

Untersuchung des Reibungseinflusses von Transportkörpern mit Hilfe eines numerischen Modells

Von Jürgen Sündermann, Hans-J. Vollmers und Walter Puls

Zusammenfassung

Es wird ein numerisches Modell für die Simulation der Wechselwirkung Strömung – Sohle vorgestellt, wobei im wesentlichen die Strömung behandelt wird. Die gemessene und berechnete Strömung über einem Transportkörper (Rippel) werden verglichen. Darauf aufbauend wird die Möglichkeit einer numerischen Rechnung genutzt, in Details der Strömungsdynamik einzudringen und die Reibungswirkung eines Rippels zu untersuchen.

Summary

A numerical model is presented which simulates the interaction of flow and bed changes, the main emphasis being on flow. Measured and calculated flow over bedforms (ripples) are compared. On the basis of these results the possibilities of the numerical model are used to investigate details of flow dynamics and the friction effect of a ripple.

Inhalt

1. Einleitung	118
2. Das Strömungsmodell	119
3. Vergleich berechneter Ergebnisse mit Meßwerten	121
4. Untersuchung des Druckgradienten	123
5. Einfluß von Strömungs- und Sohlparametern auf den Druckgradienten	127
6. Das Transportmodell	128
7. Schriftenverzeichnis	131

1. Einleitung

Der Sedimenttransport ist das Resultat einer Vielzahl zum Teil komplizierter physikalischer Vorgänge. In dem Wechselspiel zwischen Strömung, Transport und Sohlveränderung kommt den Transportkörpern (Rippel, Dünen) eine bedeutende Rolle zu. Hierbei interessiert vor allem, wie sich die Transportkörper auf Grund der jeweiligen hydrodynamischen und sedimentologischen Einflüsse ausbilden und welche Wirkung sie auf den globalen Transport haben. Trotz umfangreicher Bemühungen ist man von der Klärung dieser Fragen noch ein gutes Stück entfernt. Die Forschung umfaßt in erster Linie Beobachtungen in der Natur und in hydraulischen Modellen, ist also vor allem deskriptiv. Ein neuer Weg ist die Konzeption eines numerischen Modells, das die wesentlichen Grundzüge der gegenseitigen Beeinflussungen von Strömung und Sohle simulieren soll. Entsprechend seiner Aufgabenstellung besteht dieses Modell aus zwei Komponenten: einem Modell für die Strömungsberechnung und einem für die Berechnung des Sedimenttransportes (PULS et al., 1977; PULS, 1976).

In groben Zügen ist der Ablauf der Rechnung der, daß die Strömung auf Grund der aktuellen Sohle berechnet wird; diese Strömung induziert einen Transport. Transportdivergenzen bewirken eine Veränderung der Sohle, wodurch sich dann wieder die Strömung ändert usw. Da Ungenauigkeiten der berechneten Strömung sich stark auf den Sedimenttransport auswirken (im allgemeinen ist die Menge des transportierten Materials proportional zur vierten Potenz der Schubspannungsgeschwindigkeit), ist ein möglichst exaktes Strömungsmodell wichtig.

Im folgenden werden das Strömungsmodell und einige seiner Ergebnisse vorgestellt; die Sohle ist jeweils fest vorgegeben und nicht veränderlich.

2. Das Strömungsmodell

Die Strömung ist zweidimensional (horizontal [x] - vertikal [z]), die berechneten physikalischen Größen sind die Horizontalgeschwindigkeit u, die Vertikalgeschwindigkeit w, der Druck p, die turbulente kinetische Energie k und die Energiedissipationsrate ε. Dazu werden die NAVIER-STOKES-Gleichung (1, 2), die Kontinuitätsgleichung (3) sowie zwei Turbulenzgleichungen verwendet (Dichte des Wassers ρ = 1):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} (A_v \frac{\partial u}{\partial z}) + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + w \frac{\partial k}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} (\frac{A_v}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z}) - \frac{k^2}{\epsilon} \text{Prod} + c_D \epsilon = 0$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + w \frac{\partial \epsilon}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} (\frac{A_v}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z}) - c_1 k \text{Prod} + c_2 \frac{\epsilon^2}{k} = 0$$

Hierbei sind c_D, c₁, c₂, σ_k, σ_ε Konstanten des Turbulenzmodells (LAUNDER und SPALDING, 1972). A_v ist der vertikale Impulsaustauschkoeffizient (A_v = k²/ε), Prod ist die Abkürzung für

$$2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2$$

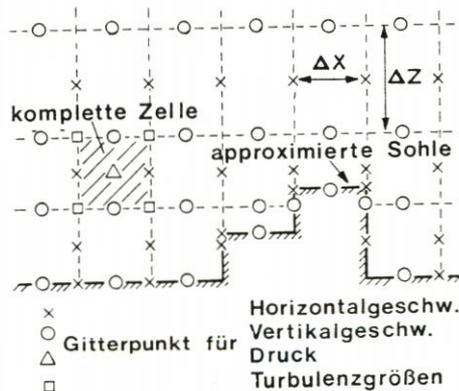


Abb. 1.

