

# Zur Energieverteilung in Tideästuarien

Von Hans-Werner Partenscky und Günther Barg

## Zusammenfassung

Ein Berechnungsverfahren für gedämpfte, kooszillierende Tidebewegung wurde zur Bestimmung charakteristischer Größen des Dämpfungsverhaltens und der Energieverteilung in den Tideästuarien von Elbe, Weser und Ems angewandt.

Die Untersuchungen zeigen, daß in den drei deutschen Tideästuarien die mit der Tidewelle eingetragene Energie entlang der Laufstrecke unterschiedlich umgesetzt wird. Ausbauzustand und Geometrie des Ästuars beeinflussen dieses Verhalten. Es besteht demnach ein eindeutiger Zusammenhang zwischen dem Energietransport durch die Tidewelle und dem Dämpfungsverhalten des Ästuars.

Die Ergebnisse sind im vorliegenden Bericht erläutert und in Diagrammen dargestellt.

## Summary

*The method for damped co-oscillating tides is used to evaluate damping and energy dissipation characteristics for various estuaries of different geometry and depth.*

*Harleman and Ippen (1966) have applied a mathematical model for co-oscillating tides to the Bay of Fundy and the Delaware estuary. This model gives information about the damping behaviour and energy distribution in the two tidal estuaries.*

*Partenscky (1966, 1969, 1970, 1972) has applied an extended form of this model to the St. Lawrence Estuary.*

*The method of co-oscillating tides has now also been used in a mathematical model for the German tidal rivers Elbe, Weser and Ems.*

## Inhalt

1. Einleitung . . . . .	26
2. Form der Tidewelle unter Berücksichtigung von Geometrie und Dämpfung des Ästuars . . . . .	27
3. Energietransport . . . . .	28
4. Energieverteilung und Dämpfung . . . . .	30
5. Schriftenverzeichnis . . . . .	31

## 1. Einleitung

Von D. R. F. HARLEMAN und A. T. IPPEN (1966) wurde ein Berechnungsverfahren für gedämpfte kooszillierende Tidebewegung entwickelt und auf die Bay of Fundy und das Delaware-Ästuar angewandt.

Bei den genannten Tideästuarien handelt es sich um Sonderfälle, denn die Bay of Fundy kann wegen ihrer geometrischen Form näherungsweise als Rechteckkanal konstanter Breite und Tiefe behandelt werden, während im Falle des Delaware-Ästuars mit einer konstanten mittleren Wassertiefe gerechnet werden kann. In erweiterter Form wurde das Verfahren von H. W. PARTENSKY (1966, 1969, 1970) auf den St.-Lorenz-Strom angewandt.

Für die mathematische Erfassung des Tideablaufs in den deutschen Tideflüssen Elbe, Weser und Ems wurde nun ebenfalls das obengenannte Berechnungsverfahren gewählt. Das Verfahren liefert Aussagen über Dämpfungsverhalten und Energieverteilung in den Ästuarien. In den Ansätzen wurden der Einfluß von Geometrie und Wassertiefe auf den Tideablauf sowie die Dämpfung der Tidewelle infolge Reibung und Teilreflexion berücksichtigt. Zur Ermittlung der Dämpfungskoeffizienten und der Wellenzahl wurden Meßdaten von einigen Pegelstationen entlang des jeweiligen Ästuars als Eingangsdaten benötigt und verwendet. Darüber hinaus mußten die Wellenamplitude und die Hochwassereintrittszeit an diesen Stationen bekannt sein.

Die Tidebereiche der genannten drei deutschen Tideflüsse sind nach Oberstrom durch Wehre begrenzt, so daß an diesen mit einer Totalreflexion der ankommenden Tidewelle gerechnet werden kann.

Besonderes Interesse findet bei den Untersuchungen der Tideablauf in der Weser, für die durch das Franzius-Institut z. Z. umfangreiche Untersuchungen in der Natur durchgeführt werden.

