# Die Küste

# ARCHIV FUR FORSCHUNG UND TECHNIK AN DER NORD= UND OSTSEE



# Die Küste

# ARCHIV FUR FORSCHUNG UND TECHNIK AN DER NORD= UND OSTSEE

HERAUSGEBER: KURATORIUM FÜR FORSCHUNG IM KÜSTENINGENIEURWESEN

Heft 31 - 1977

DRUCK UND KOMMISSIONSVERLAG: WESTHOLSTEINISCHE VERLAGSANSTALT BOYENS & CO. HEIDE I. HOLST.

### Anschriften der Verfasser dieses Heftes:

BARG, Günther, Dipl.-Ing., Nienburger Str. 4, 3000 Hannover; BARTHEL, Volker, Dipl.-Ing., Am Radarturm 1, 2850 Bremerhaven; BERGER, Udo, Dr.-Ing., Dipl.-Phys., Callinstraße 32, 3000 Hannover 1; Büsching, Fritz, Oberingenieur, Dr.-Ing., Thedinghausenstraße 7, 3300 Braunschweig; DETTE, Hans Henning, Dr.-Ing., Beethovenstraße 51a, 3300 Braunschweig; ENGEL, Mantred, Dr. rer. nat., An der Au 6, 2000 Wedel/Holstein; ERCHIN-GER, Heie Focken, Dipl.-Ing., Baudirektor, Heinrich-Heine-Straße 23, 2980 Norden 1; FISCHER, Karsten, Dr.-Ing., Dennewitzstraße 2, 3000 Hannover; FÜHRBÖTER, Alfred, Prof. Dr.-Ing., Beethovenstraße 51a, 3300 Braunschweig; GÖHREN, Harald, Dr.-Ing., Ltd. Baudirektor, Schleswiger Straße 58, 2057 Reinbek; GRÜNE, Joachim, Dipl.-Ing., Beethovenstraße 51a, 3300 Braunschweig; HERRLING, Bruno, Dr.-Ing., Callinstraße 32, 3000 Hannover 1; Holz, Klaus-Peter, Dr.-Ing., Universitätsdozent, Löwenstraße 13, 3000 Hannover 1; KOHLHASE, Sören, Oberingenieur, Dr.-Ing., Callinstraße 32, 3000 Hannover 1; KRAMER, Johann, Dipl.-Ing., Ltd. Baudirektor, Mühlenweg 11, 2960 Aurich 1; LUCK, Günter, Dr.-Ing., An der Mühle 4a, 2982 Norderney; MEISSNER, Udo, apl. Prof. Dr.-Ing., Albert-Schweitzer-Hof 11, 3000 Hannover 71; NASNER, Horst, Dr.-Ing., Zum Fichtenhof 24, 2820 Bremen 70; PARTENSCKY, Hans-Werner, Prof. Dr.-Ing., Dr. phys., Nienburger Straße 4, 3000 Hannover; ROHDE, Hans, Dr.-Ing., Ltd. Baudirektor, Moorweidenstraße 14, 2000 Hamburg 13; SELLSCHOPP, Jürgen, Dipl.-Phys., Klausdorfer Weg 2/24, 2300 Kiel 14; SIEFERT, Wintried, Dr.-Ing., Privatdozent, Haydnstraße 25, 2190 Cuxhaven 1; VOLLMERS, Hans-Joachim, Prof. Dr.-Ing., Wiesenrautenstieg 7, 2000 Hamburg 52; ZAHEL, Wilfried, Dr. rer. nat., Lütjenmoor 25, 2000 Norderstedt 3.

Die Verfasser sind für den Inhalt der Aufsätze allein verantwortlich. Nachdruck aus dem Inhalt nur mit Genehmigung des Herausgebers gestattet:

Kuratorium für Forschung im Küsteningenieurwesen.

Vorsitzender: Ministerialrat H. ZÖLSMANN.

Geschäftsführer: Baudirektor J. SINDERN, Feldstraße 251/253, 2300 Kiel.

Schriftleiter: Ltd. Baudirektor Dr.-Ing. H. GÖHREN, Dalmannstraße 1-3, 2000 Hamburg 11.

## Inhaltsverzeichnis

Deutsche Beiträge zur 15. International Conference on Coastal Engineering (ICCE) in Honolulu	1976
FISCHER, Karsten, DrIng. Numerische Modellierung von Strömungen und Salzausbreitung in Ästuarien	1
SIEFERT, Winfried, DrIng.	
Uber Folgen hoher Wellen in Kustengewassern und ihre Bedeutung für die	0
Bemessung von Bauwerken	0
HOLZ, Klaus-Peter, DrIng.	16
BARTINGOW Hans Worner Drof Dr. Ing. Dr. phys	10
BARC Günther Dipl Ing	
Zur Energieverteilung in Tideästuarien	26
ROHDE Hans Dr -Ing	20
Sandbewegungsuntersuchungen mit radioaktiven Tracern im hydraulischen	
Modell und in der Natur	32
MEISSNER Udo, apl. Prof. DrIng.	
Numerische Wasserstandsmodelle zur Berechnung von Flachwasserwellen in	
Gerinnen und Ästuarien	43
ERCHINGER, Heie Focken, DiplIng.	
Naturmessungen des Wellenauflaufs mit neuentwickelten Geräten	59
SELISCHOPP, Jürgen, DinlPhys.	
Analytische Lösungen der Transportgleichung für die Seegangsenergie bei	
geneigten Meereshoden	72
NASNER Horst Dr - Ing	/ -
Transportmechanismus in Tideriffeln	90
HERRING Bruno DrIng	/0
Fin Finite-Flement-Modell zur Berechnung von Tideströmungen in Ästuarien	
mit Wattflächen	102
ENCEL Manfred Dr. rer. nat	
ZAHEL Wilfried Dr. rer. nat.	
Ergebnisse einer hydrodynamisch-numerischen Modellierung des Alaska	
Tsunamis vom 28. März 1964	114
VOLLMERS, Hans, Prof. DrIng.	
Strömungsvorgänge in Hafenmündungen	123
BERGER, Udo, DrIng.	2012/12/2
Kohlhase, Sören, DrIng.	
MACH-Reflexion als Diffraktionsproblem	139
BARTHEL, Volker, DiplIng.	
Die Stabilität von Tiderinnen und ihre Abhängigkeit von Strombaumaßnahmen	144
KRAMER, Johann, DiplIng.	
Sicherheit von Seedeichen gegen Sturmfluten	155
DETTE, Hans Henning, DrIng.	
Ein Vorschlag zur Analyse eines Wellenklimas	166
Kurztassungen	
GÖHREN, Harald, DrIng.	
Strömungsvorgänge in Wattgebieten bei Sturmfluten	181
Büsching, Fritz, DrIng.	
Über Energiespektren irregulärer Brandungswellen	183
Führböter, Alfred, Prof. DrIng.	
DETTE, Hans Henning, DrIng.	
Grüne, Joachim, DiplIng.	
Über die Belastung von Seedeichen durch Druckschläge	184
LUCK, Günter, DrIng.	
Modellvorstellungen zur langfristigen Umbildung der ostfriesischen Seegaten	185

## WESTKÜSTE Archiv für Forschung, Technik und Verwaltung in Marsch und Wattenmeer

Die Zeitschrift "Westküste" ist die Vorläuferin der Zeitschrift "Die Küste". Von den in den Jahren 1938 bis 1943 erschienenen Heften sind 5 Hefte noch lieferbar (teilweise nur geringe Bestände).

Die vor fast vierzig Jahren veröffentlichten Beiträge haben zu einem großen Teil auch heute noch unverändert Gültigkeit oder aber sie sind für die Geschichte der Küstenforschung und -sicherung wichtig.

### 1. Jahrgang 1938, Heft 1 (30. April 1938)

72 Seiten mit 32 Abbildungen, 4 Übersichtstabellen auf Klapptafeln, 1 Karte, kartoniert 18,- DM SCHOW, WILHELM, Neugestaltung durch Gesetzgebung und Verwaltung in der Landeskulturarbeit an der Westküste Schleswig-Holsteins – LORENZEN, J. M., Planung und Forschung im Gebiet der schleswig-holsteinischen Westküste – PFEIFFER, HANS, Die Arbeiten an der schleswig-holsteinischen Westküste seit 1933 – KOLUMBE, ERICH, Wissenschaft und Landgewinnungsarbeit.

### 1. Jahrgang 1938, Heft 3 (30. April 1939)

### 88 Seiten mit 41 Abbildungen und zahlreichen Tabellen, 1 Karte, kartoniert 20,- DM

WEINNOLDT, ERICH und KIEHNEL, HORST, Die Eiderabdämmung und die wasserwirtschaftlichen Maßnahmen im Eidergebiet – KIEHN, FRIEDRICH, Die alten Verbände im Eidergebiet und der Eiderverband – Iwersen, JENS, Landwirtschaftliche Planung und betriebswirtschaftliche Neuordnung im Eidergebiet – LEX, OTTO, Die Umgebung im Eidergebiet – WEINNOLDT, ERICH, Der Eiderplan als Gesamtaufgabe.

### 2. Jahrgang 1939, Heft 1 (15. Dezember 1939)

136 Seiten mit 75 Abbildungen und zahlreichen Tabellen, teils auf Klapptafeln, kartoniert 24,- DM MAGENS, CLAUS, Die Grundwasserstandsbewegungen beim Bau der Eiderschleuse bei Nordfeld -BANTELMANN, ALBERT, Das nordfriesische Wattenmeer, eine Kulturlandschaft der Vergangenheit -BUSCH, ANDREAS, Alte Deichquerschnitte auf Sylt, ein Beitrag zu den Fragen der Anfangsentwicklung des Deichbaues - DITTMER, ERNST, Zur Verbreitung altinterglazialer Meeresablagerungen in Nordfriesland - DITTMER, ERNST, Einrichtung einer Bohrsammelstelle in Husum.

### 2. Jahrgang, Heft 2/3 (20. Dezember 1940)

192 Seiten mit 51 Abbildungen und zahlreichen Tabellen, 2 Klapptafeln, kartoniert 28,- DM LORENZEN, J. M., Der Ausschuß für Untersuchungen an der schleswig-holsteinischen Westküste beim Oberpräsidium in Kiel – LÜPKES, HABBO, und SIEMENS, HANS-PETER, Planung und Stand der Maßnahmen zur Sicherung des Ellenbogens von Sylt – GRIPP, KARL, und SIMON, WILHELM GEORG, Untersuchungen über den Aufbau und die Entstehung der Insel Sylt, I. Nord-Sylt – GRIPP, KARL, und BECKER, WILHELM, Untersuchungen über den Aufbau und die Entstehung der Insel Sylt, II. Mittel-Sylt – ANDRESEN, LUDWIG, Bäuerliche und landesherrliche Leistung in der Landgewinnung im Amte Tondern bis 1630 – BROCKMANN, CHRISTOPH, Diatomeen als Leitfossilien in Küstenablagerungen – GRUND, ERIKA, Dr. Eugen Träger, ein Vorkämpfer für die Erhaltung der Halligen und die Landeskulturarbeiten an der schleswig-holsteinischen Westküste.

### Kriegsheft 1943

182 Seiten mit 60 Abbildungen und zahlreichen Tabellen, 2 Klapptafeln, kartoniert 26,- DM OSTENDORFF, E., Die Grund- und Bodenverhältnisse der Watten zwischen Sylt und Eiderstedt – PLATH, MARTIN, Die biologische Bestandsaufnahme als Verfahren zur Kennzeichnung der Wattensedimente und die Kartierung der nordfriesischen Watten – IWERSEN JENS, Zur bodenkundlichen Kartierung des nordfriesischen Wattgebiets – HERRMANN, FRANZ, Über den physikalischen und chemischen Aufbau von Marschböden und Watten verschiedenen Alters – KÖNIG, DIETRICH, Vergleichende Bestandsaufnahmen an bodenbewohnenden Watt-Tieren im Gebiet des Sicherungsdammes vor dem Friedrichskoog (Süderdithmarschen) in den Jahren 1935–1939.

Bestellungen erbitten wir über Ihre Buchhandlung.

### Westholsteinische Verlagsanstalt Boyens & Co.

Am Wulf-Isebrand-Platz, 2240 Heide

# Vorwort

### 15. International Conference on Coastal Engineering (ICCE) 1976 in Honolulu

Im Jahre 1950 fand die 1. International Conference on Coastal Engineering statt, die zunächst – bis 1954 – jährlich wiederholt wurde. Nach vierjähriger Pause, also seit 1958, führte man diese Tagungen regelmäßig alle zwei Jahre durch.

Auf diesen Konferenzen treffen sich Ingenieure zahlreicher Länder zum wissenschaftlichen Erfahrungsaustausch auf dem Gebiete des "Coastal Engineering". Erstmals beteiligten sich deutsche Vertreter mit Vorträgen an der 11. ICCE in London im Jahre 1968. Seither sind alle folgenden Konferenzen – 1970 in Washington, 1972 in Vancouver, 1974 in Kopenhagen – von deutschen, wissenschaftlich oder praktisch im Küsteningenieurwesen tätigen Fachleuten besucht worden. Die Impulse, die durch die Teilnahme an diesen Konferenzen sowohl für die deutsche Küstenforschung entstanden als auch umgekehrt von den deutschen Konferenzteilnehmern in die internationale Fachdiskussion gegeben wurden, bewogen den inzwischen verstorbenen Vorsitzenden des Küstenausschusses Nordund Ostsee, Dr.-Ing. E. h. Lorenzen, zu der Anregung, auch einmal eine Konferenz in Deutschland auszurichten. Die Einladung wurde 1972 in Vancouver überbracht und für das Jahr 1978 angenommen.

In Anbetracht der nun 1978 in Hamburg stattfindenden 16. ICCE war es das besondere Bemühen aller Stellen, die sich für die Förderung der Küstenforschung einsetzen, die Konferenzen 1974 in Kopenhagen und 1976 in Honolulu von deutscher Seite ausreichend zu vertreten. Dank der großen Bereitschaft der zuständigen Verwaltungen und insbesondere der finanziellen Förderung durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG), die Hafenbautechnische Gesellschaft (HTG) und durch das Kuratorium für Forschung im Küsteningenieurwesen (KFKI) konnten 27 Teilnehmer die Konferenz in Honolulu besuchen.

In den "Proceedings", den von der American Society of Civil Engineers seit 1950 herausgegebenen Konferenzberichten, werden die Vorträge im Original abgedruckt. Seit der 12. Konferenz in Washington 1970 hat es sich unsere Schriftenreihe zur Aufgabe gemacht, die Beiträge der deutschen Teilnehmer herauszubringen. In dem vorliegenden Heft finden Sie nun die vorgetragenen Berichte der deutschen Teilnehmer in Honolulu, 1976.

Zölsmann

# Numerische Modellierung von Strömungen und Salzausbreitung in Ästuarien

Von Karsten Fischer

### Zusammenfassung

Es wird ein numerisches Modell für Strömungen und Salzausbreitung in Ästuarien vorgestellt, wobei ein klassisches Verfahren zur Lösung der Bewegungsgleichungen und ein neues Verfahren zur Lösung der Transportgleichung angewandt werden. Die Auswirkungen der baroklinen Kräfte (welche durch Dichteunterschiede verursacht werden) auf die Strömungen werden in einem zweidimensionalen x-z-Modell untersucht, und es wird eine gute Übereinstimmung zwischen numerischer Lösung, exakter Lösung und experimentellen Ergebnissen für den Fall einer stationären Salzzunge gefunden; außerdem wird eine stationäre Strömungsverteilung für ein durchmischtes Ästuar berechnet.

### Summary

A numerical model for calculating flow velocities and salt dispersion in estuaries is presented, combining a classical solution scheme for the dynamic equations with a new solution scheme for the transport equation. The effects of baroclinic forces (caused by density differences) on the dynamics are studied in a two-dimensional x-z model, and a good comparison found between numerical solution, exact solution and experimental results for a stationary salt wedge; furthermore, a stationary solution for the flow in a well-mixed estuary is calculated.

### Inhalt

1.	Einführung												•		1
2.	Numerisches Verfahrer	1	• •												2
3.	Halbanalytische Vergle	ich	slösu	ng	für	die s	tatic	näre	Sal	zzui	nge				3
4.	Numerische Ergebnisse														4
5.	Schlußfolgerungen														6
6.	Würdigungen														6
7.	Schriftenverzeichnis														7

### 1. Einführung

In der Brackwasserzone von Ästuarien werden die Vertikalprofile der Strömungsgeschwindigkeit im allgemeinen stark beeinflußt durch die baroklinen Kräfte, so daß am Boden eine stromauf gerichtete Gegenströmung entsteht. Solche Gegenströmungen treten nicht nur bei geschichteter Strömung auf, sondern auch in durchmischten Ästuarien (IPPEN, 1966, Kap. 13), und sie können große wasserbauliche Probleme hervorbringen, wie z. B. Gebiete starker Versandung oder Eindringen von Salzwasser. Sie sind eine direkte Folge der Einleitung von Süßwasserflüssen in das salzhaltige Meer.

Für die modellmäßige Bearbeitung derartiger Strömungsverhältnisse gibt es zwei Möglichkeiten: a) das hydraulische Modell mit variabler Dichte (Salz-Süßwasser, Wärme) und b) das mathematische Modell mit vertikaler Strukturierung. In der vorliegenden Arbeit wird für das mathematische Modell die Frage untersucht, wie gut die baroklinen Wechselwirkungen mittels numerischer Verfahren wiedergegeben werden. Als Testbeispiel wird das Salzzungenproblem behandelt, weil hierbei die baroklinen Kräfte maßgeblich und analytische Vergleichslösungen möglich sind. Hydraulische Modelluntersuchungen von Salzzungen (IPPEN, 1966, Kap. 11) haben gute Erfolge gezeigt, während mathematische Behandlungen überwiegend analytische Ergebnisse für stark vereinfachte Problemstellungen (Stationarität, geometrisch einfache Ränder) ergaben (LEE, 1974; RATTRAY/MITSUDA, 1974; RIGTER, 1975). Bei der numerischen Behandlung sind solche Vereinfachungen nicht notwendig.

Die Hauptschwierigkeit beim numerischen Modell tritt bei der Lösung der Transportgleichung auf. Die bekannten Verfahren zur Lösung dieser Gleichung (wie z. B. Differenzenverfahren mit symmetrischen oder stromauf gerichteten räumlichen Differenzen, LAX-WENDROFF, ADI, LEAPFROG, oder GALERKIN-Finite-Elemente) bringen unsinnige Ergebnisse, wenn der Transport eines scharfen Dichtesprunges berechnet werden soll wie beim Salzzungenproblem. Numerische Diffusion, Massenverluste, Verletzungen des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik oder sogar instabile Lösungen treten auf. Diese numerischen Fehler können beträchtlich verringert werden durch die Verwendung von Differenzenverfahren höherer Ordnung (FROMM, 1968); aber damit steigt der Rechenaufwand, und die Formulierung der Randbedingungen wird kompliziert. Eine andere Möglichkeit ist die Verwendung von beweglichen Differenzengittern; hierbei wird jedoch durch scherende und kreisende Strömungen von Zeit zu Zeit eine Rückinterpolation auf ein festes Differenzengitter notwendig, so daß der Vorteil des beweglichen Gitters nur teilweise erhalten bleibt, während der numerische und programmiertechnische Aufwand sehr hoch ist. Fehler in der Lösung der Transportgleichung können das gesamte numerische Modell in Frage stellen, weil eine fehlerhafte Dichteverteilung über die dadurch verursachten fehlerhaften baroklinen Kräfte auf die Lösung der Bewegungsgleichung einwirkt. Die Frage ist, ob die numerische Verbreiterung von Dichtesprüngen noch eine hinreichend genaue Lösung der Bewegungsgleichung zuläßt.

Die vorliegende Arbeit beschreibt ein neues Lösungsverfahren für die Transportgleichung, wodurch die obengenannten numerischen Fehler wesentlich reduziert werden. Die numerische Lösung wird mit einer halbanalytischen Lösung verglichen, um die Qualität des numerischen Verfahrens zu überprüfen. Ein weiterer Vergleich mit experimentellen Daten stellt den Bezug zur physikalischen Realität her. Eine weitere Rechnung zeigt die Strömungsverhältnisse in einem durchmischten Ästuar.

### 2. Numerisches Verfahren

Betrachtet wird ein vertikaler Längsschnitt durch ein idealisiertes Ästuar, wobei die x-Achse in Richtung auf den landseitigen Süßwasserzufluß zeigt, während die z-Achse entgegen der Erdanziehung nach oben gerichtet ist. Die seitliche (y-)Abhängigkeit wird vernachlässigt. Der Koordinatenursprung liegt am seeseitigen Ende des Ästuars in Höhe des ungestörten Wasserspiegels. Folgende Gleichungen liegen dem Modell zugrunde:

die Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - A \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$
(1)

die Gleichung für den hydrostatischen Druck

$$\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g = 0$$
 (2)

die Kontinuitätsgleichung für inkompressible Strömung

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$
 (3)

und die Transportgleichung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0$$
(4)

Hierbei sind u und w die Geschwindigkeitskomponenten in x- bzw. z-Richtung, t die Zeit, p der Druck, g die Gravitationsbeschleunigung, o die Dichte und A der Koeffizient der vertikalen turbulenten Reibung. Die Vernachlässigung von konvektiven Termen in (1) und Diffusionstermen in (4) ermöglicht eine halbanalytische Vergleichslösung und wird durch die Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen später gerechtfertigt.

Die dynamischen Gleichungen (1–3) wurden mit dem Verfahren von SÜNDERMANN (1971) gelöst. Für die Transportgleichung wurde ein neues Verfahren entwickelt (FISCHER, 1977). Ausgangspunkt dieses Verfahrens ist die Darstellung der Dichte  $\varrho$  in einem Differenzengitter mittels Hermite-Interpolationsfunktionen. Als zeitabhängige Variable in jedem Gitterpunkt werden die Dichtewerte und ihre räumlichen Gradienten behandelt, für die jeweils eine Transportgleichung gelöst wird. Das Verfahren liefert bei kleinen Zeitschritten vergleichbare, z. T. sogar bessere Ergebnisse als Differenzenverfahren höherer Ordnung, ohne deren numerischen und programmiertechnischen Aufwand zu benötigen.

### 3. Halbanalytische Vergleichslösung für die stationäre Salzzunge

Bei der stationären Betrachtung entfällt in (1) die partielle Ableitung nach der Zeit t. Damit läßt sich für die Salzzunge und die darüberliegende Süßwasserschicht jeweils eine quadratische z-Abhängigkeit für die Geschwindigkeit u durch Integration berechnen. Die freien Koeffizienten werden durch folgende Bedingungen festgelegt:

- a) Die Geschwindigkeit u am Boden ist Null,
- b) die Geschwindigkeit u ist an der Grenzfläche zwischen Süß- und Salzwasser stetig,
- c) der Durchfluß in x-Richtung durch jeden Querschnitt der Salzzunge ist Null,
- d) der Durchfluß in x-Richtung durch jeden Querschnitt der Süßwasserschicht ist gleich einer vorgegebenen Konstanten α.

Aus dem damit bestimmten Geschwindigkeitsprofil lassen sich durch zwei weitere Bedingungen die Höhe des Wasserspiegels h(x) sowie die Tiefe der Grenzfläche t(x), jeweils gemessen von der ungestörten Wasseroberfläche aus, bestimmen:

e) Die tangentialen Reibungskräfte an der Wasseroberfläche sind Null und

f) die tangentialen Reibungskräfte an der Grenzfläche sind stetig.

Aus diesen Bedingungen erhält man folgendes System von Differentialgleichungen erster Ordnung:

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{1}{c} \frac{\partial h}{\partial x} \left( \frac{3}{2} \frac{h+t}{a-t} + 1-c \right)$$
(5)

$$\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{12 Q A}{g(h+t)^2 (4h+3a+t)}$$
(6)

mit der Konzentration c $=\frac{\varrho \cdot \varrho^{\circ}}{\varrho}$  ( $\varrho^{\circ}$  = Dichte des Süßwassers,  $\varrho$  = Dichte des Salzwassers) und der konstanten Wassertiefe a. Dieses Gleichungssystem wurde numerisch gelöst; die Lösung wird im vorliegenden Artikel als halbanalytisch oder exakt bezeichnet.

### 4. Numerische Ergebnisse

Als Randbedingungen des numerischen Ästuarmodells wurden Wasserstand und vertikale Dichteprofile an den offenen Rändern fest vorgegeben. Das Modell besaß eine Längenausdehnung von 36 km, in 12 Abschnitte unterteilt, sowie eine Wassertiefe von 13,7 m. Die Konzentration des Salzwassers betrug 3 %. Der Wasserstand am seeseitigen Ende wurde auf h = o festgehalten, am landseitigen Ende auf h = 4,7 cm. Der hierdurch verursachte Süßwasserzufluß und die am seeseitigen Ende vorgegebene Salzwasserschicht von 6,8 m Dicke führten innerhalb von ca. 4 Wochen Modellzeit zur Ausbildung einer stationären Salzzunge, die in Abb. 1 dargestellt ist. Die "exakte" Lösung (durchgezogene



Abb. 1. Stationäre Salzzungenprofile und Wasserstände — halbanalytische Lösung, 000 Transport mittels Hermite-Interpolation, --- Transport mittels stromauf gerichteter Differenzen.

Linie) ist die halbanalytische; mit Kreisen ist die numerische Lösung nach dem hier vorgestellten neuen Verfahren zur Behandlung der Transportgleichung dargestellt. Bis auf die Spitze der Salzzunge (wo sich die Grobheit des Differenzennetzes bemerkbar macht) ist eine sehr gute Übereinstimmung vorhanden. Zum Vergleich ist eine weitere numerische Lösung (gestrichelt) eingezeichnet, bei der die Transportgleichung mittels stromauf gerichteter Differenzen gelöst wurde. Die starke numerische Diffusion dieses Verfahrens führt zu einer beträchtlichen Verkürzung der Salzzunge. Im Verlauf des Wasserstandes lassen sich keine gravierenden Unterschiede zwischen den drei Verfahren feststellen, wie aus dem oberen Teil von Abb. 1 zu sehen ist.

Zum Vergleich mit experimentellen Daten wurden die Ergebnisse von KEULEGAN (IPPEN, 1966, Kap. 11) herangezogen. In Abb. 2 ist die halbanalytische Lösung (durch-



Abb. 2. Vergleich von halbanalytischer Salzzunge (durchgezogene Linie) mit experimentellen Daten. Punktiert: Keulegans Salzzunge, kritische Strömung an der Ästuarmündung Kreise: Keulegans Salzzunge, an halbanalytische Kurve angepaßt Gestrichelt: Wasseroberfläche

gezogene Linie) dargestellt. Zum Vergleich mit KEULEGANS Kurve ist eine Festlegung des seeseitigen Endes des Ästuars notwendig; üblicherweise wird dieser Ort dadurch festgelegt, daß in der Süßwasserschicht kritische Strömung eintritt. Die entsprechende Dicke der Süßwasserschicht beträgt

$$t_{c} = \sqrt[3]{\frac{Q^{2}}{cg}}$$
(7)

Die entsprechende experimentelle Kurve in Abb. 2 ist punktiert dargestellt – die Übereinstimmung mit der halbanalytischen Kurve ist nicht besonders gut. Dabei ist jedoch



Abb. 3. Strömungsgeschwindigkeiten (Pfeile) und Salzgehalt (Zahlen) in einem durchmischten Ästuar, stationärer Zustand. Die gestrichelte Linie trennt die Gebiete stromauf und stromab gerichteter Geschwindigkeiten.

6

zu beachten, daß (7) ein homogenes Geschwindigkeitsprofil voraussetzt, was im vorliegenden Fall nicht zutrifft und auch experimentell nicht sehr fundiert ist (IPPEN, 1966, Kap. 11). Wird diese Bedingung fallengelassen und statt dessen eine freie Anpassung der Kurven vorgenommen, so zeigen die Kreise in Abb. 2 eine sehr gute Übereinstimmung; die entsprechende kritische Tiefe in diesem Falle ist etwa

$$t_c \approx \sqrt{\frac{Q}{cga}}$$
 (8)

Somit ist gezeigt, daß das vorliegende numerische Modell eine gute Beschreibung der baroklinen Wechselwirkungen in einem geschichteten Ästuar zu leisten vermag.

Für ein durchmischtes Ästuar sind geringere Schwierigkeiten bei der Lösung der Transportgleichung vorhanden, weil es keine scharfen Dichtesprünge gibt. Eine entsprechende Rechnung ist in Abb. 3 dargestellt. Hierbei wurde die Transportgleichung (4) um einen horizontalen und einen vertikalen Diffusionsterm erweitert. An den offenen Rändern wurden vollständig durchmischte Dichteprofile vorgegeben (Zahlen geben Konzentrationswerte an). Im stationären Zustand ist im Inneren des Ästuars eine partielle Schichtung entstanden. Auf Grund des longitudinalen Dichtegefälles sowie des ansteigenden Bodens gibt es eine stromauf gerichtete Bodenströmung, deren Bereich in der unteren linken Ecke gestrichelt abgegrenzt ist. Weitere Beispielrechnungen und Details sind der Diplomarbeit von WITTORF (1975) zu entnehmen.

### 5. Schlußfolgerungen

Das vorgestellte numerische Modell für Strömungen und Salzausbreitung in Ästuarien wurde mit Hilfe einiger vereinfachter Beispielrechnungen auf seine Anwendbarkeit geprüft. Dabei zeigte sich, daß für den Fall einer stationären Salzzunge Ergebnisse erzielt wurden, die mit der exakten Lösung und auch mit experimentellen Daten sehr gut übereinstimmen. Insbesondere das Problem der numerischen Diffusion konnte mit einer neuen Methode zur Lösung der Transportgleichung bewältigt werden. Damit ist nachgewiesen, daß das vorgestellte numerische Modell auf Ästuarien von beliebigem Schichtungsgrad anwendbar ist. Die charakteristische, durch barokline Kräfte verursachte Gegenströmung in Bodennähe wurde im geschichteten Ästuar ebenso wie im durchmischten Ästuar gefunden; sie wird offenbar hauptsächlich durch einen longitudinalen Salzgehaltsgradienten verursacht. Diese für den Sedimenttransport außerordentlich bedeutsame Strömung kann weder aus Messungen von Oberflächengeschwindigkeiten noch aus hydraulischen Modellen mit konstanter Wasserdichte oder aus mathematischen, vertikal gemittelten Modellen ermittelt werden. Auch in durchmischten Ästuarien sind daher vertikal gemittelte mathematische Modelle oder homogene hydraulische Modelle nur begrenzt anwendbar.

### 6. Würdigungen

Die vorliegende Arbeit wurde aus Mitteln der Deutschen Forschungsgemeinschaft, Sonderforschungsbereich 79 (Wasserforschung im Küstenbereich), finanziert. Der größte Teil der Programmierarbeiten wurde von W. P. WITTORF verrichtet. J. SÜNDERMANN unterstützte die Arbeit mit Computerprogrammen und hilfreichen Ratschlägen.

### 7. Schriftenverzeichnis

- FISCHER, K.: Convective Difference Schemes and Hermite Interpolation. Proc. Int. Symp. on Innovative Numerical Analysis in Applied Engineering Science, Versailles, 1977.
- FROMM, J. E.: A Method für Reducing Dispersion in Convective Difference Schemes. J. of Comp. Phys., Vol. 3, p. 176-189, 1968.
- IPPEN, A. T.: Estuary and Coastline Hydrodynamics. McGraw-Hill, New York, 1966.
- LEE, F. A.: Hydrodynamical Stability of Salt Wedge. Proc. ASCE Hydraul. Div., Vol. 100, p. 17–23, 1974.
- RATTRAY, M. und MITSUDA, E.: Theoretical Analysis of Conditions in a Salt Wedge. Est. and Coast. Mar. Sc., Vol. 2, p. 375–394, 1974.
- RIGTER, B. P.: Minimum Length of Salt Intrusion in Estuaries, Proc. ASCE Hydraul. Div., Vol. 101, p. 765, 1975.
- SÜNDERMANN, J.: Die hydrodynamisch-numerische Berechnung der Vertikalstruktur von Bewegungsvorgängen in Kanälen und Becken. Mitt. Inst. Meereskunde Univ. Hamburg, 19, 1971.
- WITTORF, W. P.: Ein baroklines 2-Phasen-Modell für Flachwasserwellen. Diplomarbeit, Techn. Univ. Hannover, 1975.

# Über Folgen hoher Wellen in Küstengewässern und ihre Bedeutung für die Bemessung von Bauwerken

Von Winfried Siefert

### Zusammenfassung

Das Problem der statistischen Behandlung von Wellenfolgen, insbesondere von Folgen hoher Wellen, ist bis heute noch nicht im Detail behandelt worden. Einige numerische Ergebnisse und Auswertungen von Naturdaten in Wassertiefen von 100 m bzw. 36 m wurden inzwischen publiziert. Ergebnisse von Messungen in küstennahen Gewässern – mit ungebrochenen, brechenden und gebrochenen Wellen –, die im Elbeästuar gewonnen wurden, werden in diesem Papier behandelt.

### Summary

The problem of the statistical handling of consecutive high waves has not yet been treated in detail. Some numerical results and evaluations of prototype data in water depths of 100 m and 36 m respectively, have been published. Data from measurements in nearshore coastal waters – with unbroken, breaking, and broken waves – obtained in the Elbe estuary, are treated in this paper.

### Inhalt

1.	Einleitung											8
2.	Analyse											9
3.	Ergebnisse											14
4.	Schriftenve	rze	ichn	is								14

### 1. Einleitung

Zur Bemessung von Küstenbauwerken wie auch zum Verständnis küstennaher Prozesse sind zahlreiche Messungen in der Natur erforderlich, insbesondere Seegangsmessungen. Während des letzten Jahrzehnts wurden die Untersuchungen überall auf der Welt intensiviert. Üblicherweise wird das Wellenklima an einer bestimmten Stelle charakterisiert durch repräsentative Wellenhöhen- und periodenangaben (H, H<sub>1/3</sub>, T, TH<sub>1/3</sub>) sowie Energiespektren. Durch Korrelation mit Winddaten können Funktionen von Wellenhöhen, -perioden und Spektren einschließlich ihrer Eintrittswahrscheinlichkeit gegeben werden. Als Ergänzung dazu lassen sich Verteilungsfunktionen von Wellenhöhen und -perioden für jedes beliebige Seegangsstadium entwickeln. Dies ist durch die Auswertung von etwa 15 000 Seegangsregistrierungen im Elbeästuar an der deutschen Nordseeküste geschehen (SIEFERT, 1974) (Abb. 1).

Bei Behandlung der Stabilitätsprobleme von Bauwerken, die dem Seegangsangriff ausgesetzt sind, ist ein weiteres Kriterium zu beachten: die Anzahl der Wellen in einer Folge, die einen bestimmten, vorgegebenen Wellenhöhenwert überschreiten. Bisher gibt es keine Übertragungsfunktionen zwischen den Verteilungen der Wellenhöhen und Wellenperioden oder den Energiespektren auf der einen Seite und der Anzahl von aufeinanderfolgenden hohen Wellen auf der anderen Seite. Daher ist es erforderlich, dieses Problem getrennt zu analysieren, als zusätzliche Information zur Kenntnis des Wellenklimas.

Die statische Belastung einer Konstruktion wird üblicherweise dargestellt oder berechnet durch den Bemessungswasserstand + höchste Wellenhöhe. Die dynamische Angriffskraft – angenommen nach der einen oder anderen, mehr oder weniger brauchbaren Formel – wird hergeleitet von der kennzeichnenden Wellenhöhe H<sub>1/3</sub> oder von H<sub>1/10</sub> oder ähnlichen Angaben. Die Kraft, die durch eine Folge von Wellen einer bestimmten Höhe ausgelöst wird und die Vibration oder vielleicht sogar Resonanz erzeugen kann, wird bisher bei der Bemessung auf Seegangsbeanspruchung nicht berücksichtigt.

### 2. Analyse

Das Problem aufeinanderfolgender hoher Wellen wurde numerisch behandelt von GODA (1970), und zwar für breite Spektren. Weitere Ableitungen für ein schmales Spek-



Abb. 2. Eintrittswahrscheinlichkeit von Wellenfolgen mit Wellen höher als  $H_{1/3}$ . Probability of wave group formation, waves greater than  $H_{1/3}$ 

10

trum wurden von EWING (1973) vorgelegt. Naturmeßdaten wurden veröffentlicht von RYE (1975) für Wassertiefen von etwa 100 m und von WILSON und BAIRD (1973) für Wassertiefen von etwa 36 m. Diese Ergebnisse sind zusammen mit einigen Ergebnissen aus dem Elbeästuar in linearem Maßstab dargestellt auf Abb. 2. Dabei wurden die Wellen berücksichtigt, deren Höhe  $> H_{1/3}$  ist. Die Darstellungen zeigen weitgehende Übereinstimmung, obwohl einige spezielle Differenzen vorhanden zu sein scheinen. Darauf wird später zurückzukommen sein.

Die meisten der "Folgen" mit Wellen  $> H_{1/3}$  treten auf in "Folgen" von nur einer Welle, d. h., vor und hinter diesen Wellen laufen kleinere Wellen ein (70 bis 85 %). Etwa 10 bis 20 % der Folgen bestehen aus 2 Wellen, bis zu 7 % aus 3 Wellen, bis zu 2,5 % aus 4 Wellen. Mehr als 5 Wellen  $> H_{1/3}$  in einer Folge wurden bis jetzt nicht festgestellt.

Zur weiteren Bearbeitung wird die Darstellung auf Abb. 2 im halblogarithmischen Maßstab gebracht. Zuvor scheint es jedoch sinnvoll zu sein, einige Bemerkungen über die Art der Auswertung und der Definition einer Wellengruppe oder "Folge" zu machen. Tab. 1 zeigt die Höhen von aufeinanderfolgenden Wellen in einer Registrierung mit der Kennzeichnung der Wellen  $> H_{1/3}$  und der Anzahl von Wellenfolgen. Allgemein wird ein "Ereignis" angesehen als eine "Folge" von aufeinanderfolgenden Wellen, deren Höhe über einer gewählten Grenzhöhe liegt, wobei eine "Folge" bestehen kann aus einer oder mehr Wellen hintereinander. Als Grenzhöhe wird hier zunächst  $H_{1/3}$  vorgegeben.

Wellenhöhen in cm	Wellen höher als H <sub>1/3</sub>	Wellenfolge Nr.	
23			
73	×	1	
12			
40			
66	$\times$		
66	$\times$	2	
84	×		
30			
30			
47			
50			
50			
18			Mittelwerte der vollständigen Registrierung
19			$\overline{H} = 40 \text{ cm}$
14			$H_{1/3} = 61 \text{ cm}$
68	X		T = 3,3 s
65	Ŷ	3	$\overline{\mathbf{H}}$ = mittl. Wellenhöhe
45	~	-	T = mittl. Wellenperiode
50			$H_{1/2}$ = kennzeichnende Wellenhöhe = Mittel der
36			33 % höchsten Wellen einer Registrierung

Tabelle 1: Beispiel für die Auswertung von Wellenfolgen

Auf der linken Seite von Abb. 3 sind die Ergebnisse von Abb. 2 dargestellt. Dabei zeigt sich, daß die Theorie zu kleine Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten von 3 und mehr Wellen  $> H_{1/3}$  in einer Folge gibt. Die Ergebnisse aus der Außenelbe und in größeren Wassertiefen stimmen dagegen gut überein.

Der Vergleich auf der rechten Seite von Abb. 3 zeigt, daß die Eintrittswahrscheinlichkeit von Wellenfolgen offenbar durch die Topographie beeinflußt wird. Deutlich



Abb. 3 Eintrittswahrscheinlichkeit von Wellenfolgen mit Wellen höher als H<sub>1/3</sub>. Probability of wave group formation, waves greater than H<sub>1/3</sub>



Abb. 4. Eintrittswahrscheinlichkeit von Wellenfolgen mit Wellen höher als  $H_{1/3}$  für verschieden hohe H. Probability of wave group formation, waves greater than  $H_{1/3}$ , for different mean wave heights H

wird, daß in sehr flachem Wasser (Strand) die Wahrscheinlichkeit langer Folgen geringer ist als in tieferem Wasser und daß sie mit GODAS Theorie etwa übereinstimmt.

Einige Hinweise auf Veränderungen bei der Bildung von Wellenfolgen in Abhängigkeit von der mittleren Wellenhöhe werden auf Abb. 4 gegeben. Aus den Messungen in drei unterschiedlichen topographischen Gebieten mit verschiedenen Wassertiefen geht hervor, daß die Wahrscheinlichkeit von längeren Folgen mit Wellenhöhen  $H > H_{1/3}$  zunimmt mit der Zunahme von  $H_{1/3}$ . Da die mögliche Wellenhöhe mit der Wassertiefe ansteigt, ist diese Tendenz dieselbe wie auf Abb. 3: Zunahme der Wahrscheinlichkeit langer Folgen mit hohen Wellen bei zunehmender Wassertiefe.



Abb. 5. Eintrittswahrscheinlichkeit von Wellenfolgen mit Wellen höher als 1,8 · H. Probability of wave group formation, waves greater than 1,8 · H

Die Untersuchung von Wellengruppen über einem höheren Grenzwert, nämlich 1,8 ·  $\hat{H}$ , zeigt auf der linken Seite von Abb. 5 dieselbe Tendenz, die schon bei den Wellenfolgen mit  $H > H_{1/3}$  gefunden wurde: In flacherem Wasser wird die Wahrscheinlichkeit langer Folgen hoher Wellen kleiner. Auf der rechten Seite ist zu erkennen, daß die Wahrscheinlichkeit langer Folgen abnimmt mit steigender Grenzwellenhöhe. Dieser Aspekt wird auf Abb. 6 noch gesondert untersucht.

Die Darstellungen der Abb. 6 zeigen die Wahrscheinlichkeit der Bildung von Wellenfolgen über dem Verhältnis

$$\eta = \frac{H^*}{\overline{H}}$$

der vorgegebenen Grenzwellenhöhe H\* und der mittleren Wellenhöhe H. Dazu wurde eine bestimmte Anzahl von Registrierungen folgendermaßen ausgewertet: Die Anzahl aller Wellen, die höher als H\* sind, wird zu 100 % angesetzt. Dann enthält jede Folge





einen bestimmten Teil dieser 100 %. Nun zeigen die Punkte auf Abb. 6 die Prozentzahl von Wellen mit  $H > H^*$ , die in der längsten Folge der jeweiligen Registrierung festgestellt werden konnte. Dieser Prozeß wurde für  $H^* = \overline{H}$ , also alle Wellen, die höher als  $\overline{H}$  sind, bis hin zu  $H^* = 1,8 \cdot \overline{H}$  durchgeführt.

Bei der Beurteilung der geschilderten, teilweise sehr überraschenden Eigenschaften und ihrer weiteren Verarbeitung bei der Bemessung von Bauwerken muß die Veränderung der Wellenperioden mit berücksichtigt werden. Die Zunahme der Wellenperioden mit den Wellenhöhen geht aus Tab. 2 hervor:

	Tabelle 2:	
Beziehungen zwischen	Wellenperioden unterschiedlicher	Wellenhöhengruppen

Südliche Nordsee	Brandungszone	Wattgebiet
$T_{H_{1/3}} = 1.25 T$	$T_{H_{1/10}} = 1.19 T$	$T_{Hmax}^{0} = 1.15 T$
$T_{H_{1/3}} = 1.33 T$	$T_{H_{1/10}} = 1.30 T$	$T_{Hmax} = 1.22 T$
$T_{H_{1/3}}^{T_{1/3}} = 1.46 T$	$T_{H_{1/10}}^{-1.10} = 1.30 T$	$T_{H_{max}}^{r_{max}} = 1.28 T$

Darüber hinaus beeinflußt die Bildung von Wellengruppen Schwingungen im Brandungsstau, denen bisher zu wenig Bedeutung geschenkt wurde (Gökcesu, 1977). Außerdem scheint die Möglichkeit zu bestehen, mit dieser Art Seegangsanalyse einige Hinweise über die Brauchbarkeit von Labormessungen mit monochromatischen Wellen zu erhalten (SIEFERT und KALDENHOFF, 1975).

Im vorliegenden Bericht wurde die Untersuchung der Anzahl kleiner Wellen zwischen Folgen hoher Wellen nicht behandelt. Einige Informationen über dieses Problem werden von EWING (1973) gegeben.

### 3. Ergebnisse

Die Ergebnisse von Abb. 3 bis 6 können folgendermaßen zusammengefaßt werden:

- Je höher die Grenzwellenhöhe H\* der untere Grenzwert von Wellenhöhen in einer Folge – ist, desto kleiner ist die Anzahl von Wellen mit Höhen über H\*.
- Je höher H\* ist, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein beträchtlicher Teil der Wellen, deren Höhe > H\* ist, innerhalb einer Folge auftreten: Wellen, die höher als 1,6 H sind, erscheinen in Folgen von 2 oder 3 Wellen genauso oft wie in "Folgen" von einer Welle. Es wurden Gruppen von 2 oder 3 Wellen hintereinander mit einer Höhe oberhalb von 1,7 oder 1,8 · H registriert.
- 3. Je höher die Bemessungswellenhöhe über der mittleren Wellenhöhe liegt, desto bedeutender wird die dynamische Belastung durch mehrere aufeinanderfolgende Wellen, deren Höhe im Bereich der Bemessungswellenhöhe liegt. Diesem Aspekt sollte in Zukunft bei der Bemessung bestimmter Bauwerke Beachtung geschenkt werden.

### 4. Schriftenverzeichnis

EWING, J. A.: Mean Length of Runs of High Waves. J. of Geoph. Res., Vol. 78, No. 12, 1973.

GODA, Y.: Numerical Experiments of Wave Statistics with Spectral Simulation. Report of the Port and Harbour Research Institute, Vol. 9, Nr. 3, Japan 1970.

- Gökcesu, S.: Beitrag zum Auflaufvorgang des natürlichen Seegangs im Flachwassergebiet auf glatten Böschungen. Mitt. des Inst. für Wasserbau und Wasserwirtschaft der TU Berlin, H. 87, 1976.
- RYE, H.: Wave Group Formation Among Storm Waves. Proc. 14th Int. Conf. on Coast. Eng., Copenhagen, 1974.
- SIEFERT, W.: Über den Seegang in Flachwassergebieten. Mitt. Leichtweiß-Inst. der Techn. Univ. Braunschweig, H. 40, 1974.
- SIEFERT, W. u. KALDENHOFF, H.: Analysis of Random Waves in Shallow Water and Laboratory Reproduction. Proc. 16th Congr. of the IAHR, Vol. 1, Sao Paulo, 1975.
- WILSON, J. R. u. BAIRD, W. F.: A Discussion of Some Measured Wave Data. Proc. 13th Int. Conf. on Coast. Eng., Vancouver, 1972.

# Grundsatzuntersuchungen für ein hybrides Tidemodell

### Von Klaus-Peter Holz

### Zusammenfassung

Hybride Modelle zur Simulation von Tidewellen in Ästuarien sind eine Kombination aus hydraulischen und mathematischen Modellen. Beide Modelltypen werden unter Echtzeitbedingungen miteinander gekoppelt, um so die Vorteile beider Simulationstechniken optimal nutzen zu können. Es werden eine Prinzipstudie zur Technik der Kopplung durchgeführt und der Einfluß der Verzögerungszeiten, die bei der Kopplung unvermeidbar sind und sich hauptsächlich aus der Rechenzeit für das mathematische Modell ergeben, näher untersucht. Hierzu dienen Experimente an einem offenen Gerinne. Die Untersuchungsbedingungen entsprechen denen von Tidemodellen.

### Summary

Hybrid models for the investigation of tidal waves in estuaries are a combination of hydraulic and mathematical models which are coupled under real-time conditions. The advantages of both investigation techniques are thus combined in this new formulation. A report is given concerning the coupling strategy and an analysis made of the influence of some inevitable time-delay, resulting mainly from the computing time of the numerical model. Results are presented from experiments run for an open channel system under tidal conditions.

### Inhalt

Finführung																	16
Eminung .	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	10
Kopplungsbedingun	ngen																17
Zeitelemente .																	19
Experimentelle Unt	tersu	ichu	nger	1								•					21
Zusammenfassung																	24
Anmerkungen .																	24
Schriftenverzeichnis	S																25
	Einführung . Kopplungsbedingun Zeitelemente . Experimentelle Um Zusammenfassung Anmerkungen . Schriftenverzeichnig	Einführung Kopplungsbedingungen Zeitelemente Experimentelle Untersu Zusammenfassung . Anmerkungen Schriftenverzeichnis	Einführung Kopplungsbedingungen Zeitelemente Experimentelle Untersuchu Zusammenfassung Anmerkungen Schriftenverzeichnis	Einführung Kopplungsbedingungen . Zeitelemente Experimentelle Untersuchunger Zusammenfassung Anmerkungen Schriftenverzeichnis	Einführung Kopplungsbedingungen Zeitelemente Experimentelle Untersuchungen Zusammenfassung Anmerkungen Schriftenverzeichnis	Einführung Kopplungsbedingungen Zeitelemente Experimentelle Untersuchungen . Zusammenfassung Anmerkungen Schriftenverzeichnis	EinführungKopplungsbedingungenZeitelementeExperimentelle UntersuchungenZusammenfassungAnmerkungenSchriftenverzeichnis	EinführungKopplungsbedingungenZeitelementeExperimentelle Untersuchungen.ZusammenfassungAnmerkungenSchriftenverzeichnis	EinführungKopplungsbedingungenZeitelementeExperimentelle UntersuchungenZusammenfassungAnmerkungenSchriftenverzeichnis	EinführungKopplungsbedingungenZeitelementeExperimentelle UntersuchungenZusammenfassungAnmerkungenSchriftenverzeichnis	Einführung	Einführung       .	Einführung	Einführung       .	Einführung	Einführung       .	Einführung

### 1. Einführung

Die numerischen Modelle zur Simulation von tideerzeugten Bewegungsprozessen sind in den vergangenen Jahren wesentlich verbessert worden. Speziell Modelle, die von vertikal gemittelten Geschwindigkeiten und einer hydrostatischen Druckverteilung über die Tiefe ausgehen und sich mit diesen vereinfachenden Annahmen besonders für Fernfeld-Untersuchungen eignen, sind hinsichtlich der Rechenzeiten ökonomisch und hinsichtlich der physikalischen Aussage in hohem Maße zuverlässig geworden (1, 2).

Anders verhält es sich jedoch, wenn dreidimensionale Untersuchungen für das Nahfeld mit mathematischen Modellen durchgeführt werden sollen. Es sind bislang nur wenige dreidimensionale numerische Modelle (3, 4, 5) bekannt, und somit liegen bislang auch nur geringe Erfahrungen mit ihnen und mit der Wahl der physikalischen Koeffizienten vor,

Die Küste, 31 (1977), 1-186



Abb. 1

die für die Rechnung benötigt werden. Außerdem sind diese Modelle hinsichtlich der Rechenzeiten erheblich aufwendiger. Angesichts dieser Situation erscheint es sinnvoll, zur Simulation von Strömungsvorgängen im Nahfeld weiterhin den hydraulischen Modellen den Vorzug zu geben, während für Untersuchungen im Fernfeld numerische Modelle vorteilhafter sind. Dies zeigt ein Vergleich mit hydraulischen Modellen, wenn der Aufwand für Instrumentierung, Unterhaltung und die zeitlich schnellere Verfügbarkeit bewertet werden. Sollen bei einer Systemsimulation zur Analyse der Auswirkungen einer geplanten Baumaßnahme die Vorteile der hydraulischen und der numerischen Modelltechnik ausgenutzt werden, so würde die Untersuchung in zwei Schritten durchzuführen sein. Die numerische Rechnung für das Fernfeld-Problem kann ohne weiteres erfolgen; für den hydraulischen Modellversuch, der das Nahfeld simuliert, ergeben sich jedoch Schwierigkeiten bei der Formulierung der Randbedingungen. Diese sind häufig nicht bekannt und müssen von Aufzeichnungen an Stationen weit außerhalb des Untersuchungsbereiches auf dessen Grenzen erst übertragen werden. Im Falle einer topographischen Veränderung im Untersuchungsbereich selbst ist auch eine Übertragung nicht möglich, da die Topographie auf die Randbedingungen selbst zurückwirkt. Es bleibt also nur der Weg über Zusatzuntersuchungen, um zunächst die Randbedingungen zu ermitteln. Dazu können Versuche in einem hydraulischen Modell mit kleinerem Maßstab für das gesamte Untersuchungsgebiet durchgeführt werden, doch ist dieser Weg unökonomisch. Eine andere Möglichkeit ergibt sich aus der Verwendung des numerischen Modells für das Gesamtgebiet: Allerdings sind dann Fehler wegen der getroffenen vereinfachenden Annahmen, die auch auf den Nahfeld-Bereich angewendet werden, zu erwarten.