3. Vergleich berechneter Ergebnisse mit Meßwerten

Um sicher zu sein, daß das Modell arbeitsfähig ist, müssen seine Ergebnisse mit Meßwerten verglichen werden. Hierzu wurden eigene Versuche in hydraulischen Modellen durchgeführt. Daneben wurden auch aus der Literatur entnommene Experimente nachgerechnet. Die Grundlage für die folgenden Betrachtungen bildet ein Rinnenversuch von RAUDKIVI (1963 und 1967).

Hier eine kurze Beschreibung des Experiments: Untersucht wird die stationäre Strömung

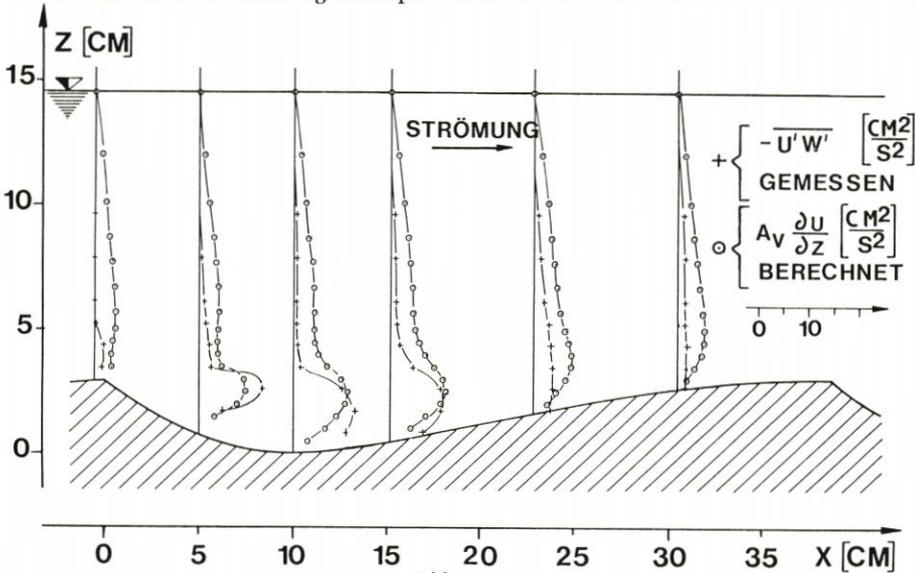


Abb. 4.

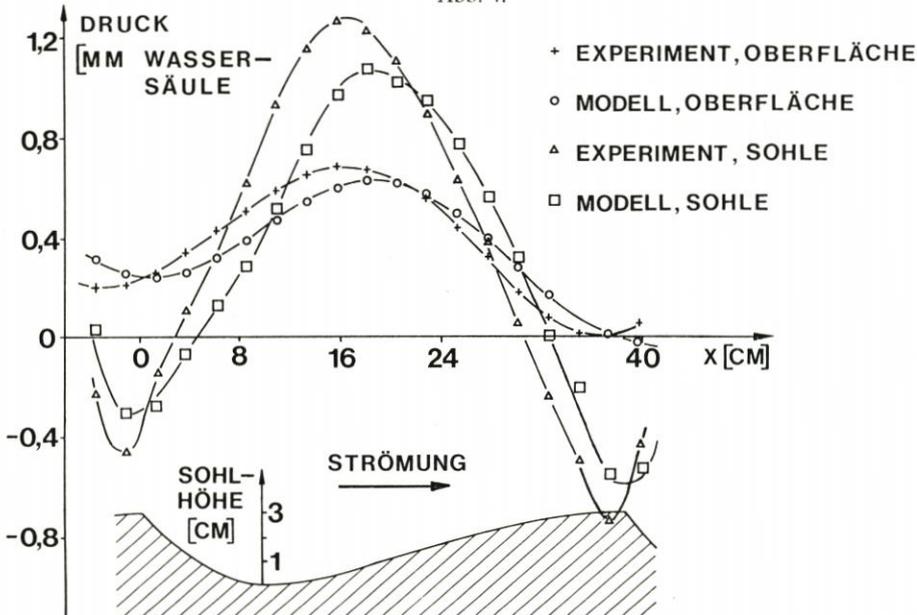


Abb. 5.