## 2. Form der Tidewelle unter Berücksichtigung von Geometrie und Dämpfung des Ästuars

Nach HARLEMAN und IPPEN kann das Wellenprofil einer Tidewelle als Überlagerung der einlaufenden mit der reflektierten Welle aufgefaßt werden. Bei Berücksichtigung von Geometrie und Dämpfung des Tideästuars gilt dann die folgende Gleichung für das Wellenprofil:

$$\eta_{x,t} = a_0 \left(\frac{b_0}{b_x}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{h_0}{h_x}\right)^{1/4} \cdot \left[ e^{\mu x} \cos(\sigma t + kx) + e^{-\mu x} \cos(\sigma t - kx) \right] \quad (1)$$

Darin bedeuten:

$a_0$  = Amplitude der einlaufenden Welle am Ort der Totalreflexion ( $x = 0$ )

$b_0$  = mittlere Oberflächenbreite am Ort  $x = 0$

$h_0$  = mittlere Wassertiefe am Ort  $x = 0$

$b_x$  = mittlere Oberflächenbreite am Ort  $x$

$h_x$  = mittlere Wassertiefe am Ort  $x$

$\sigma$  = Wellenfrequenz =  $\frac{2\pi}{T}$  mit  $T = 12,42$  Std. = Wellenperiode

$k$  = Wellenzahl =  $\frac{2\pi}{L}$

$\mu$  = Dämpfungskoeffizient

Gleichung (1) setzt voraus, daß das GREEN'sche Gesetz erfüllt ist. Die Hochwassereintrittszeit wird berechnet zu

$$(\sigma t_H) = \tan^{-1} \left[ -\tan(kx) \cdot \tanh(\mu x) \right] \quad (2)$$

Mit Gl. (1) und (2) läßt sich der Dämpfungskoeffizient  $\mu$  wie folgt bestimmen:

$$\cosh^2 \mu x = \frac{1}{2} \left[ (N+1) + \sqrt{(N+1)^2 - 4 N \cos^2 \sigma t_H} \right] \quad (3)$$



Bezieht man die durch Reibung und Turbulenz in Wärme umgesetzte Wellenenergie  $\Delta P_x$  auf die zugehörige Wassermasse  $\Delta M_x = V \cdot \rho$ , wobei V das Wasservolumen im Abschnitt  $l - x$  ist (Abb. 1), so erhält man die relativen Energieverluste

