchflußwert gesteuert, der zu klein ist. Der nächste gemessene Wasserstandswert h^* wird daher höher ausfallen als er sein sollte. Damit wird aber auch der nächste q^* -Wert größer sein als der zugehörige Wert q . Das führt nun wiederum zu einem Sinken des Wasserstandes. Es entsteht somit eine Schwankungsbewegung um die richtigen Werte h herum. Die Größe der Schwankungen wird im wesentlichen durch die Größe des Koppeltaktes bestimmt.

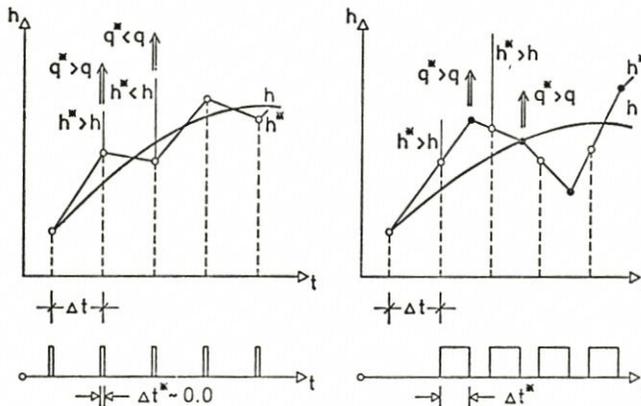


Abb. 2. Übergangsbedingungen zwischen gekoppelten Modellen

Der rechte Teil der Abb. 2 zeigt nun den Einfluß einer Verzögerungszeit auf das Systemverhalten. Der errechnete Durchfluß q^* steht im Modell erst zu einer Zeit an, zu der h^* sich bereits weiter verändert hat. Ist h^* inzwischen noch gestiegen, so wird q^* wesentlich zu klein sein, um innerhalb des Kopplungsintervalls diesen Fehler auszugleichen. Das nächste h^* muß daher nicht unbedingt kleiner als h sein, was zu einer erneuten Berechnung eines zu großen Durchflusses q^* führt. Der Fehler kann sich solange noch ausgleichen, wie das Kopplungsintervall hinreichend klein gewählt ist, doch läßt sich dafür kein Kriterium angeben. Analytische Überlegungen führen hier nicht weiter, da die beschreibenden Differentialgleichungen nichtlinear sind. Man bleibt daher auf Experimente angewiesen, bei denen herauszufinden ist, bis zu welcher Grenze die Verzögerungszeiten vergrößert werden dürfen und wie sich diese auf die Genauigkeit eines hybriden Modellversuchs auswirken.

3. Zeitelemente

Die folgenden Überlegungen gelten den Verzögerungszeiten, die sich im wesentlichen aus drei Funktionen ergeben (Abb. 3), die innerhalb eines Koppelintervalls auszuführen sind. Zunächst ist die Messung des Wasserstandes durchzuführen und der gemessene analoge Wert in eine physikalische Größe umzuwandeln. Da alle Funktionen unter der Kon-

trolle eines Computers ablaufen, sind hierfür nicht mehr als 0,01 sec anzusetzen. Dieses Zeitelement ist damit praktisch ohne Bedeutung.

Der zweite Schritt innerhalb der Kopplungsroutine besteht aus der Rechnung des mathematischen Modells. Die hierfür benötigte Zeit hängt von der Größe des Fernfeld-Modells und dessen Diskretisierung sowie von dem gewählten Rechenalgorithmus ab. In dieser Studie wird das numerische Modell durch fünf Elemente repräsentiert und ein impliziter Rechenalgorithmus (6,7) verwendet. Die erforderliche Rechenzeit je Koppeltakt ergibt sich damit zu 0,1 sec.