(mittlere Geschwindigkeit $u_m \approx 30$ cm/s) über einer Kette von festen Sohlkörpern (Länge $\Lambda \approx 38$ cm, Höhe $\Delta \approx 3$ cm) in einer schmalen Rinne. Die Wassertiefe beträgt etwa 13 cm.

Die Form und Größe der Sohlkörper ermittelte RAUDKIVI aus einem Versuch mit beweglicher Sohle. Unter den oben angegebenen Bedingungen entwickelten sich Sohlkörper, die dann aus festem Material (Metallblech) nachgeformt wurden, um die Strömung in Ruhe vermessen zu können.

Für den Vergleich Messung - Rechnung mußten sowohl die Sohlform als auch die Meßwerte aus Zeichnungen entnommen werden, was zu Übertragungsfehlern führt. Außerdem muß berücksichtigt werden, daß im Modell periodische Bedingungen angenommen wurden (auch aus Kostengründen), während dies im Experiment nicht vollständig der Fall war. Der Vergleich Messung - Rechnung ist aus den Abbildungen 2, 3, 4 und 5 zu ersehen. Bei den Abbildungen 2, 3 und 4 handelt es sich um Vertikalprofile an den ungefähren x-Werten -1, 5, 10, 15, 23, 30 cm. In Abb. 2 konnte das gemessene Profil bei $x = 23$ cm nicht verwendet werden, da es offensichtlich falsch ist (RAUDKIVI, 1967; Fig. 12, 13). In den anderen Profilen ist die Übereinstimmung recht gut, mit Ausnahme vielleicht bei $x = 15$ cm und $x = 30$ cm, wo die berechneten Geschwindigkeiten in Sohlhöhe zu klein sind.

Abb. 3: Die gemessenen Größen sind \bar{u}^2 und \bar{w}^2 , während die entsprechende berechnete Größe $k = (\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2) \cdot 0,5$ ist. Für den Vergleich wurde $\bar{v}^2 = \bar{w}^2$ angenommen. Für turbulente Größen kann eine genaue quantitative Übereinstimmung kaum erwartet werden, da

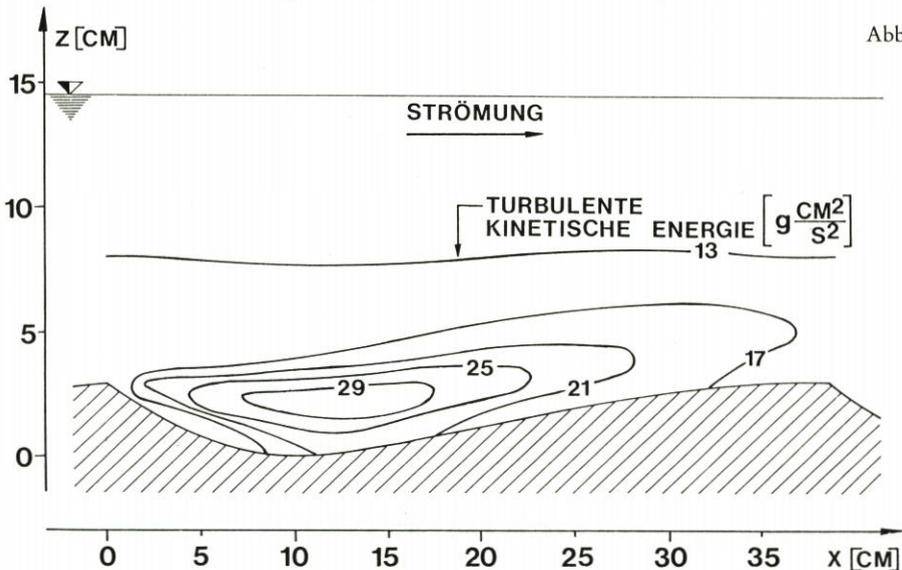


Abb. 6.

sowohl Rechnung als auch Messung mit erheblichen Unsicherheiten behaftet sind. Unter diesem Gesichtspunkt ist die Abweichung von bis zu 50 % in manchen Punkten nicht überraschend. Dagegen ist die qualitative Übereinstimmung bemerkenswert gut. Einen besseren Überblick über den Verlauf der turbulenten kinetischen Energie k gibt das Isolinienbild der Abb. 6.