$$G_x = \frac{\Delta P_x}{\Delta M_x} \quad (\text{cm}^2/\text{s}^3)$$

Für den Reflexionsquerschnitt  $x = 0$  erhält man

$$G_0 = \frac{P_{Rl}}{M}$$

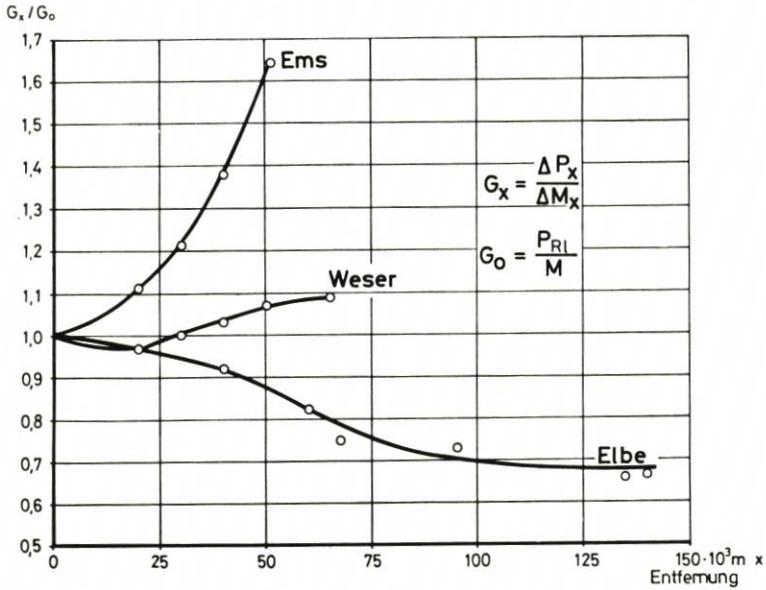


Abb. 2. Relative Energieverluste

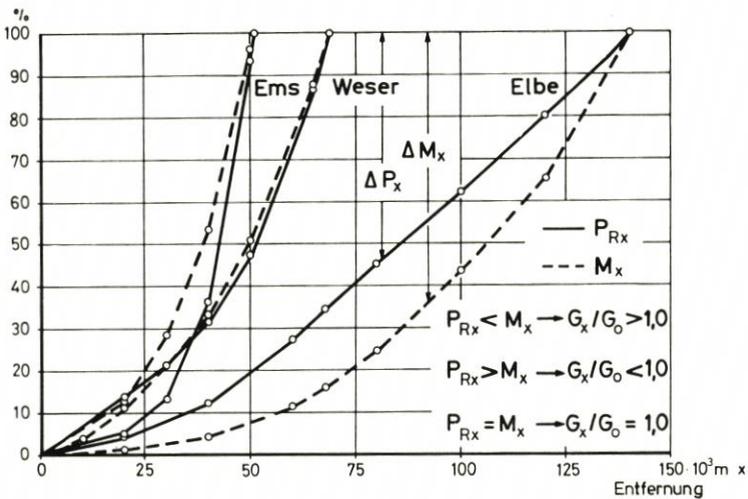


Abb. 3. Energietransport und Wassermasse

Eine Auftragung der auf  $G_0$  bezogenen relativen Energieverluste für die drei untersuchten deutschen Tideästuarien zeigt eindeutige Unterschiede im Verlauf dieser Kurven (Abb. 2).

Bei dem kleinsten Tidefluß, der Ems, nimmt der Verhältniswert  $G_x/G_0$  zur Mündung hin stetig bis auf 1,65 zu. In der als Schifffahrtsstraße bis nahe an den Reflexionsquerschnitt (Wehr bei Hemelingen) gut ausgebauten Weser schwankt der Verhältniswert um eins. Im Gegensatz zur Ems zeigt die Elbe eine Abnahme des Verhältniswertes zur Mündung hin bis auf etwa 0,65 (Abb. 2).

Zur Verdeutlichung der Zusammenhänge sind in Abb. 3 der Verlauf des resultierenden Energietransportes  $P_{Rx}$  und der an ihm beteiligten Wassermasse  $M_x$  über die Laufstrecke aufgetragen. Die für  $x = 1$  (seeseitiges Ende des jeweilig untersuchten Ästuars) geltenden Werte von  $P_{Rx}$  und  $M_1$  wurden dabei zu 100 % angesetzt.

Nach den Auftragungen der Abb. 3 bestehen folgende Zusammenhänge:

$$P_{Rx} < M_x \rightarrow G_x/G_0 > 1,0$$

$$P_{Rx} > M_x \rightarrow G_x/G_0 < 1,0$$

$$P_{Rx} = M_x \rightarrow G_x/G_0 = 1,0$$

Der eingetragene Verlauf der Wassermasse der Weser ist fast deckungsgleich mit der Kurve für den Energietransport in der Weser. Dementsprechend schwankt die Kurve der relativen Energieverluste  $G_x/G_0$  um den Wert eins. Im Brackwasserbereich der Unterweser kann die Energieumsetzung etwa konstant zu  $G_x = 7,75 \text{ cm}^2/\text{s}^3$  angenommen werden.

#### 4. Energieverteilung und Dämpfung

Für die Energieverteilung im Tideästuar ist der Verlauf der Dämpfung, ausgedrückt durch den Dämpfungskoeffizienten  $\mu = f(x)$ , von Bedeutung. Insbesondere sind der Absolutwert  $\mu x$  und die Änderung des  $\mu x$ -Wertes  $\frac{d(\mu x)}{dx}$  über die Länge des Ästuars von Interesse.