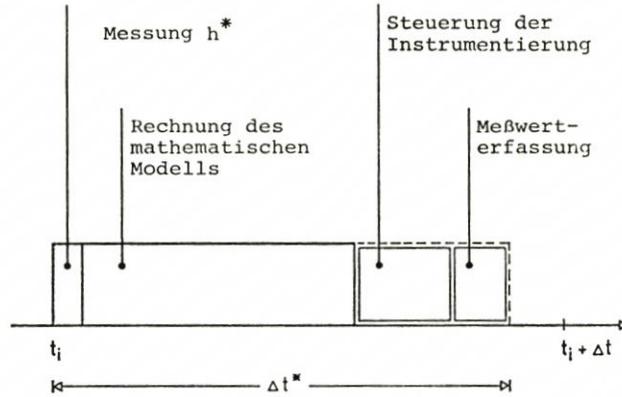


Abb. 3. Zeitelemente des hybriden Modells

Das dritte Zeitelement ist durch die Stellzeiten der eingesetzten Instrumente zur Durchflußsteuerung gegeben. Diese Zeiten können in verschiedener Weise minimiert werden. Der Einsatz einer Einheit, bestehend aus einer Uhr und einem unabhängigen Zähler, an den die digitalisierten Stellgrößen gegeben werden, verursacht zusätzliche Kosten. Eine elegantere Lösung ergibt sich bei Ausnutzung des Interruptsystems des eingesetzten Rechners. In zeitlich kleinen Abständen werden Stellimpulse an die Instrumentierung gegeben. Die Abstände können dabei variiert werden, so daß allzu rasche Durchflußänderungen wegen der damit verbundenen Turbulenzen und Verfälschung der Wasserstandsmessung an der Koppelstelle vermieden werden. In der Zeit zwischen den Stellimpulsen können vom Rechner andere Funktionen wahrgenommen werden. So kann beispielsweise die Meßwertfassung für den hydraulischen Modellteil durchgeführt und damit eine Aufgabe erfüllt werden, für die in vielen Laboratorien die Rechner ursprünglich angeschafft wurden. Die bereits vorhandenen Rechnerausrüstungen können also auch für die hybride Modelltechnik verwendet werden, und zusätzliche Anschaffungen sind häufig nicht erforderlich.

Abb. 3 zeigt die Anordnung des dritten Zeitelements innerhalb eines Koppeltaktes. Die Bestimmung seines Zeitbedarfs ist äußerst schwierig, da dieser von der Größe des Korrekturwertes für den Durchfluß und dieser wiederum von der Tidephase und von der Größe des Koppelintervalls abhängt. Der Zeitbedarf ist daher nur experimentell zu ermitteln; er kann jedoch praktisch vernachlässigt werden, wenn eine Lösung gewählt wird, bei der die Stellimpulse, deren Ausgabe rechnerseitig nur wenige hundertstel Sekunden erfordert, die Rechnung des mathematischen Modells unterbrechen dürfen. Diese Lösung erfordert zwar einen erhöhten Programmieraufwand, doch wird dieser durch die er-

reichen Vorteile gerechtfertigt. Da Abfrage und Speicherung der Meßwerte unter Kontrolle des Computers ebenfalls nur einige 0,01 sec benötigen, wird das dritte Zeitelement ebenfalls bedeutungslos. Der einzige Parameter, der die Verzögerungszeiten bestimmt und dem die folgenden experimentellen Untersuchungen gelten, ist damit die Rechenzeit des mathematischen Modells.

4. Experimentelle Untersuchungen

Die Versuche werden für das in Abb. 4 dargestellte System durchgeführt. Am linken Ende der geraden, rechteckigen Rinne wird eine sinusförmige Veränderung des Wasserstandes eingesteuert. Die Amplitude der Steuerkurve beträgt 2,5 cm, und die Periode ist zu 300 sec gewählt. Die mittlere Wassertiefe beträgt 12,5 cm. Diese Bedingungen entsprechen in ihrer Größenordnung Werten, die bei vielen hydraulischen Ästuarmodellen ge-