Die Überlegungen zu Abb. 3 bezüglich der Genauigkeit sind auch für Abb. 4 gültig, wobei hier die zusätzliche Schwierigkeit besteht, daß die Identifikation von $-\overline{u'w'}$ mit $A_v \frac{\partial u}{\partial z}$ problematisch ist (Austauschansatz von BOUSSINESQ). Interessant ist, daß $-\overline{u'w'}$ in Sohlhöhe kleiner wird, im Gegensatz zum Verhalten über einer flachen Sohle.

Abb. 5: Die Übereinstimmung der Drücke ist befriedigend. Bei $x \approx 38$ cm ist der gemessene und berechnete Oberflächendruck Null gesetzt worden. Sowohl für den Oberflächendruck (qualitativ entspricht er der Wasseroberfläche) als auch für den Bodendruck gelten die gleichen Merkmale: Die Amplitude des berechneten Drucks ist zu klein, und es besteht eine Phasenverschiebung nach rechts. Für den Vergleich mußte der Seitenwandeinfluß der Versuchsrinne aus den experimentellen Werten entfernt werden, was natürlich auch zu Fehlern führen kann.

Im großen und ganzen zeigt der Vergleich der gemessenen und der berechneten Werte, daß das numerische Modell in der Lage ist, die Strömung über einer Kette von Sohlkörpern zu reproduzieren. Ähnliche Ergebnisse wurden bei Strömungen über anderen Sohlkörperkonfigurationen erzielt, z. B. bei der Strömung über einen Block oder über einer Leestufe.

4. Untersuchung des Druckgradienten

Im Prinzip gibt es zwei Möglichkeiten, den Druckgradienten S in einer Strömung über einer periodischen Sohle zu bestimmen:

$$1) S = \frac{p(x_1 + \Lambda, z_1) - p(x_1, z_1)}{\Lambda} \quad (4)$$

(x_1, z_1 beliebig)

2) Messung der Schubspannung und des Drucks an der Sohle; hieraus kann S berechnet werden.

Für eine stationäre Strömung müssen beide Methoden zu gleichen Ergebnissen für S führen (Prinzip von „Kraft gleich Gegenkraft“). Dieser Sachverhalt wird vom Modell richtig wiedergegeben. Im folgenden wird untersucht werden, welches die physikalischen Ursachen für S sind. Dies ist möglich, weil im numerischen Modell die hydrodynamischen Zusammenhänge detailliert erfaßt werden.

Die Strömung ist das Ergebnis der Gleichungen (1), (2) und (3), wenn wir A_v als gegeben ansehen und von Rand- und Anfangsbedingungen einmal absehen. Was uns interessiert, ist der Term $\frac{\partial p}{\partial x}$, der in (1) auftritt. Jeder Term A, B, C, D in (1) beinhaltet eine positive oder negative Beschleunigung der Flüssigkeit. Die räumliche Verteilung der Effekte der Terme A und B ist in Abb. 7 und 8 zu sehen. „Beschleunigung“ bedeutet eine Beschleunigung in positiver x -Richtung. Die gestrichelten Linien zeigen an, wo die Effekte am stärksten sind.

Abb. 7: Der überwiegende Effekt von A ist eine Verzögerung der Strömung im Talbereich des Sohlkörpers. Am Leehang ($0 \text{ cm} < x < 10 \text{ cm}$) ist u klein, am Luvhang groß. Kleines u wird also in ein Gebiet mit großem u transportiert, was eine Verzögerung bedeutet. Der starke Effekt bei $x \approx 5 \text{ cm}$ entsteht durch große Werte von $\frac{\partial u}{\partial x}$, der starke Effekt bei $x \approx 35 \text{ cm}$ durch große Werte von u . Im Bereich der Leewalze kann sich der Effekt z. T. umkehren; auf Grund der dort herrschenden geringen Geschwindigkeiten sind die Wirkungen aber kleiner. In der Hauptströmung (oberhalb der Linien, die die Kämme verbinden) haben wir sowohl Beschleunigung wie auch Verzögerung; der Nettoeffekt über die Gesamtlänge ist hier relativ klein, so daß wir als dominierenden Effekt die Verzögerung im Talbereich haben.