Es ist also erforderlich, das Nahfeld dreidimensional zu simulieren und direkt an das numerisch simulierte Fernfeld anzukoppeln. Dieses führt zu einem neuen Modelltyp, den wir H y b r i d e s M o d e l 1 nennen. Es werden das dreidimensional hydraulische Modell und das zweidimensional numerische Modell gleichzeitig nebeneinander betrieben und so miteinander verbunden, daß kontinuierliche Übergangsbedingungen für Wasserstand und Durchfluß zwischen beiden Modellen gewährleistet sind. Damit werden die Vorzüge hydraulischer Modelle im Nahfeld und numerischer Modelle im Fernfeld kombiniert. Weiterhin entfällt bei dieser Lösung eine gesonderte Bestimmung der Randbedingungen für das hydraulische Modell, da dieses in dynamischer Wechselwirkung mit dem numerischen Fernfeld-Modell steht. Für dieses sind die Randwerte vorgegeben. Die zeitgleiche Kopplung beider Modelle gewährleistet außerdem die richtige Erfassung von Veränderungen der Strömungsbedingungen infolge einer topographischen Veränderung des Systems und macht gesonderte Betrachtungen bezüglich deren Auswirkungen auf die Randbedingungen des Nahfeld-Modells überflüssig.

Die vorliegende Arbeit beschreibt in kurzer Form die Strategie, die bei der Kopplung beider Modelltypen verfolgt wird. Dabei stellt sich heraus, daß einige Zeitglieder, die sich hauptsächlich aus der Rechenzeit für das mathematische Modell und aus den Stellzeiten für die Instrumentierung ergeben, von wesentlicher Bedeutung für das Systemverhalten sind. Um ihren Einfluß zu analysieren, werden einige Experimente an einem eindimensionalen Gerinne durchgeführt.

### 2. Kopplungsbedingungen

Die Grundsatzuntersuchungen zur hybriden Modelltechnik erfolgen für einen rechteckigen eindimensionalen Kanal von 25 m Länge. Der Kanal ist an einem Ende geschlossen; am anderen Ende wird eine sinusförmige Änderung des Wasserspiegels eingesteuert (Abb. 1).

Dieses einfache System wird gewählt, weil hieran alle wesentlichen Aspekte der neuen Versuchstechnik deutlich werden und weil wegen der Klarheit des Systems eine einfache Fehleranalyse für die Versuche möglich ist.

Der beschriebene Kanal (Abb. 1) kann als hydraulisches Modell eines Systems betrachtet werden. Dieses Modell eines Systems wird nun als hybrides Modell neu formuliert. Es wird in zwei Teile zerlegt (Abb. 1), von denen einer weiterhin hydraulisch reali-



Abb. 1. Versuchsanordnung für hybrides Modell

siert ist und den Nahfeld-Bereich darstellt. Der andere Teil wird numerisch simuliert und steht für das Fernfeld. Da dieses hybride Modell hinsichtlich der Topographie und der Randwerte die gleichen Bedingungen aufweist wie das ursprüngliche hydraulische Modell, müssen die Ganglinien für die Wasserstände und die Geschwindigkeiten für jede Station in beiden Modellen die gleichen sein. Damit ist eine Möglichkeit zur Überprüfung der Genauigkeit und der Zuverlässigkeit der hybriden Modelltechnik gegeben.

Die Strategie der Kopplung zwischen dem hydraulischen und dem mathematischen Teil des hybriden Modells folgt ebenfalls aus Abb. 1. In festen Zeitintervallen  $\Delta t$ , die den Koppeltakt definieren, wird der Wasserstand an der Koppelstelle im hydraulischen Teilmodell gemessen. Dieser wird nunmehr an das mathematische Modell weitergegeben und von diesem als Randbedingung für die Rechnung verwendet. Als Ergebnis wird der zu diesem Wasserstand zugehörige Durchflußwert erhalten, der am hydraulischen Teilmodell einzusteuern ist. Steht dieser neue Durchflußwert sofort zur Verfügung und erfolgt der Koppeltakt in sehr kleinen Zeitintervallen, so werden kontinuierliche Übergangsbedingungen zwischen beiden Modellen erhalten. In der praktischen Anwendung kann das Kopplungsintervall  $\Delta t$  nun allerdings nicht beliebig klein gewählt werden, da in jedem Intervall zunächst einige Zeit vergeht, bis der neue Durchflußwert seitens des numerischen Modells berechnet und bis dieser Wert an die Geräte, die den Durchfluß steuern, weitergegeben ist. Der Einfluß der zeitlichen Verzögerungen auf das Kopplungsverhalten der Modelle wird in Abb. 2 erläutert.

Auf der linken Seite ist zunächst der Fall skizziert, bei dem die Verzögerungszeiten nahezu Null sind. Die durchgezogene Linie möge die Ganglinie des Wasserstandes h an der Koppelstelle in dem ursprünglichen hydraulischen Modell darstellen. Gegenüber dieser Linie wird nun die Ganglinie für den Wasserstand im hybriden Modell h\* aufgetragen. Eine Messung h\* wird im allgemeinen wegen unvermeidlicher Meßfehler unterschiedlich zu h sein. Dieser fehlerhafte Meßwert h\* wird nun als Randbedingung im numerischen Modell verwendet und ein zugehöriger fehlerhafter Durchfluß q\* ermittelt. Dieser wird in das hydraulische Modell eingesteuert. War h\* kleiner als h, so wird auch q\* kleiner als der entsprechende Wert q sein. Für die nun folgende Zeit  $\Delta t$  des Koppelintervalls wird folglich ein Durchflußwert gesteuert, der zu klein ist. Der nächste gemessene Wasserstandswert h\* wird daher höher ausfallen als er sein sollte. Damit wird aber auch der nächste q\*-Wert größer sein als der zugehörige Wert q. Das führt nun wiederum zu einem Sinken des Wasserstandes. Es entsteht somit eine Schwankungsbewegung um die richtigen Werte h herum. Die Größe der Schwankungen wird im wesentlichen durch die Größe des Koppeltaktes bestimmt.



Abb. 2. Übergangsbedingungen zwischen gekoppelten Modellen

Der rechte Teil der Abb. 2 zeigt nun den Einfluß einer Verzögerungszeit auf das Systemverhalten. Der errechnete Durchfluß q\* steht im Modell erst zu einer Zeit an, zu der h\* sich bereits weiter verändert hat. Ist h\* inzwischen noch gestiegen, so wird q\* wesentlich zu klein sein, um innerhalb des Kopplungsintervalls diesen Fehler auszugleichen. Das nächste h\* muß daher nicht unbedingt kleiner als h sein, was zu einer erneuten Berechnung eines zu großen Durchflusses q\* führt. Der Fehler kann sich solange noch ausgleichen, wie das Kopplungsintervall hinreichend klein gewählt ist, doch läßt sich dafür kein Kriterium angeben. Analytische Überlegungen führen hier nicht weiter, da die beschreibenden Differentialgleichungen nichtlinear sind. Man bleibt daher auf Experimente angewiesen, bei denen herauszufinden ist, bis zu welcher Grenze die Verzögerungszeiten vergrößert werden dürfen und wie sich diese auf die Genauigkeit eines hybriden Modellversuchs auswirken.

### 3. Zeitelemente

Die folgenden Überlegungen gelten den Verzögerungszeiten, die sich im wesentlichen aus drei Funktionen ergeben (Abb. 3), die innerhalb eines Koppelintervalls auszuführen sind. Zunächst ist die Messung des Wasserstandes durchzuführen und der gemessene analoge Wert in eine physikalische Größe umzuwandeln. Da alle Funktionen unter der Kontrolle eines Computers ablaufen, sind hierfür nicht mehr als 0,01 sec anzusetzen. Dieses Zeitelement ist damit praktisch ohne Bedeutung.

Der zweite Schritt innerhalb der Kopplungsroutine besteht aus der Rechnung des mathematischen Modells. Die hierfür benötigte Zeit hängt von der Größe des Fernfeld-Modells und dessen Diskretisierung sowie von dem gewählten Rechenalgorithmus ab. In dieser Studie wird das numerische Modell durch fünf Elemente repräsentiert und ein impliziter Rechenalgorithmus (6,7) verwendet. Die erforderliche Rechenzeit je Koppeltakt ergibt sich damit zu 0,1 sec.



Abb. 3. Zeitelemente des hybriden Modells

Das dritte Zeitelement ist durch die Stellzeiten der eingesetzten Instrumente zur Durchflußsteuerung gegeben. Diese Zeiten können in verschiedener Weise minimiert werden. Der Einsatz einer Einheit, bestehend aus einer Uhr und einem unabhängigen Zähler, an den die digitalisierten Stellgrößen gegeben werden, verursacht zusätzliche Kosten. Eine elegantere Lösung ergibt sich bei Ausnutzung des Interruptsystems des eingesetzten Rechners. In zeitlich kleinen Abständen werden Stellimpulse an die Instrumentierung gegeben. Die Abstände können dabei variiert werden, so daß allzu rasche Durchflußänderungen wegen der damit verbundenen Turbulenzen und Verfälschung der Wasserstandsmessung an der Koppelstelle vermieden werden. In der Zeit zwischen den Stellimpulsen können vom Rechner andere Funktionen wahrgenommen werden. So kann beispielsweise die Meßwerterfassung für den hydraulischen Modellteil durchgeführt und damit eine Aufgabe erfüllt werden, für die in vielen Laboratorien die Rechner ursprünglich angeschafft wurden. Die bereits vorhandenen Rechnerausrüstungen können also auch für die hybride Modelltechnik verwendet werden, und zusätzliche Anschaffungen sind häufig nicht erforderlich.

Abb. 3 zeigt die Anordnung des dritten Zeitelements innerhalb eines Koppeltaktes. Die Bestimmung seines Zeitbedarfs ist äußerst schwierig, da dieser von der Größe des Korrekturwertes für den Durchfluß und dieser wiederum von der Tidephase und von der Größe des Koppelintervalls abhängt. Der Zeitbedarf ist daher nur experimentell zu ermitteln; er kann jedoch praktisch vernachlässigt werden, wenn eine Lösung gewählt wird, bei der die Stellimpulse, deren Ausgabe rechnerseitig nur wenige hundertstel Sekunden erfordert, die Rechnung des mathematischen Modells unterbrechen dürfen. Diese Lösung erfordert zwar einen erhöhten Programmieraufwand, doch wird dieser durch die erreichten Vorteile gerechtfertigt. Da Abfrage und Speicherung der Meßwerte unter Kontrolle des Computers ebenfalls nur einige 0,01 sec benötigen, wird das dritte Zeitelement ebenfalls bedeutungslos. Der einzige Parameter, der die Verzögerungszeiten bestimmt und dem die folgenden experimentellen Untersuchungen gelten, ist damit die Rechenzeit des mathematischen Modells.

### 4. Experimentelle Untersuchungen

Die Versuche werden für das in Abb. 4 dargestellte System durchgeführt. Am linken Ende der geraden, rechteckigen Rinne wird eine sinusförmige Veränderung des Wasserstandes eingesteuert. Die Amplitude der Steuerkurve beträgt 2,5 cm, und die Periode ist zu 300 sec gewählt. Die mittlere Wassertiefe beträgt 12,5 cm. Diese Bedingungen entsprechen in ihrer Größenordnung Werten, die bei vielen hydraulischen Ästuarmodellen ge-



Abb. 4. System für Grundsatzversuche

wählt werden. Der rechte Rand der Rinne ist geschlossen. Das mathematische Modell umfaßt den rechten Teil des Systems und ist mit 5 Elementen diskretisiert. Die Rechenzeit pro Koppelintervall beträgt 0,1 sec. Zur Analyse der hybriden Versuche werden die Ganglinien für den Wasserstand und die Geschwindigkeit an der durch einen Pfeil (Abb. 4) markierten Station aufgezeichnet und mit denen eines vollständig hydraulisch realisierten Modells verglichen. Betrachtet man die letzteren Werte als richtig, so läßt sich hierauf bezogen eine Fehleranalyse durchführen. Der erste Versuch betrifft den Fall, daß Rechenzeit und Stellzeit für die Instrumentierung einen minimalen Wert annehmen, das System also schnellstmöglich reagiert. Dieses kann bei einem Koppelintervall von 0,1 sec realisiert werden, bei dem die Rechenzeit 0,1 sec und die Stellzeit 0,7 sec beträgt. Weitere 0,2 sec sind der Datenerfassung vorbehalten. Das Ergebnis dieses Versuches ist in Abb. 5 wiedergegeben. Der untere Teil der Abbildung zeigt einen Vergleich der Wasserstandsganglinien über 5 Perioden für die gekennzeichnete Station.

Die Übereinstimmung zwischen den im hybriden Versuch gemessenen Werten mit denen des hydraulischen Modells ist sehr gut. Das gleiche gilt für die gemessenen Geschwindigkeiten, die in der oberen Hälfte der Abb. 5 dargestellt sind. Der unruhige Verlauf dieser Kurven erklärt sich aus der verwendeten Meßtechnik. Es sind Geräte eingesetzt worden, die auf Thermo-Elementen basieren und nur die Größe der jeweils resultierenden Geschwindigkeit aufzeichnen. Da elektronisch keine Dämpfung der Ausgangs-



Abb. 5. Vergleich der Geschwindigkeiten und Wasserstände bei hydraulischem (-) und hybridem (•) Modell

signale dieser Geräte erfolgte und auch die Ergebnisse keinen Mittelungsroutinen unterworfen wurden, sind turbulente Schwankungen noch in den Meßwerten enthalten. Die Ergebnisse zeigen im übrigen deutlich einen Einschwingvorgang, der sich bei den Versuchen über die ersten drei Perioden erstreckt. Danach erst sind quasi-stationäre Perioden erreicht. Der Einschwingvorgang ist bei den hybriden Versuchen unvermeidlich, da diese stets von einem Anfangszustand ausgehen, in dem kontinuierliche Übergangsbedingungen



Abb. 6. Vergleich der Wasserstände bei hydraulischem (-) und hybridem (•) Modell

zwischen mathematischem und hydraulischem Modell bestehen. Dies ist im allgemeinen nur für die Ruhelage des Systems gewährleistet.

Die weiteren Versuche gelten der Frage, bis zu welcher Größe die Rechenzeiten des numerischen Modells bei vertretbarem Fehler der hybriden Formulierung ausgedehnt werden können. Die maximale Größe für die gewählte Versuchsanordnung wird bei einer Verzögerungszeit von 2,1 sec und einem Koppelintervall von 2,0 sec gefunden. Die 24

Rechenzeit ergibt sich dabei zu 2,0 sec, wobei innerhalb dieser Zeit auch die Ausgabe an die Stellelemente der Instrumentierung über die Interruptverwaltung des Rechners erfolgt. Die Verzögerungszeit beträgt insgesamt 2,1 sec, da nach Abschluß der Rechnung von 2,0 sec Dauer in weiteren 0,1 sec kein Interrupt aus programmtechnischen Gründen zugelassen wird. Die Ergebnisauswertung beschränkt sich auf einen Vergleich der Wasserstands-Ganglinie, der im oberen Teil der Abb. 6 für den hydraulischen und hybriden Versuch über 5 Perioden erfolgt. Eine Analyse des Ergebnisses für die eingerahmten Perioden ist im unteren Teil der Abb. 6 dargestellt.

Die Abweichungen zwischen hydraulischem und hybridem Versuch sind prozentual bezogen auf die im hydraulischen Versuch erhaltenen Wasserstände. Die größten Fehler betragen etwa 1 %. Dieses Maß entspricht einer Abweichung von 1,5 mm und bedeutet bei Bezug auf den Tidehub von 50 mm einen Fehler von max. 3 %.

Eine weitere Verlängerung der Rechenzeiten auf 3,0 sec und mehr ergibt nur wenig vergrößerte Fehler; es werden jedoch große Schwingungen der Wasserstände beobachtet, wenn die im numerischen Modell als Randbedingung verwendete Wasserstandsmessung stark fehlerhaft ist. Die beobachteten Schwingungen können vom System meist gedämpft werden, so daß nach einem Kenterpunkt wieder eine glatte Ganglinie erhalten wird. Sie bauen sich aber in der nächsten Periode sehr rasch wieder auf. Eine befriedigende Übereinstimmung mit Versuchen in einem vollständig hydraulisch realisierten Modell kann nicht mehr erreicht werden.

### 5. Zusammenfassung

Es wurde eine Grundsatzuntersuchung zur Realisierbarkeit eines hybriden Tidemodells durchgeführt. Die theoretischen Vorüberlegungen wurden durch Experimente an einem rechteckigen Gerinne überprüft und ergänzt. Besondere Aufmerksamkeit galt dabei der Frage, bis zu welcher Größe die Rechenzeit des mathematischen Modells innerhalb eines Koppelintervalls ausgedehnt werden kann. Unter den im Versuch verwendeten Bedingungen wurde bei einer Rechenzeit von 2,0 sec ein maximaler Fehler von etwa 1 % für die Wasserstände erhalten, bezogen auf gemessene Werte in einem hydraulischen Versuch. Diese Fehlerordnung erscheint als obere Grenze annehmbar, da die Eingangsdaten aus Feldmessungen auch häufig Fehler dieser Größenordnung aufweisen. Eine Ausdehnung der Rechenzeiten und der Koppelintervalle erscheint im Verhältnis zu den gewählten Perioden von 300 sec für die Steuerung der Randbedingungen wenig sinnvoll, da 150 Stellimpulse pro Tidezyklus das Minimum darstellen, um eine genaue Steuerung einer Tide gewährleisten zu können. Mit dem für das mathematische Modell gewählten Algorithmus kann in der zugelassenen Rechenzeit von 2,0 sec ein in etwa 100 diskrete Elemente zerlegtes System berechnet werden. Diese Größenordnung ist völlig ausreichend für die Darstellung des Fernfeldes bei eindimensionalen natürlichen Systemen. Die hybride Modelltechnik muß daher als für praktische Anwendungen geeignet angesehen werden.

### 6. Anmerkungen

Die Untersuchungen wurden im Sonderforschungsbereich 79 "Wasserforschung im Küstenbereich" der Technischen Universität Hannover durchgeführt. Sie wurden unterstützt vom Lehrstuhl für Strömungsmechanik und vom Franzius-Institut dieser HochDie Küste, 31 (1977), 1-186

schule. Diesen Instituten und in besonderem Maße den Mitarbeitern an diesem Projekt ist der Autor zu Dank verpflichtet.

### 7. Schriftenverzeichnis

- 1. HOLZ, K.-P. u. WITHUM, D.: Finite Element Applications for Transient Processes in Estuaries. Proc. US-German Symposium on Formulations and Computational Algorithms in Finite Element Analysis, MIT Press, Cambridge (Mass), 1976.
- 2. SÜNDERMANN, J. u. HOLZ, K.-P.: Mathematisches Modell der Innenjade im Bereich von km 4 bis km 25 des Jadefahrwassers. Hannover, 1976.
- LEENDERTSE, J. J., ALEXANDER, R. C. U. LIU, S.-K.: A Three-Dimensional Model for Estuaries and Coastal Seas. Principles of Computation, Report R-1417-OWRR, Vol. 1, Rand Corporation, 1973.
- SÜNDERMANN, J.: Die hydrodynamisch-numerische Berechnung der Vertikalstruktur von Bewegungsvorgängen in Kanälen und Becken. Mitt. Inst. Meereskunde, Univ. Hamburg, H. 19, 1971.
- 5. EBELING, H.: Berechnung der Vertikalstruktur bei Flachwasserwellen mit der Methode der finiten Elemente. Diss. Techn. Univ. Hannover, 1976.
- 6. DRONKERS, J. J.: Tidal Computations for Rivers, Coastal Areas and Seas. J. Hydr. Div., 95, 1965.
- SCHULZE, K.-W.: Eine problemorientierte Sprache f
  ür die Dynamik offener Gerinne. Mitt. Sonderforschungsbereich 79, Techn. Univ. Hannover, H. 1, 1973.

# Zur Energieverteilung in Tideästuarien

Von Hans-Werner Partenscky und Günther Barg

### Zusammenfassung

Ein Berechnungsverfahren für gedämpfte, kooszillierende Tidebewegung wurde zur Bestimmung charakteristischer Größen des Dämpfungsverhaltens und der Energieverteilung in den Tideästuarien von Elbe, Weser und Ems angewandt.

Die Untersuchungen zeigen, daß in den drei deutschen Tideästuarien die mit der Tidewelle eingetragene Energie entlang der Laufstrecke unterschiedlich umgesetzt wird. Ausbauzustand und Geometrie des Ästuars beeinflussen dieses Verhalten. Es besteht demnach ein eindeutiger Zusammenhang zwischen dem Energietransport durch die Tidewelle und dem Dämpfungsverhalten des Ästuars.

Die Ergebnisse sind im vorliegenden Bericht erläutert und in Diagrammen dargestellt.

### Summary

The method for damped co-oscillating tides is used to evaluate damping and energy dissipation characteristics for various estuaries of different geometry and depth.

Harleman and Ippen (1966) have applied a mathematical model for co-oscillating tides to the Bay of Fundy and the Delaware estuary. This model gives information about the damping behaviour and energy distribution in the two tidal estuaries.

Partenscky (1966, 1969, 1970, 1972) has applied an extended form of this model to the St. Lawrence Estuary.

The method of co-oscillating tides has now also been used in a mathematical model for the German tidal rivers Elbe, Weser and Ems.

### Inhalt

1.	Einleitung													26
2.	Form der Tidewel	le unter	Berüc	ksich	tigun	g von	Geo	metri	ie und	l Dän	npfu	ng	des	
	Ästuars													27
3.	Energietransport													28
4.	Energieverteilung u	ınd Dän	npfung											30
5.	Schriftenverzeichnis	i												31

### 1. Einleitung

Von D. R. F. HARLEMAN und A. T. IPPEN (1966) wurde ein Berechnungsverfahren für gedämpfte kooszillierende Tidebewegung entwickelt und auf die Bay of Fundy und das Delaware-Ästuar angewandt.

Bei den genannten Tideästuarien handelt es sich um Sonderfälle, denn die Bay of Fundy kann wegen ihrer geometrischen Form näherungsweise als Rechteckkanal konstanter Breite und Tiefe behandelt werden, während im Falle des Delaware-Ästuars mit einer konstanten mittleren Wassertiefe gerechnet werden kann. In erweiterter Form wurde das Verfahren von H. W. PARTENSCKY (1966, 1969, 1970) auf den St.-Lorenz-Strom angewandt. Für die mathematische Erfassung des Tideablaufs in den deutschen Tideflüssen Elbe, Weser und Ems wurde nun ebenfalls das obengenannte Berechnungsverfahren gewählt. Das Verfahren liefert Aussagen über Dämpfungsverhalten und Energieverteilung in den Ästuarien. In den Ansätzen wurden der Einfluß von Geometrie und Wassertiefe auf den Tideablauf sowie die Dämpfung der Tidewelle infolge Reibung und Teilreflexion berücksichtigt. Zur Ermittlung der Dämpfungskoeffizienten und der Wellenzahl wurden Meßdaten von einigen Pegelstationen entlang des jeweiligen Ästuars als Eingangsdaten benötigt und verwendet. Darüber hinaus mußten die Wellenamplitude und die Hochwassereintrittszeit an diesen Stationen bekannt sein.

Die Tidebereiche der genannten drei deutschen Tideflüsse sind nach Oberstrom durch Wehre begrenzt, so daß an diesen mit einer Totalreflexion der ankommenden Tidewelle gerechnet werden kann.

Besonderes Interesse findet bei den Untersuchungen der Tideablauf in der Weser, für die durch das Franzius-Institut z. Z. umfangreiche Untersuchungen in der Natur durchgeführt werden.

### 2. Form der Tidewelle unter Berücksichtigung von Geometrie und Dämpfung des Ästuars

Nach HARLEMAN und IPPEN kann das Wellenprofil einer Tidewelle als Überlagerung der einlaufenden mit der reflektierten Welle aufgefaßt werden. Bei Berücksichtigung von Geometrie und Dämpfung des Tideästuars gilt dann die folgende Gleichung für das Wellenprofil:

$$n_{x,t} = a_{o} \left(\frac{b_{o}}{b_{x}}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{h_{o}}{h_{x}}\right)^{1/4} \cdot \left[e^{\mu x}\cos\left(\sigma t + kx\right) + e^{-\mu x}\cos\left(\sigma t - kx\right)\right]$$
(1)

Darin bedeuten:

 $\begin{array}{l} a_{0} = \text{Amplitude der einlaufenden Welle am Ort der Totalreflexion (x = 0)} \\ b_{0} = \text{mittlere Oberflächenbreite am Ort } x = 0 \\ h_{0} = \text{mittlere Wassertiefe am Ort } x = 0 \\ b_{x} = \text{mittlere Oberflächenbreite am Ort } x \\ h_{x} = \text{mittlere Wassertiefe am Ort } x \\ \sigma = \text{Wellenfrequenz} = \frac{2 \pi}{T} \text{ mit } T = 12,42 \text{ Std.} = \text{Wellenperiode} \\ k = \text{Wellenzahl} = \frac{2 \pi}{T} \end{array}$ 

Gleichung (1) setzt voraus, daß das GREEN'sche Gesetz erfüllt ist. Die Hochwassereintrittszeit wird berechnet zu

$$(\sigma t_{\rm H}) = \tan^{-1} \left[ -\tan(kx) \cdot \tanh(\mu x) \right]$$
 (2)

Mit Gl. (1) und (2) läßt sich der Dämpfungskoeffizient µ wie folgt bestimmen:

$$\cosh^{2}\mu x = \frac{1}{2} \left[ (N+1) + \sqrt{(N+1)^{2} - 4 \operatorname{Ncos}^{2} \sigma t}_{H} \right]$$
 (3)

Die Küste, 31 (1977), 1-186 28

mit N = 
$$\frac{\eta^2_{XH}}{\eta^2_{OH}} \cdot (\frac{b_O}{b_X})^{-1} \cdot (\frac{h_O}{h_X})$$
 (4)

### 3. Energietransport

Der durch die Tidewelle verursachte Energietransport ergibt sich aus der totalen Energie E<sub>tot</sub> und der Wellenfortschrittsgeschwindigkeit c zu:

$$P = E_{tot} \cdot c \quad mit \ c = \frac{L}{T} = \frac{\sigma}{k}$$
(5)

Um den resultierenden Energietransport  $P_{Rx}$  durch den Querschnitt x angeben zu können, muß die beobachtete resultierende Tidewelle in die stromauf einlaufende und in die stromab zurücklaufende, reflektierte Welle zerlegt werden (Abb. 1).



Abb. 1. Energietransport

Für die einlaufende Welle mit der Amplitude  $\eta_{xH1}$  erhält man den Energietransport am Querschnitt x mit der Breite b<sub>x</sub> zu:

$$P_{x1} = \frac{\gamma}{2} \cdot b_x \cdot \frac{\sigma}{k} \cdot \eta^2_{xH_1}$$

und für die reflektierte Welle analog zu:

$$P_{x2} = \frac{\gamma}{2} \cdot b_x \cdot \frac{\sigma}{k} \cdot \eta^2_{xH_2}$$

Für den Querschnitt am Ort x = 0 verbleibt als resultierender Energietransport

$$P_{Rx} = P_{x1} - P_{x2}$$

Am Ort der Totalreflexion gilt  $P_{x1} = P_{x2}$ ; ein Energietransport in Längsrichtung findet also nicht statt.

Den Verlust an potentieller und kinetischer Wellenenergie  $\Delta P_x$  zwischen der Mündung des Ästuars und einem Ort x zwischen Mündung und Absperrung erhält man dann zu:

$$\Delta P_{x} = P_{R1} - P_{Rx}$$

Bezieht man die durch Reibung und Turbulenz in Wärme umgesetzte Wellenenergie  $\Delta P_x$  auf die zugehörige Wassermasse  $\Delta M_x = V \cdot \varrho$ , wobei V das Wasservolumen im Abschnitt l – x ist (Abb. 1), so erhält man die relativen Energieverluste

$$G_{\mathbf{x}} = \frac{\Delta P_{\mathbf{x}}}{\Delta M_{\mathbf{x}}} \quad (cm^2/s^3)$$

Für den Reflexionsquerschnitt x = 0 erhält man

$$G_0 = \frac{P_{R1}}{M}$$



Abb. 3. Energietransport und Wassermasse
Eine Auftragung der auf G<sub>o</sub> bezogenen relativen Energieverluste für die drei untersuchten deutschen Tideästuarien zeigt eindeutige Unterschiede im Verlauf dieser Kurven (Abb. 2).

Bei dem kleinsten Tidefluß, der Ems, nimmt der Verhältniswert  $G_x/G_o$  zur Mündung hin stetig bis auf 1,65 zu. In der als Schiffahrtsstraße bis nahe an den Reflexionsquerschnitt (Wehr bei Hemelingen) gut ausgebauten Weser schwankt der Verhältniswert um eins. Im Gegensatz zur Ems zeigt die Elbe eine Abnahme des Verhältniswertes zur Mündung hin bis auf etwa 0,65 (Abb. 2).

Zur Verdeutlichung der Zusammenhänge sind in Abb. 3 der Verlauf des resultierenden Energietransportes  $PR_x$  und der an ihm beteiligten Wassermasse  $M_x$  über die Laufstrecke aufgetragen. Die für x = 1 (seeseitiges Ende des jeweilig untersuchten Ästuars) geltenden Werte von  $P_{Rx}$  und  $M_1$  wurden dabei zu 100 % angesetzt.

Nach den Auftragungen der Abb. 3 bestehen folgende Zusammenhänge:

 $P_{Rx} < M_{x} - G_{x}/G_{o} > 1,0$   $P_{Rx} > M_{x} - G_{x}/G_{o} < 1,0$   $P_{Rx} = M_{x} - G_{x}/G_{o} = 1,0$ 

Der eingetragene Verlauf der Wassermasse der Weser ist fast deckungsgleich mit der Kurve für den Energietransport in der Weser. Dementsprechend schwankt die Kurve der relativen Energieverluste  $G_x/G_0$  um den Wert eins. Im Brackwasserbereich der Unterweser kann die Energieumsetzung etwa konstant zu  $G_x = 7,75$  cm<sup>2</sup>/s<sup>3</sup> angenommen werden.

# 4. Energieverteilung und Dämpfung

Für die Energieverteilung im Tideästuar ist der Verlauf der Dämpfung, ausgedrückt durch den Dämpfungskoeffizienten  $\mu = f(x)$ , von Bedeutung. Insbesondere sind der Absolutwert  $\mu x$  und die Änderung des  $\mu x$ -Wertes  $\frac{d(\mu x)}{dx}$ über die Länge des Ästuars von Interesse.

An der Absolutgröße von  $\mu x$  läßt sich der Anteil der reflektierten Welle an der beobachteten Tidewelle abschätzen. Mit sehr großem  $\mu x$  wird der Anteil der reflektierten Welle unbedeutend. Man erhält nach Gleichung (2)  $\sigma t_H \approx -kx$ , d. h. eine Annäherung an den Fall einer einfach ausschwingenden Tidewelle ohne Reflexion.



Abb. 4. Änderungen des Dämpfungsparameters

#### Die Küste, 31 (1977), 1-186

Im Falle der reibungsfreien Tidebewegung mit Totalreflexion am abgesperrten Ende des Ästuars wird  $\mu x = 0$ , und es wird die Phasenverschiebung  $ot_{\rm H} = 0$ . Der Tideablauf in natürlichen Ästuarien liegt zwischen diesen Extremen.

Im Vergleich zu Elbe und Ems hat die Weser zwar absolut den geringsten Dämpfungskoeffizienten, aber die örtliche Änderung dieses Wertes ist größer als z. B. im unteren Teil der Tideelbe (Abb. 4).

> Ems:  $\frac{d(\mu x)}{dx} = 4,28 \cdot 10^{-5}$ Weser:  $\frac{d(\mu x)}{dx} = 1,93 \cdot 10^{-5}$ Elbe:  $\frac{d(\mu x)}{dx} = 0,67 \cdot 10^{-5}$

Diese Tendenz zeigt sich auch im Verlauf des resultierenden Energietransportes. Setzt man den Energietransport an der Mündung als Bezugswert zu 100 % an, während der Wert an der Absperrstelle bei allen drei Tideflüssen gleich Null ist, so zeigt sich, daß die Abnahme des resultierenden Energietransportes von der Mündung zur Reflexionsstelle hin in der Ems am größten und in der Elbe am kleinsten ist. Betrachtet man die drei Astuarien jeweils am Ort x = 1/2, so beträgt der Energietransport in der Ems (x = 26 km) 10 %, in der Weser (x = 34 km) 27 % und in der Elbe (x = 70 km) 36 % des Ausgangswertes an der Mündung. Dies bedeutet, daß die relative Abnahme des resultierenden Energietransportes um so höher wird, je größer die Änderung des Dämpfungskoeffizienten  $\frac{d (\mu x)}{dx}$ ist.

## 5. Schriftenverzeichnis

- 1. IPPEN, A. T. und HARLEMAN, D. R. F.: Estuary and Coastline Hydrodynamics. McGraw-Hill Book Company, Inc., 1966.
- 2. PARTENSCKY, H. W. und VINCENT, R.: Tidal Motion in the St. Lawrence Estuary. Xe Congrès du Génie Maritime, Publication No. Ex. 9, Tokyo, Japan, septembre 1966.
- 3. PARTENSCKY, H. W. und WARMOES, J. C.: Damped co-oscillating tides with negative reflection at the end of the estuary. IAHR, Kyoto, 1969.
- 4. PARTENSCKY, H. W. und WARMOES, J. C.: Etude des marées dans l'estuaire du St.-Laurent à l'aide d'un modèle mathématique linéarisé. Rapport soumis au CNR, décembre 1970.
- 5. PARTENSCKY, H. W. und MARCHE, C.: Deformation of Tidal Waves in Shallow Estuaries. 13th Conf. on Coast. Eng., Vancouver, 1972.
- 6. PARTENSCKY, H. W. und BARG, G.: Energy Dissipation in Tidal Estuaries. 15th Conf. on Coast. Eng., Honolulu, 1976.

# Sandbewegungsuntersuchungen mit radioaktiven Tracern im hydraulischen Modell und in der Natur

## Von Hans Rohde

## Zusammenfassung

Um im Elbeästuar geeignete Stellen zu finden, an denen Baggergut abgelagert werden kann, ohne wieder in das Fahrwasser zu gelangen, sind seit 1973 Untersuchungen in einem Modell der Elbe mit beweglicher Sohle ausgeführt worden. Dabei wurde die Verfrachtung von radioaktivem Sohlenmaterial unmittelbar gemessen. Zum Vergleich wurden in der Natur an zwei Stellen entsprechende Untersuchungen ausgeführt. Es ergaben sich gute Übereinstimmungen der Bewegungsrichtungen des radioaktiven Tracers im Modell und in der Natur. In der Natur waren Transportwege und Tansportgeschwindigkeiten aber erheblich größer als im Modell. Diese Unterschiede werden auf unterschiedliches Transportverhalten – reiner Geschiebetransport im Modell, Geschiebe- und Suspensionstransport in der Natur – zurückgeführt.

## Summary

To find ideal places where dredged spoil could be deposited without danger of being retransported into the fairway, investigations have been performed since 1973 in a hydraulic model of the Elbe Estuary with a movable bed. Thereby the spreading of radioactive bed material was measured direct. For comparison corresponding investigations were undertaken at two places in the field. These investigations revealed a good harmony between the spreading direction of the radioactive tracers in the model and in the field. In the field however the transport distances were longer and the spreading took place more quickly than in the model experiment. These differences are to be traced back to differences in the transportation behavior: Transportation only as bedload in the model, transportation as bedload and in suspension in the field.

Die Unter- und Außenelbe ist die Seeschiffahrtsstraße mit dem stärksten Schiffsverkehr in Deutschland. Für die Schaffung und Erhaltung der für die Großschiffahrt erforderlichen Fahrwassertiefe werden Strombauwerke und Baggerungen gleichermaßen angewandt (ROHDE, 1971). Um die Zweckmäßigkeit dieser Maßnahmen im einzelnen zu untersuchen, sind bei der Außenstelle Küste der Bundesanstalt für Wasserbau in Hamburg große hydraulische Modelle des Elbeästuars vorhanden. Die Probleme, die sich aus der Verlagerung der Sände und der Fahrwasser sowie aus dem Sedimenttransport ergeben, werden insbesondere in einem Modell mit beweglicher Sohle aus Polystyrolkörnern untersucht (ROHDE, 1971). Einzelheiten über Aufbau, Instrumentierung und Fragen der Maßstabsverhältnisse dieses Modells sind von VOLLMERS bei der 13. International Conference on Coastal Engineering 1972 in Vancouver vorgetragen worden (VOLLMERS u. GIESE, 1972). Abb. 1 zeigt das Elbeästuar und die äußere Grenze des Modells, dessen Längenmaßstab 1:800 und dessen Tiefenmaßstab 1:100 beträgt. Abb. 2 zeigt einen Blick auf das Modell etwa von der Insel Neuwerk aus in Richtung des Flutstromes.

1973 wurde in dem Modell erstmals ein Versuch unternommen, die Verlagerung des beweglichen Sohlenmaterials mit Hilfe von radioaktiven Isotopen direkt zu messen. Es



Abb. 1. Elbeästuar und äußere Grenzen des Modells mit beweglicher Sohle



Abb. 2. Das Elbemodell mit beweglicher Sohle



Abb. 3. Meßeinrichtung für die Untersuchung der Ausbreitung von radioaktivem Material im Modell

war die Aufgabe, im Elbeästuar geeignete Stellen zu finden, an denen Baggergut aus der Fahrrinne abgelagert werden kann, ohne daß die Gefahr besteht, daß das Material durch die Strömung wieder an Stellen transportiert wird, wo es die Schiffahrt behindert. Die Ablagerungsstellen müssen von tiefgehenden Hopperbaggern erreicht werden können. Um die Verfrachtung von verklapptem Baggergut zu untersuchen, wurde an eine geringe Menge des Modell-Sohlenmaterials das Isotop Brom 82 angelagert (Halbwertzeit 36 Stunden). Jeweils 25 g mit einer Aktivität von 10 Microcurie (uCi) wurden nacheinander an verschiedenen Orten in das Modell eingebracht, und es wurde die Verteilung des Materials nach einer Zeit von jeweils 150 Tiden untersucht und mit den herrschenden Strömungsverhältnisssen verglichen. Hieraus ergab sich eine Wertung für die verschiedenen Ablagerungsstellen des Baggergutes. Abb. 3 zeigt die Messung der Ausbreitung des radioaktiven Materials im Modell mit einem Szintillationszähler. Das Zählgerät hängt an einem Ausleger, der quer zur Bewegungsrichtung der verfahrbaren Meßbrücke bewegt werden kann, die das gesamte Modell überspannt. Es kann so jeder Punkt der Modellfläche mit dem Zählgerät erreicht werden. Links im Bild ist der Drucker zu erkennen, mit dem die Meßwerte registriert werden. Über Einzelheiten dieser Modelluntersuchungen hat VOLLMERS bei dem 15. IAHR Kongreß in Istanbul berichtet (VOLLMERS u. GIESE, 1973).

Bisher fehlte noch der Vergleich zwischen den Isotopenmessungen in dem hydraulischen Modell und entsprechenden Messungen in der Natur. Für diesen Vergleich wurden die in Abb. 1 angegebenen Stellen I in der Unterelbe zwischen Brunsbüttel und Cuxhaven und II in der Außenelbe nordostwärts von der Insel Scharhörn ausgewählt. Über diese Untersuchungen und ihre Ergebnisse soll im folgenden berichtet werden. Fast 50 ähnliche Untersuchungen mit radioaktiven Tracern sind seit 1960 von der Außenstelle Küste der Bundesanstalt für Wasserbau in Hamburg im Küstengebiet der Nordsee ausgeführt worden. Über die dabei angewandten Verfahren der Markierung, des Einbringens auf die Gewässersohle sowie der Messung der Radioaktivität und ihrer Ausbreitung auf der Gewässersohle ist in (BAW, 1970; GÖTTE u. BECKER, 1965; SCHULZ u. MEYN, 1963) ausführlich berichtet worden.



Abb. 4. Der neue Meßschlitten, Seitenansicht



Abb. 5. Der Meßschlitten von unten



Abb. 6. Tidekurve und Ganglinie der Strömungsgeschwindigkeit im Verklappungsgebiet Medemrinne (Modellmessungen)

Bei allen bisherigen Untersuchungen kam es lediglich darauf an, die Sandbewegung qualitativ zu erfassen, also Aussagen über die Hauptbewegungsrichtung des Sandes zu gewinnen. Es sind zur Zeit Untersuchungen im Gange, künftig auch quantitative Aussagen machen zu können, also Aussagen über die Menge des in den verschiedenen Richtungen transportierten radioaktiven Materials. Ein Verfahren dazu ist von MUNDSCHENK (1972) angegeben worden. Für dieses Verfahren wurde von der Außenstelle Küste der Bundesanstalt für Wasserbau ein neuer, besonders schwerer Meßschlitten konstruiert, den die Abbildungen 4 und 5 zeigen. Abb. 4 ist eine Seitenansicht des Schlittens, der im Meßeinsatz hinter einem Schleppschiff auf der Gewässersohle hergezogen wird. Abb. 5 zeigt die Unterseite des Schlittens und verdeutlicht gleichzeitig seine Größe. Am hinteren Ende ist die Meßsonde zu erkennen. Dieser Meßschlitten hat sich sehr gut bewährt. Er ist außerordentlich stabil und richtet sich nach einem Umkippen von selbst wieder auf. Der Abstand der Meßsonde vom Boden bleibt praktisch immer konstant, was für die Vergleichbarkeit der Meßwerte, besonders bei quantitativen Untersuchungen, von großer



Abb. 7. Vergleich der Tracerausbreitung in der Medemrinne im Modell und in der Natur (Lageplan)

Bedeutung ist. Die Registrierung der Meßwerte erfolgt an Bord des Schleppschiffes durch einen Drucker. Dieser Meßschlitten wurde auch bei den in der vorliegenden Arbeit geschilderten Untersuchungen in der Unter- und Außenelbe verwendet, obwohl die Ausbreitung des radioaktiven Sandes nur qualitativ erfaßt werden sollte.

Das Untersuchungsgebiet I liegt westlich des Neufelder Sandes. Die Medemrinne, eine Nebenrinne der Unterelbe, hat ausreichende Tiefen, um von tiefgehenden Hopperbaggern befahren werden zu können. Die Rinne ist von dem eigentlichen Fahrwasser durch einen Sandrücken, den Medemgrund, getrennt. Strömungsmessungen ergaben eine gegenüber der Ebbestromgeschwindigkeit etwas größere Flutstromgeschwindigkeit; die Ebbestromdauer war dagegen größer als die Flutstromdauer. Abb. 6 zeigt die Tidekurve und die Ganglinie der Strömungsgeschwindigkeit am östlichen Ende der Medemrinne, wie sie im Modellversuch gemessen wurden. Aufgrund der Strömungsgeschwindigkeiten kann nicht eindeutig geschlossen werden, wie sich die Sandbewegung vollziehen wird. Im Modell wurden an zwei Punkten, am östlichen Ende der Medemrinne (Punkt A) und 3 km östlich davon (Punkt B), nacheinander jeweils 25 g radioaktives Sohlenmaterial eingebracht und die Ausbreitung nach 150 Modelltiden gemessen. In Abb. 7 sind die Flächen, in denen radioaktives Material nachgewiesen werden konnte, dunkel angelegt. Es ergab sich dabei eine eindeutige Bewegung in Richtung auf die flutwärts gelegene, ausgedehnte Sandplatte, den Neufelder Sand. Ein Sandtransport in das Fahrwasser wurde nicht beobachtet.

Im Frühjahr 1975 wurde nun in unmittelbarer Nähe des Modelleinbringungspunktes A in der Natur eine Menge von 10 kg Sand auf der Flußsohle abgelagert, der mit 3 Curie Scandium 46 (Halbwertzeit 84 Tage) gekennzeichnet war. Die Anlagerung des Isotops unmittelbar an die Oberfläche der Sandkörner erfolgte durch ein chemisches Verfahren (Götte u. BECKER, 1965) ohne Vorbehandlung des Sandes mit Wasserglas (Na<sub>2</sub>SiO<sub>3</sub>). Die Ausbreitung des Materials wurde mit einem Szintillationszähler gemessen. Das Zählgerät war in dem in Abb. 4 und 5 gezeigten schweren Meßschlitten eingebaut, der von einem Schiff über Grund gezogen wurde. Zur Kontrolle und zur genauen Abgrenzung des Gebietes, in dem radioaktiver Sand nachweisbar war, wurden außerdem zahlreiche Bodenproben entnommen und mit einem Vielkanalanalysator  $\gamma$ -spektrometrisch untersucht. Die Fläche, in der innerhalb von 36 Tagen radioaktiver Sand in der Natur nachgewiesen werden konnte, ist in Abb. 7 schraffiert dargestellt.

Die Untersuchungen ergaben eine gute Übereinstimmung zwischen der Ausbreitungsrichtung des radioaktiven Tracers im Modell und in der Natur. Sowohl in der Natur als auch im Modell fand ein überwiegender Transport in Flutrichtung statt, auf den Neufelder Sand zu. Kein radioaktives Material wurde im Fahrwasser gefunden. Während der gesamten Untersuchungszeit von 36 Tagen blieb die Aktivität in der Nähe der Einbringestelle am größten. Dagegen waren in der Ausbreitungszeit erhebliche Unterschiede zwischen dem Modell und der Natur zu erkennen. Betrachtet seien zunächst die Einbringungspunkte A und A 1: Im Modell betrug die nach 150 Tiden gemessene größte Ausbreitung in Flutstromrichtung 1,3 km, in Ebbestromrichtung nur 0,5 km. Die Ausbreitungsstrecke war also in Flutrichtung 2,6mal größer als in der Ebbestromrichtung. Im Naturversuch lag die Einbringestelle 250 m nördlicher. Schon nach 36 Tagen oder 72 Tiden wurde in einer Entfernung von 5,2 km in Flutstromrichtung und 2,5 km in Ebbestromrichtung radioaktives Material gefunden. Die Ausbreitung in Flutstromrichtung war also 2,1mal größer als in Ebbestromrichtung.

Am östlichen Ende des in der Natur festgestellten Ausbreitungsgebietes lag im Modell der Einbringepunkt B. Auch das hier eingebrachte Material breitete sich in Flutstromrichtung doppelt so weit aus wie in Ebbestromrichtung (2,0 km und 1,0 km). Die Ausbreitungsrichtung stimmte auch gut mit der im Naturversuch festgestellten überein.

Abb. 8 zeigt die Radioaktivität, wie sie in der Natur in Längserstreckung der Ausbreitung nach 3 und 4 Wochen gemessen wurde. Die Punkte sind die auf den Tag des Einbringens umgerechneten Meßwerte. Die gestrichelte Linie gleicht diese Werte aus und gibt ein Bild von der Verteilung der Radioaktivität. Der logarithmische Maßstab, auf den sich diese Darstellung bezieht, ist links in der Abbildung angegeben; die Dimension ist Nanocurie (nCi). Die Stufenkurve zeigt die Verteilung der Radioaktivität im Modellversuch; der Maßstab ist rechts in der Abbildung angegeben, die Dimension ist Impulse pro Minute. nCi und Imp/min sind nicht unmittelbar zu vergleichen, sondern mit der Abbildung soll nur die Form der beiden Verteilungskurven einander gegenübergestellt werden. Es ist deutlich zu erkennen, daß in beiden Fällen der Anstieg links, also westlich des Einbringepunktes, sehr steil ist. Das Maximum ist etwas nach rechts verschoben. Die Hauptmasse des radioaktiven Sohlmaterials hat sich im Modellversuch offensichtlich stark nach rechts (Osten) verlagert; ein zweites Maximum hat sich ausgebildet. Die stärkere Verlagerung nach Osten, in Richtung des Flutstromes, ergibt auch die Verteilungskurve in der Natur.

Der Vergleich der Untersuchungen zeigt, daß in der Natur die Ausbreitung wesentlich schneller erfolgt als im Modellversuch. Das Verhältnis zwischen den Ausbreitungsweiten in Ebbe- und Flutstromrichtung war zwar in Modell und Natur etwa gleich groß, absolut war aber in der Natur in etwa der halben Anzahl von Tiden in Flutstromrichtung die Entfernung vom Einbringepunkt, in der noch radioaktives Material nachgewiesen werden konnte, viermal, in Ebbestromrichtung fünfmal größer als im Modellversuch. Dabei ist noch zu bedenken, daß im sogenannten morphologischen Modell-Zeitmaßstab eine Modelltide eine größere Zeitspanne darstellt als eine Naturtide. Diese starken Unterschiede in der Ausbreitungsgeschwindigkeit sind in erster Linie auf Unterschiede zwischen dem Transportverhalten des Modell-Sohlenmaterials und des Natursandes zurückzuführen. Das Modell-Sohlenmaterial wird vorwiegend als Geschiebe, ein größerer Teil des



Abb. 8. Ausbreitung des Tracers in der Medemrinne im Modell und in der Natur (Verteilung der Radioaktivität in der Hauptausbreitungsrichtung)

Sandes in der Natur dagegen in Suspension transportiert. Insbesondere die weiter von der Einbringestelle entfernten radioaktiven Sandmengen, die nur an einzelnen Punkten gefunden wurden, dürften in Suspension an ihren Ablagerungsort gelangt sein. Nur in einem Teil der Strecke, in der der Sand als geschlossener Streifen nachgewiesen werden konnte, wird in der relativ kurzen Beobachtungszeit der radioaktive Sand als Geschiebe transportiert worden sein.

Im Herbst 1975 wurde eine weitere Untersuchung in der Außenelbe ausgeführt. Das Untersuchungsgebiet II lag am westlichen Ende der Norderrinne, die von der als Haupt40

fahrwasser dienenden Mittelrinne durch den Neuen-Luechter-Grund getrennt ist. Der Einbringepunkt lag dabei in der Nähe des in (VOLLMERS u. GIESE, 1973) beschriebenen Einbringepunktes 1 im Modell mit beweglicher Sohle. Bei dieser Untersuchung wurde mit dem Isotop Chrom 51 (Cr 51, Halbwertzeit 28 Tage) gearbeitet; die Anlagerung erfolgte nach Vorbehandlung des Sandes mit Wasserglas (BAw, 1970). Es wurden 100 kg



Abb. 9. Tidekurve und Ganglinie der Strömungsgeschwindigkeit im Verklappungsgebiet Norderrinne (Modellmessungen)

Sand mit einer Aktivität von 20 Curie verwendet. Chrom 51 ist für derartige Untersuchungen nicht so gut geeignet wie Scandium 46, weil es eine kürzere Halbwertzeit und eine weniger energiereiche  $\gamma$ -Strahlung hat. Wie Abb. 9 zeigt, herrscht in der Nähe des Einbringepunktes eindeutig die Ebbestromgeschwindigkeit vor. Entsprechend war auch ein vorwiegender Transport des Sandes in dieser Richtung zu erwarten. Die nach 150 Modelltiden gemessene Ausbreitung des radioaktiven Sohlenmaterials ist in Abb. 10 als dunkle Fläche dargestellt. Die Fläche, in der bereits 5 Tage oder 10 Tiden nach dem Einbringen in der Natur radioaktiver Sand nachgewiesen werden konnte, ist schraffiert ge-





### 42

kennzeichnet. Auch hier stimmen die Transportrichtungen gut überein; in Flutstromrichtung fand praktisch kein Transport statt. Besonders interessant ist, daß 3 Wochen nach dem Einbringen in 8 km Entfernung vom Einbringepunkt eine begrenzte Stelle mit stark erhöhter Radioaktivität am Rande des Hauptfahrwassers gefunden werden konnte. Sie ist in Abb. 10 doppelt schraffiert. An dieser Stelle bilden sich häufiger Sandablagerungen. Die Untersuchungen in der Norderrinne der Außenelbe bestätigen die Ergebnisse, die sich bei den Untersuchungen in der Medemrinne ergeben hatten. Auch hier erfolgte die Ausbreitung in der Natur sehr viel schneller als im Modellversuch, was auf den Transport in Suspension zurückzuführen ist. Das in 8 km Entfernung gefundene radioaktive Material wird ausschließlich in Suspension transportiert worden sein.