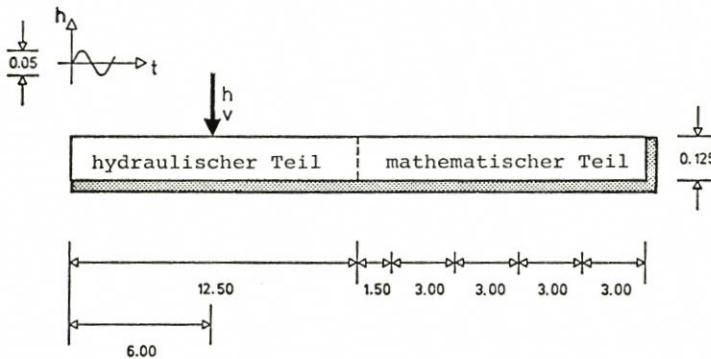


Abb. 4. System für Grundsatzversuche

wählt werden. Der rechte Rand der Rinne ist geschlossen. Das mathematische Modell umfaßt den rechten Teil des Systems und ist mit 5 Elementen diskretisiert. Die Rechenzeit pro Koppelintervall beträgt 0,1 sec. Zur Analyse der hybriden Versuche werden die Ganglinien für den Wasserstand und die Geschwindigkeit an der durch einen Pfeil (Abb. 4) markierten Station aufgezeichnet und mit denen eines vollständig hydraulisch realisierten Modells verglichen. Betrachtet man die letzteren Werte als richtig, so läßt sich hierauf bezogen eine Fehleranalyse durchführen. Der erste Versuch betrifft den Fall, daß Rechenzeit und Stellzeit für die Instrumentierung einen minimalen Wert annehmen, das System also schnellstmöglich reagiert. Dieses kann bei einem Koppelintervall von 0,1 sec realisiert werden, bei dem die Rechenzeit 0,1 sec und die Stellzeit 0,7 sec beträgt. Weitere 0,2 sec sind der Datenerfassung vorbehalten. Das Ergebnis dieses Versuches ist in Abb. 5 wiedergegeben. Der untere Teil der Abbildung zeigt einen Vergleich der Wasserstandsganglinien über 5 Perioden für die gekennzeichnete Station.

Die Übereinstimmung zwischen den im hybriden Versuch gemessenen Werten mit denen des hydraulischen Modells ist sehr gut. Das gleiche gilt für die gemessenen Geschwindigkeiten, die in der oberen Hälfte der Abb. 5 dargestellt sind. Der unruhige Verlauf dieser Kurven erklärt sich aus der verwendeten Meßtechnik. Es sind Geräte eingesetzt worden, die auf Thermo-Elementen basieren und nur die Größe der jeweils resultierenden Geschwindigkeit aufzeichnen. Da elektronisch keine Dämpfung der Ausgangs-