Abb. 8: Im Leebereich des Kamms ist w stark negativ und $\frac{\partial u}{\partial z}$ stark positiv. Das heißt,

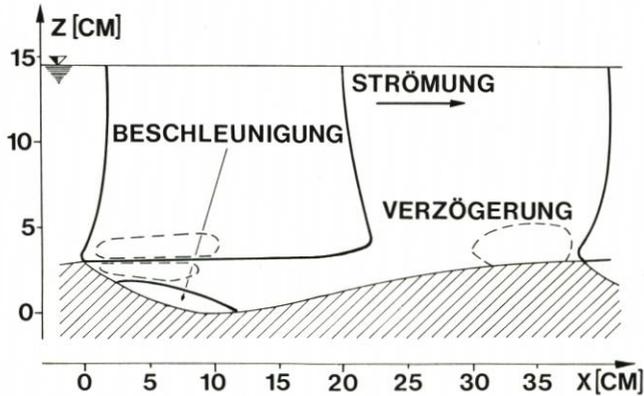


Abb. 7.

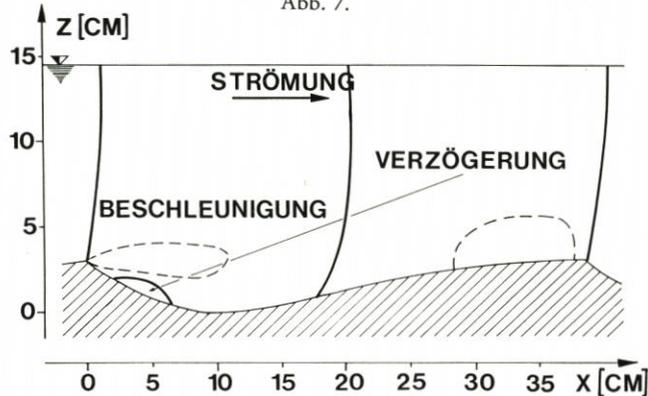


Abb. 8.

w transportiert laufend Flüssigkeit mit großem u in ein Gebiet mit kleinem u . Hier herrscht also Beschleunigung. Der entgegengesetzte Effekt gilt für den Luvbereich. Die Verzögerung in der Leewalze ist klein. Die Integration des Effekts B über das gesamte Strömungsgebiet ergibt eine Beschleunigung.

Der Einfluß des Terms C ist aus Abb. 4 zu ersehen. Durch C wird u im oberen Teil der Strömung verzögert (dort ist die vertikale Ableitung von $A_v \frac{\partial u}{\partial z}$ negativ), im unteren Teil beschleunigt. Für den Gesamteffekt sind die Werte von $A_v \frac{\partial u}{\partial z}$ an der Wasseroberfläche (dort ist $A_v \frac{\partial u}{\partial z} = 0$) und an der Sohle (Index: Bd) maßgebend. Der durch den Term C hervorgerufene Druckgradient S_c ist ($h(x) =$ Wassertiefe):

$$S_c = \frac{1}{\Lambda} \int_0^{\Lambda} \frac{1}{h(x)} (A_v \frac{\partial u}{\partial z})_{Bd} dx$$

Aus Abb. 4 ist zu ersehen, daß $(A_v \frac{\partial u}{\partial z})_{Bd}$ überall relativ klein ist, womit auch S_c klein ist. S_c ist der Wert, der theoretisch vom Modell geliefert werden müßte. Auf Grund numerischer Einflüsse liefert das Modell aber einen abweichenden Wert S_c^{Modell} . Die beiden Werte können bis zu 50 % voneinander abweichen, was aber wegen des geringen Absolutwertes des Terms C dennoch nicht gravierend ist. Im folgenden wird der Wert S_c verwendet.

Wir wollen uns nun quantitativen Untersuchungen zuwenden. Dafür integrieren wir (1) vertikal, so daß die einzelnen Terme von (1) nur noch von x abhängen. Wenn wir die Terme A, B, C, D als Druckgradienten $\frac{\partial \bar{p}_A}{\partial x}, \dots, \frac{\partial \bar{p}_D}{\partial x}$ schreiben, so vermitteln die Werte $\bar{p}_A, \dots, \bar{p}_D$ einen Eindruck der Wirkung der einzelnen Terme (Abb. 9).