Die Untersuchungen haben gezeigt, daß Versuche mit radioaktiven Tracern in einem Modell mit beweglicher Sohle wertvolle Hinweise auf den in der Natur zu erwartenden Sedimenttransport geben können. Insbesondere läßt sich die Hauptbewegungsrichtung feststellen. In der Natur werden aber in kürzerer Zeit größere Transportweiten erreicht, weil der Transport zu einem Teil in Suspension vonstatten geht. Bei den Modellversuchen konnte die Verlagerung der Gesamtmenge des eingebrachten radioaktiven Materials exakt erfaßt werden. Das ist bei den Untersuchungen in der Natur bisher noch nicht möglich. Da sich bei den nur qualitativen Naturuntersuchungen aber die gleichen Haupttransportrichtungen ergaben wie im Modellversuch und auch die Form der Verteilungskurven ähnlich war, ist anzunehmen, daß damit auch ein Hinweis auf die transportierten Mengen gegeben ist. In dem Gebiet, in dem in der Natur die höhere Radioaktivität gemessen wurde, ist trotz der größeren Möglichkeit einer Vermischung und Überlagerung mit inaktivem Sand der stärkere Sandtransport zu erwarten.

Weitere Vergleiche zwischen Modellversuchen und Untersuchungen in der Natur müssen noch Einzelheiten klären, besonders auch das unterschiedliche Transportverhalten. Dazu ist es notwendig, den Transport des radioaktiven Sandes in der Natur nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ zu untersuchen. Derartige Untersuchungen sind für die Zukunft geplant.

## Schriftenverzeichnis

- BUNDESANSTALT FÜR WASSERBAU (BAW): Tätigkeitsbericht 1968–1969. Teilbericht Außenstelle Küste, Fachgruppe Seebaugrundlagen. Karlsruhe, 1970.
- Götte, H. u. BECKER, H.: Verfahren zur Oberflächenmarkierung von natürlichem Sand mit Radionukliden. EURATOM-Ber. 2167.d, 1965.
- MEYN, G.: Anwendung radioaktiver Isotope bei der Untersuchung der Sandwanderung. Atomkernenergie, Bd. 17, Lfg. 1, 1971.
- MUNDSCHENK, H.: Methodische Beiträge zur quantitativen Erfassung von Sedimentbewegungen, Teil II. Dtsch. Gew.-kdl. Mitt., H. 6, 1972.
- ROHDE, H.: Eine Studie über die Entwicklung der Elbe als Schiffahrtsstraße. Mitt. Franzius-Inst. der TU Hannover, H. 36, 1971.
- SCHULZ, H. u. MEYN, G.: Sandwanderungsuntersuchungen mit radioaktiven Isotopen im deutschen Küstengebiet der Nord- und Ostsee in den Jahren 1961/62. Dtsch. Gew.kdl. Mitt., H. 2, 1963.
- VOLLMERS, H. u. GIESE, E.: Elbe Tidal Model with Movable Bed. Proc. 13th Int. Conf. on Coast. Eng., Vancouver, 1972.
- VOLLMERS, H. u. GIESE, E.: Das Tidemodell der Elbe mit beweglicher Sohle. Die Küste, H. 24, 1973.
- VOLLMERS, H. u. GIESE, E.: Measurement of Sediment Transport by Radioactive Tracers in a Tidal Model with Movable Bed. Proc. XV. IAHR Congress, Vol. 1, A 4, Istanbul, 1973.

# Numerische Wasserstandsmodelle zur Berechnung von Flachwasserwellen in Gerinnen und Ästuarien

# Von Udo Meißner

## Zusammenfassung

Zur Berechnung von langperiodischen Strömungsvorgängen wird ein Konzept für hybride finite Elemente entwickelt, das zu Berechnungsmodellen führt, die nur den Wasserstand als unbekannte Zustandsgröße für das Gesamtsystem beinhalten. Diese H-Modelle zeichnen sich aus durch hohe Flexibilität bei der Kopplung von Gerinne- und Ästuarmodellen sowie durch reduzierten Rechenaufwand.

## Summary

The concept of hybrid finite elements for the analysis of long-period water-wave problems is presented, resulting in numerical models which include only the water depth parameters as unknowns of the assembled flow system. These H-models show a high flexibility in coupling of one- and two-dimensional models and a reduction of the computational effort.

## Inhalt

1.	Einführung												43
2.	Grundgleichungen												44
3.	Methode der gewich	teten	Re	sidu	en								46
4.	Stabilität												49
5.	Zeitintegrationen							•					52
	5.1 Integration der	Bewe	egui	ngsg	leich	ung							52
	5.2 Integration der	Kon	tinu	ität	sglei	chun	g						53
6.	Beispielrechnung.											•	55
7.	Schriftenverzeichnis												57

## 1. Einführung

Finite-Element-Modelle für Flachwasserwellen wurden zuerst von GROTKOP (1973) sowie TAYLOR und DAVIS (1974) vorgestellt; später folgten weitere Autoren. Diese Modelle werden im folgenden als gemischte Modelle bezeichnet, da sie sowohl den Wasserstand als auch die Geschwindigkeitskomponenten als unbekannte Parameter in den Knotenpunkten des Elementnetzes im Gesamtsystem mitführen.

Mit dem Konzept hybrider Elemente wird es möglich, den numerischen Rechenaufwand zu reduzieren und praktische Aufgabenstellungen wirtschaftlicher zu lösen, da für jeden Knotenpunkt des Gesamtsystems nur der Wasserstand als einzige Unbekannte zu ermitteln ist. Darüber hinaus zeigen diese Modelle eine außerordentlich hohe Flexibilität für die Kopplung von Gerinne- und Astuarmodellen sowie für die Berücksichtigung von trockenfallenden Wattgebieten – Vorteile, die von HERRLING (1977) ausführlich dargelegt werden.

## 2. Grundgleichungen

Die grundlegenden partiellen Differentialgleichungen, die die ein- und zweidimensionalen Strömungsvorgänge in vertikal integrierter Form mathematisch beschreiben, sind bei HOLZ und WITHUM (1976) zusammengestellt. Im folgenden werden diese Gleichungen entsprechend Abb. 1 in einer Wasserstands-Durchflußmengenformulierung benutzt, die zur korrekten Einhaltung von Stetigkeitsanforderungen notwendig ist.



Abb. 1

Bewegungsgleichung (2-dim.)

$$\dot{q}^{i} + (v^{i} q^{j})|_{j} \Omega e^{ik} \epsilon_{kj} q^{j} + \lambda \frac{|v^{j}|}{H} q^{i} + \frac{1}{2} g e^{ij} (H^{2})_{,j} + e^{ij} k_{,j} H = \mu |w^{j}|_{w}^{i}$$
(1)

Durchfluß

$$i = v^{i} H$$

zeitliche Ableitung  $q^{i} = q^{i}$ ,

- H = totale Wassertiefe
- v<sup>i</sup> = mittlere Geschwindigkeitskomponenten in zwei Richtungen
- $\Omega =$ Coriolis-Beiwert
- $\lambda =$  globaler Reibungsbeiwert

q

- g = Erdbeschleunigung
- $w^i = Windkomponenten$ , die über den Scherparameter  $\mu$  an der Wasseroberfläche angreifen
- $e^{ij} = Metriktensor, \epsilon^{ij} = \epsilon$ -Tensor

$$k_{,j} = \frac{1}{\rho} p_{,j} - g a_{,j}$$
 (3)

(2)

mit dem atmosphärischen Druck p auf der Wasseroberfläche, der Dichte  $\varrho$  des Wassers und der Tiefe a, bezogen auf einen mittleren Bezugshorizont.

## Kontinuitätsgleichung (2-dim.)

$$\dot{H} + q^{j}|_{j} = 0 \tag{4}$$

Im Finite-Element-Konzept werden diese Gleichungen getrennt für jedes Element mit den Rand- und Übergangsbedingungen angesetzt.

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{H} = \mathbf{\tilde{H}} & \mathbf{h}_{\mathbf{I}} = \mathbf{h}_{\mathbf{I}\mathbf{I}} \\ \mathbf{q}^{\mathbf{i}} = \mathbf{\bar{q}}^{\mathbf{i}} & \mathbf{q}^{\mathbf{i}}_{\mathbf{I}} = \mathbf{q}^{\mathbf{i}}_{\mathbf{I}\mathbf{I}} \end{array}$$
(5)

wobei fl und  $\overline{q}^i$  am Rande vorgegebene Größen darstellen. Das numerische Verfahren soll in diskreten Zeitabständen  $\Delta t$  die Zustandsgrößen h und q<sup>i</sup> liefern.

Unter der Annahme, daß die zeitlichen Veränderungen  $\Delta H$  und  $\Delta q^i$  innerhalb eines jeden Zeitschrittes  $\Delta t$  hinreichend klein sind,

$$H_{t1} = H_{t0} + \Delta H$$
  $q_{t1}^{i} = q_{t0}^{i} + \Delta q^{i}$ 

können die nichtlinearen Terme der Bewegungsgleichung (1) durch eine TAYLOR-Reihenentwicklung linearisiert werden:

$$(v^{i} q^{j})|_{j} \approx \hat{v}^{j} q^{i}|_{j} + \hat{v}^{i} q^{j}|_{j} - \hat{v}^{i} \hat{v}^{j} H_{,j} \qquad (H^{2}), j \approx 2 \hat{H} H_{,j}$$

wobei H und g mittlere Größen zum Zeitpunkt to darstellen (Abb. 2).



Die Langsamkeit des Bewegungsablaufs gestattet es, wie üblich nur die linearisierte Bewegungsgleichung in zeitlicher Hinsicht zu integrieren:

linearisierte Bewegungsgleichung (2-dim.)

$$M^{i} = \dot{q}^{i} + \dot{v}^{j} q^{i} |_{j} + \dot{v}^{i} q^{j} |_{j} = \Omega e^{ik} \epsilon_{kj} q^{j} + R q^{i} + (e^{ij} g \hat{H} - \dot{v}^{i} \hat{v}^{j}) h_{,j} + e^{ij} k_{,j} H - \mu |w^{j}| w^{i} = 0$$

$$(6)$$

$$mit R = \lambda \frac{|\hat{v}^{j}|}{\hat{\Omega}}$$

wobei k,j und der globale Reibungsparameter R innerhalb eines jeden Elements als konstant betrachtet werden.

Für den eindimensionalen Fall der Gerinneströmung vereinfachen sich (6) und (4) zu der

$$M^{1} = \dot{q}^{1} + 2 \vartheta^{1} q^{1}|_{1} + R q^{1} + b (g \hat{H} - \vartheta^{1} \vartheta^{1}) H_{1} + k_{1} b H = 0$$
  
mit  $R = \lambda \frac{|\hat{v}^{1}|_{1}}{\hat{H}}$  und zu der (7)

$$b\dot{H} + q^{1}|_{1} = 0 \tag{8}$$

worin b die Breite des Gerinnes darstellt und die Durchflußmenge durch

$$q^{1} = v^{1} b H$$
(9)

definiert ist.

### 3. Methode der gewichteten Residuen

Im Gegensatz zu Differenzenverfahren, die von der direkten Diskretisierung der Differentialgleichungen ausgehen, basiert die Methode der finiten Elemente auf einem integralen Fehlerabgleich zwischen der exakten und der konstruierten Näherungslösung für die Differentialgleichungen. Für diesen Fehlerabgleich steht die Methode der gewichteten Residuen zur Verfügung, wobei im vorliegenden Fall die Integration in Ortsrichtung von der zeitlichen Integration getrennt wird. Für (6) bzw. (7) ergibt sich damit die

und für (4) bzw. (8) die

$$\int_{M} \int_{M} \left( b \dot{H} + q^{j} \right|_{j} \right) dA - \int_{W} \int_{W} \delta W q^{j} n_{j} ds + \int_{Q} \delta W q^{j} n_{j} ds = 0$$
 (11)

worin  $\delta W^k$ ,  $\delta W$  die Gewichtsfunktionen, n<sub>j</sub> der nach außen gerichtete Normalenvektor auf dem Rande der finiten Elemente sind und das Randintegral S<sub>q</sub> nur auf denjenigen Rändern auszuwerten ist, für die Wassermengen  $\overline{q}^j$  als Randbedingungen vorgeschrieben sind.

Das Randintegral S<sub>w</sub> ist für die Konzeption des H-Modells von grundlegender Bedeutung, da es Übergangsbedingungen für die Wassermengen liefert, die von Element zu Element im Gegensatz zu den gemischten Modellen nicht mehr stetig miteinander verknüpft werden. Verknüpft man z. B. zwei Elemente I und II über eine gemeinsame Seite I-K miteinander, so folgt aus (11)

$$\overbrace{I}^{(k)} (q_{I}^{j} - q_{II}^{j}) n_{jI} ds = 0$$

wenn die Stetigkeit der Gewichtsfunktion gegeben ist. Daraus ergibt sich als natürliche Übergangsbedingung für die Wassermengen:

$$q_{I}^{j} = q_{II}^{j}$$

Als finite Elemente werden für den zweidimensionalen Fall Dreiecke verwendet. Sowohl im ein- als auch im zweidimensionalen Fall ist es zweckmäßig, natürliche Koordinaten, wie in Abb. 3 dargestellt, zu benutzen.



Die Näherungsfunktionen für die Zustandsgrößen sind entsprechend Abb. 4 lineare Ansatzfunktionen.



Abb. 4

Für die Integration von (10) und (11) wurde von vielen Autoren stets das GALERKIN-Verfahren verwendet, bei dem die Gewichtsfunktionen als erste Variation der Ansatzfunktionen zu nehmen sind und das Randintegral  $S_w$  über alle Seiten des Elements zu erstrecken ist:

Gewichtsfunktionen nach Galerkin  

$$\delta w^{k} = \delta q^{k}$$

$$= \delta q^{k}_{\mathfrak{D}} \Theta_{1} + \delta q^{k}_{\mathfrak{D}} \Theta_{2} + \delta q^{k}_{\mathfrak{B}} \Theta_{3}$$

$$\delta W = \delta H$$

$$= \delta H_{\mathfrak{D}} \Theta_{1} + \delta H_{\mathfrak{D}} \Theta_{2} + \delta H_{\mathfrak{B}} \Theta_{3}$$
(13)

Wie die durchgeführten Beispielrechnungen zeigen, ist dieses Verfahren anwendbar, jedoch ergeben sich erhebliche Nachteile, die seine Brauchbarkeit in Frage stellen. Es erzeugt, wie am Falle der ungedämpften Schwingung zu erkennen ist, eine erhebliche numerische Dämpfung, die im allgemeinen unerwünscht ist.

Dieser Nachteil konnte von GÄRTNER (1976) durch den Gebrauch von konstanten Gewichtsfunktionen (Abb. 5) beseitigt werden, was zu einer verallgemeinerten Kollokationsmethode führte. 48

Gewichtsfunktionen der Teilgebietskollokation  

$$\delta W^{k} = \delta q^{k}_{\widehat{\mathbb{T}}}$$
  
 $\delta W = \delta H_{\widehat{\mathbb{T}}}$ 
(14)

Für die Gleichung des Knotens I ist dabei das Randintegral  $S_w$  nur auf den direkt anschließenden Rändern (Abb. 5) auszuwerten.



Abb. 5

Gleichung (11) läßt sich anschaulich deuten, wenn man entsprechend Abb. 6 die Gleichung eines Elementes I für den Knoten 3 aufschreibt.



Nach Anwendung des GAUSSschen Integralsatzes ergibt sich

$$\iint_{A} \delta H_{\Im} H dA + \int_{A} \delta H_{\Im} q^{j} n_{j} ds = - \delta H_{\Im} \overline{Q}_{\Im I}$$
(15)

Legt man die konstante Gewichtsfunktion  $\delta H_{\bigoplus}$  über alle Elemente, die sich entsprechend Abb. 6 an den gemeinsamen Knoten 3 anschließen, und faßt man die (15) entsprechenden Gleichungen der Elemente I, II, III zusammen, so erhält man schließlich

Die physikalische Bedeutung dieser Gleichung für den Knoten 3 ist erkennbar: Das zeitliche Speicherungsvermögen des Gebietes und die Zu- und Ausflüsse längs des Randes I-J-K-L werden in gewichteter Art gleichgesetzt dem Zufluß -Q, der sich als Resultierende aus den gleichmäßig verteilten, vorgegebenen Randzuflüssen Q<sup>i</sup> längs I-3-L ergibt. Setzt man die Näherungsfunktionen (12) und die Gewichtsfunktionen (13) bzw. (14) in (10) und (11) ein, so folgen nach Durchführung der Integration die

$$\underline{\dot{q}} - \underline{m}_{q} \underline{q} = \underline{m}_{H} \underline{H} + \underline{r}_{w}$$
(16)

und die

Kontinuitätsgleichung in Matrizenform

$$\delta \underline{H}^{T} (\underline{n} \ \underline{H} - \underline{s} \ \underline{q} - \underline{r}_{q}) = 0$$
(17)

mit dem Wasserstandsvektor

$$\underline{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{(1)} & \mathbf{H}_{(2)} & \mathbf{H}_{(3)} \end{bmatrix}$$
(18)

und dem Durchflußvektor

$$\mathbf{g}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{0}^{\mathrm{i}} & \mathbf{q}_{0}^{\mathrm{i}} & \mathbf{q}_{0}^{\mathrm{i}} \end{bmatrix}$$
(19)

Die Matrix n ist symmetrisch und nicht negativ definit; die Matrizen mq und s sind unsymmetrisch.

Für gemischte Modelle werden beide Gleichungen zu der

Elementgleichung des gemischten Modells

$$\underline{\mathbf{n}}_{\mathbf{z}} \ \underline{\dot{\mathbf{z}}} - \underline{\mathbf{m}}_{\mathbf{z}} \ \underline{\mathbf{z}} = \underline{\mathbf{r}}_{\mathbf{z}} \tag{20}$$

mit dem Zustandsvektor

$$\underline{z}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} q_{\mathfrak{B}}^{\mathbf{i}} H_{\mathfrak{D}} & q_{\mathfrak{B}}^{\mathbf{i}} H_{\mathfrak{B}} & q_{\mathfrak{B}}^{\mathbf{i}} H_{\mathfrak{B}} \end{bmatrix}$$
(21)

zusammengefaßt. Nach dem Zusammenbau aller Elementgleichungen der Einzelelemente hat noch die zeitliche Integration für das Gesamtsystem zu erfolgen.

Bei den H-Modellen der hybriden Vorgehensweise wird zunächst für jedes Einzelelement die Bewegungsgleichung (16) getrennt integriert und deren Lösung eingesetzt in die Kontinuitätsgleichung (17). Auf diese Weise entstehen Elementgleichungen, die nur noch von den Wasserständen (18) allein abhängen. Um die Konvergenz dieser Vorgehensweise zu sichern, ist es wesentlich, die Stabilität der Integrationen auf der Elementebene zu untersuchen, die, wie später gezeigt wird, von den Eigenwerten der Matrix m<sub>q</sub> abhängig ist. Für den ein- und den zweidimensionalen Fall läßt sich leicht explizit nachweisen, daß die Eigenwerte  $\lambda$  der (2×2)- bzw. (6×6)-Matrix m<sub>q</sub>

$$\lambda = -R - i \Omega \tag{22}$$

nur von dem Reibungsparameter R und dem Coriolisparameter Q abhängen.

## 4. Stabilität

Die Stabilität des numerischen Verfahrens ist verbunden mit der Frage, wie sich das numerische Modell gegenüber kleinen Störungen verhält, die im Ablauf der Berechnung stets zwangsläufig auftreten, wie in Form von Rundungs- und Approximationsfehlern. Ein Verfahren muß als instabil bezeichnet werden, wenn sich derartige Fehler von Zeitschritt zu Zeitschritt aufschaukeln und damit letztlich die richtige Lösung zerstören. Eine künstliche Dämpfung, die aus dem Rechenverfahren herrührt und als numerische Dämpfung bezeichnet wird, kann daher bis zu einem gewissen Grade erwünscht sein. Sie darf jedoch nicht so groß sein, daß z. B. bei einer ungedämpften Schwingung die richtige Lösung in kurzer Zeit verschwindet. Obwohl die Bewegungsgleichung (1) nichtlinear ist, ist es wichtig, die Stabilität des mit (6) bzw. (7) linearisierten Systems sicherzustellen, denn wenn sich das linearisierte System stabil verhält, so ist auch ein stabiles Verhalten des nichtlinearen Systems zu erwarten, wenn auch nur im Sinne der TAYLORentwicklung in einer kleinen, begrenzten Umgebung. Ohne die Stabilität des linearisierten numerischen Modells kann die Stabilität des nichtlinearen Schwingungssystems jedoch nicht sichergestellt werden.

Die Untersuchung des Stabilitätsverhaltens des Finite-Element-Systems erfolgt entsprechend der Vorgehensweise von BATHE und WILSON (1973) an der homogenen Systemgleichung

$$\underline{N} \stackrel{!}{\underline{z}} - \underline{M} \stackrel{!}{\underline{z}} = \underline{O}$$
(23)

wobei der Vektor z die n Unbekannten der Knotenpunkte enthält, N eine symmetrische, positiv definite ( $n \times n$ )-Matrix und M eine unsymmetrische Matrix ist.

Mit dem Lösungsansatz

$$\underline{z} = e^{\lambda t} \phi$$

erhält man das allgemeine Eigenwertproblem

 $(N \lambda - M) \phi = 0$ (24)

für das n Eigenwerte

$$\underline{\Lambda} = \text{diag} \left[\lambda_1 \dots \lambda_1 \dots \lambda_n\right]$$

bestimmt werden können mit den zugehörigen n orthonormierten Rechts- und Linkseigenvektoren

 $\phi_{\rm R} = \begin{bmatrix} \phi_{\rm R1} \cdots & \phi_{\rm RI} & \cdots & \phi_{\rm Rn} \end{bmatrix}$  $\phi_{L} = \begin{bmatrix} \phi_{L1} \dots \phi_{L1} \dots \phi_{Ln} \end{bmatrix}$ 

Setzt man die Lösung z aus den Rechtseigenvektoren zusammen

$$\underline{z} = \underline{\phi}_R \underline{q}$$

mit den generalisierten Koordinaten

 $\underline{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}} = [\underline{\mathbf{q}}_{1} \cdots \underline{\mathbf{q}}_{\mathrm{I}} \cdots \underline{\mathbf{q}}_{n}]$ 

so entkoppelt sich (23) zu

 $I\dot{q} - \Lambda q = 0$ (25)

mit

$$\underline{\mathbf{I}} = \underline{\boldsymbol{\phi}}_{\mathbf{L}} \underline{\mathbf{N}} \quad \underline{\boldsymbol{\phi}}_{\mathbf{R}} \qquad \qquad \underline{\boldsymbol{\Lambda}} = \underline{\boldsymbol{\phi}}_{\mathbf{L}} \underline{\mathbf{M}} \quad \underline{\boldsymbol{\phi}}_{\mathbf{R}}$$

Somit können die Stabilität und das numerische Dämpfungsverhalten eines Zeitintegrationsverfahrens an Stelle von (23) an einer einzigen algebraischen Gleichung von (25)

$$\dot{q}_{I} - \lambda_{I} q_{I} = 0 \tag{26}$$

untersucht werden, wenn eine Aussage über die Eigenwerte  $\lambda_I$  möglich ist. Denn (26) und die Matrizengleichung (23) sind völlig gleichwertig.

Die Küste, 31 (1977), 1-186

Für die H-Modelle wurden zwei Verfahren für die zeitliche Integration der Gleichungen vom Typ (23) ausgewählt und erprobt:

a) die Matrizenfunktion

$$\underline{z} = e^{\underline{A}t} \underline{z}_{t=to} \qquad \underline{A} = \underline{N}^{-1} \underline{M}$$
(27)

b) das CRANK-NICHOLSON-Verfahren

$$(\underline{N} - \underline{M} \theta t)\underline{z} = [\underline{N} + \underline{M} (1-\theta)t] \underline{z}_{t=to}$$
(28)

Wendet man die Methode a) auf (26) an, so ergibt sich

$$q_{I} = e^{\lambda_{I}t} q_{It=to}$$

und man erkennt unmittelbar, daß das Verfahren uneingeschränkt stabil ist, wenn der Realteil  $\alpha_I$  des Eigenwerts

$$\lambda_{I} = \alpha_{I} + i \beta_{I}$$
(29)

nicht positiv ist. Denn dann bleibt

 $e^{\lambda_{I}t} = e^{\alpha_{I}t} e^{i\beta t}$ 

stets beschränkt

$$\rho = e^{\alpha_{I}t} \stackrel{I}{\leq} 1 \quad \text{für} \quad \alpha_{I} \leq 0 \tag{30}$$

und der Betrag von  $q_I$  kann von Zeitschritt zu Zeitschritt nicht wachsen. Dies bedeutet, daß für die Größenwahl des Zeitschrittes keinerlei Einschränkung beachtet werden muß, wie das z. B. bei expliziten Integrationsverfahren aufgrund der COURANT-FRIEDRICHS-LEWY-Bedingungen zu erfolgen hat.

Wendet man das CRANK-NICHOLSON-Verfahren b) auf (26) an, so folgt

$$q_{I} = \frac{1 + \lambda_{I} (1 - \theta) t}{1 - \lambda_{I} \theta t} q_{It=tc}$$

und mit (29)

$$\rho^{2} = \frac{\left[1+\alpha_{I}(1-\theta)t\right]^{2} + \left[\beta_{I}(1-\theta)t\right]^{2}}{\left(1-\alpha_{I}\theta t\right)^{2} + \left(\beta_{I}\theta t\right)^{2}}$$
(31)

Aus der Stabilitätsforderung

$$\rho^2 \stackrel{!}{\leq} 1$$

ergibt sich, daß dieses Verfahren nur uneingeschränkt stabil ist, wenn

$$\theta \ge \frac{1}{2}$$
 und  $\alpha_{I} \le 0$  (32)

eingehalten ist, denn aus (31) wird

$$\theta - \frac{1}{2} \stackrel{!}{\geq} \frac{\alpha_{I}}{t (\alpha_{I}^{2} + \beta_{I}^{2})}$$

Da die Stabilität in beiden Fällen von einem negativen Realteil der Eigenwerte abhängt, ist es von fundamentaler Bedeutung, dessen Vorzeichen herauszufinden, insbesondere für das gesamte zusammengebaute Finite-Elementsystem, das aus einer großen Zahl von Gleichungen bestehen kann. Mit (24) läßt sich jeder Eigenwert bestimmen durch den Rayleigh-Quotienten

$$\lambda = \frac{\phi_{R}^{*} \underline{M} \phi_{R}}{\frac{\phi_{R}^{*} \underline{N} \phi_{R}}{\Phi_{R}}}$$

mit dem komplexen Eigenvektor

$$\underline{\phi}_{R} = \underline{u} + \underline{i} \underline{v}$$

und seiner konjugiert transponierten Form

$$\underline{\phi}_{R}^{*} = \underline{u}^{T} - i \underline{v}^{T}$$

Da die Matrix N symmetrisch und positiv definit ist, kann der Realteil untersucht werden anhand von

$$\alpha = \frac{\underline{u}^{\mathrm{T}}\underline{M}\,\underline{u} + \underline{v}^{\mathrm{T}}\underline{M}\,\underline{v}}{\underline{\Phi}_{\mathrm{R}} \,\underline{N}\,\underline{\Phi}_{\mathrm{R}}}$$
(33)

mit stets positivem Nenner; an späterer Stelle wird davon noch Gebrauch gemacht werden.

# 5. Zeitintegrationen

Für die hybriden H-Modelle wird die zeitliche Integration der Gleichungen auf zwei Ebenen durchgeführt:

- Die Bewegungsgleichung (16) wird für jedes Element getrennt integriert auf der Elementebene und
- die Kontinuitätsgleichung (17) wird f
  ür das Gesamtsystem aus allen Elementen zusammengebaut und dann integriert.

## 5.1 Integration der Bewegungsgleichung

Wie bereits oben angeführt, wurden zwei verschiedene Integrationsverfahren erprobt, deren Anwendung für jedes Element auf die Matrizengleichung

$$\underline{\mathbf{q}}_{t1} = \underline{\mathbf{Q}}_{0} \ \underline{\mathbf{q}}_{t0} + \underline{\mathbf{Q}}_{H1} \ \underline{\mathbf{H}}_{t1} + \underline{\mathbf{Q}}_{H0} \ \underline{\mathbf{H}}_{t0} + \underline{\mathbf{Q}}_{w1} \ \underline{\mathbf{r}}_{wt1} + \underline{\mathbf{Q}}_{w0} \ \underline{\mathbf{r}}_{wt0}$$
(34)

führt, aus der die Durchflußmengen q zum Zeitpunkt  $t_1 = t_0 + \Delta t$  in Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen zum Zeitpunkt  $t_0$  berechnet werden können, sobald die Wasserstände zur Zeit  $t_1$  bestimmt sind.

Wendet man die Matrizenfunktion (27) auf (16) an, so ergeben sich die Matrizen

$$\underline{Q}_{o} = e^{\underline{m}_{q}\Delta t}$$

$$\underline{Q}_{H1} = \underline{Q}_{w1} \underline{m}_{H} \qquad \underline{Q}_{Ho} = \underline{Q}$$

$$\underline{Q}_{w1} = \int_{O}^{\Delta t} e^{\underline{m}_{q}(\Delta t - \tau)} d\tau \qquad \underline{Q}_{wo} = \underline{Q}$$

wobei sich die Matrizenfunktion aufgrund des CAYLEY-HAMILTON-Theorems für den einund den zweidimensionalen Fall aus zwei bzw. aus sechs Polynomgliedern explizit bestimmen läßt:

$$\underline{Q}_{0} = c_{0} \underline{I} + c_{1} \underline{m}_{q} \Delta t \qquad (35)$$

$$+ c_{2} \underline{m}_{q}^{2} \Delta t^{2} + c_{3} \underline{m}_{q}^{3} \Delta t^{3} + c_{4} \underline{m}_{q}^{4} \Delta t^{4} + c_{5} \underline{m}_{q}^{5} \Delta t^{5}$$

$$\underline{Q}_{w1} = c_{0} \underline{I} \Delta t + c_{1} \underline{m}_{q} \frac{\Delta t^{2}}{2} \qquad (36)$$

$$+ c_{2} \underline{m}_{q}^{2} \underline{\Delta t^{3}}_{3} + c_{3} \underline{m}_{q}^{3} \underline{\Delta t^{4}}_{4} + c_{4} \underline{m}_{q}^{4} \underline{\Delta t^{5}}_{5} + c_{5} \underline{m}_{q}^{5} \underline{\Delta t^{6}}_{6}$$

Darin sind die Funktionen ci mit Hilfe der Eigenwerte (22) bestimmbar aus zwei bzw. sechs Gleichungen der Form

$$e^{\lambda\Delta t} = Q_0 (\lambda\Delta t)$$

und ihren Ableitungen

$$\frac{\partial^{\mathbf{I}} e^{\lambda \Delta t}}{\partial (\lambda \Delta t)^{\mathbf{I}}} = \frac{\partial^{\mathbf{I}} Q_{0}(\lambda \Delta t)}{\partial (\lambda \Delta t)^{\mathbf{I}}}$$

Wendet man das CRANK-NICHOLSON-Verfahren (28) auf (16) an, so erhält man statt dessen

$$\underline{Q}_{o} = \underline{Q}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{I} + (1-\theta) & \Delta t & \underline{m}_{q} \end{bmatrix}$$

$$\underline{Q}_{H1} = \underline{Q}_{w1} & \underline{m}_{H} & \underline{Q}_{Ho} = \underline{Q}_{wo} & \underline{m}_{H}$$

$$\underline{Q}_{w1} = \underline{Q}^{-1} & \theta \Delta t & \underline{Q}_{wo} = \underline{Q}^{-1} (1-\theta) & \Delta t$$

$$\min_{\underline{Q}^{-1}} = (\underline{I} - \theta \Delta t & \underline{m}_{q})^{-1}$$
(37)

Wegen des nicht positiven Realteils der Eigenwerte (22) der Matrix  $m_q$  sind beide numerischen Modelle wegen (30) bzw. (32) uneingeschränkt stabil. Wie die Beispielrechnungen zeigen, ist das Verhalten selbst für den extremen Fall der ungedämpften Schwingung ohne physikalischen Reibungsansatz R nicht instabil.

#### 5.2 Integration der Kontinuitätsgleichung

Die integrierte Bewegungsgleichung (34) kann nun in die Kontinuitätsgleichung (17) eingesetzt werden, und man erhält damit eine Elementgleichung, die nur noch die Wasserstände in den Knotenpunkten mitführt:

$$\underline{\delta H}^{T} (\underline{n} \ \underline{H} - \underline{m} \ \underline{H} - \underline{s}_{H} - \underline{s}_{q} - \underline{s}_{w}) = 0 \qquad (38)$$

$$\underline{\mathbf{m}} = \underline{\mathbf{s}} \ \underline{\mathbf{Q}}_{H1} \qquad \underline{\mathbf{s}}_{H} = \underline{\mathbf{s}} \ \underline{\mathbf{Q}}_{H0} \ \underline{\mathbf{H}}_{to}$$
(39)  
$$\underline{\mathbf{s}}_{q} = \underline{\mathbf{r}}_{q} + \underline{\mathbf{s}} \ \underline{\mathbf{Q}}_{o} \ \underline{\mathbf{q}}_{to} \qquad \underline{\mathbf{s}}_{w} = \underline{\mathbf{s}} (\underline{\mathbf{Q}}_{w1} \ \underline{\mathbf{r}}_{wt1}^{+} \ \underline{\mathbf{Q}}_{wo} \ \underline{\mathbf{r}}_{wto})$$

Um beim Zusammenbau der Elemente die Stetigkeit der Wasseroberfläche zu gewährleisten (vgl. Abb. 1), wird der Vektor H aufgeteilt in zwei Anteile

$$\underline{H} = \underline{a} + \underline{h}$$
  $\underline{\delta H} = \underline{\delta h}$   $\underline{\dot{H}} = \underline{\dot{h}}$ 

wobei a die Wassertiefen bis zum allgemeinen Bezugshorizont enthält, die von Element zu Element wechseln können, und h nur noch die unbekannten, stetigen Knotengrößen

## Die Küste, 31 (1977), 1-186

54

umfaßt. Gleichung (38) wird damit umgeformt zur Kontinuitätssystemgleichung des H-Modells

 $\underline{\delta h}^{T} (\underline{n} \ \underline{h} - \underline{m} \ \underline{h} - \underline{r}) = 0.$ (40)

mit

 $\underline{\mathbf{r}} = \underline{\mathbf{s}}_{\mathrm{H}} + \underline{\mathbf{s}}_{\mathrm{q}} + \underline{\mathbf{s}}_{\mathrm{W}} + \underline{\mathbf{m}} \underline{\mathbf{a}}$ 

die für alle Elemente des Gesamtsystems zusammenzubauen ist:

$$\underline{\delta \underline{z}}_{\mathrm{T}}^{\mathrm{T}}(\underline{N} \ \underline{\dot{z}}_{\mathrm{T}} - \underline{M} \ \underline{z}_{\mathrm{T}} - \underline{R}) = 0$$
(41)

In dieser Gleichung enthält der Zustandsvektor  $Z_T$  die Wasserstände  $h_I$  aller Knotenpunkte I des Gesamtsystems. Die symmetrische, positiv definite Matrix N und die unsymmetrische Matrix M sind Bandmatrizen. Die vorgegebenen Wasserstands-Randbedingungen können in üblicher Weise in (41) berücksichtigt werden, indem  $Z_T$  in einen unbekannten und einen bekannten Teil aufgeteilt wird

$$\underline{z}_{T} = \underline{z} + \underline{\overline{z}}$$
  $\underline{\delta z}_{T} = \underline{\delta z}$ 

womit man schließlich die endgültige Matrizenbeziehung des Gesamtsystems erhält, die noch in zeitlicher Hinsicht zu integrieren ist:

$$\overline{\mathbf{N}} \, \underline{\mathbf{z}} - \overline{\mathbf{M}} \, \underline{\mathbf{z}} = \overline{\mathbf{R}} \tag{42}$$

Für diese Zeitintegration kann jedes bewährte Verfahren verwendet werden. Für die durchgeführten Tests des eindimensionalen H-Modells wurde hier wiederum die Matrizenfunktion (27) benutzt, da mit ihr eine exakte Integration von (42) vollzogen werden kann, die zusätzliche Integrationsfehler bei der grundsätzlichen Untersuchung des hybriden Konzeptes ausschließt:

$$\underline{Z}_{t1} = e^{\underline{A}\Delta t} \underline{Z}_{t0} + \int_{0}^{\Delta t} e^{\underline{A}(\Delta t - \tau)} d\tau \ \underline{\overline{R}} \qquad \underline{A} = \underline{\overline{N}}^{-1} \underline{\overline{M}}$$
(43)

Dabei sind die e-Funktion in eine TAYLOR-Reihe zu entwickeln, vgl. HOLZ (1976), und für große Zeitschritte das Konzept von LAPIDUS und LUUS (1967) zu verwirklichen, um die Konvergenz der Reihenentwicklung sicherzustellen.

Wie bereits mit (30) gezeigt wurde, ist dieses Verfahren uneingeschränkt stabil, wenn alle Realteile der Eigenwerte von (42) nicht positiv sind. Dieser Beweis läßt sich mit (33) durchführen, indem man den Zusammenbau der Matrix M betrachtet

$$\underline{\delta \mathbf{Z}}_{\mathbf{T}}^{\mathbf{T}} \underline{\mathbf{M}} \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{T}} = \underbrace{\sum_{i=1}^{m} \underline{\delta \mathbf{h}}^{\mathbf{T}}}_{i \underline{\mathbf{M}} \underline{\mathbf{I}}_{\mathbf{T}}} \underline{\mathbf{m}} \underline{\mathbf{h}}$$

bei dem (40) über alle Elemente summiert wird. Für jeden beliebigen Eigenvektor

$$\underline{\mathbf{u}}^{\mathbf{T}} = [\mathbf{x} \mathbf{y}]$$

hat daraus folgend für jedes Einzelelement mit (39) zu gelten

$$\underline{\underline{u}}^{\mathrm{T}} \underline{\underline{u}} \underline{\underline{v}} \leq \mathbf{O}$$
 (44)

damit die Realteile der Eigenwerte von (42) nicht positiv werden.

Für die hybriden Gerinnemodelle mit strömendem Abfluß, deren numerische Ergebnisse präsentiert werden, konnte die Eigenschaft (44) bei Verwendung der Teilgebietskollokation grundsätzlich nachgewiesen werden. Bei Verwendung des GALERKIN-Verfahrens ist jedoch das Auftreten von Instabilitäten nicht auszuschließen, sobald (3) von Null verschieden ist. Abschließend soll daher unterstrichen werden, wie stark die Integrationsmethode in Ortsrichtung das zeitliche Verhalten des numerischen Modells über die Eigenwerte bzw. die Grundschwingungsformen beeinflußt und daß größte Sorgfalt bei der Auswahl geeigneter Verfahren geboten ist.

### 6. Beispielrechnungen

Die Untersuchung des numerischen Verhaltens der hybriden eindimensionalen H-Modelle – der Abschluß für die zweidimensionalen Modelle steht noch aus – wurde mit Hilfe eines horizontalen Gerinnes von 5000 m Länge mit der in Abb. 7 gezeigten Elementeinteilung durchgeführt.



Berechnet wurde das ungedämpfte dynamische Verhalten des Systems unter einer impulsförmigen Anregung im Punkte 0, wo der Ruhewasserstand von 10,0 m plötzlich auf 10,1 m angehoben wurde. Obwohl es sich um ein sehr einfaches System handelt, muß dieser Test jedoch als sehr kritisch für jedes numerische Verfahren bewertet werden, da ohne die physikalische Dämpfung unter der impulsförmigen Anregung verdeckte Schwächen der Verfahren sehr deutlich erkannt werden können.

Auf den Abbildungen 8 bis 10 sind die Ergebnisse für die verschiedenen H-Modelle einem der bisher üblichen gemischten Modelle gegenübergestellt, das auf dem GALERKIN-Verfahren basiert und das ebenfalls die Matrizenfunktion als Zeitintegration benutzt und sowohl die Wasserstände als auch die Geschwindigkeiten in den Knoten als Unbekannte mitführt. Aufgezeichnet sind jeweils die zeitlichen Veränderungen des Wasserstandes im Punkte 5 sowie der Durchflußmengen im Punkte 0, wo der Wasserstand nach der Anhebung konstant auf 10,1 m gehalten wurde.

Alle H-Modelle zeigen sehr deutlich ein stabiles Verhalten, wie es auch theoretisch nachgewiesen wurde, wohingegen das gemischte Modell, deutlich abzulesen in Abb. 10, eine instabile Tendenz zeigt, die auch zu erwarten war, da es den geschilderten Stabilitätsüberlegungen nicht standhält.

Aus den Abbildungen 8 und 9 (Zeitschritt  $\Delta t = 20 \text{ sec}$ ) ist abzulesen, daß das H-Modell, basierend auf der Teilgebietskollokation mit der CRANK-NICHOLSON-Integration ( $\Theta = 0,5$ ), die besten Ergebnisse liefert. Die übrigen H-Modelle zeigen deutlich einen unerwünschten Dämpfungseffekt, der allein durch die numerischen Integrationsverfahren verursacht ist. Wie groß dieser Einfluß zu sein vermag, zeigt sich besonders in Abb. 10, deren Ergebnisse mit einem Zeitschritt  $\Delta t = 100$  sec nach der COURANT-FRIEDRICHS-LEWY-Bedingung berechnet wurden. Die Amplituden des H-Modells, basierend auf der Teilgebietskollokation, bleiben nahezu konstant, während die Ortsintegration nach dem GALERKIN-Verfahren das zeitliche Verhalten total verändert: Das H-Modell wird damit



Abb. 8



Abb. 9



Abb. 10

zurück in die Ruhelage gedämpft, während das gemischte Modell Instabilitäten aufweist, die durch das System laufen.

Aufgrund dieser Ergebnisse lassen sich zusammenfassend folgende Aussagen treffen:

- Die H-Modelle produzieren Ergebnisse von hoher Genauigkeit bei gegenüber den gemischten Modellen verringertem Rechenaufwand.
- Sie verhalten sich uneingeschränkt stabil und unterliegen damit keiner Zeitschrittbegrenzung.
- Die im allgemeinen unerwünschte numerische Dämpfung, die in speziellen Fällen auch numerische Diffusion hervorruft, scheint mit der Teilgebietskollokation erfolgreich bekämpft zu sein (vgl. GÄRTNER, 1976).
- Die H-Modelle weisen eine sehr große Flexibilität auf, die es ermöglicht, leicht ein- und zweidimensionale Strömungsmodelle über die Wasserstandsparameter zu koppeln, was bei gemischten Modellen im allgemeinen zu Schwierigkeiten führt.

# 7. Schriftenverzeichnis

- BATHE, K. J. and WILSON, E. L.: Stability and Accuracy Analysis of Direct Integration Methods. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 1, 283–291.
- GÄRTNER, S.: Zur Berechnung von Flachwasserwellen und instationären Transportprozessen mit der Methode der finiten Elemente. Dissertation Techn, Univ. Hannover, 1976, u. VDI-Verlag, Fortschritt-Berichte, Reihe 4, 1977.
- GROTKOP, G.: Finite Element Analysis of Long-Period Water Waves. Computer Meth. in Appl. Mech. and Eng. 2, 1973, 147–157.
- Holz, K. P.: High-Order Time Integration Scheme for Open Channel Flow. Computer Meth. in Appl. Mech. and Eng. 8, 1976, 117-124.

- HOLZ, K. P. and WITHUM, D.: Finite Elements for Time-dependent Flows through Porous Media and for Long-Period Water-Wave Propagation. US-German Symposium MIT 1976.
- HERRLING, B.: Eine hybride Formulierung in Wasserständen zur Berechnung von vertikal integrierten Flachwasserwellen mit der Methode der finiten Elemente. Dissertation Techn. Univ. Hannover, 1977 (in Vorbereitung).
- LAPIDUS, L. and LUUS, R.: Optimal Control of Engineering Processes. Blaisdell Publishing Company, London, 1967.
- TAYLOR, C. and DAVIS, J. M.: A Finite Element Model of Tides in Estuaries. Finite Element Methods in Flow Problems, UAH Press, Huntsville, USA, 1974, S. 371–377.

# Naturmessungen des Wellenauflaufs mit neuentwickelten Geräten

Von Heie Focken Erchinger

### Zusammenfassung

Deiche und Deckwerke müssen bei Wellenangriff so hoch gebaut werden, daß sie nicht durch den Wellenauflauf gefährdet werden. Der Wellenauflauf kann nach verschiedenen Formeln berechnet werden, die überwiegend nach Modellversuchen entwickelt worden sind. Dabei konnte der nicht ausreichend geklärte Einfluß der Maßstabseffekte und der natürlichen Windbedingungen nicht berücksichtigt werden. Daher sind weitere Untersuchungen und besonders Naturmessungen notwendig.

Durch die Einmessung der Teekgrenze (Treibselgrenze) konnte 1967 und 1973 an ostfriesischen Seedeichen der höchste Wellenauflauf der jeweiligen Sturmfluten festgestellt werden. Es zeigte sich, daß hinter einem Wattgebiet der Wellenauflauf weitgehend von der Wassertiefe abhängig ist und daß er insbesondere an Schardeichen wesentlich höher eintritt, als nach Modellversuchen zu erwarten.

Im Januar 1976 konnte der Wellenauflauf erstmals kontinuierlich während mehrerer Sturmfluten gemessen werden. Gleichzeitig konnten in einem zugeordneten Meßpunkt vor dem Deich die Wellen registriert werden. Die gemessenen Werte ergeben interessante Einblicke. Es zeigt sich, daß Wellenhöhe, Wellenperiode und im oberen Bereich auch der Wellenauflauf eine logarithmische Normalverteilung aufweisen. Nachdenklich stimmt, daß an dieser Schardeichmeßstelle bei einer Unterschreitungswahrscheinlichkeit von 98 % der Wellenauflauf R<sub>0,98</sub> etwa das Doppelte der errechneten Größen ergibt. Zur Festlegung der zulässigen Unterschreitungswahrscheinlichkeit und zur Erforschung der Bewegung und Stärke des Einzelauflaufschwalles bedarf es weiterer Untersuchungen, die in Anbetracht der Bedeutung des Wellenauflaufs für die Bemessung und Sicherheitsbetrachtung der Seedeiche mit Vorrang in Angriff genommen werden sollten.

#### Summary

The height of dikes and other coastal structures can be calculated only after determination of the wave run-up. As a rule, several formulas for the calculation of wave run-up are developed from model tests, but the influences of scale effects and natural wind conditions are practically unknown. To clarify these questions, further investigations and field measurements, especially, should be carried out.

The maximum wave run-up of four storm surges in 1967 and 1973 has been determined by measuring the markerline of floating trash on the slope of the sea dikes. In two graphs, it will be shown that, on the tidal flats, the run-up depends upon the water depth. The run-up was higher than could be expected after the model tests of 1954.

The run-up was measured in January, 1976, with a newly developed special echosounder. The waves and run-up were recorded synchronously during two severe storm surges. As shown in Fig. 9, a logarithmic distribution of the wave height, wave period, and the higher part of the wave run-up was found. The resulting wave run-up is considerably higher than was previously estimated, the 98% or run-up measured being about twice the computed value. This is an interesting and important result of the first simultaneous records of wave run-up on sea dikes.

## Inhalt

1. Einführung							60
2. Bisherige Naturmessungen .							60
2.1 Allgemeines							60
2.2 Einmessung der Teekgrenze							61
3. Die Meßgeräte							63
4. Die Messungen im Januar 1976							65
4.1 Messung und Registrierung							65
4.2 Auswertung							67
4.3 Meßergebnisse							68
5. Schriftenverzeichnis							70

#### 1. Einführung

Für die Bemessung der Höhe von Seedeichen und anderen Küstenschutzbauwerken ist die Ermittlung des bei schweren Sturmfluten möglichen Wellenauflaufs eine Grundvoraussetzung. Der Technisch-Wissenschaftliche Beirat des Küstenausschusses Nord- und Ostsee hat 1969 dazu folgende Feststellung getroffen:

"Denn die Unsicherheiten in der Bestimmung des maßgebenden Wellenauflaufs sind derzeit wesentlich größer als die des Bemessungswasserstandes... Für die den Wellen ausgesetzten Seedeiche würde es aber sinnlos sein, eine Seedeichhöhe durch einen Bemessungswasserstand festzulegen, der auf wenige Zentimeter genau gesichert sein soll, wenn die Unsicherheit in der Ermittlung des Wellenauflaufs Meterbeträge erreichen kann."

Der Wellenauflauf läßt sich nach verschiedenen Formeln berechnen, in denen die Wellenkennwerte, die Rauhigkeit und Neigung der Böschung und die Lage zur Wellenfortschrittsrichtung eingehen. Diese Formeln sind vielfach nach Modellversuchen entwickelt. Aber bei diesen Versuchen konnten zwei für die Übertragbarkeit in die Natur wichtige Faktoren nicht berücksichtigt werden: Der Sturm konnte nicht naturgetreu mit Böigkeit und Wirbelbildung in das Modell übertragen werden, und der Effekt der Modellmaßstäbe ist hinsichtlich der quantitativen Übertragbarkeit praktisch nicht bekannt. Diese Einschränkungen gelten auch für den 1954 von Prof. HENSEN im Franzius-Institut in Modellversuchen ermittelten Wellenauflauf an Seedeichen.

Nach den Feststellungen von Prof. FÜHRBÖTER, daß Modellversuche mit brechenden Wellen in den üblichen Modellmaßstäben nicht zu quantitativ übertragbaren Werten führen (FÜHRBÖTER, 1970), sind zur sicheren Abschätzung des Wellenauflaufs an Seedeichen weitere Untersuchungen notwendig. Da es vorläufig nicht möglich ist, diese in Modellen mit naturähnlichen Maßstäben und Windbedingungen durchzuführen, ist hierfür auf Naturmessungen zurückzugreifen.

## 2. Bisherige Naturmessungen

## 2.1 Allgemeines

Der Wellenauflauf an Seedeichen ist in der Natur bisher nach zwei Methoden festgestellt worden:

- 1. durch die Einmessung der Teek- oder Treibselgrenze nach einer Sturmflut,
- durch die visuelle Abschätzung des Wellenauflaufs während des Sturmes vom Deich aus mit Hilfe von Orientierungsmarken auf der Böschung (Studiedienst Rijkswaterstaat Delfzijl).



Abb. 1. Lageplan

# 2.2 Einmessung der Teekgrenze

An der ostfriesischen Küste wurde die Teekgrenze im Nov./Dez. 1973 an 37 Meßpunkten dreimal eingemessen. Zusammen mit einer bereits nach dem 23. 2. 1967 vorgenommenen Teekeinmessung lagen für diese Meßpunkte an den Schardeichen und Vorlanddeichen in unterschiedlichen Lagen je vier Meßwerte vor (ERCHINGER, 1974).

Der höchste Wellenauflauf an einer Meßstelle in der jeweiligen Sturmflut konnte als Höhendifferenz zwischen der Teekgrenze und dem höchsten Sturmflutwasserstand ermittelt werden.



Abb. 2. Wellenauflauf durch Einmessung der Teekgrenze an der ostfriesischen Küste mit Längsschnitt durch Watt-, Vorland- und Deichkrone

In Abb. 2 sind die Teekgrenzen, die Sturmflutscheitelwasserstände und die Watt-, Vorland- bzw. Sommerdeichhöhen vor dem Seedeich an der Nordküste Ostfrieslands von Norddeich bis Neuharlingersiel eingetragen. Auffällig ist, daß der Höhenverlauf der Teekgrenze dem – wenn auch verzerrten – Spiegelbild des Längsschnittes durch das Gelände vor dem Deich entspricht.