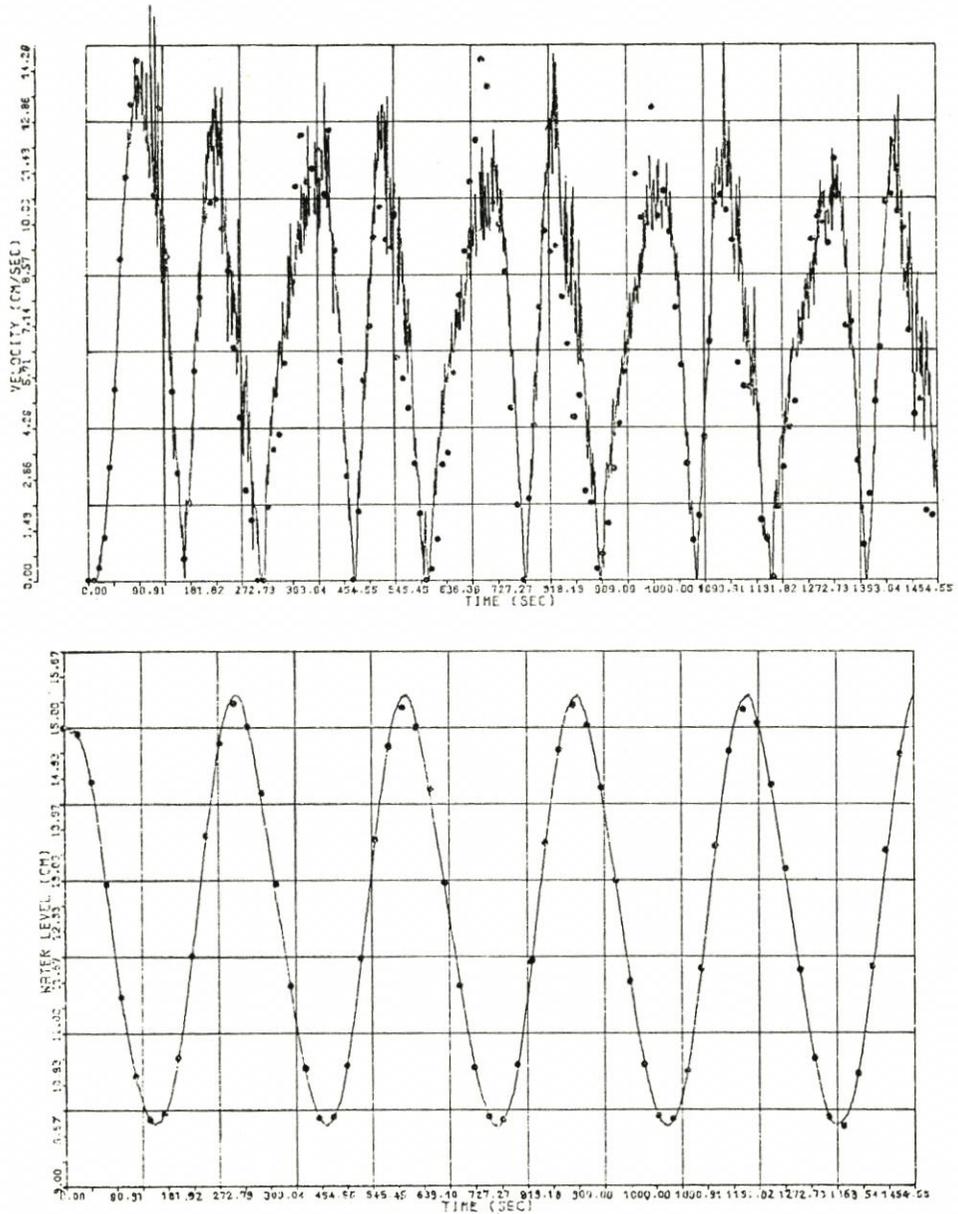


Abb. 5. Vergleich der Geschwindigkeiten und Wasserstände bei hydraulischem (-) und hybridem (●) Modell

signale dieser Geräte erfolgte und auch die Ergebnisse keinen Mittelungsroutinen unterworfen wurden, sind turbulente Schwankungen noch in den Meßwerten enthalten. Die Ergebnisse zeigen im übrigen deutlich einen Einschwingvorgang, der sich bei den Versuchen über die ersten drei Perioden erstreckt. Danach erst sind quasi-stationäre Perioden erreicht. Der Einschwingvorgang ist bei den hybriden Versuchen unvermeidlich, da diese stets von einem Anfangszustand ausgehen, in dem kontinuierliche Übergangsbedingungen