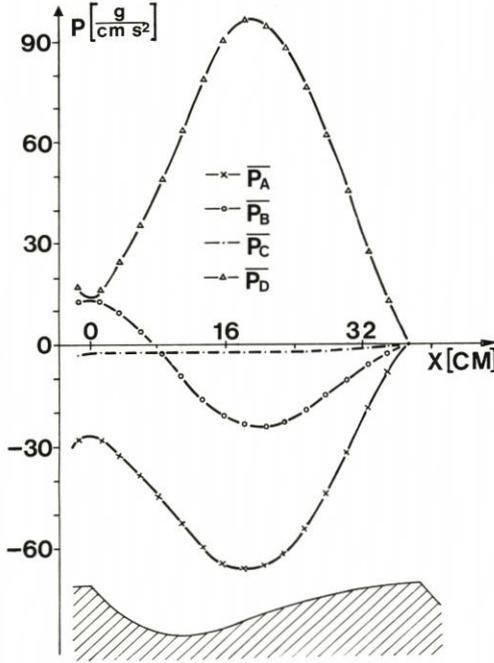


Abb. 9.

Der dem Term A äquivalente Druckgradient über der Länge Λ ist

$$S_A = \frac{\bar{p}_A(\Lambda) - \bar{p}_A(0)}{\Lambda}$$

Entsprechend werden S_B, S_C, S_D der anderen Terme gebildet. Es gilt

$$S_D \approx -S_A - S_B - S_C \text{ ("} \approx \text{"}, \text{ weil } S_C \neq S_C^{\text{Modell}})$$

Die vertikale Integration von (1) führt zu einer Schwierigkeit, die anhand von Abb. 10 erklärt wird (vgl. mit Abb. 1). Die numerische Integration von p in der Spalte j ergibt

$$\tilde{p} : = \frac{1}{5} \sum_{n=1}^5 p_n$$

p wirkt auf die u-Punkte in Spalte i. Auf die u-Punkte in Spalte k wirkt dagegen

$$\hat{p} : = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^3 p_n$$

Wenn $\tilde{p} \neq \hat{p}$ ist, so haben die Gradienten $\partial \bar{p} / \partial x$ in den Spalten i und k nicht die gleiche „Basis“ in j. Dieser Effekt (wir nennen ihn E) führt dazu, daß S_D und S (S aus Gleichung (4)) nicht übereinstimmen. E ist kein physikalischer Effekt, sondern eine Folge der vertikalen Integration. Wenn wir die Wirkung von E über Λ mit S_E ausdrücken, so gilt

$$S = S_D - S_E$$

und

$$S \approx -S_A - S_B - S_C - S_E$$

Der totale Druckgradient S und die partiellen Druckgradienten S_A, \dots, S_E sind für die Bedingungen des RAUDKIVI-Experiments in der ersten Spalte (Version I) der Tabelle angegeben. Außerdem wird noch der Reibungsfaktor f (DARCY-WEISBACH) aus dem Gesetz

$$|u_m| = \left(\frac{8}{f} \frac{1}{\rho} H |S| \right)^{\frac{1}{2}}$$

angegeben.

Die Ergebnisse für den Druckgradienten können mit theoretischen Ansätzen von YALIN (1964) verglichen werden. YALIN gibt Formeln für die Druckgradienten auf Grund von Oberflächeneffekten und Formeffekten ($S_A + S_B + S_E$) an. Bei der Herleitung der Formel für

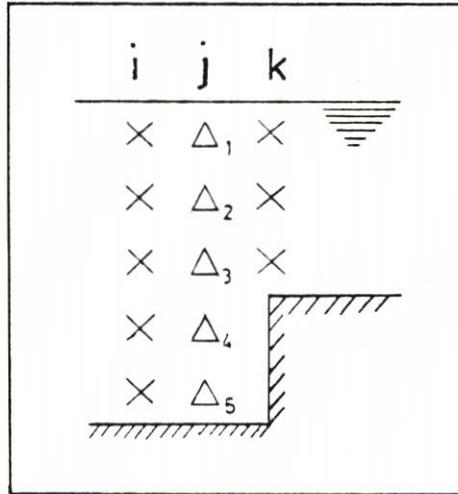


Abb. 10.

den Formwiderstand sagt Yalin, daß der Druckgradient über einer Düne hauptsächlich durch die Strömungserweiterung am Lee- hang zustande kommt; der Effekt des Luvhangs sei zu vernachlässigen.

Dies scheint zu grob zu sein. Aus Abb. 9 sehen wir, daß sowohl die Lee- als auch die Luvzonen einen Einfluß auf den Druck haben. S ist der Nettoeffekt beider Anteile. Verglichen mit diesem Nettoeffekt sind die Einzelbeiträge der Lee- und Luvzonen recht groß.