Drei Werte verschiedener Deichtypen aus der höchsten dieser Sturmfluten, vom 19. November 1973, sind besonders gekennzeichnet:

	Wassertiefe	Wellen-
	vor dem Deich	auflauf
Schardeich am "Roten Pfahl"	3,60 m	2,95 m
Vorlanddeich mit 250 m breitem Vorland	1,87 m	0,97 m
Deich mit 250 m breitem Vorland und		
Sommerdeich, 0,57 m Wassertiefe über		
dessen Krone	1,87 m	0,11 m
	Schardeich am "Roten Pfahl" Vorlanddeich mit 250 m breitem Vorland Deich mit 250 m breitem Vorland und Sommerdeich, 0,57 m Wassertiefe über dessen Krone	Wassertiefe vor dem DeichSchardeich am "Roten Pfahl"3,60 mVorlanddeich mit 250 m breitem Vorland1,87 mDeich mit 250 m breitem Vorland undSommerdeich, 0,57 m Wassertiefe überdessen Krone1,87 m

Diese Ergebnisse geben den Einfluß der Wassertiefe vor dem Deich wieder und unterstreichen die Bedeutung von Deichvorland und Sommerdeich für die beträchtliche Verringerung des Wellenauflaufs und der Wellenkräfte auf der Deichböschung.

Die durch die Teekeinmessung gefundenen Maximalwerte des Wellenauflaufs konnten mangels entsprechender Messungen nicht zu Wellenkennwerten in Beziehung gesetzt werden. Da aber die Wellenkennwerte auf dem Watt durch die Wassertiefe maßgeblich begrenzt werden, wurden die Wellenauflaufwerte in Beziehung gesetzt zu der Wassertiefe vor dem Deich. Von ERCHINGER (1974) wurden diese Werte aufgetragen und Grenzkurven für den maßgebenden Auflaufbereich ermittelt. In Abb. 3 sind diese Meßwerte mit den dazugehörigen Grenzkurven wiedergegeben und ergänzt um weitere Daten von Teekeinmessungen an den Seedeichen Niedersachsens östlich Ostfrieslands bis Cuxhaven (Nds. Min. f. Ernährung, Landwirtschaft und Forsten, 1976). Drei Gruppen von Meßwerten heben sich deutlich voneinander ab, und zwar an Schardeichen, an Vorlanddeichen und hinter Sommerdeichen. Vor allem bei größerer Wassertiefe, also bei Schar-



Abb. 3. Wellenauflauf durch Einmessung der Teekgrenze in Abhängigkeit von der Wassertiefe

deichen, liegt der Wellenauflauf deutlich höher als nach den Modellversuchen von 1954 (HENSEN, 1954). Diese mit monochromatischen Wellen im Maßstab 1:20 durchgeführten Versuche mit einer im oberen Bereich 1:2,8 geneigten Seedeichaußenböschung ergaben maximale Wellenhöhen auf dem Watt von 2,38 m in der Natur und für die Periode T = 7 s den in Abb. 3 dargestellten Wellenauflauf.

Die Einmessung der Treibselgrenze ergibt nur den Bereich des höchsten Wellenauflaufs während einer ganzen Sturmflut und zeigt nicht die Streuung. Streuung und Verteilung der Meßwerte sind aber wichtig für die Abschätzung der Unterschreitungswahrscheinlichkeit bestimmter Werte. Außerdem ist es unbefriedigend, daß in sehr schweren Sturmfluten der Teek häufig auf die Deichkrone oder sogar auf die Binnenböschung geworfen wird und die besonders hohen Werte somit nicht gemessen werden können. Auch kann leichter Teek gelegentlich von Orkanböen umgelagert werden. Aus diesen Gründen sind kontinuierliche und gleichzeitige Naturmessungen des Wellenauflaufs und der Wellenkennwerte vor dem Deich wünschenswert.

## 3. Meßgeräte

Im Dezember 1975 wurde eine Meßstelle am Roten Pfahl, 4 km nordöstlich von Norddeich, mit der Auflaufmeßstrecke auf dem Schardeich und dem Wellenmeßgerät 50 m vor dem Deich auf dem Watt (Pkt. 16 der Teekeinmessung) eingerichtet. Die Meßstelle liegt hinter einem niedrigen Watt, 8 km südöstlich des Norderneyer Seegats, und weist einen relativ starken deichnahen Seegang auf. Der Deich kehrt etwa gegen Nordwest. Das rauhe, 1:3 geneigte Fußdeckwerk des Schardeiches reicht bis NN+3,0 m, d. i. 1,8 m üb. MThw; daran schließt die glatte, zunächst 1:10 und nach einer Fahrspurbreite 1:6 geneigte Asphaltbetondecke bis NN+4,5 m an. Oberhalb befindet sich die begrünte, 1:6 geneigte Kleidecke. Die Deichkrone liegt kurz nach dem Ausbau des Deiches im Jahre 1975 auf NN+8,80 m.

## Die Küste, 31 (1977), 1-186

64

Das Meßgerät der Fa. Dr. FAHRENTHOLZ besteht aus einer wasserdichten Druckkammer mit Knallsender und Empfänger auf der Deichaußenböschung mit böschungsabwärts angeschlossenem, rostfreien Stahlrohr, Durchmesser 1 Zoll, mit 4- bis 8-mm-Bohrungen im Abstand von 2 m. Das Registriergerät ist in einer Bude am binnenseitigen Deichfuß aufgestellt und durch Kabel mit den Meßeinheiten verbunden. Da die Stahlrohrlänge auf 12 m begrenzt ist, waren drei Meßeinheiten auf der Außenböschung hintereinander anzuordnen.



Abb. 4. Deichaußenböschung am Roten Pfahl mit Wellenauflaufmeßgerät



Abb. 5. Druckkammer mit Sender/Empfänger und Stahlrohr mit Bohrung

Der Knallsender sendet je Sekunde drei schwache Knallimpulse in das am unteren Ende offene Rohr. Die Impulse werden an den nicht bedeckten Bohrungen reflektiert. Die empfangenen Echos werden registriert, und zwar ergibt sich entsprechend den unterschiedlichen Laufwegen für jede Bohrung eine geschriebene Linie als Echogramm. Wenn eine Bohrung vom Wasser des Auflaufschwalls bedeckt ist, gibt sie kein Echo, und die Registrierung wird unterbrochen. Die höchste Unterbrechung der aufgezeichneten Linien gibt den höchsten Auflauf der jeweiligen Welle an.

Dem Wellenauflaufmeßgerät ist für die Wellenmessungen ein Wellenmeßgerät zugeordnet. Der ebenfalls von der Firma Dr. FAHRENTHOLZ, Kiel, entwickelte und gelieferte Wellenschreiber arbeitet nach dem Prinzip des Echographen. Hochfrequente Ultraschallimpulse werden von einem auf einem Grundgestell montierten Kristallschwinger scharf gerichtet 15mal je Sekunde zur Wasseroberfläche abgestrahlt, als Echos wieder empfangen und auf einem Echographen registriert (FÜHRBÖTER et al., 1972; FAHRENTHOLZ, 1973). Der Echograph ist ebenfalls in der Bude binnendeichs aufgestellt und durch Kabel mit dem Grundgestell verbunden.



Abb. 6. Stahlrohr und Druckkästen auf der Böschung, im Vordergrund Überfahrstelle und Kabel vom Wellenmeßgerät Abb. 7. Roter Pfahl (De Roo-Paal = Ruten Pfahl) und Bude mit Registriergeräten

Der Vollständigkeit halber sei hier erwähnt, daß inzwischen auch von der Bundesanstalt für Wasserbau, Außenstelle Küste, Hamburg, ein Wellenauflaufmeßgerät entwickelt worden ist. An der Unterseite eines quadratischen Stahlrohrs sind induktive Annäherungsschalter montiert, die bei Wasserberührung durch den Auflaufschwall einen Impuls geben, der registriert wird.

4. Die Messungen im Januar 1976

4.1 Messung und Registrierung

Am 3. und 21. Januar 1976 suchten zwei sehr schwere Sturmfluten die deutsche Nordseeküste heim. Der Sturmflutwasserstand stieg bei Norddeich/Ostfriesland in beiden Fluten auf etwa 3 m über MThw an. Die Nachtide des Mittagshochwassers vom 3. Januar stieg in den ersten Stunden des 4. Januar auf etwa 2,30 m über MThw. In diesen drei Sturmfluten konnte am Roten Pfahl der Wellenauflauf gemessen werden. Hervor-
66

zuheben ist, daß damit erstmalig der Wellenauflauf in Sturmfluten kontinuierlich jeweils mehrere Stunden lang gemessen und registriert werden konnte. Am 4. 1. und 21. 1. konnten ebenfalls die Wellenhöhen und -perioden gemessen werden.

Der Ausfall der Wellenmessung am 3. 1. 76 ist durch zwei Fehlerquellen verursacht worden:

- 1. Der in der Nähe stationierte Sender Radio Norddeich störte mit seinem starken Langwellensender die Elektronik.
- 2. Die starke Turbulenz des durch den böigen, schweren Sturm aufgepeitschten Wassers führte offenbar zu einer zuvor auch in Sturmfluten nicht beobachteten großen Schwebstofffracht. Die aufgewirbelten Sedimente ließen die Schallimpulse nur zum Teil zur Wasseroberfläche vordringen. Die stark reflektierenden "Sedimentwolken" wurden aufgezeichnet, während das schwache Oberflächenecho nicht mitregistriert wurde.

Auf Grund dieser "Kinderkrankheiten" konnten auch am 21. 1. 76 um den Scheitelwasserstand nur 40 % der Wellen aufgezeichnet werden. Bei der Registrierung des Wellenauflaufs wurde jedoch kein Ausfall verzeichnet.

Es hat sich bewährt, daß eine örtlich ansässige Ortsbaudienststelle die Messungen kontrollieren konnte, denn eine schnelle Reaktion auf die Sturmflutentwicklung und eine ständige Betreuung während der Messung ist notwendig. Wie im Binnenland die Erfassung von Hochwasserabflußwerten durch die örtlichen Fachdienststellen seit langem wertvolle hydrologische Daten liefert, so sollte an der Küste den dort tätigen Stellen die Messung der Grundwerte der Küstenhydraulik, wie Wellenklima und Wellenauflauf, obliegen. Die wissenschaftliche Auswertung der gesammelten Daten kann dann in entsprechenden Fachinstituten und Forschungsstellen durchgeführt werden.



Abb. 8. Registrierstreifen (4 Minuten) der Wellenauflaufmessung

Abb. 8 zeigt einen 4-Minuten-Ausschnitt des Schreibstreifens der Wellenauflaufmessung. Drei Meßeinheiten mit den geschriebenen Linien, die den Bohrungen im Meßrohr entsprechen, sind zu erkennen. Die Unterbrechungen dieser Linien geben an, daß die Bohrung jeweils vom Auflaufschwall bedeckt war und keine Echos hervorrufen konnte. Die oberste bedeckte Bohrung wurde bei der Auswertung mit einem roten Punkt markiert. Die von unten in die offenen Meßrohre schwingende Wassersäule wurde ebenfalls registriert, da sie Echos ergab.

#### 4.2 Auswertung

Die Meßwerte des Wellenklimas und des Wellenauflaufs unterliegen Zufallsprozessen, die nach den Verfahren der Wahrscheinlichkeitsrechnung ausgewertet werden. Nach der Auftragsmethode von WEIBULL wird die Unterschreitungswahrscheinlichkeit eines Meßbereichs ermittelt. Die Ergebnisse werden in ein Wahrscheinlichkeitsnetz eingetragen, in dem die Abszisse logarithmisch und die Ordinate nach dem GAUssschen Integral geteilt ist. Diese Art der Auftragung hat den Vorteil, daß sämtliche Meßwerte erfaßt werden.



Abb. 9. Wellenauflauf- und Wellenkennwerte vom 3. 1. und 21. 1. zur Zeit der Scheitelwasserstände – aufgetragen auf Wahrscheinlichkeitspapier –

In Abb. 9 ist die Auswertung der Messungen zur Zeit der Scheitelwasserstände am 3. 1. und 21. 1. aufgetragen. Sie zeigt, daß Wellenhöhe und -periode als Funktionsbild näherungsweise eine Gerade ergeben, ebenso der Wellenauflauf oberhalb 50 % Unterschreitungswahrscheinlichkeit, d. h., daß die Häufigkeitsverteilung der Meßwerte näherungsweise durch eine logarithmische Normalverteilung dargestellt werden kann.

Aus dem Diagramm läßt sich die Unterschreitungswahrscheinlichkeit des Wellenauflaufs für 98 %, 90 %, 50 % usw. ablesen. Zur Bemessung von Küstenschutzbauwerken ist es beispielsweise in den Niederlanden üblich, beim Wellenauflauf eine Unterschreitungswahrscheinlichkeit von 98 % zugrunde zu legen. Das ergibt den maßgebenden Wellenauflauf R<sub>0.98</sub>; 2 % der Auflaufschwalle würden dabei überlaufen.

Der Technisch-Wissenschaftliche Beirat des Küstenausschusses Nord- und Ostsee (1969) empfiehlt, als Bemessungsauflaufhöhe die Höhe zu wählen, die von hundert Wellen nur dreimal überschritten wird, oder die Höhe, bei der in einer bestimmten Zeitspanne nur eine bestimmte Überlaufmenge über die Deichkrone tritt. Diese Überlegungen zeigen, daß nicht nur die Häufigkeit des Überlaufens, sondern auch die Überlaufmenge bzw. die jeweilige Stärke der Auflaufschwallzungen von Bedeutung sind. Das FAHRENTHOLZ-Meßgerät registriert eine Auflaufschichtstärke von etwa 3 cm. Bei derartig dünnen

## Die Küste, 31 (1977), 1-186

68

Schwallzungen könnte unter Umständen R<sub>0,90</sub> bei entsprechender Querschnittsgestaltung des Deiches für den Extremfall als maßgebend zugelassen werden. Das würde bedeuten, daß 10 % der Auflaufschwalle bzw. alle 1,5 bis 2 Minuten eine Schwallspitze überlaufen. Die Abnahme der Schwallstärke während des Auflaufs ist für diese Abschätzung der Überlaufmenge von Bedeutung. Sie sollte unter Naturbedingungen besonders untersucht werden.

#### 4.3 Meßergebnisse

Während der Sturmflutscheitel am 3. 1. und 21. 1. 1976 wurden folgende Meßwerte registriert bzw. ermittelt:

1. örtliche Gegebenheiten

			3.1.	21. 1.
	Wasserstand i. M.		NN + 4,07 m	NN + 4,07 m
	Wassertiefe vor den	n Deich	rd. 3,7 m	rd. 3,7 m
	Wellenanlaufwinke	1 β	rd. 30°	rd. $30^{\circ}$
	Windstärke (Beaufo	ort)	W 10-11	W 9–10
	Deichneigung 1 : n		≥1:6	≥1:6
2.	Wellenauflau	ı f		
	a) gemessen	max.	3,80 m	3,50 m
		$R_{0,98}$	3,20 m	2,95 m
	b) umgerechnet auf	f rechtwink	ligen Anlauf [Werte	nach a) geteilt durch $\cos \beta$ ]
		max.	4,35 m	4,05 m
		R <sub>0,98</sub>	3,70 m	3,40 m

Der Wellenauflauf ist bezogen auf die Tidewasserstände am Pegel Norddeich; etwa vorhandener Brandungsstau ist in den Werten enthalten.

3. Wellenhöhe21.1. $H_s = 1,44 \text{ m}$ <br/> $(H_m = 1,07 \text{ m}, H_{max} = 2,3 \text{ m})$ 4. Wellenperiode21.1. $T_{Hs} = 4,9 \text{ s}$ <br/> $(T_m = 3,9 \text{ s}).$ 

Der auf senkrechten Anlauf umgerechnete Wellenauflauf vom 21. 1. ( $R_{0.98} = 3,4$  m) beträgt etwa das Doppelte der nach folgenden Formeln errechneten Werte:

Hunt-Vinje:	$R=1{,}56\cdot {\it V}\overline{H_s}\cdot T_{\rm Hs}\cdot -$	$\frac{1}{n} = 1,53 \text{ m}$
BATTJES:	$R_{0,98}=2,3\mathcal{V}\overline{H_s}\cdot T_m\cdot-$	$\frac{1}{n} = 1,79 \text{ m}$
Delft:	$R=8~H_{\rm s}\cdot~\frac{1}{n}$	= 1,92 m

Weitere Untersuchungen sind notwendig, um die Stärke des Auflaufschwalls bei den vom Sturm hochgepeitschten Schwallspitzen zu erforschen und die zulässige Unterschreitungswahrscheinlichkeit festzulegen. Trotz dieser Einschränkungen geben die Naturwerte im Vergleich zu den Formelwerten zu denken.

Die Wirkung einzelner Einflußgrößen läßt sich an Hand der Abb. 10 deutlich machen. Sie zeigt die Meßergebnisse der Wellenhöhe, des Wellenauflaufs und der Wellenperiode in der Nachtide am 4. 1. um etwa 1.00 und 2.00 Uhr für unterschiedliche Wassertiefen von etwa 2,6 m und 3,0 m. Die Windgeschwindigkeit betrug während dieser Zeit i. M.



Abb. 10. Wellenauflauf- und Wellenkennwerte ausgewählter Zeitabschnitte mit unterschiedlichen Wassertiefen bzw. Windverhältnissen



Abb. 11. Wellenauflauf – umgerechnet auf senkrechten Anlauf in Abhängigkeit von der Wassertiefe mit errechneten Regressionsgraden für die Unterschreitungswahrscheinlichkeiten 98, 95, 90 und 50 %

15 m/s = Bft. 7. Bei den miteingetragenen Werten für den Wellenauflauf vom 3. 1. bei einer Wassertiefe von ebenfalls 3,0 m, aber einer größeren Windstärke von 30 m/s = Bft. 11, ergibt sich ein wesentlich höherer Wellenauflauf. Der Wellenauflauf  $R_{0,90}$  beträgt 2,08 m bei Wst. 11 im Vergleich zu 1,76 m bei Wst. 7. Auffällig ist auch die für den Flachwasserbereich des Watts beträchtliche Wellenperiode am 4. 1. bis zu über 8 s, die von einer durch das Seegat auf das Watt schwingenden Dünung zeugt. In Abb. 11 ist der Wellenauflauf am 3. 1. und 21. 1. in Abhängigkeit vom Wasserstand für verschiedene Unterschreitungshäufigkeiten  $R_{0.98}$ ;  $R_{0.95}$ ;  $R_{0.90}$  und  $R_{0.50}$  aufgetragen. Für diese vier Unterschreitungshäufigkeiten sind die Regressionsgeraden errechnet und dargestellt. Sie ermöglichen die Extrapolation auf andere Wasserstände. Diese Graphik macht deutlich, daß die Ermittlung des maßgebenden Wellenauflaufs stark beeinflußt wird von der Festlegung der zulässigen Unterschreitungshäufigkeit. Für den ausgewiesenen Wasserstand von NN + 4,00 m beträgt der auf senkrechten Anlauf umgerechnete Wellenauflauf R/cos  $\beta$  bei einer Unterschreitungswahrscheinlichkeit von 98 % 3,64 m und von 90 % 2,86 m; die Werte differieren also um 78 cm.

Die Auswertung der ersten kontinuierlichen Wellenauflaufregistrierung an Seedeichen aus drei Sturmfluten hat neben interessanten Einzelwerten allgemein bestätigt, daß an Schardeichen mit höheren Wellenauflaufwerten als bisher üblich zu rechnen ist. In weiteren Messungen auch bei anderen örtlichen Gegebenheiten und mit einer Untersuchung der Einzelauflaufschwalle wird der Fragestellung nach einer zutreffenden Abschätzung des maßgebenden Wellenauflaufs nachgegangen werden müssen. Für die Bemessung und Sicherheitsbetrachtung der Seedeiche ist die Lösung dieser Fragen von großem Wert.

## 5. Schriftenverzeichnis

- BAUAMT FÜR KÜSTENSCHUTZ NORDEN: Bericht über die ersten kontinuierlichen Wellenauflaufmessungen und die Wellenmessungen am Roten Pfahl im Januar 1976 (unveröff.). Norden, 1976.
- DETTE, H. H.: Wellenmessungen und Brandungsuntersuchungen vor Westerland/Sylt. Mitt. Leichtweiß-Inst., H. 40, Braunschweig, 1974.
- ERCHINGER, H. F.: Küstenschutz durch Vorlandgewinnung, Deichbau und Deicherhaltung in Ostfriesland. Die Küste, H. 19, 1970.
- ERCHINGER, H. F.: Wellenauflauf an Seedeichen Naturmessungen an der ostfriesischen Küste. Mitt. Leichtweiß-Inst., H. 41, Braunschweig, 1974.
- ERCHINGER, H. F.: Wave Run-up in Field Measurements with Newly Developed Instruments. Proc. 15th Int. Conf. on Coastal Eng., Honolulu, 1976.
- ERCHINGER, H. F.: Deichschutzwerke in "Seedeichbau Theorie und Praxis –". Hrsg. Vereinigung der Naßbaggerunternehmen e.V., Hamburg, 1976.
- FAHRENTHOLZ, S. R.: Wellen- und Wasserstandsmessungen in freier See mit Hilfe des akustischen Echolotverfahrens. 2. Internat. Kongreß "INTEROCEAN '73", Meeresforschung und Meerestechnik, 1973.
- FÜHRBÖTER, A.: Air Entrainment and Energy Dissipation in Breakers. Proc. 12th Int. Conf. on Coastal Eng., Washington, 1970.
- FÜHRBÖTER, A.: Über die Bedeutung des Lufteinschlages für die Energieumwandlung in Brandungszonen. Die Küste, H. 21, 1971 und Mitt. Franzius-Inst., H. 36, Hannover, 1971.
- FÜHRBÖTER, A.: Einige Ergebnisse aus Naturuntersuchungen in Brandungszonen. Mitt. Leichtweiß-Inst., H. 40, Braunschweig, 1974.
- FÜHRBÖTER, A.: Äußere Belastung der Seedeiche in "Seedeichbau Theorie und Praxis —". Hrsg. Vereinigung der Naßbaggerunternehmen e.V., Hamburg, 1976.
- FÜHRBÖTER, A., KÖSTER, R., KRAMER, J., SCHWITTERS, J. U. SINDERN, J.: Sandbuhne vor Sylt zur Stranderhaltung. Die Küste, H. 23, 1972.
- HENSEN, W.: Modellversuche über den Wellenauflauf an Seedeichen im Wattengebiet. Mitt. Franzius-Inst., H. 5, Hannover, 1954.
- HUNDT, C.: Der maßgebende Sturmflutseegang und Wellenauflauf für das Deichbestick der deutschen Nordseeküste aufgrund der Sturmflut vom 16. Februar 1962. Die Küste, Jg. 10, H. 2, 1962.
- LÜDERS, K.: Bericht der Arbeitsgruppe "Küstenschutzwerke" im Küstenausschuß Nord- und Ostsee. Die Küste, Jg. 14, H. 1, 1966.

- NIEDERS. MIN. F. ERNÄHRUNG, LANDWIRTSCHAFT UND FORSTEN: Erfahrungen aus den Sturmfluten vom November/Dezember 1973 und Folgerungen für die niedersächsischen Küstenschutzwerke. Die Küste, H. 29, 1976.
- NIEMEYER, H. D.: Zur Abschätzung des maximalen Wellenauflaufs an Seedeichen aus der Einmessung von Teekgrenzen. Die Küste, H. 29, 1976.
- SIEFERT, W.: Über den Seegang in Flachwassergebieten. Mitt. Leichtweiß-Inst., H. 40, Braunschweig, 1974.
- TECHNICAL ADVISORY COMMITTEE ON PROTECTION AGAINST INUNDATION: Wave Run-up and Overtopping. Government Publishing Office, The Hague, Netherlands, 1974.
- TECHNISCH-WISSENSCHAFTLICHER BEIRAT DES KÜSTENAUSSCHUSSES NORD- U. OSTSEE: Zusammenfassung der Untersuchungsergebnisse der ehemaligen Arbeitsgruppe "Sturmfluten" und Empfehlungen für ihre Nutzanwendung beim Seedeichbau. Die Küste, H. 17, 1969.
- ZITSCHER, Fr. F.: Analyse zur Bemessung von Außenböschungen scharliegender Seedeiche gegen Wellenbeanspruchung. Wasser u. Boden, H. 10, 1962.

# Analytische Lösungen der Transportgleichung für die Seegangsenergie bei geneigtem Meeresboden

Von Jürgen Sellschopp

#### Zusammenfassung

Die Transportgleichung für die Seegangsenergie ist eine quasilineare partielle Differentialgleichung. Ihre Lösungen werden im allgemeinen numerisch entweder mit Hilfe eines Differenzenschemas oder durch gleichzeitige Integration der charakteristischen Gleichungen berechnet. Die Bahnen, auf denen die Energie transportiert wird, sind nur in den Fällen großer oder überall gleicher Wassertiefe gerade Linien.

In dieser Arbeit werden analytische Lösungen der Bahngleichungen für Seegebiete angegeben, bei denen der Meeresboden eine geneigte Ebene ist. Der Meeresboden darf auch aus Ebenen verschiedener Neigung zusammengesetzt sein.

Die Seegangsenergie an einem Punkt erhält man durch Integration der Quellfunktion längs der Bahnen, die durch den Punkt verlaufen. Im allgemeinen muß man diese Integration numerisch ausführen. In dem Fall aber, daß keine Seegangsanfachung stattfindet und die Dissipation lediglich auf laminarer Reibung beruht, läßt sich auch diese Integration analytisch ausführen.

Wo analytische Lösungen der Transportgleichung des Seegangs möglich sind, haben sie gegenüber den numerischen Lösungen den Vorteil, daß man erheblich an Rechenzeit eines elektronischen Rechners sparen kann und daß man Gewähr für größtmögliche Genauigkeit hat, ohne Erwägungen über geeignete numerische Integrationsverfahren und -schrittweiten anstellen zu müssen. Besonders vorteilhaft ist die Verwendung der analytischen Lösung bei der Modellrechnung für künstliche Bodenstrukturen in der Nähe der Küste.

#### Summary

The energy transport equation of ocean surface waves is generally solved numerically by means of a difference scheme or by simultaneous integration of the characteristic equations. The paths along which energy is transmitted are straight lines only in the case of great water depth or plane bottom.

In this text, analytical results for the wave paths on slopes are given. The bottom may also consist of several inclined plains.

The wave energy at a location results from integration of the source function along those paths which run through the location. Generally the integration has to be carried out numerically. However, if no wave generation occurs and the only dissipation term is laminar friction, the source function can be integrated analytically, too.

Analytical results of the transport equation, if they exist, have the advantage, that – compared with numerical solutions – they save a lot of computer time and are a guarantee of accuracy. They should be used especially in model computations for man-made, near-shore, bottom structures.

#### Inhalt

Zusammenfassung												72
1. Einleitung und A	lufg	aber	iste	llung								73
2. Die Transportgle	ichur	ng c	ler	Seeg	ang	sene	rgie					73
3. Erste Integration	en											74

4.	Seegangsspektren im flachen Wasser				76
5.	Bemerkungen zur Kaustik der Seegangswellen				80
6.	Vollständige Berechnung der Wellenbahnen				81
7.	Lösungen für den Fall laminarer Reibung				82
8.	Der Seegang hinter einem durchbrochenen Damm .				83
9.	Ein Beispiel für die Zusammensetzung von Lösungen				86
10.	Diskussion				89
Sch	iftenverzeichnis				89

## 1. Einleitung und Aufgabenstellung

Diese Arbeit behandelt ein spezielles Problem der Seegangsverlagerung, nämlich das Verhalten des Seegangs über einem Meeresboden mit parallelen Konturen, wo die Wassertiefe so gering ist, daß durch sie die Geschwindigkeit der Seegangswellen beeinflußt wird.

Die Beeinflussung der Wellengeschwindigkeit durch die Wassertiefe macht die Seegangsberechnung in flacheren Seegebieten weitaus komplizierter als im tiefen Ozean. Die Lösung der auftretenden Differentialgleichung geschieht bisher in der Praxis stets auf dem Wege der numerischen Integration mit Hilfe eines elektronischen Rechners.

Für die Beschreibung des Seezustandes genügt oft schon die Angabe der mittleren Wellenhöhe, der Hauptrichtung der Wellen und der mittleren Wellenperiode. Bei der Seegangsberechnung kommt man dagegen mit der Verwendung dieser Mittelwerte nicht aus. Hier muß man das ganze Gemisch kurzer und langer Wellen, die in die verschiedensten Richtungen laufen, berücksichtigen, damit am Ende der Rechnung realistische Ergebnisse für die gesuchten Seegangswerte herauskommen. Warum das so ist, wird besonders in dem Kapitel über Kaustiken deutlich werden.

Da es nun notwendig ist, für jeden Anteil des Seegangs, nämlich für Wellen unterschiedlicher Periode und Richtung, das Fortschreiten auf der Meeresoberfläche und die Änderung der Wellenamplitude zu berechnen, wäre es von Vorteil, für diese Vorgänge geschlossene mathematische Formeln zu besitzen, anstatt genötigt zu sein, für jeden Anteil numerische Integrationen ausführen zu müssen. Im folgenden wird gezeigt, daß man in den Fällen, wo der Meeresboden parallele Tiefenlinien hat, solche geschlossenen Ausdrücke angeben kann.

## 2. Die Transportgleichung der Seegangsenergie

Die gegenseitige Beeinflussung der verschiedenen Seegangsanteile kann in diesem Zusammenhang vernachlässigt werden.

Für jede Einzelwelle gilt die Dispersionsgleichung für Oberflächenwellen unter Einfluß der Gravitation.

(2.1) 
$$\sigma^2 = gk \tanh kh$$

σ ist die Kreisfrequenz, k die Wellenzahl, h die Wassertiefe und g die Erdbeschleunigung. Die Energie der Welle wandert mit der Gruppengeschwindigkeit.

(2.2) 
$$\mathbf{v} = \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}k} = \frac{\sigma}{2k} \left[1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh}\right]$$

Der Winkel zwischen der Laufrichtung der Einzelwelle und der positiven x-Achse sei &. Anstelle der Wellenzahl k und des Winkels & können auch die auf die horizontalen

73

Koordinaten bezogenen Wellenzahlen  $k_1$  und  $k_2$  zur Charakterisierung einer Einzelwelle dienen.

(2.3) 
$$k_{1} = k \cos \vartheta \qquad k = \sqrt{k_{1}^{2} + k_{2}^{2}}$$
$$k_{2} = k \sin \vartheta \qquad \vartheta = \arctan (k_{2}/k_{1})$$

Die Verteilung der Seegangsenergie auf die verschiedenen horizontalen Wellenzahlen  $k_1$  und  $k_2$  ist durch das Spektrum F (x, y, t;  $k_1$ ,  $k_2$ ) gegeben. Üblicherweise wird das Integral über das Spektrum als Gesamtenergie bezeichnet, obwohl es die Dimension einer Fläche hat. Es ist gleich dem mittleren Quadrat der Auslenkung der Wasseroberfläche aus der Ruhelage.

Die Verlagerung der spektralen Seegangsenergie wird, wenn die Wellenbewegung nicht durch Meeresströmungen überlagert wird, durch die lineare Transportgleichung

(2.4) 
$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial k_1} \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial \sigma}{\partial k_2} \frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\partial \sigma}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial k_1} - \frac{\partial \sigma}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial k_2} = S$$

beschrieben. Der Buchstabe S steht für die Quellfunktion, die von x, y, t, k<sub>1</sub>, k<sub>2</sub>, und F abhängen kann. Sie enthält alle den Seegang anfachenden oder dämpfenden Kräfte.

Für die Anwendbarkeit der linearen Transportgleichung (2.4) muß vorausgesetzt werden, daß das Spektrum eine langsam veränderliche Funktion von x, y und t ist (K. HASSELMANN, 1968).

Die Transportgleichung (2.4) ist eine quasilineare partielle Differentialgleichung mit fünf unabhängigen Variablen. Die Zahl der Variablen läßt sich durch Transformation von den Wellenzahlen zu Frequenz und Richtung vermindern.

(2.5) 
$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{d\sigma}{dk} \left[ \cos \vartheta \frac{\partial}{\partial x} + \sin \vartheta \frac{\partial}{\partial y} \right] \\ + \frac{1}{k} \frac{d\sigma}{dh} \left[ \frac{\partial h}{\partial x} \sin \vartheta - \frac{\partial h}{\partial y} \cos \vartheta \right] \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left[ \frac{v}{k} E \right] = S$$

Die Frequenz o tritt jetzt im Transportoperator nur als Parameter auf.

Die Integrationen können für jede Frequenz einzeln durchgeführt werden. Man kann die Lösung der partiellen Differentialgleichung (2.5) entweder durch gleichzeitige Integration der gekoppelten charakteristischen Gleichungen erhalten oder ein Differenzverfahren verwenden.

Lediglich wenn die Wassertiefe überall gleich oder sehr viel größer als die Wellenlänge 2  $\pi/k$  ist, entkoppeln sich die charakteristischen Gleichungen, weil dann v und  $\vartheta$  konstant sind.

### 3. Erste Integrationen

In vielen Fällen hat das interessierende Seegebiet parallele Bodenkonturen. Dann kann man das Koordinatensystem so drehen, daß  $\frac{dh}{dy} = O$  wird. Außerdem soll vorausgesetzt werden, daß im ganzen Gebiet  $\frac{dh}{dx} \neq O$  ist. Unter diesen Voraussetzungen kann man einen Satz von charakteristischen Gleichungen bekommen, die Schritt für Schritt

lösbar sind. Dazu muß die Transportgleichung (2.5) durch den Ausdruck  $\frac{1}{k} \frac{d\sigma}{dh} \frac{dh}{dx}$  dividiert werden. Mit Hilfe der Beziehung

$$(3.1) \qquad \frac{d\sigma}{dh} \bigg| = -\frac{d\sigma}{dk} \bigg| \qquad \cdot \frac{dk}{dh} \bigg|$$

$$k = \text{const} \qquad h = \text{const} \qquad \sigma = \text{const}$$

ergeben sich die charakteristischen Gleichungen.

$$\frac{dt}{ds} = \frac{k}{\frac{d\sigma}{dh}\frac{dh}{dx}}$$
$$\frac{dx}{ds} = -\frac{k}{\frac{dk}{dx}}\cos\vartheta$$
$$(3.2) \qquad \qquad \frac{dy}{ds} = -\frac{k}{\frac{dk}{dx}}\sin\vartheta$$
$$\frac{d\vartheta}{ds} = \sin\vartheta$$
$$\frac{d\vartheta}{ds} = \sin\vartheta$$
$$\frac{d}{ds}\left[\frac{v}{k}E\right] = \frac{k}{\frac{d\sigma}{dh}\frac{dh}{dx}}$$

Es sei darauf hingewiesen, daß s ein Parameter ist, der nicht mit der Weglänge verwechselt werden sollte.

Für s = 0 sei nun ein Anfangstupel ( $x_0$ ,  $y_0$ ,  $t_0$ ,  $\vartheta_0$ ,  $E_0$ ) vorgegeben. Zur Berechnung der Lösungskurve mit diesen Anfangswerten integriert man zuerst die vierte Gleichung von (3.2).

Dieses Ergebnis, in die zweite der Gleichungen (3.2) eingesetzt, ergibt

$$x(s) k(s)$$

$$\int \frac{1}{k} \frac{dk}{dx} dx = \int \frac{dk}{k} =$$

$$x_0 k_0$$

$$\int \frac{(1 - \cos \vartheta_0) e^s - (1 + \cos \vartheta_0) e^{-s}}{(1 - \cos \vartheta_0) e^s + (1 + \cos \vartheta_0) e^{-s}} ds$$

(

(3.6) 
$$k(s) = \frac{k_o}{2} \left[ (1 - \cos \vartheta_o) e^s + (1 + \cos \vartheta_o) e^{-s} \right]$$

Das Ersetzen der Integration über x durch eine Integration über k in (3.5) ist möglich, weil k eine monoton abnehmende Funktion der Wassertiefe und diese in dem betrachteten Seegebiet eine monotone Funktion von x ist. Daher kann aus (3.6) jetzt auch durch Auflösen von (2.1) nach h und Umkehrungen der Funktion h(x) die Distanz x ausgerechnet werden. Zur Abkürzung wurde  $k_0$  für  $k(x_0)$  geschrieben.

Aus (3.4) und (3.6) folgt

$$(3.7) k(s) \sin \vartheta (s) = k \sin \vartheta = b$$

Diese Gleichung ist als Äquivalent des Snellius-Gesetzes bekannt. Sie besagt, daß bei parallelen Bodenkonturen die Projektion der Wellenzahl auf die Küste konstant ist.

Die Tiefwasserwellenzahl ist  $k_d = \frac{\sigma^2}{g}$ . Sie muß größer oder gleich dem Betrag der konstanten Wellenzahlkomponenten sein. Wenn aber  $|b| > \frac{\sigma^2}{g}$ wird, läuft die Welle nicht bis in tiefes Wasser, sondern sie wird bei der Wassertiefe  $h_c$  zurückgebeugt, die durch

(3.8.) 
$$h_{c} = \frac{1}{|b|} \text{ ar } \tanh \frac{\sigma}{g |b|}$$

definiert ist.

4. Seegangsspektren im flachen Wasser

In vielen Fällen braucht man nicht die Lösungen aller Gleichungen (3.2) zu kennen. Wenn das Wellenspektrum an verschiedenen Stellen einer geraden Tiefenlinie gleich ist und einige Zeit unverändert bleibt, kann man das Spektrum bei einer anderen Wassertiefe ohne genaue Kenntnis der Bahnen der einzelnen Wellenkomponenten berechnen; allerdings muß die Quellfunktion dann vernachlässigbar sein.

Im folgenden werden zwei Beispiele der Transformation von Seegangsspektren gegeben, die von der Änderung der Wassertiefe herrührt.

## Beispiel 1: Seegang, der auf die Küste zuläuft

Der Meeresboden steige nach rechts bis zur Küste an und habe zur Küste parallele Bodenkonturen. Der Gradient der Wassertiefe bildet im ganzen Seegebiet einen rechten Winkel mit der Küstenlinie, braucht aber nicht konstant zu sein. Im tiefen Wasser sei der Seegang homogen und stationär, d. h., das Tiefwasserspektrum ist dort an zwei verschiedenen Punkten gleich und ändert sich auch in dem in Frage kommenden Zeitraum nicht. Es werde mit  $E_d(\sigma, \vartheta)$  bezeichnet, und es wird angenommen, daß es nur Anteile in Richtung der positiven x-Achse besitzt:  $-\pi/2 < \vartheta < \pi/2$ .

Außerdem soll vorausgesetzt werden, daß die Quellfunktion im betrachteten Seegebiet keinen merklichen Anteil an der Veränderung der Seegangsenergie hat.

Unter den genannten Voraussetzungen kann man das Spektrum an einer Stelle mit der Wassertiefe h hinschreiben.

(4.1)  

$$E_{h}(\sigma,\vartheta) = \frac{g^{2}}{2\sigma^{3}} \frac{k(\sigma,h)}{v(\sigma,h)} \cdot E_{d} \left[\sigma, \arctan\left[\frac{gk(\sigma,h)}{\sigma^{2}}\sin\vartheta\right]\right]$$

$$f \ddot{u}r |\vartheta| < \arcsin\frac{\sigma^{2}}{gk(\sigma,h)}$$

k und v sind die Wellenzahl und die Gruppengeschwindigkeit bei der Wassertiefe h. Sie lassen sich aus der Dispersionsgleichung (2.1) ausrechnen.

Für das Tiefwasserspektrum in Abb. 1 wurden ein PIERSON-MOSKOWITZ-Spektrum mit dem Maximum bei  $\sigma_m = 1 \ s^{-1}$  und eine Richtungsverteilung proportional zu cos<sup>2</sup>  $\vartheta$ 



für alle Frequenzen verwendet. Dies ist eine gute Näherung für eine ausgereifte Windsee bei einer Windgeschwindigkeit von 6,8 m/s bzw. 16,7 kn. Diese Windsee läuft in flaches Wasser, wobei ihr Spektrum in das Flachwasserspektrum (4.1) transformiert wird. Man sieht in der Abbildung, daß das Maximum des Richtungsspektrums mit abnehmender Wassertiefe anwächst und die Richtungsverteilung schmaler wird. Die Veränderung des Seegangs ist auch aus den ebenfalls in Abb. 1 dargestellten Wellenzahlspektren abzulesen.

Das Wellenzahlspektrum verschiebt sich zu größeren Wellenzahlen hin, während der Betrag des Spektralmaximums erhalten bleibt. Integriert man das Spektrum und berechnet so die Gesamtenergie des Seegangs, so erkennt man keine sehr starke Abhängigkeit von der Wassertiefe. Die für den Seegang im flachen Wasser symptomatischen Erscheinungen, nämlich das Auftreten von steilen, kurzen Wellen, sind aus der Gesamtenergie nicht zu ersehen. In Abb. 1 ist über dem vorgegebenen Tiefenprofil die signifikante Wellenhöhe  $H_{1/3}$ , die das Vierfache der Wurzel aus der Gesamtenergie ist, eingezeichnet.

Um den Einfluß der Richtungsverteilung des Seegangs auf das Frequenzspektrum und die Wellenhöhe im flachen Wasser sehen zu können, errechnen wir das Frequenzspektrum durch Integration über  $\vartheta$ . (4.2)

$$\rho_{h}(\sigma) = \frac{g^{2}}{\pi\sigma^{3}} \frac{k}{v} \rho_{d}(\sigma) \left\{ \sqrt{\left[\frac{gk}{\sigma^{2}}\right]^{2} - 1} + \left[2 - \left[\frac{gk}{\sigma^{2}}\right]^{2}\right] \operatorname{arc} \sin \frac{\sigma^{2}}{gk} \right\}$$
$$= \frac{g}{3\pi} \frac{g}{2\sigma v} \rho_{d}(\sigma) \left\{ 1 + \frac{1}{1\sigma} \left[\frac{\sigma^{2}}{gk}\right]^{2} + \frac{g}{2g\sigma} \left[\frac{\sigma^{2}}{gk}\right]^{4} + \dots \right\}$$

Im Grenzfall eines unidirektionalen, auf die Küste zulaufenden Seegangs ist dagegen  $\rho_h(\sigma) \Rightarrow \frac{g}{2\sigma v} \rho_d(\sigma)$ . Der Unterschied zwischen den beiden Frequenzspektren ist nicht groß. Er kann bei geringer Wassertiefe für die tiefen Frequenzen bis zu 18% ausmachen. Berechnungen für Seegang, der auf die Küste zuläuft, sind daher mit keinem zu großen Fehler behaftet, wenn man die tatsächliche Richtungsverteilung außer acht läßt und mit unidirektionalem Seegang rechnet, wie es in der Praxis häufiger geschieht.

## Beispiel 2: Rückbeugung des Seegangs

Als zweites Beispiel betrachten wir nun den Seegang, der über eine Bank läuft und auf dem Leehang wieder zur Bank zurückgebeugt wird (siehe die Skizze in Abb. 2). Auf der Bank mit der Wassertiefe h<sub>0</sub> sei wieder der Seegang homogen und stationär.

Eine Einzelwelle, die schräg von der Bank her in Richtung größerer Wassertiefe läuft, muß, wie in Abschnitt 3 gezeigt, unter Umständen in einem Bogen ins flache Wasser zurücklaufen. Die Wassertiefe, bei der die Wellenbahn zurückschwenkt, sei mit  $h_c$  bezeichnet. Sie hängt vom Winkel  $\vartheta_0$  bei  $h_0$  und der Frequenz ab. Zwei Bahnen von Wellen derselben Frequenz, die mit dem gleichen Winkel  $\vartheta_0$  bei  $h_0$  nebeneinander verlaufen, schneiden sich in der Umgebung der Tiefenlinie  $h_c$ . Die Einhüllende aller Bahnen von Wellen mit der gleichen Frequenz und gleichem Anfangswinkel heißt Kaustik. Sie ist in diesem Fall eine Gerade und mit der Tiefenlinie  $h = h_c$  identisch. Für monochromatische und unidirektionale Wellen wird die lineare Lösung der Wellengleichung an der Kaustik unendlich groß, so daß man spezielle Methoden braucht, um das Verhalten der Wellen in der Nähe der Kaustiken zu untersuchen (Y. Y. CHAO und W. J. PIERSON, 1972). In der spektralen Rechnung treten diese Schwierigkeiten nicht auf. Es sei E<sub>0</sub>( $\sigma$ ,  $\vartheta$ ) das Spektrum auf der Bank der Wassertiefe h<sub>0</sub>. Für jeden Abstand von der Bank bei der Wassertiefe h







Abb. 3

### Die Küste, 31 (1977), 1-186 80

kann man wieder das Spektrum des Seegangs, der von der Bank aus nach rechts läuft, hinschreiben.

(4.3) 
$$E_{h}(\sigma,\vartheta) = \frac{v_{o}}{k_{o}} \frac{k}{v} E_{o} \left[\sigma, \arcsin\left[\frac{k}{k_{o}}\sin\vartheta\right]\right] f \ddot{u}r - \frac{\pi}{2} < \vartheta < \frac{\pi}{2}$$

In dieser Formel ist  $k = k(\sigma, h)$ ,  $k_o = k(\sigma, h_o)$  und v und v<sub>o</sub> entsprechend. Für  $\vartheta < -\frac{\pi}{2}$  und  $\vartheta > \frac{\pi}{2}$  besteht das Spektrum aus den Anteilen, die von weiter rechts zur Bank zurückgebeugt werden.

(4.4) 
$$E_{h}(\sigma,\vartheta) = E_{h}(\sigma, \pm \pi - \vartheta)$$
 für  $|b| > \frac{\sigma^{2}}{g}$  und 
$$\begin{cases} -\pi < \vartheta < -\frac{\pi}{2} \\ \text{oder} \\ \frac{\pi}{2} < \vartheta < \pi \end{cases}$$

Hier ist b wieder die in (3.7) definierte Größe  $b = k \sin \vartheta$ .

Als Ausgangsspektrum  $E_0(\sigma, \vartheta)$  wurde für die Abb. 3 das um  $\pi/4$  verschobene dritte Richtungsspektrum aus Abb. 1 gewählt und seine Veränderung beim Fortschreiten zu größerer Wassertiefe hin dargestellt. In der gleichfalls in Abb. 3 gezeigten Darstellung der Wellenhöhe in Abhängigkeit von der Wassertiefe hinter der Bank erkennt man, daß kurz hinter der Bank die Wellen höher werden; dann nimmt die Wellenhöhe mit zunehmender Wassertiefe ab, bis schließlich im tiefen Wasser nur die Wellen übrig bleiben, für die keine Kaustik existiert.

## 5. Bemerkungen zur Kaustik der Seegangswellen

Es soll an dieser Stelle näher auf die Kaustik eines schmalbandigen Seegangsspektrums eingegangen werden. Es mögen alle Spektralkomponenten die gleiche Frequenz  $\sigma_0$ haben und bei der Wassertiefe  $h_0$  um die Richtung  $\vartheta_0$  gleichmäßig verteilt sein.

(5.1)  

$$E_{o}(\sigma,\vartheta) = E'_{o} \cdot \delta (\sigma - \sigma_{o}) \psi_{o}(\vartheta)$$

$$\psi_{o}(\vartheta) = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon} & \text{für } \vartheta_{o} - \frac{\varepsilon}{2} < \vartheta < \vartheta_{o} + \frac{\varepsilon}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Nach Gleichung (4.3) ist das Spektrum bei einer anderen Wassertiefe h

$$\begin{aligned} E_{h}(\sigma,\vartheta) &= \frac{v_{o}}{k_{o}} \frac{k}{v} E' \cdot \delta (\sigma - \sigma_{o}) \psi_{h}(\vartheta) \\ (5.2) \\ \psi_{h} &= \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon} & \text{für } \vartheta_{o} - \frac{\varepsilon}{2} < \arctan\left[\frac{k}{k_{o}} \sin \vartheta\right] < \vartheta_{o} + \frac{\varepsilon}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned}$$

Nun sei  $h_c$  die Wassertiefe, wo die Kaustik auftritt, d.h.  $k_c = k_o \sin \vartheta_o$ . Dann ergibt sich die Gesamtenergie durch Integration über das Spektrum bei dieser Wassertiefe.

(5.3) 
$$E_{c}' = \frac{v_{o}}{v_{c}} E_{o}' \frac{\sin \vartheta_{o}}{\varepsilon} \left\{ \frac{\pi}{2} - \arcsin \left[ \frac{\sin (\vartheta - \varepsilon/2)}{\sin \vartheta_{o}} \right] \right\}$$

In der niedrigsten Ordnung von ε wird

(5.4) 
$$E_{c}' = \frac{v_{o}}{v_{c}} E_{o}' \sqrt{\frac{\sin \vartheta_{o}}{\varepsilon \tan \vartheta_{o}}}$$

Wenn  $\epsilon$  etwa 5° ist und  $\vartheta_o = 45^\circ$ , deutet die Gleichung (5.4) auf einen Anstieg der Wellenhöhe um nur etwa 50 % hin.

Die Wellenhöhe ist proportional zur vierten Wurzel der Breite der Richtungsverteilung. Diese Proportionalität hätte sich auch ergeben, wenn das Spektrum Frequenzen in der Nachbarschaft von  $\sigma_0$  enthielte.

Dieses Beispiel zeigt, daß bei der Seegangsberechnung unter bestimmten Umständen die lineare Transporttheorie sogar dann angewandt werden kann, wenn Kaustiken auftreten.

## 6. Vollständige Berechnung der Wellenbahnen

Bisher wurden die charakteristischen Gleichungen (3.2) nur so weit gelöst, daß die Behandlung von Problemen, die eine in y-Richtung homogene Lösung hatten, möglich war, und auch das nur unter der Voraussetzung, daß die Quellfunktion verschwindet. Das Ausgangsspektrum bei der Wassertiefe ho war bisher für alle Werte von y dasselbe, und daher wurde der Verlauf der Wellenbahnen der einzelnen Spektralkomponenten gar nicht benötigt, sondern nur die Änderung des Bahnwinkels. Zur Berechnung des Seegangs in Gebieten, in denen der Seegang bezüglich y nicht homogen ist, z. B. hinter der Einfahrt zwischen zwei Molen, braucht man dagegen die vollständige Lösung des Systems der charakteristischen Gleichungen (3.2).

Unsere nächste Aufgabe ist es, t(s) und y(s) zu berechnen. Das ist durch einfache numerische Integration der ersten und dritten Gleichung aus (3.2) immer möglich. Eine analytische Lösung findet man, wenn  $\frac{dh}{dx}$  konstant ist. Wir setzen  $\frac{dh}{dx}$  = m.

Wir führen eine neue Variable ein.

$$\eta(s) = -k(s) \cos \vartheta(s)$$

$$\eta(s) = \frac{k_o}{2} \left[ \left[ 1 - \cos \vartheta_o \right] e^s - \left[ 1 + \cos \vartheta_o \right] e^{-s} \right]$$

$$\frac{d\eta}{ds} = k \quad k^2 - \eta^2 = b^2 = k_o^2 \sin^2 \vartheta_o$$

Aus der Dispersionsgleichung (2.1) berechnet man $\frac{d\sigma}{dh}$ , setzt das Resultat in die erste Gleichung von (3.2) ein und substituiert als neue Variable  $\eta$  aus (6.1). Mit t<sub>0</sub> = 0 erhält man dann

(6.2) 
$$t\left[\eta(s)\right] = \frac{2\sigma}{gm} \int_{-k_0\cos\vartheta_0} \frac{d\eta}{\eta^2 + b^2 - \frac{\sigma^4}{g^2}}$$

Zur Abkürzung verwenden wir den Ausdruck

(6.3) 
$$a^2 = \frac{\sigma^4}{g^2} - b^2$$
,  $-k_o^2 < a^2 \le \frac{\sigma^4}{g^2}$ 

#### Die Küste, 31 (1977), 1-186 82

a ist reell für solche Bahnen, die bis ins tiefe Wasser hineinlaufen; im tiefen Wasser ist dann  $\vartheta = \arccos(\sigma^2/ga)$ . Für Bahnen, die in flaches Wasser zurückgebeugt werden, ist a imaginär.

Die Lösung von (6.2) ist

(6.4) 
$$t(\eta) = \frac{\sigma}{gm} \frac{1}{a} \ln \left[ \frac{\eta - a}{\eta + a} \frac{k_o \cos \vartheta_o - a}{k_o \cos \vartheta_o + a} \right] \quad a \neq 0$$

die Umkehrung davon ist

(6.5) 
$$\eta(t) = -a \frac{(k_0 \cos \vartheta_0 + a) e^{\alpha t} + (k_0 \cos \vartheta_0 - a) e^{-\alpha t}}{(k_0 \cos \vartheta_0 + a) e^{\alpha t} - (k_0 \cos \vartheta_0 - a) e^{-\alpha t}}$$

$$\operatorname{nit} \alpha = \frac{\operatorname{gma}}{2\sigma} \qquad \operatorname{a} \neq 0$$

Die dritte Gleichung von (3.2) läßt sich ebenfalls analytisch integrieren, wenn die Bodenneigung  $\frac{dh}{dx} = m$  konstant ist. Ist sin  $\vartheta_0 = 0$ , so ist  $y = y_0$ . Die folgende Rechnung gilt für sin  $\vartheta_0 \neq 0$ .