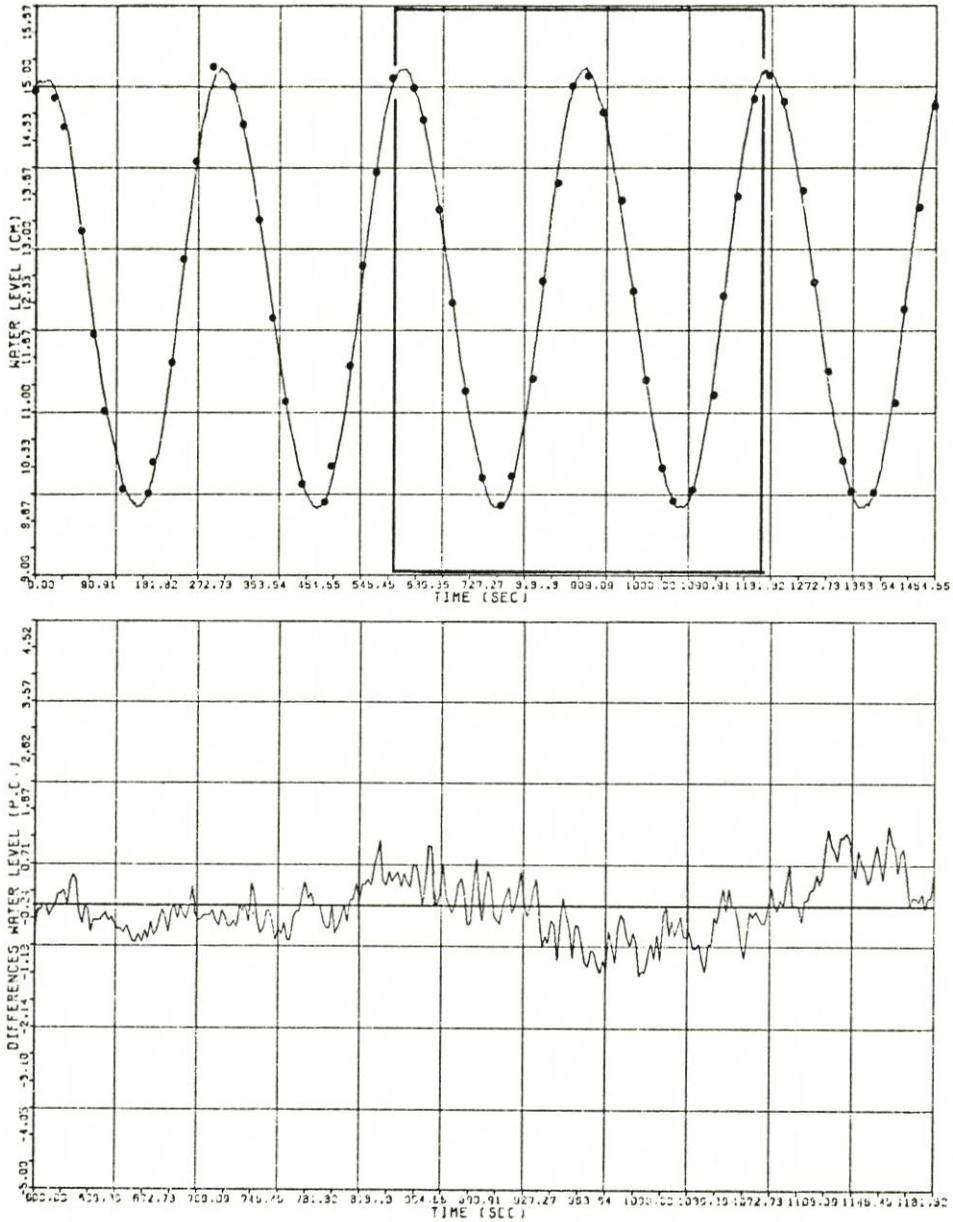


Abb. 6. Vergleich der Wasserstände bei hydraulischem (—) und hybridem (●) Modell

zwischen mathematischem und hydraulischem Modell bestehen. Dies ist im allgemeinen nur für die Ruhelage des Systems gewährleistet.

Die weiteren Versuche gelten der Frage, bis zu welcher Größe die Rechenzeiten des numerischen Modells bei vertretbarem Fehler der hybriden Formulierung ausgedehnt werden können. Die maximale Größe für die gewählte Versuchsanordnung wird bei einer Verzögerungszeit von 2,1 sec und einem Koppelintervall von 2,0 sec gefunden. Die

Rechenzeit ergibt sich dabei zu 2,0 sec, wobei innerhalb dieser Zeit auch die Ausgabe an die Stellelemente der Instrumentierung über die Interruptverwaltung des Rechners erfolgt. Die Verzögerungszeit beträgt insgesamt 2,1 sec, da nach Abschluß der Rechnung von 2,0 sec Dauer in weiteren 0,1 sec kein Interrupt aus programmtechnischen Gründen zugelassen wird. Die Ergebnisauswertung beschränkt sich auf einen Vergleich der Wasserstands-Ganglinie, der im oberen Teil der Abb. 6 für den hydraulischen und hybriden Versuch über 5 Perioden erfolgt. Eine Analyse des Ergebnisses für die eingerahmten Perioden ist im unteren Teil der Abb. 6 dargestellt.

Die Abweichungen zwischen hydraulischem und hybridem Versuch sind prozentual bezogen auf die im hydraulischen Versuch erhaltenen Wasserstände. Die größten Fehler betragen etwa 1 %. Dieses Maß entspricht einer Abweichung von 1,5 mm und bedeutet bei Bezug auf den Tidehub von 50 mm einen Fehler von max. 3 %.