YALINS Formel für den Formwiderstand ist:

$$\left(\left| \frac{\partial p}{\partial x} \right| \right)_{\text{Form}} = \frac{1}{2} \frac{\Delta^2 u_m^2}{H^2 \Lambda} \quad (\rho \equiv 1) \quad (5)$$

Wenn wir hier die Werte des RAUDKIVI-Experiments einsetzen, so erhalten wir $0,62 \text{ g}/(\text{cm}^2 \text{ s}^2)$. Der entsprechende Wert im numerischen Modell ist $S_A + S_B + S_E$, was zufällig auch genau $0,62 \text{ g}/(\text{cm}^2 \text{ s}^2)$ ergibt. YALINS Formel für den Oberflächenwiderstand (die hier nicht angegeben wird) liefert einen Druckgradienten von $0,11 \text{ g}/(\text{cm}^2 \text{ s}^2)$, während wir im Modell $0,085 \text{ g}/(\text{cm}^2 \text{ s}^2)$ erhalten. Dazu eine Bemerkung: YALIN nimmt konstante Schubspannung über dem gesamten Luvhang an. In der numerischen Rechnung ist die Schubspannung etwa null im unteren Bereich des Luvhanges (reattaching- und developing-Zone), während sie relativ groß ist im Bereich des Kamms (vgl. die Kurve \bar{p}_C in Abb. 9: nur im Kammbereich ist $\frac{\partial \bar{p}_C}{\partial x}$ merklich von Null verschieden).

5. Einfluß von Strömungs- und Sohlparametern auf den Druckgradienten

Um den Einfluß von u_m , H und Δ auf den Druckgradienten zu untersuchen, wurden sechs Variationen des RAUDKIVI-Experiments (Version I in der Tabelle) durchgeführt. Die sechs Variationen sind die Versionen II-VII (siehe Tabelle), und zwar werden für jeden Fall der meßbare Druckgradient S und die Partial-Druckgradienten S_A , S_B , S_C , S_E angegeben (alle Zahlen für die Druckgradienten in 10^{-2} g/[cm²s²]).

In Version II ist u_m um den Faktor 1,25 größer als in Version I. Alle Druckgradienten reagieren darauf mit einer Erhöhung um etwa $(1,25)^2$; der Reibungsfaktor bleibt nahezu konstant. Dieses Verhalten, nämlich die Unabhängigkeit des Reibungsfaktors von u_m , ist aus vielen hydraulischen Versuchen bekannt; Version II kann als Test für das numerische Modell aufgefaßt werden.

Die Versionen III-V beinhalten Rechnungen, in denen sich nur H gegenüber Version I ändert. YALINS Formel (5) gibt eine Abhängigkeit des Druckgradienten von H^{-2} . Dies ist auch das ungefähre Ergebnis der numerischen Rechnungen, wengleich die Aussage nicht eindeutig ist. Es gilt etwa

$$S_A \sim H^{-2}, S_B \sim H^{-1,5}, S_E \sim H^{-1}$$

Aber: Verglichen mit S_A ist die Summe von S_B und S_E klein, wodurch dann schließlich S das gleiche Verhalten aufweist wie S_A . Diese Betrachtung ist allerdings sehr grob; die Abhängigkeit $S \sim H^{-2}$ ist, vom Standpunkt des numerischen Modells gesehen, nur als Faustregel zu betrachten.

Eine Variation der Sohlkörperhöhe Δ wird nur in Version VI durchgeführt. Verglichen mit Version I wird die Sohlhöhe (vergl. Abb. 5) mit 1,5 multipliziert. Ergebnis: Die Summe von S_A , S_B , S_E ist nahezu proportional zu Δ . Die Tendenzen der einzelnen Gradienten sind dagegen unterschiedlich: $|S_A|$ und $|S_E|$ werden größer, $|S_B|$ wird kleiner. Dieses Verhalten ist eine Folge der Vergrößerung der Leewalze. Aus dem gleichen Grund ist auch die Oberflächenreibung in VI kleiner geworden. Im Bereich der reattaching- und der developing-Zone, die sich infolge der großen Leewalze ebenfalls ausgedehnt haben, überwiegt nämlich die „free-slip-Randbedingung“ für u ; die Oberflächenreibung ist dort klein. Aus dem Vergleich der Versionen I und VI läßt sich natürlich nicht sagen, daß $S_A + S_B + S_E \sim \Delta$ gültig ist, wir haben aber einen Anhaltspunkt. Hier gibt YALINS Formel (5) eine andere Abhängigkeit: $S \sim \Delta^2$.