(6.6)  
$$y(s) - y_{o} = -\frac{b}{m} \int_{o}^{s} \frac{d}{dk} \left[ \frac{1}{k} \text{ ar } \tanh \frac{\sigma^{2}}{gk} \right] ds'$$
$$= \frac{h_{o}}{m} \operatorname{ctg} \vartheta_{o} - \frac{h(s)}{m} \operatorname{ctg} \vartheta(s) + \frac{\sigma}{2 k_{o} \sin \vartheta_{o}} t(s)$$

Damit sind jetzt alle Gleichungen für die Bahnen der Einzelwellen gelöst. Die fünfte der Gleichungen (3.2) wird im allgemeinen nicht analytisch zu integrieren sein, weil realistische Quellfunktionen zu kompliziert sind.

## 7. Lösungen für den Fall laminarer Reibung

Eine spezielle Quellfunktion, die eine analytische Integration zuläßt, enthält nur die Dissipation durch laminare Reibung. Nach BIESEL ist die zeitliche Abnahme einer Wellenamplitude gegeben durch

(7.1)  

$$\frac{dA}{dt} = -\gamma A$$

$$\frac{\gamma}{r} = \frac{1}{\sinh 2kh} \qquad \sqrt{\frac{k^2 \sigma \nu}{2}} + 2 k^2 \nu \left[1 + \frac{\cosh 2kh}{\cosh 4kh - 1}\right]$$

v ist die Zähigkeit des Wassers. Für die Energiedichte E' ist dann

(7.2) 
$$\frac{dE'}{dt} = -2 \gamma E'$$

Diese beiden Gleichungen (7.1) und (7.2) gelten für eine konstante Wassertiefe h. Bei nicht zu großer Bodenneigung ist man berechtigt, diese Formeln auch für variable Wassertiefen und spektrale Wellenfelder zu verallgemeinern. Man darf aber nicht einfach E' durch E ersetzen, sondern muß sich klarmachen, daß bei konstanter Wassertiefe E' in (7.2) mit einer beliebigen Funktion von  $\sigma$  und h multipliziert werden darf. Bei variabler Wassertiefe hat man diese Freiheit nicht, da sich diese Funktion auf der Bahn ändert.

Was nun anstelle von E' in (7.2) einzusetzen ist, findet man beim Übergang zu verschwindender Reibung. Mit  $\nu$  geht auch  $\gamma$  gegen 0. Die Quellfunktion wird ebenfalls 0, weil weder Anfachung noch Dissipation vorhanden sind. Die letzte der Gleichungen (3.2) ergibt daher  $\frac{d}{dt}$  ( $\frac{v}{k}$  E) = 0, was nur dann erfüllt ist, wenn (7.2) übergeht in (7.3)  $\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \frac{v}{k} & E \end{bmatrix} = -2 \gamma \frac{v}{k} E = S_{f}$ 

Den Ausdruck (7.1) kann man mit Hilfe von (2.1) so umformen, daß er keine Hyperbelfunktionen enthält, und man erhält für die letzte der Gleichungen (3.2)

$$(7.4) \frac{d}{ds} \ln\left[\frac{v}{k}E\right] = -\frac{k}{m}\left[\sqrt{\frac{2v}{\sigma}} + \frac{gv}{\sigma^3}\left[k^2 + \frac{\sigma^4}{g^2}\right] + \frac{8\sigma v}{g}\frac{k^2}{k^2 - \frac{\sigma^4}{g^2}}\right]$$

Die Integration läßt sich wieder ausführen, wenn man die Integrationsvariable  $\boldsymbol{\eta}$  verwendet.

(7.5)  

$$E(s) = \frac{v_o}{k_o} \frac{k}{v} E_o \exp \left\{ -\frac{1}{m} (C + Db^2) (n - n_o) - \frac{D}{3m} (n^3 - n_o^3) - 4 \frac{\sigma^4 v}{g^2} (t(s) - t_o) \right\}$$

$$C = \sqrt{\frac{2 v}{\sigma}} + 9 \frac{\sigma v}{g} , \quad D = \frac{g v}{\sigma^3}$$

Beim Übergang zu großen Wassertiefen bleibt in der Lösung (7.5) nur der letzte Summand übrig, der den Anteil der Reibung im Innern des Wassers ohne Einfluß des Meeresbodens angibt (L. M. MILNE-THOMSON, S. 580).

## 8. Der Seegang hinter einem durchbrochenen Damm

In diesem und dem nächsten Abschnitt werden Beispiele für die Seegangsberechnungen angegeben, in denen die Kenntnis des Verlaufes der Wellenbahnen erforderlich ist, obwohl wieder von einem homogenen und stationären Seegang im tiefen Wasser ausgegangen wird und die Auswirkungen der Quellfunktion als vernachlässigbar klein angenommen werden.

In Abb. 4 ist ein Seegebiet skizziert, dessen Boden mit der Neigung m  $= 2 \cdot 10^{-3}$  bis zur Küste hin ansteigt. 5 km vor dem Strand ist ein küstenparalleler Damm mit einem Durchlaß von 4 km Breite. Es wurde angenommen, daß der Seegang mit demselben Spektrum wie im ersten Beispiel in Abschnitt 4 vom tiefen Wasser auf die Küste zuläuft.

Um das Seegangsspektrum für einen Punkt hinter dem Durchlaß angeben zu können, muß man für jede Spektralkomponente ermitteln, ob die Wellenbahn den Durchlaß pas-



Seegang auf der Böschung hinter einem Durchlaß zwischen zwei Dämmen

Die Zahlen an den Gitterpunkten geben die signifikante Wellenhöhe in Meter für ein auflandiges Pierson-Moskowitz-Spektrum ( $\sigma'_m = 1 \text{ s}^{-1}$ )

Abb. 4

siert hat oder nicht. Im ersten Fall berechnet man die Energie dieser Spektralkomponente nach (4.1), im anderen ist sie 0, weil angenommen wird, daß hinter dem Damm kein merklicher Seegang entsteht.

(8.1) 
$$E(x,y; \sigma,\vartheta) = E_h(\sigma,\vartheta) \cdot H(x,y, \sigma,\vartheta)$$

In der Formel (8.1) ist  $E_h$  der Ausdruck aus (4.1). Er hängt nicht von y ab; seine Abhängigkeit von x ergibt sich über die Wassertiefe h = h(x). Die Gewichtsfunktion H ist gegeben durch



(8.2)  $H(x,y,\sigma,\vartheta) = \begin{cases} 1 & wenn \ \Delta y(x,\sigma,\vartheta) existient \\ und - 2 \ km < \Delta \ y + y < 2 \ km \\ 0 & sonst \end{cases}$ 

Falls die Bahn einer Welle mit der Frequenz  $\sigma$ , die beim Koordinatenwert x mit der x-Achse den Winkel  $\vartheta$  bildet, auch den Koordinatenwert des Dammes  $x_0$  erreicht, ist  $\Delta y(x, \sigma, \vartheta)$  die Differenz der y-Werte dieser beiden Bahnpunkte. Um die Seegangsspektren an den in Abb. 4 eingezeichneten Punkten im Abstand von 1 km zu bekommen, wurde für 4 Werte von x, 50 Werte von  $\sigma$  und 35 Werte von  $\vartheta$  ein dreidimensionales Feld  $(\Delta y)_{i, j, k}$  berechnet. Um die Überlegenheit der analytischen Lösung zu testen, geschah dies einmal durch Ausrechnen der Formel (6.6) und außerdem durch numerische Integration der charakteristischen Gleichungen nach dem RUNGE-KUTTA-Verfahren zweiter Ordnung mit einer Schrittweite von 500 m.

Die nach dem RUNGE-KUTTA-Verfahren ermittelten Bahnen weichen um wenige Meter von den exakten nach Formel (6.6) ermittelten Bahnen ab. Lediglich bei Bahnen, die für die Punkte in 1 km Abstand von der Küste berechnet wurden, kann der Fehler bei den ermittelten  $\Delta y$ -Werten größer als 100 m werden. Neben den unvermeidlichen Fehlern bei der numerischen Berechnung der Wellenbahnen fällt die erforderliche Rechenzeit des elektronischen Rechners ins Gewicht. Die Berechnung des Feldes ( $\Delta y$ )<sub>i, j, k</sub> nach dem RUNGE-KUTTA-Verfahren erfordert etwa das Siebenfache an Rechenzeit wie die Auswertung des analytischen Ausdrucks (6.6).

Mit Hilfe der exakt berechneten Ay-Werte und des Richtungsspektrums wurde ge-

## Die Küste, 31 (1977), 1-186

## 86

mäß (8.1) und (8.2) für die in Abb. 4 eingezeichneten Punkte das Richtungsspektrum errechnet und über  $\vartheta$  und  $\sigma$  integriert. Die signifikante Wellenhöhe ist neben den Punkten verzeichnet.

## 9. Ein Beispiel für die Zusammensetzung von Lösungen

Zur weiteren Anwendung der Ergebnisse aus dem Abschnitt 6 wählen wir jetzt das Beispiel eines Seegebietes, dessen Boden aus drei geneigten und einer geraden Ebene zusammengesetzt ist. Die Zeichnung (Abb. 5) soll den Ansteuerungskanal zu einem an der Küste gelegenen Hafen darstellen. Die x-Achse bildet die Küste. Die Neigung des Meeresbodens zum Strand hin ist  $m_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ . Die 10 m tiefe Kanalsohle ist 200 m breit und führt von der Küste bis zur 10 m-Linie. Die Kanalböschung hat die Neigung  $m_2 = 5 \cdot 10^{-2}$ . Die Anordnung ist symmetrisch zur y-Achse. Wir betrachten deshalb nur Wellen, die von links kommen,  $0 \le \vartheta \le \pi/2$ . Wir nehmen wieder an, daß der Seegang weit von der Küste im tiefen Wasser stationär und homogen ist und das Spektrum  $E_0(\sigma, \vartheta)$  hat. Die Quellfunktion sei vernachlässigbar. Außerhalb des Kanalbereichs hat man wieder die Lösung wie im ersten Beispiel (Abschnitt 4), nur um  $\pi/2$  verdreht. Wir interessieren uns für den Seegang im Bereich der 10 m tiefen Rinne. (x, y) sei ein Punkt in diesem Bereich. Über der Kanalsohle sind die Bahnen gradlinig, die Energie auf den Bahnen ändert sich dort nicht. (9.1)

$$E(x,y; \sigma_{\vartheta}) = \begin{cases} E[x_{1}, y - (x - x_{1}) \tan \vartheta; \sigma, \vartheta] f \ddot{u} r \vartheta < \vartheta_{g}(x,y) \\ E[x - (y - y_{1}) \operatorname{ctg} \vartheta, y_{1}; \sigma, \vartheta] f \ddot{u} r \vartheta \ge \vartheta_{g}(x,y) \end{cases}$$
$$\vartheta_{g} = \operatorname{arc} \tan \frac{y - y_{1}}{x - x_{1}}$$

Die Bahnen, die durch den Kanaleingang laufen, werden wie in Abschnitt 4 bis zum tiefen Wasser fortgeführt, und man hat

(9.2)  

$$E(x,y; \sigma, \vartheta) = \frac{g^2}{2\sigma^3} \frac{k(\sigma,h_1)}{v(\sigma,h_1)}$$

$$E_d \left[\sigma, \operatorname{arc} \cos\left[\frac{gk(\sigma,h_1)}{\sigma^2}\cos\vartheta\right]\right] f \ddot{u}r \vartheta \ge \vartheta_g$$
In dieser Formel ist  $h_1 = h(y_1) = 10$  m

Die Behandlung der Bahnen, die über die Böschung laufen, ist etwas schwieriger. Es sei (x', y') ein Punkt auf der Böschung ( $y_1 < y' < 0$ ,  $x_1 - \frac{m_1}{m_2}(y - y_1) \le x' \le x_1$ ). Durch (x'y') laufe mit dem Winkel  $\vartheta'$  eine Bahn. Wir suchen den Punkt ( $x_0$ ,  $y_0$ ) auf der Böschungskante, durch den diese Bahn geht, und den Winkel  $\vartheta_0$  an jener Stelle.

Die Gleichung der Böschungskante ist

(9.3) 
$$y_0 - y_1 = -\frac{m_2}{m_1} (x_0 - x_1)$$

In der Formel (6.6) identifizieren wir y(s) = y', h(s) = h' usw. und  $m = m_2$ . Wir

ersetzen  $y_0 = -h_0/m_1$ , setzen für  $h_0$  den Ausdruck ein, der sich aus (2.1) ergibt, wenn man außerdem noch  $k_0^2 = n_0^2 + b^2$  berücksichtigt. Daraus resultiert eine Bestimmungsgleichung für no.

(9.4) 
$$\frac{\frac{m_1}{m_2} + n_0}{\sqrt{n_0^2 + b^2}} = \arctan \frac{\sigma^2}{g\sqrt{n_0^2 + b^2}} + \frac{\sigma^2}{2ga} + \frac{n_0 - a}{n_0 + a} = h'n' - m_2 + by' + \frac{\sigma^2}{2ga} + \ln \frac{n' - a}{n_0 + a}$$

Die Lösung der transzendenten Gleichung (9.4) führt zusammen mit der Definition von b zum Bahnwinkel und der Wellenzahl an dem gesuchten Punkt der Böschungskante.

(9.5) 
$$\vartheta_o = - \arctan \frac{b}{\eta_o}$$
,  $k_o = \sqrt{\eta_o^2 + b^2}$ 

Aus  $k_0$  ergibt sich die Wassertiefe  $h_0$ , und aus (9.3) und  $y_0 = -h_0/m_1$  folgen die Koordinaten des gesuchten Punktes.

Wenn, wie wir annehmen, die Quellfunktion vernachlässigbar ist, bleibt auf der Bahn die Größe  $\frac{v}{k}$  E erhalten. Am Punkt (x<sub>0</sub>, y<sub>0</sub>) ist das Spektrum des einlaufenden Seegangs auf einfache Weise durch das Spektrum im tiefen Wasser bestimmt. Daher hat man

$$E(x', y'; \sigma, \vartheta) = \frac{v_o}{k_o} \frac{k'}{v'} E(x_o, y_o; \sigma, \vartheta_o)$$
.6)

$$= \frac{g^2}{2\sigma^3} \frac{k!}{v!} E_d \left[\sigma, \arccos\left[\frac{gk_o}{\sigma^2}\cos\vartheta_o\right]\right]$$

Um jetzt in (9.1) auch für  $\vartheta < \vartheta_g$  das Spektrum als Funktion des Tiefwasserspektrums auszudrücken, brauchen wir nur die Festlegung zu treffen

(9.7) 
$$x' = x_1, y' = y - (x - x_1) \tan \vartheta, \vartheta' = \vartheta$$

Damit ist das Spektrum im Kanal bestimmt. Abb. 6 zeigt für das Tiefwasserspektrum aus Abb. 1 das Richtungsspektrum an einem ufernahen Punkt, das fast nur Komponenten in Kanalrichtung enthält.

Außerdem ist in Abb. 5 zum Vergleich die Bahn einer Welle mit der Periode 4 s eingezeichnet, die einmal mit Hilfe der in dieser Arbeit angegebenen Formeln (ausgezogene Kurve) und zum anderen durch numerische Integration nach dem Tangentenzugverfahren (gestrichelte Kurve) berechnet wurde. Bei der numerischen Rechnung muß die Schrittweite an die jeweils herrschende Wassertiefe und deren Gradienten angepaßt sein. Die Kurve in Abb. 5 wurde mit einer Schrittweite von 20 m auf der Kanalböschung und 200 m außerhalb des Kanalbereichs gewonnen.

Für die gesamte Umgebung des Kanals wurden mit der beschriebenen Methode Spektren errechnet und integriert, um die signifikante Wellenhöhe zu erhalten. Die Linien gleicher Wellenhöhe sind in Abb. 7 dargestellt. Die Stelle, wo sich die Seegangsenergie konzentriert, ist gut zu erkennen. Die errechneten Werte werden nicht ganz mit denen übereinstimmen, die in der Natur beobachtet würden. Das liegt aber nicht an der Art

10 m





Abb. 7

Wellenhöhe in der Umgebung eines Ansteuerungskanals zu einem künstlichen Hafen

10 m

der Lösung der linearen Transportgleichung, sondern an der linearen Transporttheorie selbst und an der Vernachlässigung der Quellfunktion.

## 10. Diskussion

Die Ausbreitung des Seegangs in Seegebieten mit ebenem, geneigtem Boden ist mit Hilfe analytischer Ausdrücke für die Bahnen, auf denen seine Komponenten wandern, berechenbar. Die Verwendung dieser Ausdrücke erspart Rechenzeit und Tests, um geeignete Integrationsverfahren und -schrittweiten für die numerische Rechnung zu finden.

Die Energie einer Seegangskomponente wird in den meisten Fällen nur mit numerischer Integration zu berechnen sein. Weil aber im allgemeinen die Änderung von Ort und Richtung der Bahn abhängt, ist es vorteilhaft, die Bahn zu kennen, um die Integration der Energie auf der Bahn ganz nach den Erfordernissen der Quellfunktion ausrichten zu können.

Es ist denkbar, daß manche realen Seegebiete in solcher Weise in Untergebiete zerlegt werden können, so daß für jedes Untergebiet die in dieser Arbeit dargestellte Methode zur Berechnung des Seegangs angewendet werden kann. Im allgemeinen kann man aber erwarten, daß dann die Rechnung sehr aufwendig wird und daher keinen Vorteil gegenüber einer üblichen numerischen Berechnung der Wellenbahnen bietet.

Die Methode der analytischen Lösung ist dagegen bei Modellrechnungen mit hinreichend einfacher Bodentopographie den üblichen Rechenmethoden vorzuziehen, weil einerseits die Genauigkeit der Ergebnisse größer und andererseits der numerische Aufwand kleiner ist.

## Schriftenverzeichnis

- BIESEL, F.: Calcul de l'amortissement d'une houle dans un liquide visqueux de profondeur finie. La Houille Blanche, 4, S. 630, 1949.
- CHAO, Y. Y. U. PIERSON, W. J.: Experimental studies of the refraction of uniform wave trains and transient wave groups near a straight caustic. J. Geophys. Res., 77, S. 4545 bis 4554, 1972.
- COLLINS, J. I.: Prediction of shallow-water spectra, J. Geophys. Res., 77, S. 2693–2707, 1972.
- EWING, J. A.: A numerical wave prediction method for the North Atlantic Ocean. DHZ., 24. Jg., H. 6, S. 241, 1971.
- HASSELMANN, K.: Weak-interaction theory of ocean waves. Basic Developments on Fluid Dynamics, 2, S. 117–182, 1968.
- HASSELMANN, K. et al.: Measurements of wind-wave-growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project. (JONSWAP) DHZ., Suppl. A, No. 12, 1973.
- Longuet-Higgins, M. S.: On the transformation of a continuous spectrum by refraction. Proc. Cam. Phil. Soc., 53, S. 226-229, 1956.
- MILNE-THOMSON, L. M.: Theoretical hydrodynamics. Macmillan & Co. Ltd, London, 4th Edition, 1962.
- PIERSON, W. J. u. MOSKOWITZ, L.: A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii. J. Geophys. Res., 69, S. 181, 1964.
- WILLEBRAND, J.: Zum Energietransport in einem nichtlinearen räumlich inhomogenen Seegangsfeld. Dissertation, Kiel, 1973.

## Transportmechanismus in Tideriffeln

## Von Horst Nasner

#### Summary

Prototype investigations with luminaries in a tidal dune reach of the lower Weser River have shown that the sand transport is effected essentially by local redistribution of the bed material. The resultant sand transport in ebb current direction corresponds to the migration velocity of the tidal dunes. It emerges from the result, that the regeneration of the sand waves after dredging and the minimum depths resulting therefrom, are likewise caused by short distance transport. Separate investigations, on the regeneration of tidal dunes after dredging, have shown that the troughs are very stable and that the sedimentation takes place mainly in the crest area. As undesirable water depths are also repeatedly encountered in sand wave reaches of several kilometers length and the sand transport proceeds only very slowly, the bed material required for the growth of the banks must enter the navigation channel in transverse transport from the embankments and shores. If the continued feeding of bed material from the sides by shore and bank revetments could be prevented, it should then be possible to lengthen the regeneration time of the tidal dunes considerably.

## Inhalt

1.	Vorbemerkung								90
2.	Einleitung								91
3.	Durchführung der Untersuchungen	n.							91
	3.1 Der Untersuchungsbereich .								91
	3.2 Das Meßprogramm								91
4.	Untersuchungsergebnisse								94
	4.1 Tide- und Oberwasserverhälts	nisse							94
	4.2 Kernentnahmen								95
	4.2.1 Luminophoren			•					95
	4.2.2 Das Sohlenmaterial .								98
5.	Schlußbemerkungen								99
6.	Schriftenverzeichnis				•	•			100

## 1. Vorbemerkung

Vom September bis zum November 1974 wurden in der Unterweser gemeinsam vom Wasser- und Schiffahrtsamt Brake, der Bundesanstalt für Wasserbau – Außenstelle Küste, Fachgruppe Geologie, Kiel, und dem Franzius-Institut Luminophorenmessungen durchgeführt, mit dem Ziel, Aussagen über den Sandtransport in einem Riffelfeld und vertiefte Kenntnisse über die Ursachen der Regeneration dieser Großformen nach Baggerungen zu erhalten. Über die Ergebnisse der Untersuchungen ist vom Verfasser auf der 15th International Conference on Coastal Engineering 1976 in Honolulu, USA, berichtet worden. Im folgenden Beitrag sind wesentliche Teile des Vortrags mit einigen Ergänzungen zusammengefaßt.

#### 2. Einleitung

Im Rahmen des weiteren Ausbaus der Elbe und Weser interessiert die Frage, ob sich nach den Fahrwasservertiefungen Riffel bilden werden und damit der Erfolg der Ausbaumaßnahmen teilweise oder ganz zunichte gemacht werden kann. Um die Entstehung und Regeneration dieser Großformen nach Baggerungen besser beurteilen zu können, ist eine vertiefte Kenntnis der Sandbewegung in einem Riffelfeld erforderlich. Eine Möglichkeit, den Sohlenlängstransport in einem Tidefluß mit ausgeprägten Tideriffeln in der Natur zu untersuchen, ist durch Messungen mit Leitstoffen gegeben. Die Untersuchungen in der Natur haben den Vorteil, daß alle laboratoriumsbedingten Maßstabseffekte ausgeschaltet werden. Die schwierigere meßtechnische Erfassung und der große Aufwand müssen durch gezielt geplante Untersuchungsprogramme gelöst werden. Die von der Bundesanstalt für Wasserbau – Außenstelle Küste, Fachgruppe Geologie, Kiel, bei früheren Einsätzen mit Luminophoren gewonnenen Erfahrungen (RUCK, 1967 und 1972) waren bei den im folgenden beschriebenen Einsätzen in der Weser von großem Wert.

## 3. Durchführung der Untersuchungen

#### 3.1 Der Untersuchungsbereich

Für die Luminophorenmessungen wurde die Riffelstrecke in dem geraden Stromabschnitt der Unterweser zwischen km 27,5 und km 28,0 festgelegt (Abb. 1). Wie frühere Untersuchungen gezeigt haben, sind die Großformen in diesem Bereich annähernd zweidimensional. Ihre Kämme und Täler verlaufen in der Schiffahrtsrinne etwa senkrecht zur Strömungsrichtung (NASNER, 1974). Das Längsprofil war durch die Feuerlinie vorgegeben. Um bei den für die Wasserstraßensicherung erforderlichen Längspeilungen die Ortsbestimmung vornehmen zu können, sind vom Wasser- und Schiffahrtsamt Brake an beiden Ufern der Weser im Abstand von etwa 500 m Doppelmarken errichtet worden. Das Profil der Wesersohle in Fahrwassermitte im Untersuchungsbereich ist in Abb. 2 nach verschiedenen Peilungen des Jahres 1974 dargestellt. Um bei den Messungen das Auffinden der Riffel zu erleichtern, wurde die Lage von fünf Riffelkämmen und sechs Riffeltälern zusätzlich durch Doppelmarken am rechten Weserufer am 29. 8. 1974 festgelegt. Da sich die Großformen im Tidestromrhythmus nur geringfügig ändern und langfristig sehr langsam in Ebbestromrichtung in Abhängigkeit vom Oberwasser Qo der Weser fortbewegen - je größer Qo, um so größer ist die Wandergeschwindigkeit u -, waren die zusätzlichen Festpunkte eine wertvolle Hilfe bei den durchzuführenden Sondierungen.

#### 3.2 Das Meßprogramm

Am 29. 8. 1974 wurde etwa 1 m<sup>3</sup> Sand im Kammerbereich des Riffels c (Abb. 2) entnommen und anschließend in Kiel für die Untersuchungen vorbereitet. Eine Kornverteilungskurve des angefärbten Sandes ist in Abb. 3 dargestellt. Es handelt sich um einen sehr gleichförmigen Sand ( $d_{50} = 0,65$  mm,  $d_{90}/d_{10} = 2,44$ ). Das Versuchsmaterial wurde mit zwei verschiedenen Farben (gelb und orange) gekennzeichnet und in Säcken aus wasserlöslichem Material verpackt. 92



50

40

30

20

10 0,06



Alle im folgenden beschriebenen Untersuchungen wurden um die Zeit der Ebbestromkenterung durchgeführt.

Abb. 3. Kornverteilungskurven

2,0

6

20

в

0,6

02

40

30

20

10

60 mm Ø

Am 18. 9. 1974 wurde der angefärbte Sand auf einem verankerten Schiff in einen Greifer gelegt und rasch in Fahrwassermitte auf die Luvhänge der Riffel b (orange) und etwa 40 m unterhalb bei c (gelb) in den Kammbereichen abgesetzt (Abb. 4).

Durch die Verpackung war gewährleistet, daß kein Material vor Erreichen der Flußsohle in Suspension geriet. An den folgenden Tagen, am 19. 9. und 20. 9. 1974, d. h. zwei bzw. vier Tiden später, wurden die ersten 9 Kerne (KE) mit einer SENKOWITSCH-Sonde von einem festverankerten Schiff aus entnommen. Der Kerndurchmesser betrug 7 cm.

Um die Sohle im Bereich der Einbringstellen (bei b und c) durch die Sondierungen möglichst wenig zu stören, wurden die Kerne an den Riffeln d und e entnommen (Abb. 4). Der Riffelkamm d war etwa 40 m von dem Ort, wo das gelb angefärbte Material eingebracht worden war, und rd. 90 m vom Riffelkamm b (orange) entfernt. Der Kamm des Riffels e lag weitere 50 Meter unterhalb von d.



Abb. 4. Einbringstellen der gefärbten Sande und Lage der Kernentnahmen

Die Sondierungen bei d und e wurden am 19. und 20. 9. 1974 bis zu 8 m außerhalb der Feuerlinie durchgeführt, um den Schiffsverkehr möglichst wenig zu stören. Am 22./23. 10. 1974 sind weitere 8 Kerne an den Riffeln e und d bis zu etwa 15 m östlich der Feuerlinie entnommen worden. Das Kernmaterial wurde nach Kiel transportiert und dort abschnittsweise (5 cm und 10 cm) auf Kornzusammensetzung und vorhandene Luminophoren untersucht.

Am 4. 11. 1974 wurden in einem weiteren Einsatz mit einem Bodengreifer im engeren Untersuchungsbereich, oberhalb bis Weser-km 25,5 und unterhalb bis Weser-km 30,0, Proben in der Feuerlinie von der Oberfläche der Wesersohle entnommen. Anschließend wurde festgestellt, ob und wieviel Luminophoren in den Bodenproben vorhanden waren.

4. Untersuchungsergebnisse

4.1 Tide- und Oberwasserverhältnisse

In der Zeit vom 29. 8. (Entnahme des Versuchsmaterials) bis zum 4. 11. 1974 (Bodenprobenentnahme von der Wesersohle) traten keine außergewöhnlichen Tiden auf. Das mittlere Oberwasser  $\overline{Q}_0$  zwischen den Messungen ist im folgenden zusammengestellt:

29.8.1974	Entnahme des Versuchsmaterials
18.9.1974	Beginn der Untersuchungen
19./20. 9. 1974	Kernentnahmen (KE 1 bis KE 9)
	29. 8. bis 18. 9. 1974: $\overline{Q}_0 = 131 \text{ m}^3/\text{s}$
22./23. 10. 1974	Kernentnahmen (KE 10 bis KE 17)
	19. 9. bis 21. 10. 1974: $\overline{Q}_0 = 144 \text{ m}^3/\text{s}$
4.11.1974	Entnahme von Bodenproben
	22. 10. bis 3. 11. 1974: $\overline{O}_0 = 429 \text{ m}^3/\text{s}$

Die Küste, 31 (1977), 1-186

Nach früheren Untersuchungen bewegen sich die Riffel bei einem so geringen Oberwasser, wie es bis Ende Oktober der Fall war, nur sehr langsam (bis zu etwa 20 cm/Tag) in Ebbestromrichtung fort (NASNER, 1974). Für  $\overline{Q}_0 = 429 \text{ m}^3$ /s vom 22. 10. bis zum 3. 11. 1974 ist die mittlere Fortschrittsgeschwindigkeit der Großformen in dem Untersuchungsbereich etwa 50 bis 70 cm/Tag.

Zwischen dem 29. 8. und dem 4. 11. 1974 wurde im Testfeld nicht gebaggert.

### 4.2 Kernentnahmen

#### 4.2.1 Luminophoren

In den bis zu rd. zwei Meter langen Kernen (KE 1 bis KE 9, Abb. 4) vom 19. und 20. 9. 1974 wurden insgesamt 63 Luminophoren gefunden, davon waren 36 (57 %) gelb und 27 (43 %) orange. Dieses Ergebnis überrascht nicht, da die Einbringstelle des gelben Materials um eine Riffellänge näher an den Entnahmestellen lag. Nach den Auswertungen der Proben vom 19. und 20. 9. 1974 wurden am Riffel d bis zu einer Tiefe von 0,30 m und 50 m unterhalb am Riffel e bis zu einer Tiefe von 0,10 m Luminophoren vorgefunden.

Peilungen der Wesersohle am 25. 9. 1972 über eine volle Flutstromzeit und bei einem Springtidehub von 405 cm am Pegel Elsfleth haben für den Weserbereich von km 28,4 bis km 30,9 eine Verschiebung der Riffelkämme um durchschnittlich 2,0 m in Flutstromrichtung ergeben. Die durchschnittliche Riffelhöhe war zur Zeit der Flutstromkenterung  $K_f$  im Mittel um 11 cm größer als bei  $K_e$  (NASNER, 1974). Im Gegensatz zum Laborversuch (DILLO, 1960) bleibt die Geometrie der Großformen in der Natur bei den wechselnden Tideströmungen weitgehend erhalten (VOLLMERS u. WOLF, 1969). Die Erhöhung der Riffel in der Weser ergibt sich dadurch, daß durch die Flutströmung der steilere Leehang abgeflacht und das erodierte Material auf dem Luvhang abgelagert wird. Durch die örtliche Umlagerung der Riffel während der Tidebewegung ist erklärt, weshalb ein und zwei Tage nach Einbringen der Luminophoren die Leitstoffe in den Bohrkernen bis zu 0,3 m unter der Riffeloberfläche gefunden worden sind.

Über die langfristige resultierende Umlagerung des Geschiebes in Ebbestromrichtung sollten die Kernentnahmen vom 22. und 23. 10. 1974 Aufschluß geben. In den acht Bohrkernen (KE 10 bis KE 17, Abb. 4) wurden insgesamt 138 Luminophoren gefunden, davon waren 80 (58 %) gelb und 58 (42 %) orange. Die Anzahl der gefundenen Luminophoren in den Proben von nur 7 cm Durchmesser ist von untergeordneter Bedeutung gegenüber der Tatsache, daß in sechs von acht Bohrkernen das Untersuchungsmaterial in größerer Bohrtiefe vorgefunden wurde. Im Kern KE 12 waren bis zu 1,80 m unter der Riffeloberfläche Luminophoren. Das kann nur damit erklärt werden, daß sich der gefärbte Sand bei der resultierenden Wanderung der Riffel in Ebbestromrichtung auf der Leeseite abgelagert hat. Zu einem ähnlichen Ergebnis führten theoretische Überlegungen für richtungskonstante Strömung (Exner, 1925, 1931; Führböter, 1967), nach denen sich der Sandtransport in einem Riffelfeld durch Erosion der Luvhänge und Alluvion an den Leeseiten im Nahtransport vollzieht. In Abb. 5 ist die Verteilung der in 10-cm-Abständen gefundenen Luminophoren der Kernentnahme KE 12 vom Kamm des Riffels e aufgetragen. Die Luminophoren verteilen sich über die gesamte Kernlänge, wie es auch bei anderen Proben der Fall war. Die Anzahl der Luminophoren in den 10 cm langen Zylinderstücken schwankt zwischen 2 und 8. Wegen der geringen Menge können Schlüsse nur mit Vorbehalt und ohne Anspruch auf Allgemeingültigkeit gezogen werden. So ist zum Beispiel denkbar, daß die abschnittsweise wechselnde Menge an Luminophoren auf unterschiedliche Tide- und Strömungsverhältnisse in der Zeit vom 18. 9. 1974 (Einbringen des Materials) bis zum 22. 10. 1974 (Entnahme KE 12) zurückzuführen ist. Eine verstärkte Ebbeströmung an einigen Tagen könnte zu einer größeren Alluvion im Leebereich des



Abb. 5. Verteilung der im Entnahmekern 12 gefundenen Luminophoren

Riffels und damit zu einer höheren Konzentration an Luminophoren in bestimmten Entnahmetiefen geführt haben. Das Vorhandensein der Leitstoffe von der Oberfläche bis zu 1,80 m Bohrtiefe kann damit erklärt werden, daß das Material, welches sich während der Ebbephase im Leebereich ablagert, in der folgenden Flutphase zum Teil wieder nach Oberstrom transportiert wird.

Durch die Luminophoren in größerer Tiefe unter der Riffeloberfläche ist nachgewiesen, daß sich der Sohlenlängstransport bei Tideriffeln im wesentlichen durch örtliche Umlagerung des Geschiebes vollzieht.

Wie sich die Luminophoren etwa sechs Wochen nach Versuchsbeginn an der Oberfläche im Untersuchungsbereich ausgebreitet hatten, wurde durch die Entnahme von Bodenproben in Fahrwassermitte zwischen Weser-km 25,5 und Weser-km 30,0 alle 250 m und in den Kamm- und Talbereichen der Riffel a bis e oberhalb von km 28,0 ermittelt. Stromauf von km 27,5 und stromab von km 28,0 wurden keine Luminophoren festgestellt. Die im engeren Untersuchungsbereich gefundenen Leitstoffe sind in Abb. 6 aufgetragen. Bis auf die Probe im Profil 9 mit einem Gesamtgewicht von etwa 220 g hatten alle anderen Bodenproben ein Gesamtgewicht von etwa 1000 g und waren somit in sich gut vergleichbar.

Das in Abb. 6 aufgetragene Ergebnis zeigt eindeutig, daß das Untersuchungsmaterial auch sechs Wochen nach Beginn des Naturversuchs nur geringfügig in Ebbestromrichtung transportiert worden ist.

#### Die Küste, 31 (1977), 1-186

Im Vergleich zum resultierenden Strömungsweg in der Teststrecke ist der ebbestromorientierte Sandtransport in dem Riffelfeld um Zehnerpotenzen kleiner, wie die folgende Überlegung zeigt. Nach einer Rechnung der Wasser- und Schiffahrtsdirektion Bremen (1972) mit mittlerer Tide wurden für verschiedene Stromstrecken querschnittsbezogene Flut- und Ebbewege "s<sub>f</sub>" und "s<sub>e</sub>" in der Schiffahrtsrinne ermittelt (NASNER, 1974). Die



Abb. 6. Anzahl der zwischen Weser-km 27,5 und 28,0 gefundenen Luminophoren

mittleren Flut- und Ebbestromgeschwindigkeiten (v<sub>fm</sub>; v<sub>em</sub>) im Durchflußquerschnitt ergeben sich aus dem Integral der Strömungsgeschwindigkeiten zwischen den Kenterpunkten K, dividiert durch die Strömungsdauer D<sub>f</sub> (D<sub>e</sub>).



Die querschnittsbezogenen Flut- und Ebbewege werden mit:

"
$$s_{f}$$
" =  $\int_{K_{e}}^{K_{f}} v_{f}$  (t) dt ; " $s_{e}$ " =  $\int_{K_{f}}^{K_{e}} v_{e}$  (t) dt

bestimmt.

Der Reststrom ergibt sich aus  $s_r = "s_e" - "s_f"$ . Für die Flußstrecke unterhalb des hier interessierenden Untersuchungsbereichs ergeben sich folgende Werte für  $s_r$ :

98

Weser	Qo m <sup>3</sup> /s	s <sub>r</sub> km/Tide
	100	3.9
km 28,4 bis 30,9	282	7,1
Weser 1 (s. Abb. 1.)	600	12,3

Schon bei einem Oberwasser von nur 100 m<sup>3</sup>/s beträgt der Reststrom rd. 4 km/Tide in Ebbestromrichtung. Vom Beginn der Untersuchungen (18. 9. 1974) bis zum Tag der Bodenprobenentnahmen (4. 11. 1974) war das Oberwasser im Mittel  $Q_o = 224 \text{ m}^3/\text{s}$ . Der geringe Wanderweg des Sohlenmaterials an der Oberfläche zeigt, wie stabil die mit Riffeln bedeckte Flußsohle ist. Die Untersuchungen mit Luminophoren haben insgesamt ergeben, daß sich das Sohlenmaterial in einem Riffelfeld etwa mit der resultierenden Fortschrittsgeschwindigkeit der Großformen durch örtliche Umlagerung fortbewegt.

## 4.2.2 Das Sohlenmaterial

Die von der Bundesanstalt für Wasserbau – Außenstelle Küste, Fachgruppe Geologie in Kiel abschnittsweise durchgeführten Siebanalysen der Bohrkerne haben ergeben, daß das Sohlenmaterial im Innern der Riffel nicht einheitlich ist. In Abb. 3 sind die Einhüllenden der Kornverteilungskurven der Analysen des Bohrkerns KE 12 aufgetragen. Interessant ist in diesem Zusammenhang die Feststellung, daß alle früher ermittelten Kornverteilungen von Riffelstrecken in der Weser und Elbe (NASNER, 1974) zwischen den Einhüllenden A und B liegen. Das Sohlenmaterial, aus dem sich in unseren Tideflüssen ausgeprägte Riffel bilden, ist danach durch die Kurven A und B weitgehend eingegrenzt. Zum Vergleich wurde in Abb. 3 die Kornverteilungskurve des angefärbten Sandes zusätzlich eingetragen (Kurve C). In der Tendenz sind die Kornverteilungskurven der anderen Kernentnahmen ähnlich der in Abb. 3 angegebenen.

Die Auswertung des Sohlenmaterials in den Bohrkernen ergab mit zunehmender Bohrtiefe eine Abnahme der feineren Bestandteile gegenüber dem gröberen Material, wie auch das Beispiel der Kernentnahme KE 12 zeigt (Abb. 7). Dieses Ergebnis steht in Übereinstimmung mit früheren Untersuchungen an Strombänken und Riffeln, nach denen in den Talbereichen gröberes Material ansteht (HENSEN, 1943; VOLLMERS und WOLF, 1969; NASNER, 1974).

Die unstetige Verteilung im Bohrkern zeigt, wie der Transport von feinerem und gröberem Sohlenmaterial in Abhängigkeit von der Zeit über den Luvhang eines Riffels zum benachbarten Leehang vor sich geht, wodurch die aus Abb. 7 erkennbare Schichtung entsteht. Dieser zeitabhängige Transport unterschiedlichen Sohlenmaterials wird ebenfalls der Grund dafür sein, daß die Anzahl der gefundenen Luminophoren in den Bohrkernabschnitten schwankt. Um darüber weitere Erkenntnisse zu erhalten, müßten bei künftigen Messungen auch die Korndurchmesser der Luminophoren bestimmt werden. Darüber hinaus wäre es interessant, den Sohlenlängstransport bei verändertem Oberwasser mit feinerem und gröberem Versuchsmaterial zu bestimmen, um zu allgemeingültigen Ergebnissen zu gelangen.

Es sei an dieser Stelle noch vermerkt, daß Modellversuche im Franzius-Institut mit einem vom Riffel c entnommenen Sohlenmaterial trotz der veränderten geometrischen und hydraulischen Bedingungen im Labor bei stationärer Strömung die wechselnde Schichtung von gröberem und feinerem Geschiebe im Inneren der Riffel bestätigt haben (ZANKE, 1976).

Bei den Kernentnahmen an den Riffeln d und e hat sich herausgestellt, daß ab Bohrtiefen, die der Höhenkote der Täler entsprechen, eine feste Kleischicht ansteht. Demnach wandern die Sandbänke in den hier betrachteten Bereich über einen nicht erodierbaren Boden hinweg, aus dem sich keine Riffel bilden. Dieses Ergebnis zeigt, von welcher Wichtigkeit gezielt angesetzte Sondierungen vor der Vertiefung einer Flußsohle sind. Nur



Abb. 7. Sohlenmaterial in der Kernentnahme 12

wenn bekannt ist, welches Sohlenmaterial bei einer Vertiefungsbaggerung freigelegt wird, kann gesagt werden, ob nach dem Ausbau mit einer Riffelbildung zu rechnen ist. Wenn zum Beispiel im Talniveau einer Riffelstrecke eine Kleischicht ansteht und bei einer Vertiefung ein Planum durch Abtrag der Riffel geschaffen wird, könnten sich nach der Ausbaumaßnahme nur Riffel bilden, wenn sandiges Material von außen in die vertiefte Stromstrecke gelangen kann.

#### 5. Schlußbemerkungen

Die Untersuchungen mit Luminophoren in einer Riffelstrecke der Unterweser haben in guter Übereinstimmung mit theoretischen Überlegungen (EXNER, 1925, 1931; FÜHR-BÖTER, 1967) gezeigt, daß sich der Sohlenlängstransport im wesentlichen durch örtliche Umlagerung des Geschiebes vollzieht. Der resultierende Sandtransport in Ebbestromrichtung entspricht etwa der Wandergeschwindigkeit der Tideriffel. Aus dem Ergebnis folgt, daß die Regeneration der Sandbänke nach Baggerungen und die sich dadurch ergebenden Mindertiefen ebenfalls durch Nahtransport verursacht werden. Da auch in Riffelstrecken von mehreren Kilometern Länge immer wieder unerwünschte Wassertiefen entstehen, muß das zum Wachstum der Riffel erforderliche Geschiebe im Quertransport von den Böschungen und Ufern her in die Fahrrinne gelangen. Dies kann durch vergleichende Querpeilungen oder mit Leitstoffen nachgewiesen werden.

Gesonderte Untersuchungen über die Regeneration von Tideriffeln nach Baggerungen haben gezeigt, daß die Tallagen selbst nach Vorratsbaggerungen sehr stabil sind und die Sedimentation vornehmlich in den Kammbereichen stattfindet (NASNER, 1975, 1976).

Nach den vorstehend beschriebenen Ergebnissen kann der Erfolg von Baggerungen in Stromstrecken mit Tideriffeln bezüglich der Regenerationszeit dieser Großformen vergrößert werden, wenn:

- 1. durch Ufer- und Böschungssicherungen der Materialnachschub in die Fahrrinne von den Seiten her verhindert wird und
- 2. die Tideriffel von den Kämmen aus abgetragen werden. Dabei wird der Gleichgewichtszustand einer unebenen Sohle um so mehr gestört, je stärker das Flußbett durch die Unterhaltungsmaßnahmen eingeebnet wird.

Die Teilnahme an der 15th International Conference on Coastal Engineering in Honolulu und an der Seventh World Dredging Conference in San Franzisko wurde dem Verfasser durch die Unterstützung von der Hafenbautechnischen Gesellschaft e.V. aus den Mitteln der 2. Spende GOEDHART und durch eine Beihilfe vom Kuratorium für Forschung im Küsteningenieurwesen ermöglicht. Allen an diesen Unterstützungen Beteiligten sei an dieser Stelle besonders gedankt. Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß die Untersuchungen nur durch eine gute Zusammenarbeit von vielen Mitarbeitern verschiedener Stellen möglich waren. Der Dank des Verfassers gilt deshalb insbesondere auch allen an der Planung, Durchführung und Auswertung der Untersuchungen beteiligten Herren.

#### 6. Schriftenverzeichnis

- DILLO, H. G.: Sandwanderung in Tideflüssen. Mitt. Franzius-Inst. der Techn. Hochschule Hannover, H. 17, 1960.
- EXNER, F. M.: Über die Wechselwirkung zwischen Wasser und Geschiebe in Flüssen. Sitzungsbericht der Akademie der Wissenschaften in Wien, Abt. IIa, Band 134, 1925.
- EXNER, F. M.: Zur Dynamik der Bewegungsformen auf der Erdoberfläche. Erg. der Kosm. Physik, 1. Bd., 1931.
- FÜHRBÖTER, A.: Zur Mechanik der Strömungsriffel. Mitt. Franzius-Inst. Techn. Univ. Hannover, H. 29, 1967.
- HENSEN, W.: Verlauf der Sandwanderung in der Elbe von km 582 bis km 590. Die Bautechnik, H. 10/12, 1943.
- NASNER, H.: Über das Verhalten von Transportkörpern im Tidegebiet. Mitt. Franzius-Inst. Techn. Univ. Hannover, H. 40, 1974.
- NASNER, H.: Zur Frage der Baggerung von Riffeln in Tideflüssen. Naßbaggerberichte, Forschung und Technik, H. 4, 1975, Hamburg.
- NASNER, H.: Regeneration of Tidal Dunes after Dredging. Proc. of the World Dredging Conf. WODCON VII, 1976.
- RUCK, K. W.: Erfahrungen mit Sandwanderungsuntersuchungen mittels Luminophoren. Die Wasserwirtschaft, H. 10, 1967.
- RUCK, K. W.: Erfahrungen beim Präparieren von Sand für Leitstoffuntersuchungen. Mitt. d. Bundesanstalt für Wasserbau 20 (1972) Nr. 33.

- VOLLMERS, H. und WOLF, G.: Untersuchung von Sohlenumbildungen im Bereich der Unterelbe. Die Wasserwirtschaft, H. 10, 1969.
- WASSER- UND SCHIFFAHRTSDIREKTION BREMEN: Mittlere Strömungsgeschwindigkeiten in der Unterweser für die Oberwassermengen  $Q_0 = 100 \text{ m}^3/\text{s}$ , 282 m $^3/\text{s}$  und 600 m $^3/\text{s}$  bei mittlerer Tide. Unveröffentlicht, 1972.
- ZANKE, U.: Über den Einfluß von Kornmaterial, Strömungen und Wasserständen auf die Kenngrößen von Transportkörpern in offenen Gerinnen. Mitt. Franzius-Inst. Techn. Univ. Hannover, H. 44, 1976.
## Ein Finite-Element-Modell zur Berechnung von Tideströmungen in Ästuarien mit Wattflächen

Von Bruno Herrling

#### Zusammenfassung

Mit Hilfe des Finite-Element-Verfahrens werden zweidimensionale inkompressible Flachwasserwellen numerisch berechnet. Das beschriebene Modell wird eingesetzt, um bei der Ausbreitung von Tidewellen in Ästuarien die hydrodynamischen Zustandsgrößen zu ermitteln. Zeitweise trockenfallende Wattflächen werden berücksichtigt.

#### Summary

Two-dimensional, incompressible shallow water waves are computed numerically with the aid of the finite element method. The model described is used to reproduce the dynamic situation occurring during tidal propagation in estuaries. Areas which fall dry and wet again within a tidal cycle – so-called inter-tidal flats – are taken into account.

### Inhalt

1.	Einführung																102
2.	Grundgleichu	ingen															103
3.	Finite-Elemen	nt-Ver	fahr	en													104
4.	Wattflächen																106
5.	Numerische I	Berech	nung	; m	it H	Hilfe	des	Pro	ograi	nms	yster	ns	MEC	CA			107
6.	Numerische 1	Ergebr	isse														108
7.	Schriftenverz	eichnis	5														113

#### 1. Einführung

Das Finite-Element-Verfahren wird seit über zehn Jahren mit Erfolg in der Strukturmechanik verwendet. In den letzten Jahren ist diese Methode auch in der Strömungsmechanik eingeführt worden. GROTKOP (1972, 1973), CONNOR u. WANG (1974), DAVIS u. TAYLOR (1974) und andere benutzten sie, um Flachwasserwellen zu berechnen, jedoch bisher ohne die Wattflächen einzubeziehen. Nur RAMMING (1972) sowie APELT, GOUT u. SZEWCZYK (1974), die das Differenzenverfahren verwenden, berücksichtigen diese Flächen.

In der Deutschen Bucht sind zahlreiche Wattflächen der Küstenlinie vorgelagert. Ohne eine Berücksichtigung solcher Flächen können die hydrodynamischen Zustandsgrößen in der Nähe dieser Gebiete nur ungenau mit einem mathematischen Modell berechnet werden.

Es sind deshalb Berechnungsalgorithmen für Wattelemente und für normale Elemente entwickelt worden, die in einem mathematischen Modell gekoppelt werden. Diese Koppelung ist sinnvoll und erspart Rechenzeit, da für die Elemente der ersten Art sehr viel mehr organisatorischer und numerischer Aufwand erforderlich ist, um die dauernd wechselnde Geometrie des Gebietes zu berücksichtigen.

#### 2. Grundgleichungen

Zur Lösung des vorliegenden Problems werden die vertikal gemittelten horizontalen Geschwindigkeiten  $v_i$  (i = 0,1), die in einem kartesischen Koordinatensystem definiert



Abb. 1. Definitionsskizze dargestellt im Vertikalschnitt

sind, und der Wasserstand h (Abb. 1) als zu berechnende Parameter eingeführt. Die Differentialgleichungen für diese zweidimensionale Problemstellung erhält man durch Integration der Kontinuitäts- und Bewegungsgleichungen über die Tiefe (siehe z. B. DRONKERS, 1964):

$$h_{,t} + q_{i,i} - q^* = 0$$
 (1)

$$v_{i,t} + v_{j}v_{i,j} + gh_{,i} + \frac{\lambda\sqrt{v_{j}v_{j}}}{a+h}v_{i} - \Omega\varepsilon_{ij}v_{j} + \frac{1}{\rho}p_{o,i} - \frac{\mu_{w}\sqrt{W_{j}W_{j}}}{a+h}W_{i} = 0$$
 (2)

Über i, j = 0,1 wird summiert. In der Kontinuitätsgleichung wird der Durchfluß pro Längeneinheit q<sub>i</sub> später durch die Beziehung

$$q_i = (a+h) v_i$$
<sup>(3)</sup>

ersetzt. Mit q\* wird ein Zufluß in das Berechnungsgebiet beschrieben; dieser wird im folgenden noch genauer definiert.

In den Bewegungsgleichungen berücksichtigen wie üblich spezielle Terme die Bodenreibung, die Corioliskraft, den atmosphärischen Druck und die Windkraft. Als Konstante werden eingeführt: g als Erdbeschleunigung,  $\lambda$  als dimensionsloser Reibungsparameter,  $\Omega$  als Coriolisparameter, der eine Funktion der geografischen Breite ist,  $\varepsilon_{ij}$  als  $\varepsilon$ -Tensor,  $\varrho$  als Dichte des Wassers,  $p_0$  als atmosphärischer Druck,  $\mu_w$  als dimensionsloser Windreibungsparameter und  $W_i$  als die Komponenten der Windgeschwindigkeit.

In den Gleichungen bedeuten () ,  $_i$  und () ,  $_t$  partielle Differentiationen nach den kartesischen Koordinaten  $x_i$  bzw. nach der Zeit t.

Für die nichtlinearen Terme werden die folgenden Linearisierungen durchgeführt:  $q_i = (a + \overline{h}) v_i + (h - \overline{h}) \overline{v}_i$ (4)

$$\mathbf{v}_{j}\mathbf{v}_{i,j} = \overline{\mathbf{v}}_{j}\mathbf{v}_{i,j} + \mathbf{v}_{j}\overline{\mathbf{v}}_{i,j} - \overline{\mathbf{v}}_{j}\overline{\mathbf{v}}_{i,j}$$
(5)

Für  $\overline{h}$  und  $\overline{v}_i$  werden entweder in Zeitrichtung extrapolierte Werte, Werte vom letzten Iterationsschritt, falls eine Iteration innerhalb des Zeitschritts verwendet wird, oder die Werte aus dem Anfangszustand genommen.