An der Absolutgröße von  $\mu x$  läßt sich der Anteil der reflektierten Welle an der beobachteten Tidewelle abschätzen. Mit sehr großem  $\mu x$  wird der Anteil der reflektierten Welle unbedeutend. Man erhält nach Gleichung (2)  $\sigma_H \approx -kx$ , d. h. eine Annäherung an den Fall einer einfach ausschwingenden Tidewelle ohne Reflexion.

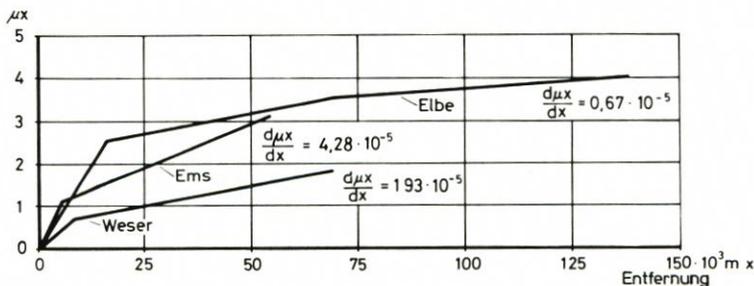


Abb. 4. Änderungen des Dämpfungsparameters

Im Falle der reibungsfreien Tidebewegung mit Totalreflexion am abgesperrten Ende des Ästuars wird  $\mu x = 0$ , und es wird die Phasenverschiebung  $\sigma_{TH} = 0$ . Der Tideablauf in natürlichen Ästuarien liegt zwischen diesen Extremen.

Im Vergleich zu Elbe und Ems hat die Weser zwar absolut den geringsten Dämpfungskoeffizienten, aber die örtliche Änderung dieses Wertes ist größer als z. B. im unteren Teil der Tideelbe (Abb. 4).

$$\text{Ems: } \frac{d(\mu x)}{dx} = 4,28 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{Weser: } \frac{d(\mu x)}{dx} = 1,93 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{Elbe: } \frac{d(\mu x)}{dx} = 0,67 \cdot 10^{-5}$$

Diese Tendenz zeigt sich auch im Verlauf des resultierenden Energietransportes. Setzt man den Energietransport an der Mündung als Bezugswert zu 100 % an, während der Wert an der Absperrstelle bei allen drei Tideflüssen gleich Null ist, so zeigt sich, daß die Abnahme des resultierenden Energietransportes von der Mündung zur Reflexionsstelle hin in der Ems am größten und in der Elbe am kleinsten ist. Betrachtet man die drei Ästuarien jeweils am Ort  $x = l/2$ , so beträgt der Energietransport in der Ems ( $x = 26$  km) 10 %, in der Weser ( $x = 34$  km) 27 % und in der Elbe ( $x = 70$  km) 36 % des Ausgangswertes an der Mündung. Dies bedeutet, daß die relative Abnahme des resultierenden Energietransportes um so höher wird, je größer die Änderung des Dämpfungskoeffizienten  $\frac{d(\mu x)}{dx}$  ist.

## 5. Schriftenverzeichnis

1. IPPEN, A. T. und HARLEMAN, D. R. F.: Estuary and Coastline Hydrodynamics. McGraw-Hill Book Company, Inc., 1966.
2. PARTENSKY, H. W. und VINCENT, R.: Tidal Motion in the St. Lawrence Estuary. Xe Congrès du Génie Maritime, Publication No. Ex. 9, Tokyo, Japan, septembre 1966.
3. PARTENSKY, H. W. und WARMOES, J. C.: Damped co-oscillating tides with negative reflection at the end of the estuary. IAHR, Kyoto, 1969.
4. PARTENSKY, H. W. und WARMOES, J. C.: Etude des marées dans l'estuaire du St.-Laurent à l'aide d'un modèle mathématique linéarisé. Rapport soumis au CNR, décembre 1970.
5. PARTENSKY, H. W. und MARCHE, C.: Deformation of Tidal Waves in Shallow Estuaries. 13th Conf. on Coast. Eng., Vancouver, 1972.
6. PARTENSKY, H. W. und BARG, G.: Energy Dissipation in Tidal Estuaries. 15th Conf. on Coast. Eng., Honolulu, 1976.