Eine weitere Verlängerung der Rechenzeiten auf 3,0 sec und mehr ergibt nur wenig vergrößerte Fehler; es werden jedoch große Schwingungen der Wasserstände beobachtet, wenn die im numerischen Modell als Randbedingung verwendete Wasserstandsmessung stark fehlerhaft ist. Die beobachteten Schwingungen können vom System meist gedämpft werden, so daß nach einem Kenterpunkt wieder eine glatte Ganglinie erhalten wird. Sie bauen sich aber in der nächsten Periode sehr rasch wieder auf. Eine befriedigende Übereinstimmung mit Versuchen in einem vollständig hydraulisch realisierten Modell kann nicht mehr erreicht werden.

5. Zusammenfassung

Es wurde eine Grundsatzuntersuchung zur Realisierbarkeit eines hybriden Tide-modells durchgeführt. Die theoretischen Vorüberlegungen wurden durch Experimente an einem rechteckigen Gerinne überprüft und ergänzt. Besondere Aufmerksamkeit galt dabei der Frage, bis zu welcher Größe die Rechenzeit des mathematischen Modells innerhalb eines Koppelintervalls ausgedehnt werden kann. Unter den im Versuch verwendeten Bedingungen wurde bei einer Rechenzeit von 2,0 sec ein maximaler Fehler von etwa 1 % für die Wasserstände erhalten, bezogen auf gemessene Werte in einem hydraulischen Versuch. Diese Fehlerordnung erscheint als obere Grenze annehmbar, da die Eingangsdaten aus Feldmessungen auch häufig Fehler dieser Größenordnung aufweisen. Eine Ausdehnung der Rechenzeiten und der Koppelintervalle erscheint im Verhältnis zu den gewählten Perioden von 300 sec für die Steuerung der Randbedingungen wenig sinnvoll, da 150 Stellimpulse pro Tidezyklus das Minimum darstellen, um eine genaue Steuerung einer Tide gewährleisten zu können. Mit dem für das mathematische Modell gewählten Algorithmus kann in der zugelassenen Rechenzeit von 2,0 sec ein in etwa 100 diskrete Elemente zerlegtes System berechnet werden. Diese Größenordnung ist völlig ausreichend für die Darstellung des Fernfeldes bei eindimensionalen natürlichen Systemen. Die hybride Modelltechnik muß daher als für praktische Anwendungen geeignet angesehen werden.

6. Anmerkungen

Die Untersuchungen wurden im Sonderforschungsbereich 79 „Wasserforschung im Küstenbereich“ der Technischen Universität Hannover durchgeführt. Sie wurden unterstützt vom Lehrstuhl für Strömungsmechanik und vom Franzius-Institut dieser Hoch-

schule. Diesen Instituten und in besonderem Maße den Mitarbeitern an diesem Projekt ist der Autor zu Dank verpflichtet.

7. Schriftenverzeichnis

1. HOLZ, K.-P. u. WITHUM, D.: Finite Element Applications for Transient Processes in Estuaries. Proc. US-German Symposium on Formulations and Computational Algorithms in Finite Element Analysis, MIT Press, Cambridge (Mass), 1976.
2. SÜNDERMANN, J. u. HOLZ, K.-P.: Mathematisches Modell der Innenjade im Bereich von km 4 bis km 25 des Jadedehwassers. Hannover, 1976.
3. LEENDERTSE, J. J., ALEXANDER, R. C. u. LIU, S.-K.: A Three-Dimensional Model for Estuaries and Coastal Seas. Principles of Computation, Report R-1417-OWRR, Vol. 1, Rand Corporation, 1973.
4. SÜNDERMANN, J.: Die hydrodynamisch-numerische Berechnung der Vertikalstruktur von Bewegungsvorgängen in Kanälen und Becken. Mitt. Inst. Meereskunde, Univ. Hamburg, H. 19, 1971.
5. EBELING, H.: Berechnung der Vertikalstruktur bei Flachwasserwellen mit der Methode der finiten Elemente. Diss. Techn. Univ. Hannover, 1976.
6. DRONKERS, J. J.: Tidal Computations for Rivers, Coastal Areas and Seas. J. Hydr. Div., 95, 1965.
7. SCHULZE, K.-W.: Eine problemorientierte Sprache für die Dynamik offener Gerinne. Mitt. Sonderforschungsbereich 79, Techn. Univ. Hannover, H. 1, 1973.