Als Randbedingungen werden Wasserstandsganglinien oder Ganglinien des Zuflusses über den Rand eingeführt (siehe Abb. 2):



Abb. 2. Bezeichnung der Ränder

$$h - h = 0$$
 auf  $S_h$  (6)

$$q_i n_i + q = 0 \quad \text{auf } S_{\alpha} \tag{7}$$

Mit h wird ein vorgeschriebener Wasserstand und mit positivem q ein vorgegebener Zufluß senkrecht über den Rand bezeichnet. Längs eines geschlossenen Randes ist q identisch Null.

3. Finite-Element-Verfahren

Da für das vorliegende Problem kein Funktional existiert, wird die Methode der gewichteten Residuen verwendet. Sie ist die Grundlage für die Anwendung des Finite-Element-Verfahrens (siehe z. B. ZIENKIEWICZ, 1971).

Das Berechnungsgebiet wird unterteilt in finite Elemente. Für die Integration der gewichteten Differentialgleichungen werden Raum-Zeit-Elemente mit linearen Ansatzfunktionen  $\Theta_E$  und  $\tau_T$  entsprechend Abb. 3 gewählt. In Zeitrichtung werden die Gleichungen wie üblich schrittweise gelöst.



Abb. 3. Raum - Zeit - Element mit Ansatzfunktionen

Die Gewichtsfunktionen

$$\delta h = \overline{\tau} \Theta_E \delta h_{EO}$$
  
und  $\delta v_i = \overline{\tau} \Theta_E \delta v_{iEO}$ 

sind Funktionen in Raum und Zeit;  $\delta h_{E_0}$  und  $\delta v_{iE_0}$  sind beliebige Werte. Im gegenwärtigen Modell sind die Ortswichtungsfunktionen identisch mit den Ansatzfunktionen  $\Theta_E$ (GALERKIN-Methode). In Zeitrichtung werden spezielle Gewichtsfunktionen  $\overline{\tau}_0$  (Abb. 4)



Abb. 4. Gewichtsfunktion in Zeitrichtung  $\tau_0$ 

gewählt, um die numerische Diffusion zu reduzieren. Mit  $\vartheta = 0,5$  entspricht dies einer CRANK-NICOLSON-Zeitintegration und mit  $\vartheta = 1,0$  einem GALERKIN-Ansatz in Zeitrichtung. Der beste Wert liegt etwas über 0,5.

Die Kontinuitätsgleichung wird mit 8h gewichtet:

$$\int_{At} \int \delta h(h_{,t} + q_{i,i}) dt dA - \int_{At} \int \delta h q dt dA - \int_{t} \delta h_{K} Q_{K} dt = 0$$
(8)

An Stelle von q<sup>\*</sup> werden ein flächig verteilter Zufluß q im Element und eine Punktquelle  $Q_K$  am Knoten K des Systems eingeführt. Nach partieller Integration, Einsetzen der Randbedingung (7) auf  $S_q$ , Ersetzung (3) von  $q_i$  und Linearisierung (4) wird die Gleichung (8) umgeformt zu

$$\int_{At} \int \left[ \delta h h_{,t} - \delta h_{,i} \left( \left\{ a + \overline{h} \right\} v_{i} + \left\{ h - \overline{h} \right\} \overline{v}_{i} \right) \right] dt dA =$$

$$\int_{S_{q}t} \int \delta h \hat{q} dt ds + \int \int \delta h q dt dA + \int_{t} \delta h_{K} Q_{K} dt \qquad (9)$$

Die Bewegungsgleichungen (2) werden mit  $\delta v_i$  gewichtet. Nach der Linearisierung erhalten sie die Form

$$\int_{At} \delta v_{i} \left[ v_{i,t} + \overline{v}_{j} v_{i,j} + v_{j} \overline{v}_{i,j} - \overline{v}_{j} \overline{v}_{i,j} + gh_{i} + \frac{\lambda \sqrt{v_{j} v_{j}}}{a + \overline{h}} v_{i} - \Omega \varepsilon_{ij} v_{j} + \frac{1}{\rho} p_{o,i} - \frac{\mu_{w} \sqrt{W_{i} W_{j}}}{a + \overline{h}} W_{i} \right] dt dA = 0$$
(10)

Die Integration der gewichteten Gleichungen (9) und (10) erfolgt in der Zeitrichtung wegen des schrittweisen Vorgehens jeweils über ein Zeitintervall At und räumlich über das gesamte Berechnungsgebiet A. Mit Verwendung des Finite-Element-Verfahrens wird die Integration über den Gesamtbereich ersetzt durch die Summe der Integrale über die einzelnen Elemente. Dies führt auf Matrizengleichungen eines Elementes, bestehend aus neun Gleichungen mit neun Unbekannten, aus denen das Gesamtgleichungssystem aufgebaut und in jedem Zeitschritt gelöst wird.

Die Randbedingung (6) wird im Gesamtgleichungssystem durch das übliche Streichen von entsprechenden Zeilen und Spalten berücksichtigt.

#### 4. Wattflächen

Wenn Wattflächen in einem mathematischen Modell berücksichtigt werden sollen, sind zwei Grundprobleme zu lösen: Erstens sind die physikalischen Verhältnisse in der Nähe der sich verlagernden Wasserlinie zu erfassen, und zweitens ist das Organisationsproblem zu bewältigen, wenn die Ränder des mathematischen Modells wegen trockenfallender Flächen zu wandern beginnen.

Es wird folgende prinzipielle Vorgehensweise zur Lösung dieser Probleme vorgeschlagen:

- Die räumliche Diskretisierung bleibt konstant.
- Elemente mit mindestens einem trockenen Knoten am Ende eines Zeitschritts werden aus dem Berechnungsgebiet A entfernt.
- In den teilweise überströmten Elementen wird lediglich die verbleibende Wassermenge betrachtet, die eine Funktion des Wasserstandes in angrenzenden überströmten Knoten ist.

Durch diese Vereinfachung wird zwar die Dynamik in unmittelbarer Nähe der Wasserlinie nicht genau wiedergegeben, es wird aber die Kontinuitätsbedingung exakt eingehalten. Da dieser Bereich im Vergleich zum verbleibenden Modell sehr klein und die Wassertiefe hier in der Regel sehr gering ist, wird sich nur ein minimaler Fehler ergeben. Andererseits ist nur auf diese Weise die gesamte Programmorganisation mit vertretbarem Aufwand zu bewältigen.

Um die vorgeschlagene Lösung durchzuführen, müssen einige Voraussetzungen erfüllt sein:

- Die Ränder des überströmten Gebiets werden mit Hilfe von Randintegralen beschrieben.
- Während eines Zeitschritts kann an jeweils festgelegten Knoten des Systems eine berechnete Wassermenge exakt zugegeben oder entnommen werden.
- Eine Iteration innerhalb des Zeitschritts ist durchführbar, um den aktuellen Rand der numerischen Berechnung zu korrigieren und um in den teilweise überströmten Elementen die verbleibende Wassermenge zu überprüfen.
- Eine Relaxation kann benutzt werden, um die Iteration zu beschleunigen.
- Um für die Iteration einen besseren Ausgangszustand zu erhalten, werden die Wasserstände in Zeitrichtung unter Verwendung der Fehlerquadratmethode extrapoliert.

Im folgenden wird die Vorgehensweise im einzelnen erläutert: Für die Berechnung eines neuen Zeitschritts liegen die Anfangsbedingungen aller Parameter des letzten Zeit-



Abb. 5. Verschiedene Ränder im Bereich der Wattelemente

schritts vor. Die neuen Wasserstände in allen Knoten werden nun überschläglich durch eine zeitliche Extrapolation mit den Werten von mehreren zurückliegenden Zeitschritten bestimmt.

Auf diese Weise können Elemente auftreten, die am Ende des betrachteten Zeitschritts drei trockene Knoten haben; diese werden als "trockene Elemente" bezeichnet (Abb. 5). Weiterhin gibt es "teilweise überströmte Elemente" mit einem oder zwei trockenen Knoten. Alle übrigen sind "überströmte Elemente"; diese bilden das verbleibende mathematische Modell. Der Rand zwischen den überströmten und den teilweise überströmten Elementen – der aktuelle Rand der numerischen Berechnung – wird durch Randintegrale beschrieben. Die aktuelle Wasserlinie läßt sich mittels einer horizontalen Extrapolation des Wasserstandes in angrenzenden überströmten Elementen finden. Auf diese Weise wird die in den teilweise überströmten Elementen verbleibende Wassermenge bestimmt (Abb. 6). Die sich in den teilweise überströmten und trockenen Elementen einstellende Differenz des Wasservolumens zwischen Anfangs- und neuem Zustand wird als punktförmige Quelle oder Senke im gleichen Zeitschritt in das verbleibende dynamische Modell zugegeben oder dem Modell entnommen. Dadurch beeinflussen die teilweise überströmten Elemente die Dynamik und korrigieren die Wassermengen im überströmten Gebiet.



Abb. 6. Teilweise überströmte Elemente

Nach der Berechnung der Elementmatrizen der überströmten Elemente und der Lösung des Gleichungssystems erhält man die neuen Wasserstände und Geschwindigkeiten. Im allgemeinen unterscheiden sich die Wasserstände von den extrapolierten Werten; sie werden durch eine Iteration innerhalb des Zeitschritts verbessert. Gleichzeitig werden der aktuelle Rand der numerischen Berechnung und die in den teilweise überströmten Elementen verbleibende Wassermenge korrigiert. Die Iteration wird durch eine Relaxation beschleunigt.

## 5. Numerische Berechnung mit Hilfe des Programmsystems MECCA

Die numerischen Berechnungen werden mit Hilfe des Programmsystems MECCA (Modular Element Concept for Continuum Analysis) durchgeführt (BEYER, 1976; PFEIFFER u. HERRLING 1975). Das modular aufgebaute System führt die immer wiederkehrenden Operationen durch, wie sie bei einem Finite-Element-Verfahren, bei Randwert- bzw. wie in diesem Falle bei Anfangs- und Randwertproblemen auftreten; es löst Organisationsprobleme wie Ein- und Ausgabe, Datenverwaltung auf Plattenspeichern, Aufbau und Lösen des Gleichungssystems und ermöglicht eine grafische Darstellung der Ergebnisse. Die Eingabe und teilweise die Steuerung der Aufeinanderfolge der Programm-Moduln (Bausteine) wird mit Hilfe einer problemorientierten Sprache durchgeführt.

Die einen physikalischen Vorgang beschreibenden Differentialgleichungen und die sich daraus ergebenden Besonderheiten eines Elementes werden in getrennten Elementprogrammen bearbeitet, die an spezielle Bausteine von MECCA als Overlay angehängt werden. Auf diese Weise besteht die Möglichkeit, unter Verwendung von gemeinsamen Parametern in den Knoten verschiedene Elementtypen zu koppeln – in diesem Fall Wattelemente und normale Elemente.

## 6. Numerische Ergebnisse

Die Verwendbarkeit des vorgestellten Verfahrens wird an Hand von zwei Beispielen vorgeführt: Einmal wird ein Kontinuitätstest in einem teilweise trockenfallenden Becken durchgeführt, und in einem zweiten Beispiel wird das Programm auf die Berechnung der Tideverhältnisse in der äußeren Jade angewandt.

Für den Kontinuitätstest ist ein rechteckiges Gebiet mit geneigter Sohle gewählt worden, dessen Elementnetz und Tiefenverteilung in Abb. 7 dargestellt sind. Drei Ränder des Beckens sind geschlossen. Am vierten, offenen Rand wird ein zeitabhängiger Zufluß  $\hat{\mathbf{q}}$ vorgegeben (Abb. 8). Der Abfluß ist so bemessen, daß sich der Wasserstand im gesamten Becken um 1 m erniedrigt. In den Abb. 9 und 10 werden die Ergebnisse der numerischen Rechnung zu verschiedenen Zeitpunkten dargestellt (Reibungsparameter  $\lambda = 0,003$ ; Zeit-



Abb. 7. Elementnetz und Tiefenverteilung

#### Querschnitt

schritt  $\Delta t = 30$  min). Die Berechnung hat ergeben, daß die Wassermassen exakt erhalten bleiben.

In einem zweiten Beispiel ist die zeitabhängige Verteilung der Wasserstände und Geschwindigkeiten in der äußeren Jade (Abb. 11) unter Tideeinfluß berechnet worden. Abb. 12 zeigt das gewählte grobe Elementnetz mit den verwendeten zwei unterschiedlichen Elementtypen. Abb. 13 gibt die Tiefenverteilung im mathematischen Modell wieder. An den offenen Rändern S<sub>h1</sub> und S<sub>h2</sub> werden Wasserstandsganglinien als Randbedingungen vorgegeben (Abb. 14). Die Rechnung erfolgte mit einem Reibungsbeiwert  $\lambda = 0,003$  und einem Zeitschritt  $\Delta t = 10$  min. Als Ergebnisse sind in den Abb. 15 und 16 die Geschwindigkeitsverteilung und die Flächen mit trockenen und nur teilweise überströmten Elementen dargestellt. An den ersten Ergebnissen läßt sich ablesen, daß das vorgeschlagene Verfahren brauchbar ist.

Der Autor dankt der Deutschen Forschungsgemeinschaft, die die Programmentwicklung im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 79 (SFB 79) "Wasserforschung im Küstenbereich" in Hannover finanziell unterstützte, Herrn cand. ing. J. CLAUSSEN für seine Hilfe bei der Realisierung des Programms (CLAUSSEN, 1976) und die Durchführung der numerischen Rechnungen und Herrn Dipl.-Ing. H. H. HENNLICH für die Erstellung des Elementnetzes für die äußere Jade.



Abb. 8. Vorgegebene Strömung über den offenen Rand



Abb. 9. Zustand zur Zeit 4 h (links) und 8 h (rechts)







Abb. 11. Topografie der äußeren Jade



Abb. 13. Tiefenverteilung im mathematischen Modell



Abb. 14. Randbedingungen: Vorgegebene Wasserstände am Rand Sh1 und Sh2



Abb. 15. Strömungsgeschwindigkeiten nach 3 h und 50 min



Abb. 16. Strömungsgeschwindigkeiten nach 7h und 10 min

#### 7. Schriftenverzeichnis

- APELT, C. J., GOUT, J. J. u. SZEWCZYK, A. A.: Numerical Modelling of Pollutant Transport and Dispersion in Bays and Estuaries. Numerical Methods in Fluid Dynamics, Pentech Press, London, 1974.
- BEYER, A.: Die mathematische Formulierung eines Programmsystems für die FEM. Wiss. Zeitschr. der Hochsch. für Architektur u. Bauwesen Weimar, 23. Jahrg., H. 3, 1976.
- CLAUSSEN, J.: Zur Berechnung von zweidimensionalen Flachwasserwellen unter Berücksichtigung von Wattflächen. Diplomarbeit, T. U. Hannover, 1976.
- CONNOR, J. J. u. WANG, J.: Finite Element Modelling of Hydrodynamic Circulation. Numerical Methods in Fluid Dynamics, Pentech Press, London, 1974.
- DRONKERS, J. J.: Tidal Computations in Rivers and Coastal Waters. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1964.
- GROTKOP, G.: Die Berechnung von Flachwasserwellen nach der Methode der finiten Elemente. Jahresbericht 1971 des Sonderforschungsbereiches 79, H. 2, 1972.
- GROTKOP, G.: Finite Element Analysis of Long-Period Water Waves. Computer Meth. in Appl. Mech. and Eng., Vol. 2, No. 2, Mai 1973.
- PFEIFFER, E. u. HERRLING, B.: Das Programmsystem MECCA, ein modulares Elementkonzept für die Kontinuumsanalysis. Vortrag auf dem VII. Internationalen Kongreß über Anwendungen der Mathematik in den Ingenieurwissenschaften (IKM), 22. bis 29. 6. 1975 in Weimar, DDR, 1975.
- RAMMING, H.-G.: Reproduction of Physikal Processes in Coastal Areas. Proc. 13th Coastal Eng. Conf., Vancouver, Canada, 1972.
- TAYLOR, C. u. DAVIS, J.: Finite Element Model of Tides in Estuaries. Finite Element Methods in Flow Problems, UAH Press, Huntsville, Alabama, 1974.
- ZIENKIEWICZ, O. C.: The Finite Element Method in Engineering Science. McGraw-Hill, London, 1971.

113

# Ergebnisse einer hydrodynamisch-numerischen Modellierung des Alaska Tsunamis vom 28. März 1964

Von Manfred Engel und Wilfried Zahel

## Zusammenfassung

Die von dem Seebeben am 28. März 1964 erzeugte Tsunami-Welle durchlief den gesamten Pazifik und konnte noch in Neuseeland und an der Antarktis nachgewiesen werden. Etwa 110 000 km<sup>2</sup> Meeresboden auf dem Alaskaschelf waren im Mittel 1,8 m angehoben worden. Die räumlichen und zeitlichen Ausmaße dieses Ereignisses erlauben die Berechnung der Ausbreitung dieser Welle in einem numerischen Modell des Weltozeans mit einem Gitternetz von ca. 110 km Gitterpunktabstand. Das Modell liefert Aussagen über Laufzeiten, Ausbreitungsrichtung und Wasserstand an jedem Punkt des Pazifiks. Vergleiche von beobachteten mit berechneten Laufzeiten zeigen eine zufriedenstellende Übereinstimmung.

## Summary

The Alaska earthquake of March 28, 1964 generated a tsunami wave, which propagated across the Pacific and could be observed even in New Zealand and the Antarctic. About 110 000 km<sup>2</sup> of sea bottom had been lifted up with a mean vertical displacement of 1.8 m. The scale of this event allows the computation of the wave propagation by means of a numerical 1°-ocean-model. The model yields travel times, propagation direction and water elevation at every point in the Pacific. Comparisons of observed and computed travel times show a satisfactory agreement.

## Inhalt

1.	Einführung .												114
2.	Voruntersuchungen												115
3.	Das hydrodynamis	ch-	num	erisc	he 1	Mod	ell						116
4.	Ergebnisse .												118
5.	Schriftenverzeichni	5								•			122

## 1. Einführung

Tsunamis, lange Wellen im Sinne der Hydrodynamik, werden durch Seebeben erzeugt, die mit einem Anheben, Absenken oder Verkippen des Meeresbodens verbunden sind. Sie bilden besonders im tektonisch sehr unruhigen zirkumpazifischen Raum eine große Gefahr für die Küstenbewohner.

Die Forschung zu diesem Thema wird bis heute im wesentlichen voneinander unabhängig auf drei Gebieten betrieben, dem Studium a) der Erzeugungsmechanismen dieser Wellen, b) der Ausbreitung der Wellen im offenen Ozean und c) des Auflaufens der Wellen vor den Küsten. Der vorliegende Beitrag ist ein Versuch, den Tsunami im ganzen mit einem hydrodynamisch-numerischen Modell zu berechnen, wobei die charakteristischen physikalischen Eigenschaften des Phänomens so vollständig, wie das mit dem Modell möglich ist, berücksichtigt werden. Die Erzeugung der Welle wird, ausgehend von den beobachteten Daten, schematisiert einbezogen, und im Rahmen der räumlichen Auflösung von Tiefen- und Küstenkonfigurationen werden horizontale Strömungsgeschwindigkeiten und Wasserstände berechnet, wobei über die zugrundegelegten Differentialgleichungen und die Randbedingungen Reflexionen, Refraktion sowie die Dissipation Berücksichtigung finden.

Um einige prinzipielle Probleme der Reproduzierbarkeit von Tsunamiwellen im numerischen Modell zu klären, waren zunächst Voruntersuchungen bzgl. der Tsunamianregung und der Verwendbarkeit des Gitternetzes notwendig. Diese sollen hier nur kurz dargestellt werden. Ebenso soll sich die Beschreibung des Modells auf das Notwendigste beschränken. Bei der Diskussion der Ergebnisse wird besonderer Wert auf die kritische Betrachtung der Aussagefähigkeit des Modells gelegt. Diese Arbeit wurde durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft über den Sonderforschungsbereich 94 gefördert. Die Rechnungen wurden am Regionalen Rechenzentrum Niedersachsen in Hannover durchgeführt.

#### 2. Voruntersuchungen

SPAETH und BERKMAN (1967) haben für den Alaskatsunami über 100 Pegelaufzeichnungen zusammengetragen. Auch sich großräumig ausbreitende Tsunamis verursachen, wie man an der Mehrzahl der Beobachtungen sieht, Schwingungsvorgänge, die von der lokalen Tiefen- und Küstenkonfiguration abhängen. Von den Pegelschrieben einiger Inseln und Küstenorte läßt sich jedoch ableiten, daß eine Grundschwingung von ca. 1,3 Stunden Periode vorhanden war, die von verschiedenen Autoren, z. B. E. BERG, et al. (1972), als Schwingung auf dem gesamten Kontinentalschelf im Erdbebengebiet gedeutet wird. Allen Beobachtungen gemeinsam ist die Tatsache, daß die Schwingungen mehr als 24 Stunden anhielten.

In einem Kanalmodell (Abb. 1) wurde dieser Vorgang einer kontinuierlichen Energieabgabe vom Schelf in den tiefen Ozean bei einer gegebenen Anfangsverteilung des Wasserstandes idealisiert untersucht. Die zur Darstellung eines solchen Vorganges notwendige Gitternetzauflösung (hier 7,4 km) konnte in dem Weltozeanmodell jedoch nicht verwirklicht werden. Es wurden deshalb weitere Voruntersuchungen in einem Teilmodell des nördlichen Pazifiks mit einer Gitternetzauflösung wie in dem Gesamtmodell durchgeführt, die zeigten, daß zumindest die Ausbreitung der führenden Welle und somit die Laufzeit des Tsunamis mit einer einfacheren Darstellung der Tsunamierzeugung simuliert werden kann. Als Ergebnis dieser Untersuchungen wurde die Anregung des Tsunamis durch Vorgabe einer Anfangswasserstandserhöhung von 2 m an 8 Rechenpunkten des Modells dargestellt, was in etwa der durch das Erdbeben freigesetzten Energie von ca.  $2 \times 10^{22}$  erg entspricht (E. BERG, et al., 1972). Die Prüfung der Frage, ob das verhältnismäßig grobe Gitter des Weltozeanmodells geeignet ist, die Ausbreitung der langperiodischen Wellen von ca. 1,3 Stunden Periode ohne nennenswerte Phasenverzögerung durch das numerische Verfahren zu beschreiben, ergab, daß die Fehler für die Laufgeschwindigkeit im tiefen Ozean zu vernachlässigen sind. Dieser Sachverhalt läßt sich bei Vernachlässigung der Corioliskraft an der Dispersionsrelation für eine in x-Richtung fortschreitende, ebene Welle veranschaulichen. Für das verwendete numerische Verfahren lautet diese Relation

$$(1 - \cos k \Delta x) \frac{- gh \Delta t^2}{\Delta x^2} = 1 - \cos \omega \Delta t$$

Aus ihr läßt sich als Näherungsformel für die relative Phasenverzögerung herleiten:

$$\frac{\Delta c}{c} = \frac{c - c_{\rm R}}{c} = \frac{\omega^2}{24} \left( (1 + \frac{\omega^2 \,\Delta t^2}{24}) - \frac{\Delta x^2}{gh} - \Delta t^2 \right) \text{ mit } c = \sqrt{gh}, c_{\rm R} = \frac{\omega}{k}$$
(Phasengeschwindigkeit im numerischen Modell)

(Phasengeschwindigkeit im numerischen Modell).

Für 5000 m Wassertiefe, T = 1,3 Stunden, Zeitschritt  $\Delta t$  = 240 sec und  $\Delta x$  = 110 km ist der Fehler kleiner als 1,5 %.



Abb. 1. Wasserstände einer Schelfschwingung. Profile zu verschiedenen Zeiten und zeitlicher Verlauf an Punkt P

3. Das hydrodynamisch-numerische Modell

Das für die Tsunamirechnungen benutzte Modell ist bisher erfolgreich für Gezeitenberechnungen im Weltozean verwendet worden (ZAHEL, 1976). Es basiert auf den vertikal integrierten hydrodynamischen Differentialgleichungen: δζ

I 
$$\frac{\delta u}{\delta t} - 2\omega \sin\varphi v + \frac{r(u^2 + v^2)^2 u}{D} + R\lambda + \frac{g}{R\cos\varphi} \frac{\delta\zeta}{\delta\lambda} = 0$$

II 
$$\frac{\delta v}{\delta t} + 2\omega \sin\varphi u + \frac{r (u^2 + v^2)^2 v}{D} + R\varphi + \frac{g}{R} \frac{\delta \zeta}{\delta \varphi} = 0$$

1

$$\begin{split} \delta t & R \cos \varphi \quad \left( \begin{array}{c} \delta \lambda & \delta \varphi \end{array} \right)^{-1} = 0 \\ R \lambda &= -A_{h} \Delta u - A_{h} R^{-2} \left( -u \left( 1 + tg^{2} \varphi \right) - 2 \frac{tg \varphi}{\cos \varphi} \frac{\delta v}{\delta \lambda} \right) \\ R \varphi &= -A_{h} \Delta v - A_{h} R^{-2} \left( \begin{array}{c} -v \left( 1 + tg^{2} \varphi \right) + 2 \frac{tg \varphi}{\cos \varphi} \frac{\delta u}{\delta \lambda} \right) \end{split}$$

mit

Die Austauschterme RA, Roparametrisieren den turbulenten Impulsaustausch; es wird hier  $A_h = 10^5 \text{ m}^2/\text{sec}$  benutzt.

(t: Zeit,  $\lambda$ : geogr. Länge,  $\varphi$ : geogr. Breite,  $\omega$ : Winkelgeschwindigkeit der Erde, r: Bodenreibungsparameter, R: Erdradius, g: Erdbeschleunigung, D: aktuelle Tiefe,  $\zeta = \zeta$  ( $\lambda$ ,  $\varphi$ , t): Wasserstand, u  $(\lambda, \varphi, t)$ , v  $(\lambda, \varphi, t)$ : Komponenten der Geschwindigkeit)

Diese Differentialgleichungen werden in Differenzengleichungen umgeschrieben, in welche die natürlichen Wassertiefen eingehen. An den Küsten verschwindet die Normalkomponente der Geschwindigkeit. Im Hinblick auf die Austauschterme wird darüber hinaus das Verschwinden der Tangentialkomponente der Geschwindigkeit vorausgesetzt (Haftbedingung). Im Detail ist das numerische Verfahren bei ZAHEL (1970) beschrieben. Als Anfangsbedingung, die den Tsunamierzeugungsvorgang definiert, wird die o.a. Wasserstandserhöhung um 2 m an 8 Rechenpunkten auf dem Alaskaschelf vorgegeben. Der Gitterpunktabstand beträgt 1° in sphärischen Koordinaten; der Zeitschritt zwischen aufeinanderfolgenden Berechnungen des Bewegungsfeldes bzw. der Wasserstände wurde zu 240 sec gewählt.



Abb. 2

Einen Eindruck von den Ergebnissen des Modells für die globale M2-Gezeit vermitteln die Linien gleicher Amplituden und Phasen in Abb. 2 (ZAHEL, 1976). Für die

#### Die Küste, 31 (1977), 1-186 118

Tsunamimodellierung wurde die Rechnung auf den von dem Tsunami erfaßten Raum beschränkt, d. h., in dem betrachteten Zeitabschnitt von 20 Stunden brauchte nur der Pazifik behandelt zu werden. Dasselbe numerische Verfahren wurde bereits für die Untersuchung der Ausbreitung von Tsunamis im Schwarzen Meer von ENGEL (1974) benutzt; es wurde von HANSEN (1962) entwickelt und für die Ermittlung von Bewegungsvorgängen in Rand- und Nebenmeeren verwendet.

## 4. Ergebnisse

Einen globalen Überblick über die Ausbreitung des Alaskatsunamis vermitteln die Linien gleicher Eintrittszeiten des ersten Wellenmaximums in Abb. 3. Es wurde für diese Darstellung der Zeitpunkt des Maximums gewählt, da dieser besser zu definieren ist als



die Eintrittszeit einer ersten Störung. Die Wahl einer schematischen Anregung des Tsunamis führt natürlich dazu, daß der zeitliche Verlauf der berechneten Welle nicht dem der natürlichen entsprechen kann. Dennoch gibt dieses Bild alle charakteristischen Eigenschaften der Ausbreitung des Tsunamis im tiefen Ozean richtig wieder. Um beispielsweise die Tiefenabhängigkeit der Ausbreitung näher betrachten zu können, wurden in Abb. 3 die Linien gleicher Meerestiefen eingezeichnet. Die Ausbreitungsgeschwindigkeiten im westlichen und zentralen Bereich bei großen Wassertiefen unterscheiden sich deutlich von denen im flacheren südöstlichen Pazifik. Refraktionseffekte, z. B. nördlich von Neuseeland und längs der amerikanischen Küste, werden wiedergegeben. Allerdings muß man für den verhältnismäßig schmalen Schelf vor der amerikanischen Küste einschränkend bemerken, daß die räumliche Auflösung dieser Gebiete nicht ausreicht, um die Refraktion überall den natürlichen Verhältnissen entsprechend zu beschreiben. Dieses drückt sich primär in der Richtung der einlaufenden Wellenfront aus; die Verfälschung der Laufzeiten dürfte für praktische Belange weniger gravierend sein. Eine Verbesserung der Ergebnisse ließe sich durch den Einbau verfeinerter Gitternetze für speziell interessierende Flachwasserbereiche erzielen.



Abb. 4. a.) Lage der Sonderpunkte und eines vom Tsunamierzeugungsgebiet ausgehenden N-S-Schnittes b.) Wasserstandsprofile zu verschiedenen Zeiten auf obigem Schnitt

120



Abb. 5. Berechneter Wasserstandsverlauf in verschiedenen Sonderpunkten und beobachtete Tsunamiankunftszeit (senkrechter Strich)

Einen deutlichen Reflexionseffekt geben die Linien gleicher Eintrittszeit des Wellenmaximums längs des Japanischen Grabens und des Kurilengrabens wieder. Hier überlagert sich die erste reflektierte Welle, bevor sie ihr Maximum erreicht hat, mit der einlaufenden zweiten Welle. Weitere Reflexionseffekte werden von dieser Darstellung des ersten Maximums nicht wiedergegeben, obwohl die Reflexion an allen Küsten natürlich in dem Modell enthalten ist.

Bevor nun berechnete Ankunftszeiten mit Pegelbeobachtungen verglichen werden, sollen die Grenzen der Aussagefähigkeit des Modells noch einmal kurz aufgezeigt und zusammengefaßt werden. Die schematisierte Tsunamianregung und die unzureichende Auflösung der Tiefenverteilungen und Küstenlinien in Pegelnähe lassen kein natürliches Abbild des Tsunamis erwarten. Die Wellenhöhe und die von dem lokalen Resonanzverhalten abhängige Eintrittszeit des ersten Schwingungsmaximums eignen sich also nicht für einen direkten Vergleich Messung – Rechnung. Darüber hinaus ist die numerische Dispersion, d. h. die durch das Verfahren bedingte Verfälschung der Phasengeschwindigkeit der Welle, nur im tiefen Ozean zu vernachlässigen. In ausgedehnteren Schelfbereichen, wie z. B. dem Gelben Meer, sind die berechneten Laufzeiten bei dem verwendeten Gitternetz unrealistisch.

Wegen dieser Einschränkungen werden die bei verschiedenen Autoren angegebenen beobachteten Ankunftszeiten mit der Zeit verglichen, zu der der berechnete Wasserstand 2 mm erreicht. Diese wird also als Ankunftszeit des berechneten Tsunamis betrachtet. Abb. 4 a gibt die Lage der Sonderpunkte an, für die die berechneten Wasserstände in Abb. 5 aufgetragen sind. Die länger ausgezogenen vertikalen Linien geben die Beobach-



Abb. 6. Linien gleicher Auslenkung des berechneten ersten Wellenmaximums (Zahlenangaben -50— in mm), Linien gleicher Wassertiefe ..... mit 1 : 200 m, 2 : 2000 m, 3 : 3000 m, 4 : 4000 m, 5 : 5000 m, 6 : 6000 m

tungen (Spaeth u. Berkman, 1967, u. a.) entnommenen Ankunftszeiten wieder; sie liegen i. allg. etwas später als die berechneten. Sicher trifft das Argument, daß die Angabe des Beginns einer signifikanten Störung problematisch ist, auch für die Beobachtungen zu. Für Pegelschriebe ist eine Störung von 2 mm sicherlich i. allg. noch nicht feststellbar. Die etwas größeren Zeitdifferenzen für Galapagos und Lyttelton lassen sich zumindest teilweise erklären: Der Pegel San Christobal auf Galapagos liegt auf der dem Tsunamierzeugungsgebiet abgewandten Seite der Inselgruppe, und Lyttelton auf Neuseeland liegt an einer größeren Bucht, so daß das Eindringen der Welle über den vorgelagerten Schelf- und Flachwasserbereich in dem Modell nicht hinreichend genau beschrieben wird. Im Gegensatz zu den Beobachtungen zeigen alle berechneten Wasserstandszeitreihen eine ähnliche Gestalt. Dieses ist eine Folge der Tatsache, daß kleinräumige Prozesse von dem Modell nicht aufgelöst werden. Der Anstieg der ersten Welle erfolgt überall langsamer als es die Beobachtungen auch an weitgehend nur ozeanischen Bewegungsvorgängen ausgesetzten Pegeln zeigen. Dieses Verhalten ist bedingt durch den schematisierten Anregungsprozeß. Die in etwa bei allen Zeitreihen gleichbleibende Dauer von 65 Minuten von der ersten Störung bis zum Erreichen des ersten Maximums legt nahe, daß man auch beim Aufzeichnen von Linien gleicher Eintrittszeit der ersten Störung ein der Abb. 3 sehr ähnliches Bild erhalten hätte.

Um einen Eindruck von der räumlichen Gestalt der Tsunamiwelle zu vermitteln,

#### 122

wurden in Abb. 4 b längs des in Abb. 4 a eingetragenen Schnittes Wasserstandsprofile zu verschiedenen Zeiten aufgezeichnet. Die Gestalt der führenden Welle wird beibehalten, ihre Auslenkung mit der Zeit natürlich kleiner. Eine Vorstellung von der zur Anregung lokaler Schwingungssysteme verfügbaren potentiellen Energie liefert Abb. 6. Hier sind die Wasserstände zur Zeit des ersten Wellenmaximums aufgetragen. Auch in dieser Darstellung werden topographisch bedingte Effekte sehr deutlich, z. B. die durch den Rücken der Hawaii-Inseln bedingten erhöhten Auslenkungen oder das Anwachsen der Maxima an den Küsten Amerikas und Australiens.

Die Anwendung dieses großskaligen numerischen Modells auf die Untersuchung des ebenfalls sehr großräumig erzeugten und wirksamen Alaskatsunamis soll als ein erster Versuch verstanden werden, die verschiedenen Phasen eines Tsunamis in einem Modell zu erfassen. Der nächste Schritt in Richtung auf ein Modell, das auch für die praktische Anwendung zur Tsunamiwarnung benutzt werden könnte, muß die Einbeziehung von Gitternetzverfeinerungen sein, die jedoch durch Parametrisierungen bei der Modellierung der Tsunamierzeugung und des Wellenauflaufs noch ergänzt werden muß.

#### 5. Schriftenverzeichnis

- BERG, E. et al.: Source of the Major Tsunami. Contributions of the Hawaii Institute of Geophysics, University of Hawaii, No. 310, 1972.
- ENGEL, M.: Hydrodynamisch-numerische Ermittlung von Bewegungsvorgängen im Schwarzen Meer. Mitt. d. Inst. f. Meereskd. d. Univ. Hamburg, XXII, 1974.
- HANSEN, W.: Hydrodynamical methods applied to oceanographic problems. Mitt. d. Inst. f. Meereskd. d. Univ. Hamburg, I, 1962.
- SPAETH, M. G. und BERKMAN, S. C.: The tsunami of March 28, 1964, as recorded at tide stations. Environmental Science Services Administration, Techn. Rep. C & GS 33, 1967.
- ZAHEL, W.: Die Reproduktion gezeitenbedingter Bewegungsvorgänge im Weltozean mittels des hydrodynamisch-numerischen Verfahrens. Mitt. d. Inst. f. Meereskd. d. Univ. Hamburg, XVII, 1970.
- ZAHEL, W.: A global hydrodynamic-numerical 1°-model of the ocean tide, the oscillation system of the M2-tide and its distribution of energy dissipation. Annales de Géophysique (in press), 1976.

## Strömungsvorgänge in Hafenmündungen

## Von Hans Vollmers

#### Zusammenfassung

Die Interpretation von Ablösungszonen in seitlichen Erweiterungen wie Hafenmündungen, Buhnenfeldern usw. ist für den Wasserbauingenieur von Bedeutung, da diese Austauschprozesse mit der temporären Speicherung von transportierten Stoffen oder Wärme zusammenhängen. Wenn sich das mitgeführte Material unkontrolliert absetzt, kann es gerade bei Hafenmündungen zu erheblichen Störungen des Schiffsverkehrs kommen. Die Vorgänge sind im Tidegebiet durch den rhythmischen Wechsel der Strömungsrichtung besonders kompliziert. Es wird versucht, nach einer schematischen Analyse der Strömungsvorgänge an einem praktischen Beispiel die Schwierigkeiten beim Entwurf einer Hafenmündung zu zeigen.

#### Summary

The interpretation of turbulence zones in lateral enlargements such as harbour mouths, groin fields, etc., is of great importance for the hydraulic engineer because these exchange processes interact with the temporary storage of transported material or warmth. In the case of an uncontrolled deposition of sediment, especially in the region of harbour mouths, considerable disturbance to navigation may occur. The processes in tidal estuaries are especially complicated, due to the rhythmical change of flow directions. According to a schematic analysis of the flow processes, an attempt will be made – by means of a practical example – to show the difficulties which occur in the planning of a harbour mouth.

Zwei wichtige Punkte müssen bei der Planung einer Hafenmündung an einem durchströmten Gerinne beachtet werden:

1. Die Schiffahrt soll behinderungsfrei ein- und ausfahren können (große Mündungsbreite).

2. Die Sedimentation soll möglichst gering sein (kleine Mündungsbreite).

Diese Bedingungen sind widersprüchlich. Hafenmündungen sind seitliche Erweiterungen, in denen sich allgemein Ablösungszonen ausbilden, die durch Wirbel angefacht werden. Diese mehr oder weniger großen Ablösungszonen werden "Walzen" genannt. Man unterscheidet Walzen verschiedener Ordnung, die sich aus der Abhängigkeit von der die Drehbewegung initiierenden Strömung ergibt (Abb. 1).

Die Ablagerung von Feststoffen in seitlichen Erweiterungen hängt von der Charakteristik der Walzen ab, da der Austausch von Flüssigkeitsmaterial mit dem Austausch der darin enthaltenen Feststoffe korrespondiert. Entsprechend der Schemaskizze in Abb. 1 lagert sich das gröbere Material in der Zone a und das feinere Material in der Zone b ab.

Ganz allgemein lassen sich die Ursachen für die Verlandung aus den folgenden Bewegungseffekten nach MAGENS (1958) erklären:

- 1. Stromeffekt (Walze im Hafenmund durch Energieaustausch)
- 2. Tideeffekt (Auffüllen des Hafenmundes während der Flutphase)
- 3. Dichteeffekt (Dichteströmung durch unterschiedlichen Salzgehalt im Ästuar und im Hafenmund, s. Abb. 2)



Abb. 3

Der Stromeffekt ist maßgebend für die Ablagerungen in Hafenmündungen an Wasserstraßen mit richtungskonstanter Strömung. Wenn man in diesen Fällen die Primärwalze beeinflussen kann, wird sich die Sedimentation auch entsprechend verhalten. Abb. 3 zeigt Möglichkeiten zur Veränderung bzw. zur Verlagerung der Primärwalze.



Abb. 4

"Walzenraum", "Kernwalzenraum", "Störöffnung" (Störstrom) und "Störschwelle" sind Maßnahmen, die auf einer Veränderung der Unterstromgeometrie beruhen.

Ebenso ist es möglich, die Trennzone zwischen Strömung und Walze zu beeinflussen. "Trennrinne" und "Trennstrom" verändern den Geschwindigkeitsgradienten. Der Trenn-



Abb. 5

strom kann künstlich erzeugt werden oder aber natürlich aus dem Fluß stammen. Dabei nimmt man vorteilhaft nur die geringer feststoffbelasteten oberen Schichten. Das wird erreicht durch eine Schwelle am Einlauf der Trennrinne.

Die Beeinflussung der Primärwalze durch eine Störschwelle wird in Abb. 4 gezeigt. Die Pfeile bedeuten jeweils die Lage der Schwelle. Die praktische Anwendung eines Walzenraumes soll an einem Hafenmund im Rhein demonstriert werden (Abb. 5). Im oberen Bildteil sieht man die Situation vor Änderung der Geometrie; Primärwalze und Ablagerungen liegen im Mündungsbereich. Unten erkennt man Strömung und Ablagerungszone nach dem Umbau, die Mündung bleibt frei.

In Ästuarien ist es außerordentlich schwierig, eine befriedigende Lösung zu finden, da sich die Strömungsrichtung rhythmisch ändert. Wenn man den Dichteeffekt einmal vernachlässigt, läßt sich das Strömungsgeschehen wie folgt beschreiben (Abb. 6):

Während der Flutströmung überlagern sich Strom- und Tideeffekt, d. h., die Strömungsintensität am Staupunkt wird verstärkt. Bei Ebbströmung wirken beide Effekte



127



Abb. 10



Abb. 11



Abb. 12

gegeneinander. Da Walzen allgemein nur einen geringen Energieinhalt besitzen, lassen sich diese Gebilde durch geringe Strömungsimpulse verändern oder zerstören.

Diese allgemeinen Überlegungen bildeten die Grundlage für die Untersuchung einer Hafenmündung am Emsästuar im Tidegroßmodell der Ems bei der BAW in Hamburg. Das Modell mit den Maßstäben 1 : 500 horizontal und 1 : 100 vertikal umfaßt das Emsästuar von Borkum bis zur Tidegrenze bei Herbrum (Abb. 7). Es hat eine feste Sohle; Teilausschnitte werden jedoch auch mit mobilem Bettmaterial untersucht. Da die Ems Grenzfluß zwischen den Niederlanden und der Bundesrepublik Deutschland ist, werden in diesem Modell Fragestellungen beider Verwaltungen (Rijkswaterstaat und Wasser- und Schiffahrtsverwaltung) untersucht. Unter anderem betraf das die neue Einfahrt in den Hafen Delfzijl.





Die allgemeine Situation des Hafens Delfzijl ist aus Abb. 8 ersichtlich. Vor etwa 20 Jahren bestand der Hafen nur aus dem linken Becken, die Zufahrt erfolgte noch teilweise aus der Bucht von Watum. Wegen der dort beginnenden Verlandung mußte eine neue Zufahrt aus dem Gatjebogen gebaggert werden. Die zunehmende Industrialisierung und neue Verlandungstendenzen im Bereich der alten Einfahrt initiierten den Ausbau des Hafens nach Osten und den Bau einer neuen Einfahrt. Die alte Einfahrt sollte später geschlossen werden. Im Gegensatz zu anderen Hafenentwicklungen mehr senkrecht zur Hauptstromrichtung ist der Hafen Delfzijl praktisch ein Parallelkanal unter Tideeinfluß. Es war zu erwarten, daß nach Schließung der alten Einfahrt in der neuen Zufahrt relativ ungünstige Strömungsverhältnisse auftreten würden. Die Modellversuche hatten daher das Ziel, diese Situation zu untersuchen und gegebenenfalls zu verbessern.



Abb. 15

Die Küste, 31 (1977), 1-186

132



Abb. 16a

Die Beurteilung der verschiedenen untersuchten Varianten erfolgte mit Hilfe der durch Papierschnitzel sichtbar gemachten und photographisch festgehaltenen Oberflächenströmungen sowie durch Messungen der Strömungsgeschwindigkeiten an verschiedenen Punkten in mittlerer Wassertiefe.

Die Strömungsverhältnisse für V 2 (neue Einfahrt offen, alte Einfahrt geschlossen) sind aus Abb. 9 ersichtlich. Während der Flut konzentriert sich die Strömung an der rechten Mole und erzeugt im Hauptbecken eine kräftige Walze. Strom- und Tideeffekt überlagern sich. Während der Ebbe eliminiert der Tideeffekt (Entleerung des Hafens) den Stromeffekt, es bildet sich keine Walze aus. In diesem Falle ist der Stromeffekt durch die abweisende Wirkung der rechten Mole besonders gering.

Abb. 10 zeigt beispielhaft, daß sich durch einen Walzenraum die Primärwalze nicht verändern läßt. Nur in der ersten Flutphase tritt eine relativ gleichmäßige Einströmung auf, später erscheinen wieder großräumige Walzen.



Abb. 16b

Durch geometrische Veränderungen ließ sich die Überlagerung von Strom- und Tideeffekt nicht beeinflussen. Als einzige Möglichkeit, ausgeglichene Strömungsverhältnisse zu erzeugen, bot sich nur der Verzicht auf die Schließung der alten Einfahrt an. In einer systematischen Versuchsserie mit verschiedenen Öffnungsbreiten (100, 65, 50, 40 m) der alten Einfahrt konnte gezeigt werden, daß sich die Strömungsverhältnisse beeinflussen lassen. Diese Entwicklung soll mit Hilfe der Oberflächenströmungen diskutiert werden.

- a) 100 m (Abb. 11): Das Energiegefälle ist ausreichend, um ein Einströmen an der rechten Mole zu verhindern. In der ersten Flutphase tritt praktisch keine Bewegung auf. Später entwickelt sich in der Mündung ein gleichmäßiges Ausströmen. Während der Ebbe kehrt sich der Vorgang um. Die Einströmung erfolgt an der linken Mole, im Hafenmund dreht eine kleine Walze.
- b) 65 m (Abb. 12): Bei dieser Öffnungsbreite sind die Strömungsverhältnisse an der Oberfläche nahezu die gleichen wie bei 100 m Breite.

Die Küste, 31 (1977), 1-186 134



Abb. 17

c) 40 m (Abb. 13): Diese Breite ist nicht mehr ausreichend, um die Bildung einer Walze,
 d. h. Einströmen an der rechten Mole in den ersten Flutphasen, zu verhindern. Erst bei
 Flutphase 4 (rechts) tritt Ausströmen auf.

Während der Ebbe sind die Strömungsverhältnisse bei allen untersuchten Öffnungsbreiten praktisch gleich.

Um die Beobachtungen der Oberflächenströmungen zu verifizieren, wurden die Strömungsgeschwindigkeiten mit Pendelströmungsmessern in mittlerer Tiefe an mehreren Punkten (Abb. 8) gemessen. Bedingt durch die Eigenart dieser Meßgeräte wurden die Geschwindigkeiten entweder in Flut-/Ebbrichtung oder senkrecht dazu gemessen. Abb. 14 (in Verbindung mit Abb. 8) erklärt die für die einzelnen Punkte benutzten Richtungen und Vorzeichen für die im folgenden diskutierten Ergebnisse.

Aus den Messungen für die Varianten V 7a und V 8 sind große Einströmungsgeschwindigkeiten in den Punkten C 14 und auch C 16 zu erkennen (Abb. 15). Die Schwin-



Abb. 18

gungen in C 15 sind durch die Lage des Meßgerätes bedingt. Die Ausströmung im Punkt C 13 hat für V 7a und V 8 die gleiche Charakteristik.

Die Abbildungen 16 bis 19 zeigen die Ergebnisse der Versuchsserie V 10 (verschiedene Offnungsweiten der alten Einfahrt) im Vergleich mit V 1 (vorhandener Zustand ohne Hafenerweiterung und neue Einfahrt) und V 2 (neue Einfahrt, alte Einfahrt geschlossen). Im Punkt C 1 (Abb. 16a) kann man deutlich die Zunahme der Strömungsgeschwindigkeit mit der Breite der alten Einfahrt erkennen. Die Abnahme der Werte im Punkt C 2 mit der Zunahme der Breite hängt mit der Lage dieses Punktes und der damit verbundenen Beeinflussung durch den Eintrittsstrahl zusammen (Abb. 16b und 8).

Im Hafenkanal sind die Geschwindigkeitsmessungen ohne weiteres zu erklären. Mit abnehmender Öffnungsbreite nehmen die Strömungsgeschwindigkeiten ebenfalls ab. Das wird besonders deutlich während der Ebbe im Punkt C 4 (Abb. 17).

Die Meßpunkte C 11 und C 12 liegen in der Hauptströmung vor der neuen Einfahrt.

136



Abb. 19

Die Geschwindigkeitsverteilung ist typisch für einen Tidestrom. Die kleineren und oszillierenden Ebbgeschwindigkeiten in C 11 werden durch die rechte Mole und die Ausströmung aus dem Hafen beeinflußt bzw. provoziert (Abb. 18).

Im Punkt C 10 ist der Unterschied der Strömungsverhältnisse zwischen geschlossener und geöffneter alter Einfahrt besonders gut zu erkennen. Die Einströmrate ist während des Flutstroms sehr hoch; bei Ebbe tritt eine geringe Ausströmung auf. In C 9 läßt sich während der gesamten Tide Ausströmung feststellen. Bei Flut dreht hier die Walze aus der Mündung heraus, bei Ebbe wird der Hafen entleert (Abb. 19).

In der Versuchsserie V 10 ist die Abstufung sowohl während der Flut als auch während der Ebbe in Abhängigkeit von der Öffnungsbreite der alten Einfahrt sehr gut zu erkennen. Für V 10f tritt bei Ebbe keine Einströmung auf, da bei diesem Versuch die alte Einfahrt beim Einsetzen des Ebbstromes geschlossen wurde.

Auf Grund der Modellversuche wurde empfohlen, die alte Einfahrt zunächst nicht



Abb. 20

zu schließen und die Situation im Hafen zu beobachten. Nach Fertigstellung der neuen Einfahrt wurden zahlreiche Geschwindigkeitsmessungen in der Natur sowohl in den Mündungen als auch im Hafenkanal ausgeführt. Eine abschließende Beurteilung der Ergebnisse steht noch aus. Ganz allgemein läßt sich jedoch folgendes sagen:

Die Modellergebnisse sind global in befriedigender Übereinstimmung mit den Naturmessungen. Allerdings treten bei den Vertikalverteilungen der Strömungsgeschwindigkeiten Phänomene auf, deren genaue Erklärung ohne grundsätzliche Untersuchungen bisher nicht möglich ist. Im Gegensatz zu einer Walze, die durch eine richtungskonstante Strömung angefacht wird und bei der Oberflächen- und Sohlströmung etwa gleichsinnig laufen, beobachtet man in seitlichen Erweiterungen an Tideströmen teilweise verschiedene Rotationssysteme in der Vertikalen.

Vom WBA Brunsbüttel (WIERECKY, 1975) in der Elbezufahrt zum Nordostseekanal ausgeführte Messungen sollen für dieses Phänomen beispielhaft sein (Abb. 20). Sicherlich spielt in diesem Fall der Dichteeffekt eine wesentliche Rolle. Die auf Abb. 21 gezeigte Strömungsgeschwindigkeitsverteilung während einer Tide wurde querab der Einfahrt gemessen. Die Kenterpunktverschiebung ist darauf gut zu erkennen. Abb. 21 A zeigt die Strömungsverhältnisse in der Zufahrt während der ersten Flutphase. Im Oberflächenbereich herrscht Füllstrom, an der Sohle ist die Strömung entgegengesetzt gerichtet. Während der Ebbe ist die Verteilung Oberfläche–Sohle ebenfalls sehr unterschiedlich (Abb. 21 B).

## Schriftenverzeichnis

- DURSTHOFF, W.: Über den quantitativen Wasseraustausch zwischen Fluß und Hafen. Mitt. Franzius-Inst. der TU Hannover, H. 34, 1970.
- v. KROSIGK, S.: Die Kinematik der Wasserwalzen mit lotrechter Achse. 153. Arbeit Theodor-Rehbock-Flußbaulaboratorium, Techn. Hochsch. Karlsruhe, 1964.


MAGENS, C.: Untersuchungen der Ursachen und des Vorgangs der Verschlickung der Schleusenvorhäfen zu Brunsbüttelkoog. Mitt. Blatt BAW, Nr. 10, 1958.

VOLLMERS, H.: Ergebnisse systematischer Untersuchungen von Maßnahmen zur Verringerung der Schwebstoffablagerungen in Binnenhafenmündungen. Die Wasserwirtschaft, H 9, 1964.

VOLLMERS, H.: Versuchsbericht "Hafeneinfahrt Delfzijl". BAW (unveröffentlicht), 1969.

WIERECKY, N.: Strömungsmessungen in den Vorhäfen Brunsbüttel. Versuchsprotokolle WBA Brunsbüttel (unveröffentlicht), 1975.

# MACH-Reflexion als Diffraktionsproblem

Von Udo Berger und Sören Kohlhase

#### Summary

Observations made at vertical walls in prototype as well as in experiments have shown that under certain assumptions gravity waves are apparently not reflected according to the laws of regular reflection. With small angles of wave approach ( $\Theta_0 < 45^\circ$ ; angle between wave crest and axis of incidence) the reflected wave will not completely leave the wall; a wave-stem normal to the wall will be developed. The height of the stem-wave will increase progressively along the length of the wall and will reach a value of more than double the height of the incoming wave.

The study, in theory and experiment, has shown that this effect, which is usually called MACH-Reflection, is not to be taken as an analogy to gas-dynamics, but should be interpreted as a diffraction problem.<sup>1</sup>)

#### Inhalt

1.	Einführung											139
2.	Theorie .											140
3.	Meßergebnisse	und	Dis	ku	ssion							140
4.	Zusammenfassu	ing										143
5.	Schriftenverzei	chnis										143

#### 1. Einführung

Beobachtungen und Messungen an lotrechten Wänden in der Natur und im Experiment haben gezeigt, daß reflektierte Schwerewellen unter gewissen Voraussetzungen die Wand scheinbar nicht vollständig verlassen (Reflexionsgesetz). Bei spitzen Wellenangriffswinkeln ( $\Theta_0 < 45^\circ$ ) bildet sich vielmehr in der wandnahen Zone ein Stem (= Ast) senkrecht zum Bauwerk, dessen Höhe beim Fortschreiten entlang der Molenwand über das Zweifache der einfallenden Wellenhöhe wächst (Abb. 1).

Der Schnittpunkt T des Wellenkamms der Stemwelle mit dem der einfallenden Welle wandert auf einer Geraden, die die Wand unter dem Winkel  $\alpha$  schneidet. In Analogie zur Anströmung eines geraden Verdichtungsstoßes gegen eine einspringende Ecke in der Gasdynamik bezeichneten PERROUD (4) und WIEGEL (6) bei ihren Untersuchungen mit der solitary wave diesen Vorgang als MACH-Reflexion.

Mit monochromatischen Wellen führte erstmals NIELSEN (2) Untersuchungen an einem zweidimensionalen Modell durch, ohne aber eine theoretische Erklärung zu geben. Im natürlichen Seegang wurde die MACH-Reflexion durch HAGER (1) nachgewiesen.

Da das physikalische Problem unklar und andererseits für die Bemessung von Bauwerken von erheblicher Bedeutung ist, wurde die MACH-Reflexion in einem physikalischen Modell untersucht. Die Messungen wurden mit der Diffraktionstheorie verglichen.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Der vollständige Text der Untersuchung wurde in Heft 43 (1976) der Mitteilungen des Franzius-Instituts veröffentlicht.

## 2. Theorie

PENNY und PRICE (3) zeigten, daß die Diffraktionstheorie SOMMERFELDS (5) als eine strenge mathematische Formulierung des Huygensschen Prinzips auch auf Wasserwellen angewendet werden kann.

Eine ebene monochromatische Welle falle unter dem Winkel  $\Theta_0$  auf die Molenwand (Abb. 2). In dem nach Abb. 2 gegebenen zylindrischen Koordinatensystem sind nach dem HUYGENSSchen Prinzip alle Punkte der Halbebene x < o Quellen; d. h., die auf die Öffnung auffallende Welle pflanzt sich so fort, als ob von jedem Punkt der Öffnung eine ebene Welle ausginge, deren Amplitude und Phase durch die auffallende Welle gegeben sind. SOMMERFELD hat dieses Problem mathematisch formuliert und eine Lösung für den halbunendlichen Wellenbrecher angegeben. Nach SOMMERFELD wird die Wellenhöhenverteilung im Reflexionsbereich folgendermaßen berechnet:



Gl. (1) beschreibt für verschiedene Wellenanlaufwinkel  $\Theta_0$  die Stemhöhe H<sub>ST</sub> und die Stembreite b in Abhängigkeit von der einfallenden Wellenlänge. Für die Auswertung wurde Gl. (1) in Fortran IV programmiert.

# 3. Meßergebnisse und Diskussion

In dem dreidimensionalen Wellenbecken (18 m x 45 m) des Teilprojekts C2 im Sonderforschungsbereich 79 wurden die Untersuchungen NIELSENS am Modell und das Natur-





Abb. 2. Definition zur SOMMERFELDschen Lösung

	Versuchsp	arameter		
H <sub>o</sub>	L	Θ	d	
(cm)	(cm)	(°)	(cm)	
2,2	100	10	25	
3,6	150	15		
4,3	200	20		
		25		

meßgrogramm HAGERS durch kontinuierliche Meßreihen mit variablen Wellenhöhen und Wellenlängen gemäß Tabelle 1 ergänzt.

An einer freistehenden Reflexionswand (10 m bzw. 7,3 m) wurde mit einem verfahrbaren Wellenpegel für verschiedene Wellenanlaufwinkel  $\Theta_0$  jeder Punkt der Stemhöhe und der Stembreite in Abhängigkeit von der einfallenden Wellenhöhe H<sub>0</sub> und Wellenlänge L bei konstanter Wassertiefe d gemessen.

In Abb. 3 sind die exemplarisch gemessenen Stemhöhen  $H_{ST}$  für drei verschiedene Wellenhöhen  $H_0$  aufgetragen. Mit zunehmender Laufstrecke wächst die Stemhöhe über das Zweifache der einfallenden Wellenhöhe.

In Abb. 4 sind für die gleichen Randbedingungen die Stembreiten b aufgezeichnet. Bemerkenswert ist, daß das Tal der Stembreite beim weiteren Fortschreiten entlang der Wand immer enger wird. Der theoretische Verlauf der Stemhöhe und Stembreite ist in Abb. 3 und Abb. 4 jeweils als ausgezogene Kurve dargestellt. Die Streuung der Meßwerte ist auf modellbedingte Reflexionen zurückzuführen.



Abb. 3. Stemhöhe entlang der Reflexionswand (Beispiel)



Abb. 4. Stemhöhe senkrecht zur Reflexionswand (Beispiel für  $\Theta_0=20^\circ$ )

## 4. Zusammenfassung

Untersuchungen zum MACH-Effekt mit monochromatischen Wellen an lotrechten Wänden führten lediglich NIELSEN und HAGER durch. Der physikalische Vorgang war bislang unklar.

Durch ergänzende Messungen und durch einen Vergleich der Meßwerte mit der Diffraktionstheorie konnte nachgewiesen werden, daß die sogenannte MACH-Reflexion, d. h. das Aufsteilen der Wellenhöhe an der Molenwand über das Zweifache der Ausgangswellenhöhe, nicht als Analogie zur Gasdynamik gesehen werden sollte.

Das Anwachsen der Stemhöhe entlang der Molenwand und die Ausbildung der Stembreite senkrecht zur Molenwand sind vielmehr als ein Diffraktionsproblem im Reflexionsbereich zu betrachten.

# 5. Schriftenverzeichnis

- 1. HAGER, M.: Untersuchungen über MACH-Reflexion an senkrechter Wand. Dissertation, Mitt. Franzius-Inst., H. 42, 1975.
- 2. NIELSEN, A. H.: Diffraction of periodic waves along a vertical breakwater for small angles of incidence. Univ. of Calif., Berkeley, IER Tech. Rept. HEL-1-2, 83 pp., Dec. 1962.
- 3. PENNEY, W. G. u. PRICE, A. T.: The diffraction theory of sea waves and the shelter afforded by breakwaters. Philos. Trans. Royal Soc. of London. Ser. A, No. 882, Vol. 224, pp. 236-253, March 1952.
- 4. PERROUD, P. H.: The solitary wave reflection along a straight vertical wall at oblique incidence. Univ. of Calif., Berkeley, IER Tech. Rept. 99-3, 93 pp., Sept. 1957.
- 5. SOMMERFELD, A.: Mathematische Theorie der Diffraktion. Math. Ann., Bd. 47, p. 317, 1896.
- 6. WIEGEL, R. L .: Oceanographical Engineering, Prentice-Hall, 1964.

# Die Stabilität von Tiderinnen und ihre Abhängigkeit von Strombaumaßnahmen

Von Volker Barthel

#### Zusammenfassung

Es haben sich bereits viele Autoren mit der Sandwanderung vor der deutschen Küste der Nordsee beschäftigt. Besonders die Bewegung der Sandbänke und Tiderinnen im Weserästuar war Objekt einiger Arbeiten mit verschiedenen Resultaten.

Systematische Untersuchungen an ausgewählten Querschnitten zeigen, daß die Wanderung der Bänke und Rinnen in einigen Bereichen sich stetig fortsetzt. Die wichtige Schifffahrtsrinne hat jedoch in den letzten 30–40 Jahren eine gewisse Stabilität erhalten, weil die Sandwanderung in einer anderen Form als früher vor sich geht.

Diese Erscheinung fällt zusammen mit umfangreichen und entscheidenden Strombaumaßnahmen im inneren Teil der Außenweser.

Strömungsmessungen im Untersuchungsgebiet weisen darauf hin, daß eine konzentrierte Tideströmung in den tiefen Rinnen für gute Selbsträumung und damit ausreichende Tiefe für die Schiffahrt sorgt. Es erscheint nach den vorliegenden Untersuchungen sicher, daß die gegenwärtig nur noch unbedeutende Wanderung des Hauptschiffahrtsweges keine umfangreichen Maßnahmen im Bereich der Schiffahrt, der Baggerei und des Seezeichenbaues mehr erfordert.

#### Summary

Many authors have dealt with the migration of sand off the German North Sea coast. In particular, the movement of sandbanks and deep channels in the Weser estuary has been the subject matter of several investigations providing different results.

Systematic investigations of selected cross-sections show that the movement steadily continues in some regions. The important shipping channel, however, has maintained a certain stability during the last 30 to 40 years, because the migration of sand occurs in a manner other than that of former times.

This phenomenon coincides with the extensive and decisive river improvement measures in the inner part of the Weser estuary.

Current measurements in the investigation area demonstrate that concentrated tidal currents in the deep channels permit good self-evacuation of sand and, thereby, guarantee a sufficient clearance for shipping purposes.

After these investigations, it appears certain that the present still only negligible shifting of the main channel does not require extensive measures in the field of shipping, dredging, and navigation marks.

#### Inhalt

1.	Einführung							145
2.	Morphologische Veränderungen							146
3.	Strömungsmessungen							150
4.	Ergebnisse							153
5.	Schriftenverzeichnis							154

#### 1. Einführung

Die Mündungen der schiffbaren Flüsse der Bundesrepublik Deutschland im Bereich der Nordsee sind tief einschneidende Buchten mit einem Untergrund aus feinsandigem Material. Auf Abb. 1 kann man einen Teil der Deutschen Bucht mit den großen Tideästuarien Ems, Jade, Weser und Elbe sehen. Das Untersuchungsgebiet, das im folgenden behandelt werden soll, liegt innerhalb des Weserästuars.



Abb. 1

Einige Erklärungen zur Situation: Die Außenweser hat eine Länge von etwa 60 km und erstreckt sich von der offenen See bis Bremerhaven, einem bedeutenden Umschlaghafen für Erz, Autos, Südfrüchte, Stückgut u. a. m. Außerdem besitzt Bremerhaven eins der größten und modernsten Containerterminals Europas. Etwa 65 km stromauf liegt Bremen mit seinen wichtigen Häfen an der Unterweser. Zwischen Bremen und Bremerhaven befinden sich außerdem noch die Häfen von Nordenham und Brake. Schiffe mit einem Tiefgang bis zu 44" können Bremerhaven anlaufen, bis Bremen ist ein Tiefgang von 35" möglich.

Die atlantische Tidewelle dringt in einer breiten Front in die Nordsee ein und hat ihren größten Tidehub auf der rechten Seite, d. h. an der schottischen Küste. Infolge der Reflexion und unter dem Einfluß des Corioliseffektes bildet sich in der südlichen Nordsee eine entgegen dem Uhrzeiger drehende Tidewelle (Amphidromie) aus. Die vorherrschenden Tideströmungen gehen während der Flut in dieselbe Richtung, die Ebbeströmungen haben eine vorherrschende Richtung von Osten nach Westen. Die Tidewelle dringt in die Ästuarien ein und wird dort entsprechend der lokalen Morphologie des einzelnen Ästuars reflektiert, absorbiert und deformiert. Diese Erscheinungen sind jedoch gut bekannt.

#### 2. Morphologische Veränderungen

Die nachgewiesene, in nordöstlicher Richtung verlaufende Sandwanderung vor der deutschen Küste, die durch Seegang und Strömungen hervorgerufen ist, bringt Material aus dem Reservoir der Nordsee und erodierten Sand von den Ostfriesischen Inseln. Dieses Material überquert die Ästuare und erzeugt einen andauernden Bewegungsvorgang der Rinnen und Sände im Riffgebiet.



In Abb. 2 kann man die Wanderung der Rinnen und Sände in zwei Querschnitten der Außenweser von 1910 bis 1975 sehen. Die zwei bedeutenden schiffbaren Tiderinnen mit Tiefen bis zu 20 m sind die Neue Weser und die Alte Weser. Die sie umgebenden Sandbänke erheben sich bis zu einer Höhe von 2,5 m unter Wasseroberfläche. Die weniger bedeutenden Rinnen sind nicht unmittelbar mit dem weiteren Verlauf der Weser verbunden. Die Grafik zeigt die Bewegung der Schwerachsen der bedeutendsten Sandbänke und Rinnen, bezogen auf eine feste Linie. Die Bewegung kann man ebenso auf einer vereinfachten Darstellung in Abb. 3 sehen. Es sind die Umrißlinien der 10-m-Linie in der Neuen Weser in den Zuständen von 1940, 1960 und 1975 aufgetragen. Die mittlere Wandergeschwindigkeit beträgt

> auf der Westseite: rd. 20 m pro Jahr, auf der Ostseite: rd. 60 m pro Jahr i. Durchschnitt.

Wegen dieser augenscheinlichen und nachweisbaren Wanderung mußten die schiffbaren Rinnen, die Tonnen und die festen Seezeichen (z. B. Leuchttürme, Richtbaken usw.) in der Vergangenheit häufig verlegt bzw. aufgegeben werden.



Abb. 3

Die Gesetzmäßigkeiten dieser Sandwanderung im Riffbereich sind bereits von mehreren Autoren behandelt worden (Göhren, 1965; Plate, 1935; Poppen, 1912). Die Untersuchungen brachten verschiedene Resultate: Bei einigen wurde festgestellt, daß eine Sandbank 60 bis 70 Jahre braucht, um die Entfernung zur nächsten zurückzulegen. Plate (1935) spricht von der "Wiederkehr ähnlicher Formen" in der Riffzone. Göhren (1965) bringt eine ausgedehnte Wertung aller dieser Untersuchungen und zeigt, daß eine Wiederkehr ähnlicher Zustände alle 110 bis 120 Jahre wahrscheinlich ist.

Es gibt Karten der Außenweser bis ins Jahr 1859 zurück, die ausreichend genau für eine generelle Untersuchung der Sandwanderung im Riffgebiet sind. Seit 1910 sind die Karten jedoch so genau, daß man der Bewegung einzelner Querschnitte folgen kann. Nach einer umfassenden Untersuchung der morphologischen Änderung ab 1910 bis heute ergibt sich, daß die Sandwanderung in den entscheidenden Bereichen des Riffgebiets heute anders als früher vor sich geht. Diese Erkenntnis scheint von wesentlicher Bedeutung für die Schiffahrt, den Bau von Seezeichen und die Baggerei zu sein.

In früheren Zeiten wurde das Eindringen der Tidewelle im Riffbereich durch ein Labyrinth von flachen Kanälen und Sandbänken verzögert, die über das ganze Ästuar verteilt waren. Der Sand, der von West nach Ost wanderte, überquerte das Ästuar in großen Bänken und Unterwasserdünen, deren Krone oft nur 2–3 m unter der Wasseroberfläche lag. Diese wellenförmige Bewegung schien zu einer Wiederkehr gleicher Zustände in der Morphologie in einer Periode von 110–120 Jahren zu führen. Die Gesetzmäßigkeit in der Wiederkehr gleicher Zustände erforderte jedoch eine Entwicklung, die unbeeinflußt von allen künstlichen Maßnahmen im Tidegebiet war.

Eine neuere und gründliche Untersuchung der Entwicklung in 8 Querschnitten im

## 148

Riffgebiet zeigt, daß die Wanderung der großen Sandbänke in Teilen der Querschnitte im Zeitraum 1920–1930 fast zum Stillstand kommt. In Abb. 2 kann man diesen Effekt besonders in der Neuen und in der Alten Weser sehen. Der Anstieg der Kurven für die Neue und die Alte Weser geht gegen Null, während er in der Zeit zwischen 1859 und 1920 stetig war. Die Ergebnisse der anderen Querschnitte zeigen den gleichen Trend.



Abb. 4 zeigt die Entwicklung der Rinne Neue Weser (NW). Im linken Teil sieht man, daß die anteilige Querschnittsfläche der NW seit 1930 von 21 auf 33 % im Mittel angestiegen ist. Die Entwicklung der max. Tiefen in der NW zeigt im rechten Teil ebenfalls eine ansteigende Tendenz. Im Bereich der AW ist dieses nicht so ausgeprägt.

In Abb. 5 ist für Außenweser km 115 die Entwicklung dargestellt, die sich in fast allen sorgfältig untersuchten Querschnitten in ihrer chronologischen Aufeinanderfolge zeigte:

Vor 1920/30 überqueren große Sandbänke das Ästuar und führen zu einer dauernden Änderung der Schiffahrtswege und zum Wandern der Sandbänke zwischen ihnen. Von diesem Zeitpunkt an ändert sich jedoch das Verhalten. Die Unterwasserböschungen, die sich von West nach Ost der tiefen Rinne nähern, werden steiler; eine schmale Unterwasserbank löst sich von diesem Abhang und bewegt sich mit schnell abnehmender Größe bis zur Rinnensohle der NW, wo sie sich zwischen den dort vorhandenen Großriffeln verliert.

Wie ist diese Änderung im Verhalten zu erklären? Schon 1935 konnte nachgewiesen werden, daß die Bewegung im Riffbereich den Zustand der Schiffahrtsrinne im inneren Teil der Außenweser beeinflußte. Eine gegenseitige Beeinflussung zwischen innerem und äußerem Teil konnte jedoch noch nicht festgestellt werden.



1910-1975 VON

Abb. 5

#### Die Küste, 31 (1977), 1-186

#### 150

In der Zeit von 1920 bis 1930 wurden große und bedeutende Strombaumaßnahmen und Baggerungen im mittleren Bereich der AW ausgeführt und beeinflußten die hydraulischen Verhältnisse sehr günstig. Die Verlagerung des schlecht zu unterhaltenden Schifffahrtsweges vom Wurster Arm in den Fedderwarder Arm, der Bau einer großen Anzahl von Buhnen und Leitdämmen sowie Baggerungen führten zu einem weniger behinderten Eindringen der Tidewelle und beeinflußten die Konzentration der Tideströmungen in einer positiven Weise. Die darauf folgende morphologische Entwicklung im Außenweserbereich zeigte, daß die Strombauwerke in Verbindung mit Baggerarbeiten ihre beabsichtigte Wirkung voll erzielt hatten.





Eine umfassende Untersuchung dieser Vorgänge wurde 1970 bis 1972 durchgeführt; Teilergebnisse sind auf der 14. CEC in Kopenhagen 1974 vorgetragen worden. Die Untersuchungen über die Auswirkung der Strombauwerke der AW auf die morphologische Entwicklung zeigten, daß besonders die günstigen Vorgänge im Rinnenbereich bald nach den entscheidenden Strombaumaßnahmen begannen (HOVERS, 1974). Die max. und mittleren Stromgeschwindigkeiten wuchsen in Bereichen der Rinne um bis zu 30 %. Die Verteilung der Tidewassermengen in Stromspaltungsbereichen ist von entscheidender Bedeutung für das hydraulische Verhalten bzw. die Räumkraft der Einzelquerschnitte. Die Entwicklung dieser Verteilung war ebenfalls zufriedenstellend, wie Abb. 6 in einem Beispiel zeigt. Außerdem wurde der gesamte Fluß bis nach Bremen von 1890 bis heute auf 12 m in der AW bzw. 8,7 m in der UW vertieft. Der mittlere Tidehub in der UW wuchs infolge des Ausbaus, z. B. bei Bremen, von 0,25 m auf 3,50 m.

#### 3. Strömungsmessungen

Da aus früheren Jahren keine Strömungsmessungen aus dem Untersuchungsgebiet vorliegen, ist in diesem Bereich kein Vergleich möglich.



Es wurden 1973–1975 trotzdem eine große Anzahl von Dauerstrommessungen im Gesamtgebiet durchgeführt, um die heutigen Verhältnisse im Riffgebiet bzw. die Bean-

#### Die Küste, 31 (1977), 1-186 152

spruchung der Rinnen und Bänke durch die Strömungen genau zu beschreiben. Alle Strömungsmesser waren etwa 1,5 bis 2,0 m über Grund befestigt, um die bodennahen Strömungen zu erfassen. Die Auswertungsmethode für die Meßwerte, die von einer Kamera aufgenommen werden, ist gut bekannt (Göhren, 1965). Dabei wurde besonderer Wert auf die Verhältniswerte

$$\begin{array}{c} \hline V_{e}max \\ \hline V_{f}max \end{array} \text{ und } \begin{array}{c} SV_{e} \\ \overline{SV_{f}} \end{array} \text{ gelegt. (Abb. 7, 8)} \\ SV_{e, \, f} = Betrag \ des \ Vektors \ V_{e, \, f} \\ V_{e, \, f} = \begin{array}{c} K_{e, \, f} \\ \hline V_{e, \, f} \end{array} \\ \begin{array}{c} K_{e, \, f} \\ K_{f, \, e} \end{array} \\ \end{array}$$

Die Interpretation aller Meßwerte führt zu der folgenden Charakteristik der Strömungen im Untersuchungsgebiet: Die Strömungen mit hoher Geschwindigkeit liegen in den tiefen Rinnen, besonders an der Westseite der NW. Die Intensität der Strömungen, d. h. der Betrag der Geschwindigkeit bezogen auf seine Einflußzeit, ist in diesen Gebieten ebenfalls am größten. Die Zeit geringen Sandtransportes (v  $\leq 25-30$  cm/s) ist hier sehr kurz (~ 1 Std.) und wächst, je näher man zur Ostseite der Rinne bzw. des gesamten Untersuchungsgebietes kommt (3,5 Stunden).

Die Strömungsrichtungen, die beeinflußt werden durch Wind und Drehtiden, weisen auf die mögliche Transportrichtung des Bodenmaterials. Der Reststromvektor

$$V = \int_{K_e}^{K_e} v_i dt$$

zeigt die Versetzung eines Wasserteilchens während einer Tide. Dabei kann man in Abb. 8 erkennen, daß die Richtungen der Reststromvektoren nur in der NW mit der Richtung der Rinnenachse in etwa übereinstimmen. In den anderen Bereichen, besonders auf den Sandbänken, ist eine entscheidende Versetzung in nordöstliche Richtung zu erkennen. Die Abhängigkeit der Reststromvektoren bzw. ihrer Richtungen von windbeeinflußten Tiden ist sehr stark.

Die Verhältnisse

$$\frac{V_e max}{V_f max}$$
 und  $\frac{SV_e}{SV_f}$ 

die hier nicht im einzelnen aufgeführt werden sollen, zeigen schließlich, daß in der NW die Flutströmungen vorherrschen und in der AW dagegen stärkere Ebbeströmungen vorhanden sind.

Es ist bekannt, daß die Sandwanderung etwa proportional zur 4. bzw. 6. Potenz der Strömungsgeschwindigkeiten ist (DILLO, 1960; GÖHREN, 1968). Daher schließt das Auswertungsprogramm die Berechnung der Sandwanderungskennwerte

$$\frac{\sum}{D_{f}} \frac{\overline{(V_{f} - V_{gr}) \cdot V_{f}}^{3} \text{ und } \frac{\sum}{D_{e}} \overline{(V_{e} - V_{gr}) \cdot V_{e}}^{3} \text{ ein.}$$

V<sub>gr</sub> = Grenzwert der Geschwindigkeit für den Beginn der Sandwanderung (~ 25 cm/s)

$$D_{f, e} = Flut-bzw. Ebbestromdauer$$



Abb. 9

Abb. 9 zeigt die Resultierenden der Transportkennwerte, die einen weiteren Anhalt für die Richtung und den Betrag der Sandbewegung im Untersuchungsgebiet geben.

## 4. Ergebnisse

Vergleicht man die Ergebnisse der Strömungsmessungen mit den Ergebnissen der Untersuchungen zur morphologischen Veränderung, so sieht man folgende Vorgänge im Riffbereich:

Angeregt durch Wellenbewegung und bewegt durch Tideströmungen wird der Sand an den steilen Unterwasserböschungen der Neuen und Alten Weser erodiert und überquert die tiefen Rinnen auf ihrem Grund in Form von Großriffeln, die selten die erforderliche Schiffahrtstiefe einengen. Auf dem Rücken der ausgedehnten Sandbänke bewegt sich der Sand im Zickzackkurs mit einer resultierenden Nordostrichtung. Dabei kommt die Bewegung in kleinen Riffeln ebenso vor wie das Wandern größerer Unterwasserdünen. An einigen Stellen erreichen die Unterwasserböschungen eine Geschwindigkeit bis zu 60 m/ Jahr. Die mittlere Geschwindigkeit beträgt jedoch 20 bis 30 m/Jahr. Beide tiefen Rinnen ändern ihre Querschnittsform; die wichtige tiefe Schiffahrtsrinne in der NW jedoch ist nahezu stabil.

Neben den Tideströmungen hat besonders die Wellenbewegung einen erheblichen Anteil am Sandwanderungsgeschehen. Deswegen hängen die Wanderrichtung und -geschwindigkeit auch von den jeweiligen Wind- und Seegangsverhältnissen ab. Es wird eine Aufgabe für die nächsten Jahre sein, den Anteil des Seegangeinflusses am Prozeß der Sandbewegung durch Messungen herauszufiltern. 154

Als Nebenprodukt der Untersuchungen gibt die Darstellung der Umhüllenden eines Querschnitts in verschiedenen Jahren (Abb. 5) einen Anhalt für die Bestimmung des Materials (sedimentiert oder gewachsen), das beim Baggern angefunden werden kann.

# 5. Schriftenverzeichnis

DILLO, H. G.: Sandwanderung in Tideflüssen. Mitt. Franzius-Inst. d. TU Hannover, H. 17, 1960.

Göhren, H.: Beitrag zur Morphologie der Jade- und Wesermündung. Die Küste, H. 13, 1965.

GÖHREN, H.: Meßwertaufbereitung von Dauerstrommessungen mit Hilfe der elektronischen Datenverarbeitung. Dtsch. Gew.-kdl. Mitt., Jg. 9, H. 2, 1965.

Göhren, H.: Triftströmungen im Wattenmeer. Mitt. Franzius-Inst. d. TU Hannover, H. 30, 1968.

Hovers, G.: Morphological Changes in a Fine Sand Tidal Estuary After Measures of River Improvement. Proc. 14th Coastal Eng. Conf. Copenhagen, 1974.

PLATE, L.: Forschung als Grundlage für den Ausbau der Außenweser. Deutsche Wasserwirtschaft, H. 4, 1935.

POPPEN, H.: Die Sandbänke an der Küste der Deutschen Bucht der Nordsee, Ann. d. Hydrogr., Bd. 40, 1912.

WSA Bremerhaven: Verschiedene unveröffentlichte Dienstberichte.

# Sicherheit von Seedeichen gegen Sturmfluten

Von Johann Kramer

#### Zusammenfassung

Die Widerstandsfähigkeit von Seedeichen gegen die Beanspruchungen durch Sturmfluten wird als "Deichsicherheit" nach verschiedenen Gesichtspunkten untersucht. Zu berücksichtigen sind die ansteigenden Sturmflutwasserstände, Wellenauflauf und Wellenüberschlag, Beseitigung von Schäden innerhalb von Sturmtidenketten, Wertung der Bauelemente und die Baukosten verschiedener Deichtypen. Die Ergebnisse sind die Zunahme der Deichsicherheit von 1800 bis 1975 und daß der Schardeich die kostengünstigste Lösung gegenüber einem Deich mit Vorland und Sommerdeich unter dem Gesichtspunkt der Deichsicherheit ist.

#### Summary

The stability of a sea dike against the effect of storm surges is the subject of investigations in the "dike safety". This refers to the rising levels of storm tides, wave runup and overtopping, repair of damages at the dike between storm tides, rating of the elements of dike construction and the costs of different types of dikes. The results are an increase of dike safety from 1800 to 1975 and that a dike without foreland and summerdike requires the lowest construction costs.

#### Inhalt

1.	Einführung		155
2.	Deichsicherheit gegen die ansteigenden Sturmflutwasserstände		156
3.	Deichsicherheit gegen Schäden in der Deichdecke durch Wellenauflauf und Wellen	1-	
	überschlag		158
4.	Deichsicherheit nach Sturmflutschäden am Deich		159
5.	Deichsicherheit nach Bewertung der Deichelemente		160
6.	Deichsicherheit unter Berücksichtigung der Baukosten verschiedener Deichtypen.		164
7.	Schriftenverzeichnis und Quellen	•	165

### 1. Einführung

Die häufigen, sehr schweren Sturmfluten der letzten Jahrzehnte – besonders die der Jahre 1953, 1962, 1973 und 1976 – geben Veranlassung, die Sicherheit verschiedener Deichformen und Deichtypen gegen Sturmfluten zu untersuchen. Unter "Deichsicherheit" soll hier die Widerstandsfähigkeit eines Erddeiches gegen sehr schwere Sturmfluten mit Wellenauflauf und Wellenüberschlag verstanden werden, durch die Ausschläge und Auswaschungen bis zu Deichbrüchen und daraus folgend Überschwemmungen des Hinterlandes eintreten können.

Die Erddeiche (Abb. 1) sind aus Klei oder haben eine Kleidecke über einem Sandkern, der unterschiedlich in seinen Abmessungen ist, weil er meistens im Zuge einer Deichverstärkung in neuerer Zeit entstand. Die Oberfläche trägt eine Grasnarbe, auf deren Pflege besonderer Wert gelegt wird, um durch Verwurzelung im Boden ein gegen Erosion schützen156

des Kornfaserwerk zu schaffen. Der Fuß von Schardeichen ist im allgemeinen mit einem schweren, massiven Deckwerk befestigt.

Im einzelnen wird eingegangen auf:

- Deichsicherheit gegen die ansteigenden Sturmflutwasserstände
- Deichsicherheit gegen Schäden in der Deichdecke durch Wellenauflauf und Wellenüberschlag
- Deichsicherheit nach Sturmfluten am Deich und deren Wiederherstellung
- Deichsicherheit unter Berücksichtigung der Baukosten verschiedener Deichtypen



Abb. 1: Querschnitte von Seedeichen mit Sandkern und Kleidecke

Die Deichsicherheit wird an Hand von Deichquerschnitten betrachtet, wie sie seit 1800 an der ostfriesischen Nordseeküste gebaut worden sind. Diese spiegeln jedoch die Entwicklung der Deiche an der gesamten Küste wieder, so daß die Ergebnisse der Sicherheitsbetrachtung auf alle Seedeiche an der Nordsee bezogen werden können. Letzteres gilt auch für die Ergebnisse der Untersuchung über die Sicherheit verschiedener Deichtypen, wie Schardeich, Deich mit Vorland sowie Deich mit Vorland und Sommerdeich, unter Berücksichtigung ihrer Baukosten.

# 2. Deichsicherheit gegen die ansteigenden Sturmflutwasserstände

Am Beispiel eines Schardeiches westlich Norddeich in Ostfriesland (Abb. 2) soll die Deichsicherheit gegen die langzeitig ansteigenden Sturmflutwasserstände dargelegt werden. Bekannt sind die Deichquerschnitte aus den Jahren 1800, 1900 und 1975 (DEICHACHT NORDEN), denen die Wasserstände der sehr hohen Sturmtiden der Jahre 1825, 1906 und 1962 zugeordnet werden. Bemerkt sei, daß für diesen Küstenbereich das HHThw 1962 auch 1976 nicht überschritten worden ist.

Die Kronenhöhe eines Seedeiches wurde bis Anfang dieses Jahrhunderts nach der örtlich bekannten höchsten Sturmflut mit einem Zuschlag für den Wellenauflauf bemessen. Unerkannt blieb bis in die zwanziger Jahre die Wasserstandshebung in der Nordsee, häufig als "Küstensenkung" bezeichnet. Am Pegel Wilhelmshaven, für den langjährige Wasserstandsbeobachtungen vorliegen, zeigt sich ein Anstieg des mittleren Tidehochwassers von 26 cm im Jahrhundert, wobei für die Jahreswerte die 19-jährigen übergreifenden Mittel zugrunde gelegt werden, um die astronomischen Einflüsse auszuschalten (КRAMER, 1969). Nach neueren Untersuchungen (ROHDE, 1976) läßt sich dieser Betrag seit dem 16. Jahrhundert nachweisen. Ein entsprechender säkularer Betrag von 0,25 bis 0,30 m geht heute, im Gegensatz zu früher, in den Sicherheitszuschlag bei der Bemessung der Deichhöhen ein. Daraus folgt auch, daß die gegenwärtig erhöhten Deiche in 100 Jahren wieder erhöht werden müssen, wenn der Anstieg des Meeresspiegels anhält und der gleiche Sicherheitsgrad auch in der weiteren Zukunft erhalten werden soll.

1800



Abb. 2: Vergleich von Querschnitten von Seedeichen aus den Jahren 1800, 1900 und 1975

Die Deichquerschnitte des Seedeichs westlich Norddeich (Abb. 2) aus den Jahren 1800, 1900 und 1975 werden nach dem Gesichtspunkt ausgewertet, daß vor allem die Deichabmessungen den Sicherheitsgrad bestimmen. Die Darstellung zeigt, daß die Querschnittsfläche (F) des Deichkörpers zugenommen hat, von 118 m<sup>2</sup> um 1800 auf 147 m<sup>2</sup> um 1900 und auf 323 m<sup>2</sup> im Jahre 1975.

Abb. 2 A gibt die Veränderung der Deichbreite in der Deichbasis an, die von 39,0 m um 1800 auf 75,0 m im Jahre 1975 zugenommen hat. Sie ist im besonderen ein Maß für die Standsicherheit des Deiches gegen Grundbruch, ist doch bei größerer Breite die Eigenlast des Deichkörpers und die Belastung durch hohe Sturmflutwasserstände auf eine breitere Fläche des Deichuntergrundes verteilt. Weiterhin schließt die größere Deichbreite aus, daß bei anhaltenden hohen Außenwasserständen die Sickerwasserlinie an der Binnenböschung und damit Drängewässer austritt, das den Deichboden so durchnässen kann, daß die Binnenböschung zu fließen beginnt.

Aus Abb. 2 B ist erkennbar, daß die Differenz zwischen der Kronenhöhe und der jeweils höchsten Sturmtide von 1800 bis 1975 von 0,85 m auf 2,68 m zugenommen hat. Dieses Maß kennzeichnet die Höhe des möglichen Wellenauflaufes auf der Außenböschung bevor es zum Wellenüberschlag über die Deichkrone kommt.

# 3. Deichsicherheit gegen Schäden in der Deichdecke durch Wellenauflauf und Wellenüberschlag

An den Außenböschungen von Erddeichen entstehen Schäden als Auswaschungen oder Ausbrüche durch Wellenauflauf und Brandung während der hohen Sturmtiden, die durch Druckschlagwirkung (FÜHRBÖTER, 1966) vergrößert werden. Der Wellenauflauf kann nach Beobachtungen und Messungen während sehr schwerer Sturmtiden am Seedeich bei Norddeich bis zu 3,0 m betragen (ERCHINGER, 1974). Je anhaltender die Brandung am Deich steht – bis zu drei Stunden während des höchsten Sturmtiden-Wasserstandes 1962 (KRAMER et al., 1962) –, desto schwerer sind die Ausschläge.



Abb. 3: Veränderungen der Neigung der Außenböschung von Seedeichen aus den Jahren 1800, 1900 und 1975

Die Ausdehnung der Schäden in der Außenböschung eines Deiches wird – wie die Erfahrung zeigt – vor allem von der Neigung der Außenböschung bestimmt. Diese ist seit 1800 sehr viel flacher geworden (Abb. 3) und hat sich von der mittleren Neigung 1:3,9 um 1800 in die gleichbleibende von 1:6 in der Gegenwart gewandelt. Seit einigen Jahren wird die Neigung 1:6 unter Einschluß der Überhöhung für das Setzen des Deichkörpers angehalten, so daß nach dessen Abklingen die Neigung 1:6,5 bleibt (Abb. 2, Deichquerschnitt 1975). Vor allem wegen der flacheren Böschungen haben nach 1825 die Schäden an den Außenböschungen, die sich häufig bis zu Deichbrüchen ausweiteten, an den Seedeichen der Nordseeküste sehr stark abgenommen; sie sind heute zu Ausnahmefällen geworden und an den neuen Deichen praktisch ausgeschlossen. Die Widerstandsfähigkeit der Binnenböschung gegen Erosion durch Wellenüberschlag über die Deichkrone hängt von der Neigung der Binnenböschung ab, wie besonders die Erfahrungen 1962 in Niedersachsen (KRAMER et al., 1962) erwiesen haben. An steilen Binnenböschungen von 1 : 1 bis 1 : 2 entstanden damals Auswaschungen und Rutschungen, die zu zahlreichen Deichbrüchen führten. Solche blieben jedoch bei Neigungen 1 : 2,5 bis 1 : 3 aus, weil auf der flacheren Böschung die Beschleunigung des überschlagenden Wassers geringer und damit die Erosionskraft kleiner ist.

Wenn früher die Binnenböschung noch 1:1,6 (Abb. 2) geneigt war, heute dagegen 1:3 oder auch 1:3,5, hat damit die Sicherheit gegen von der Binnenseite her erzeugte Deichbrüche erheblich zugenommen. Auch wenn einmal zugelassen werden sollte, daß  $5^{0/6}$  der höchsten Wellen über die Deichkrone schlagen, was gegenwärtig an den erhöhten Deichen nirgendwo zu erwarten ist, verhindert die flache binnenseitige Neigung von 1:3 eines Seedeiches, daß aus ihr Boden ausgewaschen wird. Dies zeigen Erfahrungen aus den Sturmtiden 1973 und 1976 mit Wellenüberschlag an noch nicht erhöhten Deichstrecken, jedoch mit 1:3 geneigter Binnenböschung. Deshalb können die nach den heutigen Erkenntnissen erhöhten und profilierten Deiche bei kurzzeitigem Wellenüberschlag als *bruchsicher* bezeichnet werden. Im Ergebnis hat die Deichsicherheit auf Grund der heutigen Profilgestaltung gegenüber früher in einem außerordentlich hohen Maß zugenommen.

# 4. Deichsicherheit nach Sturmflutschäden am Deich

Sind an einem Deich Schäden durch eine Sturmtide entstanden, so ist für seine verbleibende Widerstandsfähigkeit entscheidend, ob innerhalb kurzer Zeit weitere Sturmtiden



Abb. 4: Sturmtidenkette am Pegel Wilhelmshaven von 1854 bis 1973

einer Sturmtidenkette folgen. Diese können die ersten Schäden ausweiten und vor allem verhindern, daß sie zwischen den Sturmtiden gesichert oder beseitigt werden.

Um hier ein Maß für die Häufigkeit und den zeitlichen Abstand der Aufeinanderfolge von Sturmtiden innerhalb einer Sturmtidenkette zu haben, wird die von LÜDERS (1974) entwickelte Beziehung herangezogen, die einen Kennwert K = Z: N angibt. Der Faktor Z stellt die Zeit in Tagen von der ersten bis zur letzten Sturmtide dar. Der Faktor N gibt die Anzahl der Sturmtiden innerhalb dieser Zeit wieder. Mindestens fünf Sturmtiden kennzeichnen eine Sturmtidenkette, d. h.  $K \leq 5,0$ . Je kleiner der K-Wert ist, um so schneller folgen die Sturmtiden aufeinander. Die mittlere Höhe einer Sturmtidenkette über MThw charakterisiert deren "Schwere" und erlaubt es, sie mit anderen am gleichen Pegelort zu vergleichen.

Abb. 4 gibt die Werte für die Sturmtidenketten von 1854 bis 1973 am Pegel Wilhelmshaven wieder und zeigt die Beziehung der Kennwerte (K) zur mittleren Höhe über MThw. Zu erkennen ist, daß die Sturmtidenketten 1962 und 1973 keineswegs extrem im Hinblick auf eine Aufeinanderfolge der Sturmtiden oder der Schwere der Sturmtidenketten waren. Am gefährlichsten für die Deichsicherheit war die Sturmtidenkette von 1895 mit K = 1,0 und einer extremen mittleren Höhe über MThw, d. h. sehr hohe Sturmflutwasserstände in schneller Folge. Eine zur Gegenwart hin ungünstige Veränderung der Deichsicherheit unter dem Gesichtspunkt der Beseitigung oder Sicherung von Sturmflutschäden zwischen den einzelnen Sturmtiden kann aus der Darstellung nicht abgeleitet werden.

#### 5. Deichsicherheit nach Bewertung der Deichelemente

Um die Veränderung der Deichsicherheit quantitativ beschreiben zu können, wurden die für die Widerstandsfähigkeit maßgebenden Faktoren wie Kronenhöhe, Böschungsneigung, Deichbreite, Deichboden, Untergrund, Einbau, Begrünung, Deichlängsweg und Deichunterhaltung analysiert. Die Wertungs- und Wichtungspunkte der Deichsicherheits-Analyse (Abb. 5, Tabelle) wurden durch mehrere fachkundige Ingenieure gegeben, so daß das Ergebnis als weitgehend objektiv angesehen werden darf:

- 1. Insgesamt werden 100 Punkte vergeben, die nach dem Gewicht der einzelnen Faktoren (Spalte 1) als Wichtung (Spalte 2) verteilt werden.
- 2. Je Bewertungsfaktor konnten zwischen 0 und 10 Punkte verteilt werden. Null Punkte bedeuten, daß dieser Faktor zur angegebenen Zeit noch nicht vorhanden war, 10 Punkte, daß er so vollkommen war, daß keine weitere Verbesserung mehr möglich ist (Spalten 3, 5 und 7).
- 3. Die Summe der Produkte aus Wichtung (Spalte 2) und Wertung (W) ergibt den Sicherheitssummanden (S), (Spalten 4, 6 und 8), der ein Maß für die Deichsicherheit darstellt.

Wie die Tabelle und die grafische Darstellung in Abb. 5 ausweisen, betrug der Sicherheitszuwachs

> von 1800 bis 1900  $\frac{-469 - 327}{100} = 1,42$  Punkte/Jahr von 1900 bis 1975  $\frac{-694 - 469}{75} = 3,00$  Punkte/Jahr von 1800 bis 1975  $\frac{-694 - 327}{175} = 2,10$  Punkte/Jahr

In Prozenten des jeweiligen Ausgangswertes stieg von 1800 bis 1900 die Deichsicherheit um 43  $^{0}/_{0}$ , von 1900 bis 1975 um 48  $^{0}/_{0}$  und für den gesamten Zeitraum 1800 bis 1975 um 112  $^{0}/_{0}$ .

#### Die Küste, 31 (1977), 1-186

Auch unter Berücksichtigung der Unsicherheiten der Bewertungskriterien bleibt das Ergebnis, daß die heutigen Deiche wesentlich mehr Sicherheit gegen sehr schwere Sturmfluten bieten als die um 1800 erbauten. Dieser Zuwachs an Deichsicherheit ist das Ergebnis der besseren Kenntnisse über Sturmtiden, Wasserstände, Wellenauflauf, Brandungswirkung und deren wissenschaftliche Auswertung, die sich in der Veränderung der den Deichbau bestimmenden Faktoren und der Deicherhaltung im untersuchten Zeitraum ausgewirkt haben.

Eaktor	Wich-	1	800	1	900	1975		
FURIO	tung	W	S	W	S	W	S	
1	2	3	4	5	6	7	8	
Kronenhöhe	21	3	63	6	126	8	168	
Neigung der Außenböschung	13	3	39	5	65	7	91	
Neigung der Innenböschung	14	3	42	3	42	5	70	
Deichbreite	20	3	60	5	100	9	180	
Deichboden,Unter- grund, Einbau	10	3	30	4	40	5	50	
Begrünung	7	6	42	6	42	6	42	
Deichlängsweg	9	3	27	4	36	7	63	
Deichunterhaltung	6	4	24	3	18	5	30	
Summe	100		327		469		694	



Abb. 5: Deichsicherheits-Analyse

Unberücksichtigt geblieben – weil schwierig zu bewerten – ist bei der Deichsicherheits-Analyse das Deckwerk am Fuß des Schardeiches. Um 1800 wurde der Deichfuß jährlich mit Stroh neu bestickt, um 1900 wurden Deckwerke aus Basaltsteinen angelegt, und 1975 waren diese im Aufbau verstärkt und durch eine massive Befestigung der Außen162



Abb. 6: Querschnitte verschiedener Deichtypen für die Bewertung nach den Baukosten

#### Die Küste, 31 (1977), 1-186

böschung bis zur Höhe von + 4,50 m NN verbreitert. Wenn auch bei den höchsten Sturmflutwasserständen vor allem die Erdböschung oberhalb beansprucht wird, so bleibt doch die stabilisierende Wirkung des massiven Deichfußes und damit eine höhere Deichsicherheit.

# 6. Deichsicherheit unter Berücksichtigung der Baukosten verschiedener Deichtypen

An der ostfriesischen Küste sind im Zuge der seit Jahrhunderten betriebenen Landgewinnung und in jüngster Zeit auch durch Bodenaufspülung ausgedehnte Vorländer vor Hauptdeichen entstanden. Das Vorland hat eine wellenbrechende Wirkung, die durch einen Sommerdeich auf dem Vorland noch verstärkt wird und den Wellenauflauf am Hauptdeich vermindert.

Auf Grund von Einmessungen der Treibselgrenze als Markierung ist für unterschiedliche Deichtypen östlich von Norddeich der Wellenauflauf ermittelt worden (ERCHINGER, 1974). Für etwa gleich hohe Sturmflutwasserstände an den drei Beobachtungsstellen wird als Wellenauflaufhöhe für die verschiedenen Deichtypen angegeben:

1. Schardeich	2,95 m (rd. 3,0 m)
2. Deich mit Vorland	0,97 m (rd. 1,0 m)
3. Deich mit Vorland	
und Sommerdeich	0,07 m (rd. 0,0 m)

Die Klammerwerte werden für die weiteren Überlegungen benutzt. Bemerkt sei allerdings, daß NIEMEYER (1976) Einmessungen des Wellenauflaufes an der Butjadinger Küste angibt, die keine so eindeutige Abhängigkeit des Wellenauflaufes vom Deichtyp und von der Wassertiefe vor dem Deich zeigen. Deshalb dürfen die vorstehend angegebenen Werte über die Verminderung des Wellenauflaufes durch Vorland und Sommerdeiche nicht verallgemeinert werden.

Wenn jedoch, wie es häufig vorgeschlagen wird, aus dem unterschiedlichen Wellenauflauf eine Verminderung der Kronenhöhe des Hauptdeiches abgeleitet wird, so wären folgende Deichtypen als gleichwertig zu bezeichnen (Abb. 6):

- (a) Schardeich (Wellenauflaufhöhe von rund 3,0 m) mit Kronenhöhe von + 9,00 m NN
- (b) Deich mit Vorland (Wellenauflaufhöhe von rd. 1,0 m) mit Kronenhöhe von

+ 7,00 m NN he von rd. 0.0 m)

(c) Deich mit Vorland und Sommerdeich (Wellenauflaufhöhe von rd. 0,0 m) mit Kronenhöhe von + 6,00 m NN

In der Grafik der Abb. 6 sind die Mehrkosten eines Deiches auf Grund der gegenwärtigen Baupreise

– in Abhängigkeit von der Höhe über + 6,00 m NN und

– für die Aufspülung eines Vorlandes mit Deckwerk in Abhängigkeit von seiner Breite aufgezeichnet.

Nach den Baupreisen von 1975 sind die Kosten des Deckwerkes vor dem Schardeich oder dem Vorland mit 1400,- DM/m und die des Sommerdeiches mit 800,- DM/m angesetzt worden. An Stelle der Befestigung der Außenböschung des Deiches mit Vorland (Abb. 6b) ist beim Deich mit Vorland und Sommerdeich (Abb. 6c) ein Treibselabfuhrweg berücksichtigt. Wegen des Umfanges sind die Kostenermittlungen nicht in Einzelheiten wiedergegeben worden; sie sind jedoch für Interessenten verfügbar.

In der folgenden Tabelle sind die Deichhöhen und Mehrkosten entsprechend der vorher angenommenen Gleichwertigkeit der Deichtypen (6a), (6b) und (6c) in den Spalten 2a,

	1	ć	21.	3.0	45	42	414	53 53	45
gung	Deichtyp	za Höhe vo Vorlan Somm	un Deich, d oder rrdeich	Da Mehrl üb + 6,00	sosten er m NN	Mehrkosten üb + 6,00	er er m NN	Mehrko in %	sten
Abb. 6a	Schardeich mit Deckwerk	+ 9,00	m NN	1960,- 1400,-	- DM - DM	3360,-	- DM	100	
Abb. 6b	Deich mit Vorland	+ 7,00 m + 2,00 m	+ 8,50 m + 1,80 m	531,- DM 3080,- DM	1563,- DM 3080,- DM	3611,- DM	4643,- DM	107	138
Abb. 6c	Deich mit Vorland und Sommerdeich	+ 6,00 m + 2,00 m + 3,50 m	+ 8,00 m + 1,80 m + 3,50 m		1189,- DM 3080,- DM 800,- DM	3880,- DM	5069,- DM	115	151

Tabelle: Deichtypen und Baukosten

3a, 4a und 5a angegeben. Die Spalten 2b, 3b, 4b und 5b gehen von einem Vorschlag aus, die Verminderung des Wellenauflaufes bei den Lösungen (6b) und (6c) nur teilweise zu berücksichtigen und die Höhe des Hauptdeiches nur auf + 8,50 m bzw. 8,00 m NN zu verringern, wie es für Planungen von Seedeichen erörtert worden ist.

Das Ergebnis des Kostenvergleiches ist, daß bei der Neuanlage einer Deichlinie die kostengünstigste Lösung der Bau eines Schardeiches mit einem schweren massiven Deckwerk ist. Vergleichsweise ist der Bau von Deichen mit Vorland oder Vorland und Sommerdeichen in allen Fällen teurer, besonders dann, wenn bei realistischer Einschätzung der möglichen Verringerung der Deichhöhen die Mehrkosten eines Deiches mit Vorland und Sommerdeich gegenüber einem Schardeich rd. 50 % betragen.

Unberücksichtigt geblieben sind bei diesen Vergleichen die Kosten der Pflege der Grasnarbe von Hauptdeich, Sommerdeich und Vorland, die wegen der geringeren Fläche für den Schardeich sprechen. Auch haben sich die Sommerdeiche an der niedersächsischen Küste in den sehr schweren Sturmfluten als besonders schadensanfällig wegen oft ungenügender Unterhaltung erwiesen.

Wenn auch nach den vorhergehenden Überlegungen die Deichsicherheit am kostengünstigsten durch den Bau von Schardeichen zu erreichen ist, so bleiben doch Vorland und Sommerdeich von Bedeutung, um künftige Risiken aufzufangen. Ein weiterer Anstieg der Wasserstände oder noch höherer Wellenauflauf als bisher bekannt (NIEMEYER, 1976) könnte vor Seedeichen durch Vorland und Sommerdeiche aufgefangen werden, wenn die Hauptdeiche selbst aus Gründen der räumlichen Einengung wegen Beibehaltung ausreichend flacher Außen- und Binnenböschung nicht erhöht werden können.

#### 7. Schriftenverzeichnis und Quellen

Deichacht Norden: Archiv mit Sammlung früherer Deichanlagen, Norden.

- ERCHINGER, H.: Wellenauflauf an Seedeichen Naturmessungen an der ostfriesischen Küste. Mitt. Leichtweiß-Institut d. TU Braunschweig, H. 41, 1974.
- FÜHRBÖTER, A.: Der Druckschlag durch Brecher auf Deichböschungen. Mitt. Franzius-Institut d. TU Hannover, H. 28, 1966.
- KRAMER, J.: Neue Deiche, Siele und Schöpfwerke zwischen Dollart und Jadebusen. Ostfriesland im Schutze des Deiches, Pewsum 1969, Bd. II.
- KRAMER, J.: Design Criteria for North Sea Dikes. Journal of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division, ASCE, Vol. 97, 1971.
- KRAMER, J., LÜDERS, K. u. LIESE, R.: Die Sturmflut vom 16./17. Februar 1962 im niedersächsischen Küstengebiet. Die Küste, Jg. 10, H. 1, 1962.
- LÜDERS, K.: Sturmtidenketten. Jahresbericht der Forschungsstelle Norderney 1973, Bd. XXV, 1974.
- NIEMEYER, H. D.: Zur Abschätzung des maximalen Wellenauflaufs an Seedeichen aus der Einmessung von Teekgrenzen. Die Küste, H. 29, 1976.
- ROHDE, H.: Wasserstandsbeobachtungen im Bereich der deutschen Nordseeküste vor der Mitte des 19. Jahrhunderts. Die Küste, H. 28, 1975.

# Ein Vorschlag zur Analyse eines Wellenklimas

Von Hans Henning Dette

## Zusammenfassung

In den kommenden Jahren sind noch hohe Aufwendungen erforderlich, um allen Küstenabschnitten an Nord- und Ostsee die gleiche Sicherheit gegen Sturmfluten zu geben. Damit See- und Küstenschutzbauten so bemessen und erstellt werden können, daß mit einem Minimum an Aufwand und Unterhaltung ein Maximum an Schutzwirkung erzielt wird, ist die Kenntnis der angreifenden Seegangskräfte eine wichtige Voraussetzung. Ermöglicht durch die Fortschritte in der Meßwerterfassung und -verarbeitung wurden in den letzten Jahren umfangreiche Wellenmeßprogramme begonnen. Auf der Grundlage eines relativ kurzzeitigen Wellenmeßprogrammes vor Westerland/Sylt in den Jahren 1971 bis 1974 werden Möglichkeiten aufgezeigt, über weitergehende statistische Betrachtungen, z. B. Wind-Wellen-Korrelationen, Wellenenergieabgabe etc., zu möglichst umfassenden Kenntnissen des örtlichen Langzeit-Wellenklimas zu gelangen und dem Ingenieur die Bemessung von Bauwerken und die Analyse von Küstenprozessen zu erleichtern.

#### Summary

During the coming years, along the German North Sea and Baltic coastlines, high expenses will still be necessary in order to obtain an equal degree of safety – for all places – against extreme storm floods. In order that the offshore and coastal defence structure can be designed and constructed so that, with a minimum of expense and maintenance, a maximum of protection may be attained, the knowledge of local wave climate is absolutely essential. On the basis of a relatively short-term wave measurement programme off the Island of Sylt during the years 1971 to 1974, possibilities were revealed of being able to gain the most comprehensive knowledge of the long-term wave climate by means of more extensive statistical considerations (e.g. wind-wave correlationships, extreme wave parameters, wave energy loads), and thereby facilitate the future design of structures and the evaluation of coastal processes.

#### Inhalt

1.	Einleitung				166
2.	Anwendungsbeispiele für die Analyse eines Wellenklimas				167
3.	Einige Ergebnisse der Wellenmessungen vor Sylt				168
4.	Wind-Wellen-Korrelationen				170
5.	Bemerkungen zur Energieabgabe der Wellen				175
6.	Schriftenverzeichnis				180

#### 1. Einleitung

Seit der Februarsturmflut im Jahre 1962 haben Bund und Länder bislang 3,2 Milliarden DM für den Küstenschutz ausgegeben (GALLUS, 1977); in den folgenden sieben bis zehn Jahren sind nach derzeitigem Stand noch Aufwendungen von rd. 1,75 Milliarden DM notwendig, um allen Küstenabschnitten an der Nord- und Ostseeküste die gleiche Sicherheit gegen Sturmfluten zu geben. An die Erfüllung der noch anstehenden Aufgaben haben die Sturmfluten im Januar 1976 eindrucksvoll erinnert, indem sie schwache Stellen der verschiedenen Schutzwerke aufdeckten.

#### Die Küste, 31 (1977), 1-186

Voraussetzung für einen wirksamen Küstenschutz ist die Kenntnis der angreifenden Seegangskräfte; quantitativ können sie aus Erfahrung nur in der Natur selbst erfaßt werden, dort, wo der Angriff der Wellen und der Widerstand des Küstenmaterials in einer kontinuierlichen Wechselbeziehung stehen und letztlich auch nur in dem Gebiet, wo gebaut und geschützt werden soll.

Eine Aufzeichnung der Wellen einschließlich der bei extremen Seegangsverhältnissen wurde erst in den letzten Jahren durch die Entwicklung von robusten und seewasserfesten elektronischen Meßwertaufnehmern, die nicht nur bei "Schönwetterlagen" arbeiten, möglich; hinzu kommen noch neueste Registriereinheiten einschließlich Analog- und Magnetbandaufzeichnung, wodurch in der Folge die elektronische Datenverarbeitung erforderlich wird, um das aus Naturmessungen anfallende, umfangreiche Datenmaterial in kürzester Zeit aufzuarbeiten und über die Analyse der einzelnen Einflußparameter im Seegangsgeschehen hinaus Korrelationsuntersuchungen, z. B. mit meteorologischen Daten, anstellen zu können.

Hauptaufgabe der Küstenforschung muß es sein, dem verantwortlichen Ingenieur die Bemessungsgrundlagen für Baumaßnahmen in der See und an der Küste zu liefern, damit diese so bemessen und erstellt werden können, daß bei geringen Unterhaltungskosten mit einem Minimum an Aufwand ein Maximum an Schutzwirkung bzw. Sicherheit erzielt wird. Unter diesen Gesichtspunkten, ermöglicht durch den derzeitigen Stand der Meßtechnik und der Datenverarbeitung, wurden nach ersten umfangreichen Wellenmessungen vor Sylt in den Jahren von 1971 bis 1974 (FÜHRBÖTER et al., 1972 und 1976; DETTE, 1974a) weitere Wellenmeßprogramme (u. a. ERCHINGER, 1976 sowie LUCK und NIEMEYER, 1976) vorwiegend im Rahmen des angelaufenen langjährigen Forschungsprogramms des Kuratoriums für Forschung im Küsteningenieurwesen (KFKI) begonnen, mit dem Ziel, für repräsentative Abschnitte an der Küste Bemessungsgrundlagen für künftige Bauvorhaben in Form von realistischen Wellenkennwerten zu liefern.

#### 2. Anwendungsbeispiele für die Analyse eines Wellenklimas

Für die Bemessung von Küstenschutzbauten und Seebauwerken ist die Kenntnis des örtlichen Wellenklimas eine wesentliche Entscheidungshilfe; hierzu zählt die Ermittlung der höchsten Wellen sowie die Überschreitungshäufigkeit von maximalen oder signifikanten Wellenhöhen.

An dieser Stelle ist auf die Problematik von Naturmessungen hinzuweisen, die scherzhaft wohl am eindrucksvollsten charakterisiert werden kann mit dem "Gerücht", daß das Auslegen von Sensoren zur Messung von Extremwerten den besten Küstenschutz darstellt, da gewöhnlich dann, wenn man auf ein Ereignis wartet, dieses sich nicht wunschgemäß einstellt. Aber auch hier gibt es die berühmten Ausnahmen; denn innerhalb kürzester Zeit wurde die deutsche Nordseeküste nach der Sturmflutkette im Winter 1973/74 bereits im Januar 1976 von der zweiten "Jahrhundertsturmflut" nach 1962 betroffen; in diesem Zeitraum konnten bereits wertvolle Meßdaten gewonnen werden (vgl. z. B. CHRISTIANSEN, 1976; ERCHINGER, 1973 und 1976; DETTE, 1974b).

Allgemein muß davon ausgegangen werden, daß Meßzeiträume von einigen Jahren bis hin zu zehn Jahren und mehr nicht ausreichen, um tatsächlich auch alle denkbaren Extremwerte des Seeganges und seiner Auswirkungen (z. B. Druckschlag, Wellenauflauf und -überlauf) im Naturgeschehen zu erfassen. Daher sollten auf der Grundlage eines umfassenden Datenmaterials, das in einem sinnvoll erscheinenden Zeitraum von drei bis fünf

#### 168

Jahren gesammelt und analysiert wird, statistische Betrachtungen angestellt werden, um z. B. abzuschätzen, welche maximalen und/oder signifikanten Wellenhöhen einmal in 10, 50 oder 100 Jahren zu erwarten sind. Weiterhin können im Falle von ausreichenden Korrelationen zwischen Windgeschwindigkeiten und Wellen für die ausgewählten Windsektoren die Wellenhöhen überschläglich ermittelt werden, die zu erwarten sind, wenn Windgeschwindigkeiten auftreten, die bislang noch nicht registriert wurden.

Die Kenntnis des örtlichen Wellenklimas wird es auch ermöglichen, über die Untersuchung von langjährigen statistischen Angaben, z. B. für einen bestimmten Monat oder eine Jahreszeit, das Risiko für eine im langjährigen Mittel zu erwartende Wellenunruhe während der Ausführung einer zeitgebundenen Tätigkeit abzuschätzen oder für die Festlegung der Bauzeit die ruhigste Seegangsperiode heranzuziehen, z. B. die Durchführung von Strandauffüllungen.

In letzter Zeit ist eine zunehmende Abwendung von starren Küstenschutzbauten sowie in der Folge damit zusammenhängender Reparatur- und Unterhaltungsarbeiten – dem sogenannten passiven Küstenschutzbauten (FÜHRBÖTER, 1974). Dabei wird, ermöglicht durch die Leistungsfähigkeit der modernen Naßbaggertechnik, Sand in großen Mengen als Baustoff verwendet. Bei diesem Konzept wird z. B. der Vorstrand vor Längswerken (Norderney, Langeoog, Wangeroog, Föhr, Sylt etc.) künstlich wieder erhöht, um die Fußsicherung der Längswerke wiederherzustellen. Durch die Erhöhung des Strandes tritt ein vorzeitiges Ausbranden der Wellen ein, und die ankommende Seegangsenergie wird so von den Uferbauten ferngehalten (FÜHRBÖTER, 1973).

Im Hinblick auf diese Entwicklung eröffnet sich mit der Analyse des Wellenklimas ein weiterer Anwendungsbereich. Da bei einer Strandauffüllung davon auszugehen ist, daß sie von Zeit zu Zeit wiederholt werden muß, ist es nun wichtig, rechtzeitig den Zeitpunkt zu bestimmen, wann eine Wiederholungsmaßnahme einzuleiten ist und zum anderen, auch ein halbwegs objektives Maß für die "Haltbarkeit" einer derartigen Maßnahme zu finden. Dies ist die Voraussetzung für Wirtschaftlichkeitsuntersuchungen über eine Strandauffüllung im Vergleich zum Bau eines starren Küstenschutzbauwerkes und/oder ihrer laufenden Unterhaltungs- und Reparaturkosten. Hier bietet sich statt eines linearen Zeitmaßstabes das fortlaufende Integral der tatsächlichen Wellenintensität eines Monats oder eines Jahres – also ein verzerrter Zeitmaßstab – als Bezugsparameter für die Beurteilung der Sandverlustraten nach der Durchführung der Strandauffüllung an. Dieser Vorschlag kann z. B. dadurch belegt werden, daß die während der Sturmflutkette 1973 (6. 11. bis 17. 12. 1973) vor Sylt ermittelte Wellenenergie höher lag als die Summe der Energie, die in der übrigen Zeit des Jahres zu verzeichnen war (FÜHRBÖTER et al., 1976).

Aufgabe der nachfolgenden Untersuchungen zum Wellenklima vor der Insel Sylt soll es sein, an einem konkreten Beispiel die praktischen Anwendungsmöglichkeiten, die sich aus der Seegangsanalyse ergeben, zu veranschaulichen.

# 3. Einige Ergebnisse der Wellenmessungen vor Sylt

Begleitend zu der im Jahre 1972 vor Westerland/Sylt durchgeführten Sandvorspülung (FÜHRBÖTER et al., 1972 und 1976) wurden in den Jahren von 1971 bis 1974 in enger Zusammenarbeit zwischen dem Amt für Land- und Wasserwirtschaft Husum und dem Leichtweiß-Institut für Wasserbau der Technischen Universität Braunschweig u. a. umfangreiche Wellenmessungen an 4 Meßstationen (W1 bis W4 auf Abb. 1) im Küstenvorfeld vor der Insel Sylt durchgeführt (WENZEL 1974, DETTE 1974a + b, FÜHRBÖTER et al., 1972).

Die Wellenmessungen wurden mit Echolot-Wellenpegeln nach dem Ultraschallprinzip (FAHRENTHOLZ, 1973) durchgeführt. Jede Einzelmessung dauerte 15 Minuten, um sicherzustellen, daß jeweils mindestens eine Folge von 100 Wellen für die Auswertung zur Verfü-



Abb. 1. Lage der Ultraschall-Wellenschreiber W1 bis W4 vor der Insel Sylt

gung stand. Alle Messungen wurden gleichzeitig an den 4 Stationen durchgeführt. Für die Ermittlung der für Ingenieurbelange charakteristischen Wellenkennwerte

H <sub>max</sub>	=	maximale Wellenhöhe
$H_{s}$	=	signifikante Wellenhöhe (=Mittel des höchsten
		Drittels in der Wellenregistrierung)
$H_{\rm m}$	=	mittlere Wellenhöhe
$T_{\rm m}$	=	mittlere Wellenperiode

in einer Folge von 100 Wellen wurde das Nulldurchgangsverfahren (DRAPER, 1966) zugrunde gelegt.

Aus einer Anzahl von etwa 400 Einzelwellenmessungen im Zeitraum 1971 bis 1974 wurden folgende statistischen Verhältniswerte für die seewärts des Riffes gelegene Meßstation  $W_3$  (Abb. 1) ermittelt

$$\begin{array}{rcl} H_{max}/H_{s} &= 1,44 \\ H_{s}/H_{m} &= 1,44 \\ H_{max}/H_{m} &= 2,07 \end{array}$$

Diese Angaben stimmen auffallend gut mit ähnlichen Untersuchungen für andere Seegebiete überein (vgl. z. B. WIEGEL, 1964). Für die genannten 400 Einzelmessungen, mit denen nahezu alle im Untersuchungszeitraum aufgetretenen Wetterlagen mit Wellenhöhen ab etwa 1 m bis hin zu schweren Sturmfluten (Sturmflutkette im November und Dezember 1973) erfaßt wurden, zeigt Abb. 2 die prozentuale Häufigkeitsverteilung der signifikanten Wellenhöhen H<sub>s</sub> in Stufen von je 0,5 m sowie Abb. 3 die Verteilung der mittleren Wellenperioden T<sub>m</sub> in Intervallen von je 1 Sekunde.

Im Untersuchungszeitraum 1971 bis 1974 wurde als Maximum ein  $H_s = 5,2 \text{ m}$  mit einer Wellenperiode  $T_m = 9,5 \text{ s}$  an der Station  $W_3$  (Abb. 1) ermittelt; im Mittel traten Wellenhöhen von  $H_s = 2,2 \text{ m}$  und einer mittleren Wellenperiode  $T_m = 6 \text{ s}$  auf.

Anschaulicher noch als die getrennte Darstellung der Häufigkeit von Wellenhöhe und -periode (Abb. 2 und 3) zeigt Abb. 4 die Häufigkeitsverteilung der Wellenhöhen  $H_s$  und der zugehörigen Wellenperioden  $T_m$ ; ergänzend sind die Wellensteilheiten H/L für eine mittlere Wassertiefe von d = 10 m an Station  $W_3$  nach der linearen Wellentheorie von AIRY eingetragen (vgl. u. a. POWERS et al., 1968).





Abb. 2. Prozentuale Häufigkeitsverteilung der signifikanten Wellenhöhen H<sub>s</sub> in einem Kollektiv von 400 Einzelmessungen

Abb. 3. Prozentuale Häufigkeitsverteilung der mittleren Wellenperioden  $T_m$  in einem Kollektiv von 400 Einzelmessungen



Abb. 4. Prozentuale Häufigkeitsverteilung von signifikanter Wellenhöhe  $H_s$  und zugehöriger Wellenperiode  $T_m$  in einem Kollektiv von 400 Einzelmessungen (= 100 Prozent), eingetragen in ein Rasternetz, mit zusätzlicher Darstellung der Wellensteilheiten H/L für eine Wassertiefe von d = 10 m bei Station  $W_3$ 

4. Wind-Wellen-Korrelationen

Seit 1965 werden u. a. von der Aerosol-Meßstelle des Umweltbundesamtes nördlich der Stadt Westerland kontinuierliche Windregistrierungen vorgenommen. Der Windmesser ist auf einer freiliegenden Randdüne, rd. 10 m über dem mittleren Meeresspiegel, aufgestellt. Für die nachfolgenden Untersuchungen zum Wellenklima vor Sylt konnte auf die mittleren stündlichen Windgeschwindigkeiten und -richtungen der letzten 12 Jahre, beginnend am 1. 1. 1965, zurückgegriffen werden.

Am Beispiel einer kontinuierlichen Wellenmessung über die Dauer einer Sturmwetterlage mit Böen bis Bft 10 aus Südwest sollen zunächst offensichtliche Zusammenhänge, zumindest ab einer bestimmten Wellenhöhe ( $H_{max} > 2 \text{ m}$ ), zwischen den örtlichen Windverhältnissen und dem Seegang veranschaulicht werden. Abb. 5 zeigt für die genannte Sturmwetterlage die Auftragung der aus je einer Folge von 100 Wellen ermittelten Wellenkennwerte  $H_{max}$ ,  $H_s$  und  $H_m$  sowie die mittleren und die maximalen Windgeschwindigkeiten ( $U_m$  bzw.  $U_{max} = Böigkeit$ ) sowie die zugehörigen Windrichtungen.



Abb. 5. Wind- und Wellenkennwerte über die Dauer einer Sturmwetterlage im Februar 1973

Ein Vergleich der Maxima und Minima von Windstärken und Wellenhöhen läßt erkennen, daß der Seegang mit einer Phasenverschiebung entsprechend den Windverhältnissen zunimmt bzw. abfällt. Daraufhin wurden, ermöglicht durch die elektronische Datenverarbeitung, systematische Untersuchungen über Wind-Wellen-Korrelationen am Beispiel des küstennahen Seegebietes vor Sylt (seewärts des Riffgürtels) angestellt.

Zunächst wurden die Winddaten der Jahre 1965 bis 1976 von der Wetterstation Westerland, die nach der sechzehnteiligen Windrose (Sektoren von je 22,5°) ausgewertet sind, im Hinblick auf die prozentuale Häufigkeit des Vorherrschens von einzelnen Windrichtungen analysiert. Die Unterscheidung nach Windstärkegruppen zwischen Geschwindigkeiten von 0 bis 10 m/s sowie über 10 m/s läßt auf Abb. 6 die seegangserzeugenden Windrichtungen, hier von SSW bis NW, für die Westküste der Insel Sylt erkennen. Für diese Windrichtungen sind zufriedenstellende Korrelationskoeffizienten zwischen Wind und Wellen Voraussetzung für weitergehende Betrachtungen. Diese wurden an Hand der vorliegenden, bereits erwähnten Einzelwellenmessungen (z. B. Abb. 4) aus den Jahren 1971 bis 1974 und den zugehörigen stündlichen Winddaten bis zu 6 Stunden vor der jeweiligen Wellenmessung untersucht. Für die Korrelation von signifikanter Wellenhöhe H<sub>s</sub> und



Abb. 6. Prozentuale Häufigkeit des Vorherrschens von einzelnen Windrichtungen vor Westerland/ Sylt in den Jahren von 1965 bis 1976

mittlerer Windgeschwindigkeit, die zwischen der vierten bis zweiten Stunde vor der Wellenmessung herrscht, wurden die höchsten nachfolgend zugeführten Koeffizienten aus dem bereits genannten Kollektiv von 400 Einzelmessungen ermittelt.

Windrichtung	Korrelationskoeffizient R	
S	0,55	
SSW	0,80	
SW	0,79	
WSW	0,91*)	
W	0,96*)	
WNW	0,88*)	

\*) Vorherrschende Windrichtungen bei Sturmfluten.

Abb. 7 zeigt – getrennt nach den Windrichtungen – die gemessenen Wellenhöhen  $H_s$  in Abhängigkeit von der mittleren Windgeschwindigkeit  $U_m$  (vier bis zwei Stunden vor jeder Wellenmessung). Innerhalb des Untersuchungszeitraumes 1971 bis 1974 wurden einschließlich der Sturmtidenkette im November und Dezember 1973 folgende höchste mittlere Windgeschwindigkeiten über 3 Stunden und höchste signifikante Wellenhöhen für die einzelnen seegangserzeugenden Windrichtungen ermittelt (Abb. 8).



Abb. 7. Wellenhöhe H<sub>s</sub> in Abhängigkeit vom Mittelwert der Windstärke vier bis zwei Stunden vor der Wellenmessung (Windrichtungen S bis WNW)

Durch Extrapolation der auf Abb. 7 für die einzelnen Windrichtungen eingetragenen Ausgleichsgeraden können die Wellenhöhen  $H_s$  für höhere, noch nicht registrierte Windgeschwindigkeiten abgeschätzt werden. Die zugehörige maximale Wellenhöhe  $H_{max}$  kann über das statistische Verhältnis

$$H_{max} = 1,44 \cdot H_s$$

ermittelt werden.
Windrichtung	Höchste mittlere Windgeschwindigkeit über 3 Stunden	Höchste gemessene Wellenhöhe H <sub>s</sub> m	
	m/s		
S	12,0	2.7	
SSW	14,5	3.2	
SW	15,0	3.8	
WSW	23,5	5.2	
W	22,0	5.2	
WNW	20,5	4,9	

Abb. 8. Höchste mittlere Windgeschwindigkeiten über 3 Stunden und höchste gemessene Wellenhöhen H<sub>8</sub> (Station W<sub>3</sub>, Abb. 1) im Untersuchungszeitraum 1971 bis 1974

Die Ergebnisse der Korrelationsuntersuchungen bestätigen, daß ein Untersuchungszeitraum von 3 bis 5 Jahren durchaus ausreicht, um zu grundlegenden Kenntnissen über ein örtliches Wellenklima zu gelangen. Im folgenden können nun die Korrelationen zu Rückkopplungsbetrachtungen für Ereignisse herangezogen werden, von denen nur Windaufzeichnungen vorliegen. So können z. B. die Wellenhöhen abgeschätzt werden, die bei früheren Sturmfluten (1953, 1962 etc.) aufgetreten sind. An dieser Stelle sollen die kontinuierlichen Windaufzeichnungen von 1965 bis 1976 verwendet werden, um rückkoppelnd eine Bilanz der Wellenintensität in dem genannten Zeitraum aufzustellen. Für Intervalle von je drei Stunden wurden über die mittlere Windgeschwindigkeit und Windrichtung die einzelnen Wellenhöhen ( $8 \times 365 \times 12 = \text{rd}. 33 000$  Wellenkennwerte) bestimmt. Abb. 9 zeigt die prozentuale Häufigkeit, mit der eine bestimmte Wellenhöhe, getrennt nach H<sub>max</sub> und H<sub>s</sub> in den Jahren 1965 bis 1976 überschritten wurde. Während eines Drittels des Untersuchungszeitraumes wurde z. B. die Wellenhöhe H<sub>s</sub> = 1,0 m überschritten.



Abb. 9. Prozentuale Häufigkeit, mit der eine bestimmte Wellenhöhe (H<sub>max</sub> und H<sub>s</sub>) im Untersuchungszeitraum 1965 bis 1976 überschritten wurde

Die ermittelten Einzelwellenhöhen in Intervallen von je 3 Stunden können neben einer Rückkopplung oder Bestandsaufnahme weiterhin auch dazu herangezogen werden, über die Häufigkeitsverteilung der Überschreitung von einzelnen Wellenhöhen in den letzten 12 Jahren (z. B. einmal in 12 Jahren) und durch Extrapolation einer Ausgleichskurve über den untersuchten Zeitraum hinaus eine Aussage darüber zu ermöglichen, welche Wellenhöhe in einem bestimmten Zeitraum – etwa 50 oder 100 Jahre – im Mittel einmal zu erwarten ist. Abb. 10 zeigt im halblogarithmischen Netz die Überschreitungshäufigkeit je Jahr von einzelnen Wellenhöhen im Zeitraum 1965 bis 1976 sowie eine als Gerade gewählte Ausgleichskurve für eine Extrapolation. Danach ist damit zu rechnen, daß im Mittel einmal in 100 Jahren eine maximale Wellenhöhe  $H_{max} = 10$  m und eine signifikante Wellenhöhe  $H_s = 7,2$  m seewärts des Riffes zu erwarten ist.



Abb. 10. Jährliche Überschreitungshäufigkeit von maximalen und signifikanten Wellenhöhen im Untersuchungszeitraum 1965 bis 1976

### 5. Bemerkungen zur Energieabgabe der Wellen

Das örtliche Seegangsgeschehen und die damit verbundene Wirksamkeit innerhalb eines Zeitraumes sind von Jahr zu Jahr unterschiedlich. Es sei hier nur an die Häufigkeit von Extremsturmfluten (FÜHRBÖTER, 1976) und an die wechselnde Häufigkeit des Vorherrschens einzelner Windrichtungen sowie die damit zusammenhängenden Windstärken erinnert. Das unterschiedliche Geschehen wird allgemein auch dadurch veranschaulicht, daß z. B. von einem "ruhigen" Sommer, von einem mehr oder weniger "stürmischen" Winterhalbjahr oder von einer anhaltenden bzw. ausgebliebenen ablandigen (Ost-) Windlage, gewöhnlich in den Monaten Februar und März vorherrschend, berichtet wird. Derartige Aussagen sind jedoch nicht dazu geeignet, die tatsächliche Wirksamkeit des Seeganges und die damit verbundene Bauwerksbeanspruchung im Küstengebiet zu erfassen; ebensowenig ist daher auch die Beurteilung der Standfestigkeit eines Bauwerkes in Abhängigkeit von einem linearen Zeitmaßstab sinnvoll, weil dabei das tatsächliche Seegangsgeschehen unberücksichtigt bleibt. Es wird daher vorgeschlagen, die Seegangsleistung zu berechnen, die z. B. auf 1 m Uferlänge oder Wellenfront abgegeben wird. Die Integration der Leistungsbeträge über einen Monat oder ein Jahr ergibt dann die Energieabgabe des Seeganges in kWh/m in dieser Zeit an einem gewählten Ort. Mit diesem Vorgehen, der Wahl eines verzerrten Zeitmaßstabes, wird es möglich sein, die wellenerzeugte Wirksamkeit eines jeden Jahres zu klassifizieren und eine realistische Beurteilungsgrundlage zu schaffen.

Dieser Vorschlag soll nachfolgend am Beispiel der vorliegenden Untersuchungsergebnisse über die Wellenhöhen in den 12 Jahren von 1965/66 bis 1976/77 (gerechnet vom 1. 4. bis 31. 3. des darauffolgenden Jahres) veranschaulicht werden.

Getrennt für die einzelnen Monate sowie zusammengefaßt nach Jahren wird aus den Wellenhöhen H<sub>s</sub>, die über die Wind-Wellen-Korrelationen bestimmt werden, nach der linearen Wellentheorie von AIRY-LAPLACE die Seegangsleistung berechnet, die auf 1 m Wellenfront, hier an der Station W3 seewärts des Riffes vor Westerland/Sylt (Abb. 1), abgegeben wurde.

Als Maß für den mittleren Leistungsdurchgang N je lfdm. Wellenfront durch eine Station während einer Wellenperiode wird von FÜHRBÖTER (1974) angesetzt:

$$\overline{N} = \frac{1}{8} \cdot \varsigma \cdot g \cdot H^2 \cdot L/T \qquad \left[ Mp \ \frac{m}{s} \ /m \right]$$

Mit der Annahme c = L/T und bezogen auf die elektrische Leistungseinheit kW lautet der Ansatz:

$$\overline{\mathbf{N}} = \frac{1}{0,102} \cdot \frac{1}{8} \cdot \varsigma \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{H}^2 \cdot \mathbf{c} = 1,225 \cdot \varsigma \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{H}^2 \cdot \mathbf{c} \, [\mathrm{kW/m}]$$

Für die Berechnung der jährlichen Wellenenergieabgabe  $\overline{W}$  in Ws/m bzw. in kWh/m Wellenfront an Station W<sub>3</sub> wird der vorgenannte Ansatz zugrunde gelegt:

$$\overline{W} = \sum_{j=1}^{8} \sum_{i=1}^{365} 1,225 \cdot \varsigma \cdot g \cdot H^{2}_{s(j,i)} \cdot c \cdot \varDelta t [Ws/m \cdot Jahr]$$

Es werden dazu folgende vereinfachende Annahmen getroffen:

 $H_{s\,(j,\,i)} =$  signifikante Wellenhöhe  $H_s$  ermittelt aus dem jeweiligen 3-Stundenmittel der Windregistrierung im Zeitraum j (z. B. von 9 Uhr bis 12 Uhr) am Tage i des lfd. Jahres.

 $\varsigma = 1000 \text{ kg/m}^3 = \text{Dichte des Wassers}$   $g = 9,81 \text{ m/s}^2 = \text{Erdbeschleunigung}$   $c = \sqrt{g \cdot d} = \text{Wellenschnelligkeit an Station W}_3 \text{ mit der Annahme einer mittleren}$  Wassertiefe von d = 10 m $\Delta t = 10\ 800\ \text{s} = \text{Zeitintervall von je 3 Stunden}$ 

Zusammengefaßt ergibt sich:

$$\overline{W} = 1,298 \cdot 10^9 \sum_{j=1}^{8} \sum_{i=1}^{365} \cdot H^2_{s \ (j, i)} \ [Ws/m \cdot Jahr]$$
  
$$\overline{W} = \frac{1,298 \cdot 10^9}{2,78 \cdot 10^7} \sum_{j=1}^{8} \sum_{i=1}^{365} H^2_{s \ (j, i)} \ [kWh/m \cdot Jahr]$$
  
$$\overline{W} = 46,7 \sum_{j=1}^{8} \sum_{i=1}^{365} \cdot H^2_{s \ (j, i)} \ [kWh/m \cdot Jahr]$$

Ohne Zweifel enthalten die vorgenannten Annahmen Unsicherheiten im Hinblick auf eine quantitative Aussage. Aus diesem Grunde sollte dieser Gesichtspunkt auch nicht überbewertet und das beschriebene Verfahren vielmehr als ein brauchbarer Indikator angesehen werden, um das irreguläre monatliche oder jährliche Seegangsgeschehen auf einer Grundlage, mit der der tatsächliche Seegang erfaßt wird, zu veranschaulichen.

Abb. 11 zeigt zum Beispiel die monatliche Energieabgabe in dem Zeitraum von 1965 bis 1977.

Mit Bezug auf eine anzustrebende Klassifikation der jährlichen Wellenenergieabgabe wird auf Grund der vereinfachenden Annahmen bei der Berechnung vorgeschlagen, diese nicht in Klassen von bestimmten erreichten Energieraten vorzunehmen, sondern vielmehr für den Untersuchungszeitraum, hier 12 Jahre, den jährlichen Mittelwert der Energieabgabe zu ermitteln und diesen mit 100 % anzusetzen. Prozentuale Abweichungen von diesem Mittelwert in den einzelnen Jahren eignen sich dann zu Aussagen, ob es sich um ein Jahr mit normalem, über- oder unterdurchschnittlichem Seegang gehandelt hat. Wie Abb. 12 zeigt, weist das Jahr 1968/69 mit etwa 65 % den schwächsten Seegang im Untersuchungszeitraum auf, während in den 3 Jahren von 1973/74 bis 1975/76 (mit zwei Sturmflutperioden) die höchste Seegangsintensität mit jeweils über 120 % zu verzeichnen war. Das vergangene Jahr 1976/77 war wiederum "seegangsarm" und ist fast mit dem Jahr 1968/ 69 zu vergleichen.



Abb. 11. Monatliche Energieabgabe der Wellen an der Station W3 (Abb. 1) vor Westerland/Sylt in der Zeit vom 1. 4. 1965 bis zum 31. 3. 1977

Entsprechend einer Klassifikation der Wellenenergieabgabe nach Jahren, die zur Beurteilung der Dauerhaftigkeit einer Baumaßnahme geeignet ist, bietet sich die Zusammenstellung nach Monaten (Abb. 13) als Entscheidungshilfe dafür an, entweder das Risiko der Seegangswirkung für eine festgelegte Ausführungszeit von Seebaumaßnahmen abzuschätzen oder die im Mittel ruhigste Jahreszeit zu bestimmen (Abb. 14).

Schließlich ist eine Wellenenergiestatistik noch besser als eine Windstatistik als Entscheidungshilfe für die Beurteilung des küstenparallelen Längstransportes in einem bestimmten Zeitraum geeignet. Abb. 15 zeigt, geordnet nach den einzelnen Windrichtungen, die prozentuale Häufigkeit der Gesamtenergieabgabe im Untersuchungszeitraum 1965 bis 1977. Die energiereichsten Windrichtungen sind danach die Richtungen SSW bis WNW, und die Resultierende fällt etwa mit der Richtung WSW zusammen. Bezogen auf die Lage





Abb. 14. Monatliche Wellenenergieabgabe in den Jahren 1965 bis 1976, geordnet nach den einzelnen Monaten des Jahres

der Insel Sylt im Bereich Westerland kann daraus entnommen werden, daß zwischen 1965 und 1977 die küstenparallele Brandungsströmung überwiegend von Süd nach Nord verlaufen ist und entsprechend auch ein resultierender Transport von Sedimenten in diese Richtung erfolgte.



Abb. 15. Prozentuale Häufigkeit der Gesamtenergieabgabe, geordnet nach den einzelnen Windrichtungen in den Jahren 1965 bis 1977



Abb. 16. Gegenüberstellung der Windenergieverteilung in den Jahren 1953 bis 1968 am FS "Wyl" (VOLLBRECHT, 1973) und der Wellenenergieverteilung vor Westerland/Sylt in den Jahren 1965 bis 1977

Bislang wurde für den Bereich vor Westerland davon ausgegangen, daß das alternierende Brandungsgeschehen als "neutral" bezeichnet wurde; d. h., daß der Wellenangriff aus einem Sektor nicht einseitig überwiegt. Diese Aussagen wurden zum Teil auch auf die Untersuchungen von VOLLBRECHT (1973) über die Häufigkeits- und Energieverteilung des Windes für die Jahre 1953 bis 1968 beim Feuerschiff "Wyl" gestützt. Abb. 16 zeigt eine Gegenüberstellung dieser Ergebnisse mit den hier dargestellten Untersuchungen für die Wetterstation Westerland/Sylt in den Jahren 1965 bis 1977. Es fällt auf, daß sich die resultierende Energierichtung in den Jahren 1953 bis 1968 aus etwa West, gleichbedeutend einem im Mittel neutralem Brandungsgeschehen, in die Richtung WSW in den Jahren 1965 bis 1977 mit einer überwiegenden Transportrichtung nach Norden verlagert hat.

### 6. Schriftenverzeichnis

- CHRISTIANSEN, H.: Umformung von Sandstränden durch Sturmfluten. Hamburger Küstenforschung, H. 35, 1976.
- DETTE, H. H.: Wellenmessungen und Brandungsuntersuchungen vor Westerland/Sylt. Mitt. Leichtweiß-Inst., H. 40, 1974a.
- DETTE, H. H.: Über Brandungsströmungen im Bereich hoher REYNOLDS-Zahlen. Mitt. Leichtweiß-Inst., H. 41, 1974b.
- DRAPER, L.: The Analysis and Presentation of Wave Data a plea for uniformity. Proc. 10th Intern. Conf. on Coastal Eng., Tokyo, Japan, 1966.
- ERCHINGER, H. F.: Wellenauflauf an Seedeichen Naturmessungen an der ostfriesischen Küste. Mitt. Leichtweiß-Inst., H. 41, 1974.
- ERCHINGER, H. F.: Wave Run-up in Field Measurements with newly developed Instrument. Proc. 15th Intern. Conf. on Coastal Eng., Honolulu, 1976.
- FAHRENTHOLZ, S. R.: Wellen- und Wasserstandsmessungen in freier See mit Hilfe des akustischen Echolotverfahrens. 2. Int. Kongreß "Interocean", Düsseldorf, 1973.
- FÜHRBÖTER, A., KÖSTER, R., KRAMER, J., SCHWITTERS, J. u. SINDERN, J.: Sandbuhne vor Sylt zur Stranderhaltung. Die Küste, H. 23, 1972.
- FÜHRBÖTER, A.: Eine Refraktionsbuhne aus Sand vor Sylt. Wasser und Boden, Jg. 25, H. 12, 1973.
- FÜHRBÖTER, A.: Einige Ergebnisse aus Naturuntersuchungen in Brandungszonen. Mitt. Leichtweiß-Inst., H. 40, 1974a.
- FÜHRBÖTER, A.: Küstenschutz auf neuen Wegen. VDI-Zeitschr., 116, Nr. 8, 1974b.
- FÜHRBÖTER, A., KÖSTER, R., KRAMER, J., SCHWITTERS, J. u. SINDERN, J.: Beurteilung der Sandvorspülung 1972 und Empfehlungen für die künftige Stranderhaltung am Weststrand der Insel Sylt. Die Küste, H. 29, 1976.
- FÜHRBÖTER, A.: Über zeitliche Änderungen der Wahrscheinlichkeit von Extremsturmfluten an der deutschen Nordseeküste. Mitt. Leichtweiß-Inst., H. 51, 1976.
- GALLUS, G.: Aufwendungen des Bundes und der Länder für den Küstenschutz. Angabe des Staatssekretärs vor dem landwirtsch. Hauptverein für Ostfriesland, März 1977.
- LUCK, G. u. NIEMEYER, H. D.: Seegangsmessungen im Bereich der ostfriesischen Inseln und Watten. Meerestechnik, Nr. 4, Bd. 7, 1976.
- POWERS, W. H., DRAPER, L. u. BRIGGS, P. M.: Waves at Camp Pendleton, California. Proc. 11th Intern. Conf. on Coastal Eng., Vol. I, London, 1968.
- VOLLBRECHT, K.: Der Küstenrückgang an der Insel Sylt. Dtsch. Hydrogr. Zeitschr., Bd. 26, H. 4, 1973.
- WENZEL, D.: Ultraschall-Wellenschreibanlage vor Sylt. Die Wasserwirtschaft, 64, 1974.
- WIEGEL, R. L.: Oceanographical Engineering. Prentice Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1964.

Die Küste, 31 (1977), 1-186

# Strömungsvorgänge in Wattgebieten bei Sturmfluten

Von Harald Göhren

### Zusammenfassung

Unter Verwendung neuartiger Meßgeräte wurden in den vergangenen 10 Jahren einige hundert Dauerstrommessungen in den Wattgebieten vor der deutschen Nordseeküste durchgeführt. Die bisher gewonnenen Meßergebnisse schließen zahlreiche windbeeinflußte Tiden und auch eine Reihe von Sturmfluten ein. Diese Daten sind gesammelt und besonders ausgewertet worden; sie enthalten einige interessante Ergebnisse zur Frage des Windeinflusses auf die Strömungsverhältnisse im Wattenmeer.

Bei Sturmfluten übertreffen die Stromgeschwindigkeiten nahe der Wattensohle die Geschwindigkeiten der normalen Tidebewegung beträchtlich; sie erreichen häufig 100 cm/sec. Die Stromrichtungen hängen hauptsächlich von der Windrichtung ab, werden außerdem aber durch die Küstentopographie beeinflußt.

In den tieferen Wasserschichten der Priele und großen Stromrinnen tritt eine Strömung entgegengesetzt zur Windrichtung auf, die den Wassertransport in der Oberflächenschicht ausgleicht.

Für weitergehende Untersuchungen wurden im Neuwerker Wattgebiet drei Langzeitmeßstationen (Meßzeit 2 Jahre) sowie eine Station zur Messung vertikaler Geschwindigkeitsprofile eingerichtet. Die Beobachtungen an der letzteren zeigen, daß der Geschwindigkeitsgradient im Bereich geringerer Windgeschwindigkeiten bis zu einer Windstärke von 10 m/sec zunächst abnimmt, bei einer weiteren Windzunahme jedoch wieder anwächst.

Die Meßdaten der Langzeitmeßstationen wurden statistisch aufbereitet und geben einen Anhalt für eine überschlägliche Abschätzung des Verhältnisses Windgeschwindigkeit/Strömungsgeschwindigkeit. Sowohl für die Stromgeschwindigkeiten als auch für die Stromrichtungen können typische Verteilungskurven gezeichnet werden, die unter Einbeziehung der Windstatistik signifikante Strömungscharakteristiken für die jeweiligen Stationen ergeben.

Der Beitrag faßt die wesentlichen Ergebnisse der folgenden Arbeiten des Verfassers zusammen:

Göhren, H.: Triftströmungen im Wattenmeer. Mitt. Franzius-Inst. der TU Hannover, H. 30, 1968.

GÖHREN, H.: Strombeobachtungen an Langzeitmeßstationen im Watt. Die Küste, H. 25, 1974.

### Summary

Employing a new special recording current meter, several hundreds of measurements have been carried out in the tidal flats off the German North Sea coast during the past 10 years. The records obtained so far include a lot of wind influenced tides and a considerable number of storm surges. These data have been especially collected and evaluated providing some interesting results.

At storm surges, current velocities near the bottom of tidal flats cousiderably exceed normal tidal current and frequently range up to 100 cm/s. Current directions depend mainly upon wind direction but are influenced by the coastal topography.

A flow adverse to the wind direction, counter-balancing the mass transportation in the surface layer, was detected in the deeper layers of tidal channels.

Three stations for long-term observations (2 years) and 1 station for measuring vertical velocity profiles (3 levels) have been set up for detailed studies.

Observations at the latter show that (in water depths of 2 to 4 m) the velocity gradient decreases from calm weather conditions to a wind speed of about 10 m/s and then increases again at higher wind velocities.

The data of the long-therm stations are evaluated statistically, providing some figures for a rough estimation of a wind speed/current velocity relationship. Typical distribution curves can be plotted for velocities as well as for directions, including wind statistics and providing characteristic current schemes for the single stations. References:

Göhren, H.: Triftströmungen im Wattenmeer. Mitt. Franzius-Inst. der TU Hannover, H. 30, 1968.

Göhren, H.: Strombeobachtungen an Langzeit-Meßstationen im Watt. Die Küste, H. 25, 1974.

## Über Energiespektren irregulärer Brandungswellen

Von Fritz Büsching

### Zusammenfassung<sup>1</sup>)

Grundlage der Untersuchungen sind Synchronmessungen der Wasserspiegelauslenkung  $\eta$  (t), die während einer schweren Sturmflut und in der daran anschließenden Periode zunehmender Wetterberuhigung vor der Insel SYLT/Nordsee im Winter 1973/74 in einem Meßprofil in der Brandungszone über einem etwa 1:40 geneigten Strand gewonnen wurden.

Unter Verwendung eines FOURIER ANALYSATORS sind insgesamt 40 Energiespektren des Brandungsseeganges berechnet und deren Veränderungen analysiert worden. Dabei wurde von der Integralkurve der Spektren (Summenhäufigkeiten der Energiedichte) ausgegangen.

Die Ergebnisse sind im einzelnen:

- Mit küstenwärts bzw. tidebedingt abnehmender Wassertiefe verteilt sich die Energiedichte im Brandungsspektrum über ein weiteres Frequenzband.
- 2. Energiespektren stabiler Wellen sind dadurch gekennzeichnet, daß mindestens 90 % der für den Frequenzbereich 0  $\leq f \leq 3,125$  Hz berechneten Varianz Fourierkomponenten mit Frequenzen 0  $\leq f \leq 0,5$  Hz zugeordnet sind. Mit zunehmender Verteilung der Energiedichte auf höhere Frequenzen vollzieht sich der Übergang über brechende Wellen zu ausbrandenden Wellen.
- 3. Die zeitweilig etwa in Abhängigkeit vom Tideverlauf auftretende Erscheinung einer höheren Wellenenergie küstenwärts der Brecherzone als in der Brecherzone selbst wird mit Refraktionseffekten ausbrandender Wellen (Kreuzbrandung) erklärt.

### Summary

The investigations under consideration are based on synchronous measurements of waterlevel deflections  $\eta$  (t) at some positions in a beach profile with a slope of approximately 1:40.

Surf conditions are studied during a severe storm surge as well as during periods of attenuating wave action.

By the use of a FOURIER ANALYZER 40 energy spectra are calculated which are also presented in integrated form (co-cumulative spectra). Because of different site arrangements it is possible to analyze the deformation of the spectra due to tide dependent changes of the water depth as well as due to coastward decreasing water depth.

It happens that there are some phenomena associated with certain frequency bands.

With the water depth decreasing the energy densities in surf spectra are distributed over a wider frequency band.

In the present case unbroken waves are characterized by energy spectra in which at least 90% of the energy is represented by FOURIER components in the frequency range  $0 \le f \le 0.5$  Hz. Increasing distribution of the energy densities over a wider frequency band represents at first breaking and finally broken waves. Sometimes the amount of energy coastward of the surf zone is higher than seaward of the breakers. This phenomenon can be explained by refraction effects caused by local nearshore bathymetry.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>) Der vollständige Beitrag wurde bereits von F. BÜSCHING (1975) veröffentlicht: "Über die Änderung von Wellenperioden im Brandungsbereich", Mitteilungen des Leichtweiß-Instituts für Wasserbau der Technischen Universität Braunschweig, Heft 47, 1975.

# Über die Belastung von Seedeichen durch Druckschläge

Von Alfred Führböter, Hans-Henning Dette und Joachim Grüne

### Zusammenfassung

Druckschläge brechender Wellen verursachen einen Großteil der Schäden an Seedeichen und Deckwerken. Dringen diese Druckschläge durch Risse in der Deichoberfläche oder Fugen von Deckwerken in das Deichinnere ein, so verursachen sie kraterähnliche Ausbrüche.

Der Beitrag, dessen vollständiger Wortlaut in den "Proceedings of the 15th International Conference on Coastal Engineering" veröffentlicht wird, faßt die Ergebnisse der bisherigen Untersuchungen zusammen, die in der Natur und in groß- und kleinmaßstäblichen Laboratoriumsmodellen zum Auftreten der Druckschläge unternommen wurden. Ein Vergleich dieser Ergebnisse zeigt beträchtliche Unterschiede, die im wesentlichen mit der verschieden intensiven Luftaufnahme beim Brechvorgang je nach Untersuchungsmaßstab erklärt werden müssen. Der maßgebende Einfluß der Böschungsneigung auf das Auftreten der Druckschläge wird nachgewiesen. Die Ergebnisse aus Versuchen zum Verhalten von Betonsteindeckwerken unter Druckschlagbelastung zeigen weiterhin den Einfluß des Filters unter dem Deckwerk.

### Summary

Damage to sea dykes and revetments are caused mainly by wave impacts due to breaking waves. These impact forces act upon small areas for a very short time and cause crater-like formations if these forces are transmitted instantaneously through cracks in the side walls in the dyke cover or through joints into, and below, the revetments.

The results of investigations about impact forces are presented. A comparison of field data and laboratory data have provided proof of considerable differences, which can be explained mainly by the different air entrainment for prototype and small-scale conditions in the breaking waves. The data from both field and small-scale model emphasize that the slope of the dyke or revetment is responsible, at first, for the frequency and magnitude of the impact forces. Furthermore, the effect of impact forces is demonstrated by the results of investigations concerning the stability of stone revetments with joints.

# Modellvorstellungen zur langfristigen Umbildung der ostfriesischen Seegaten

### Von Günter Luck

#### Zusammenfassung

Die Ostfriesischen Inseln sind unter natürlichen Bedingungen (ohne Inselschutzwerke) einem starken morphologischen Gestaltwandel unterworfen, dessen Trend wegen der überwiegend von Westen nach Osten wirkenden Kräfte der Gezeiten- und Brandungsströme sowie des Windes ostwärts gerichtet ist. Trotz langfristiger Längenkonstanz der Inselkette zwischen Juist/West und Wangerooge/Ost (rund 72 km) haben einige Inseln in historischer Zeit beträchtliche Längengewinne aufzuweisen gehabt, wie aus nachfolgender Tabelle hervorgeht.

### Summary

Since their formation, the East Frisian Islands, situated off the southern North Sea coast, have undergone considerable changes, which – since about 1650 – can be followed-up rather precisely by means of historical documents (topographical maps, nautical manuals, chronicles, etc.). Due to the preponderantly eastward directed forces of tidal current, surf, and wind, the morphological events also proceed to the East. The changes in the East Frisians hereby evoked, have often been called a "migration".

In recent studies, the development of the East Frisians and their tidal inlets since 1650, has been separated into six successive stages and orientated to modern hydrodynamical findings. The hypothetical model thus developed can probably also be applied to other sandy coasts with off-shore islands.

Jahr	1650	1750	1860	1960
Juist	10 470	13 010	15 810	14 970
Norderneyer Seegat	6 800	4 730	2 600	2 770
Norderney	8 070	9 4 4 0	13 470	13 870
Wichter Ee	2 170	2 030	710	850
Baltrum	8 170	7 560	5 460	5 050
Accumer Ee	3 150	2 480	1 360	1 710
Langeoog	9 600	10 280	11 230	10 920
Otzumer Balie	2 440	2 400	2 440	2 410
Spiekeroog	5 230	5 180	5 910	9 810
Harle	5 800	5 670	4 810	2 000
Wangerooge	7 300	7 400	7 950	8 320
Insgesamt	69 200	70 180	71 750	72 680

Entwicklung von Seegaten und Inseln jeweils zwischen den MThw-Linien [m]

Das ostwärts gerichtete Wachstum von Juist, Norderney, Spiekeroog und Wangerooge hat die Auffassung von der "West-Ost-Wanderung" der Ostfriesischen Inseln begründet. Diese Vorgänge konnten in jüngerer Zeit auf der Grundlage überlieferten Materials (Segelhandbücher, Bereisungsprotokolle usw.) zunächst mit modernen kartographischen Methoden dargestellt und dann in Modellvorstellungen entflochten werden.

### 186

Es ergab sich, daß die in der Vergangenheit abgelaufenen Umbildungsprozesse innerhalb der Inselkette aktiv aus den Seegaten heraus gesteuert wurden, wobei die Inseln sich in diesem Geschehen eher passiv verhielten. Die Entwicklung der Seegaten wird langfristig bestimmt durch einen dauernden Wechsel zwischen zweifacher (zwei tiefe Rinnen) und einfacher (eine tiefe Rinne) Querschnittsgestaltung. Dieser im Naturzustand andauernde Wechsel der Seegatquerschnitte wirkt räumlich weit in die Watteinzugsgebiete hinein und ist von großem Einfluß auf die Gestaltung der Riffbögen.

Durch den Bau der Inselschutzwerke wurde ein Zustand fixiert, der bei ungehinderter Weiterentwicklung nur vorübergehend gewesen wäre. Der Einfluß der Schutzwerke auf die großräumigen morphologischen Vorgänge des ostfriesischen Küstenvorfeldes geht somit weit über ihren unmittelbaren Wirkungsbereich hinaus.

Die hier nur grob skizzierten Vorgänge wurden im Rahmen einer umfangreichen und bereits veröffentlichten Untersuchung erarbeitet, die für weitere Informationen herangezogen werden kann (s. G. LUCK: Der Einfluß der Schutzwerke der Ostfriesischen Inseln auf die morphologischen Vorgänge im Bereich der Seegaten und ihrer Einzugsgebiete. Mitt. des Leichtweiß-Inst. der Techn. Universität Braunschweig, Heft 47, 1975). · · ·

· . .:

2 they

1 - Since The and

1.

and the second second