Tabelle

Version	I	II	III	IV	V	VI	VII
u_m [cm/s]	28.7	35.9	28.7	28.7	28.7	28.7	-28.7
H [cm]	13.2	13.2	9.2	17.2	28.7	13.2	13.2
Δ [cm]	2.95	2.95	2.95	2.95	2.95	4.43	2.95
S	-66.8	-102.1	-132.0	-42.6	-17.8	-102.7	130.8
S_A	73.1	111.1	149.6	44.4	16.5	95.0	-25.6
S_B	-33.2	-50.5	-58.4	-22.2	-10.2	-19.1	-42.5
S_C	8.5	12.4	17.3	5.4	2.2	2.3	-18.1
S_E	22.0	34.8	30.7	17.5	10.7	28.5	-53.9
f [10^{-2}]	8.6	8.4	11.8	7.1	5.0	13.2	16.8

Alles in allem erhalten wir aus den Modellrechnungen die grobe Formel für den Reibungsfaktor:

$$f \sim \frac{\Delta}{H} \quad (6)$$

Die Versionen II–VI beinhalten mehr oder weniger kleine Variationen des ursprünglichen RAUDKIVI-Experiments. Die dominierende Ursache für den Druckgradienten ist der Term A. Dies ändert sich, wenn wir die gleichen geometrischen Verhältnisse wie in Version I nehmen, die mittlere Geschwindigkeit u_m aber in negative Richtung gehen lassen (Version VII). Jetzt hat S_B das gleiche Vorzeichen wie S_A , S_C , S_D und, abgesehen von E, hat der Term B jetzt den größten Einfluß.

Die YALIN-Formel enthält außer Δ , u_m und H noch die Rippellänge Λ . Bezüglich Λ wurden keine detaillierten Untersuchungen durchgeführt; die Aussage $\frac{\partial p}{\partial x} \sim \Lambda^{-1}$ scheint aber ebenfalls zu grob zu sein. Es wurden drei Rechnungen mit

$$\Lambda_1 : \Lambda_2 : \Lambda_3 = 1,45 : 1 : 0,62 \text{ durchgeführt:}$$

Es ergab sich

$$S_1 : S_2 : S_3 = 0,77 : 1 : 1,35$$

In einer Abhängigkeit $S \sim \Lambda^\alpha$ liegt α also für die Verhältnisse des RAUDKIVI-Experiments nicht bei -1 , sondern etwa bei $-0,7$. Ebenso ist dann etwa $f \sim \Lambda^{-0,7}$.

Die oben angeführten Abhängigkeiten gelten für die speziellen Bedingungen des RAUDKIVI-Experiments. In anderen Bereichen für die physikalischen Parameter können die Abhängigkeiten durchaus anders ausfallen.

6. Das Transportmodell

Abschließend soll noch kurz auf das Transportmodell eingegangen werden. Die der Literatur zu entnehmenden Transportformeln beinhalten ausnahmslos eine direkte Verknüpfung von auslösender Ursache (im allgemeinen die Schubspannung oder die Schubspannungsgeschwindigkeit v_*) und der Transportrate. Von dieser Vorstellung wird im Transportmodell, das ja die Vorgänge über einem Transportkörper detailliert beschreiben soll, abgegangen. Konkret bedeutet dies: Wenn über einem bestimmten Punkt z. B. des Rippelrückens das v_* bekannt ist, so kann daraus allein noch keine Aussage über die Transportrate in diesem Punkt gemacht werden. Die Transportrate hängt vielmehr auch von den stromaufwärts vorherrschenden Verhältnissen ab.

Formelmäßig ist die Menge des pro Breitereinheit und Zeiteinheit transportierten Materials für homogene Verhältnisse (flache Sohle):

$$q_s = \eta \cdot \sigma$$

wobei η die Menge des pro Flächeneinheit und Zeiteinheit aufgewirbelten Materials ist, während σ die mittlere Weglänge des Materials vom Hochwirbeln bis zum Wiedereinfügen in die Sohle ist. η und σ hängen ab von den Sohlkenngrößen wie Korndurchmesser, Dichte, Sinkgeschwindigkeit, kritische Schubspannungsgeschwindigkeit und von den Einflußgrößen der Strömung, nämlich v_* (abhängig von k_{Bd} , der turbulenten kinetischen Energie an der

Sohle) und einer Strömungsgeschwindigkeit u_{Bd} in Sohlhöhe (Transportgeschwindigkeit für das Material).

Der Sedimenttransport wird wie die Strömung numerisch berechnet. Grundlage sind die horizontalen Gitterintervalle der Länge Δx (Abb. 1). Abb. 11 zeigt schematisch, wie der

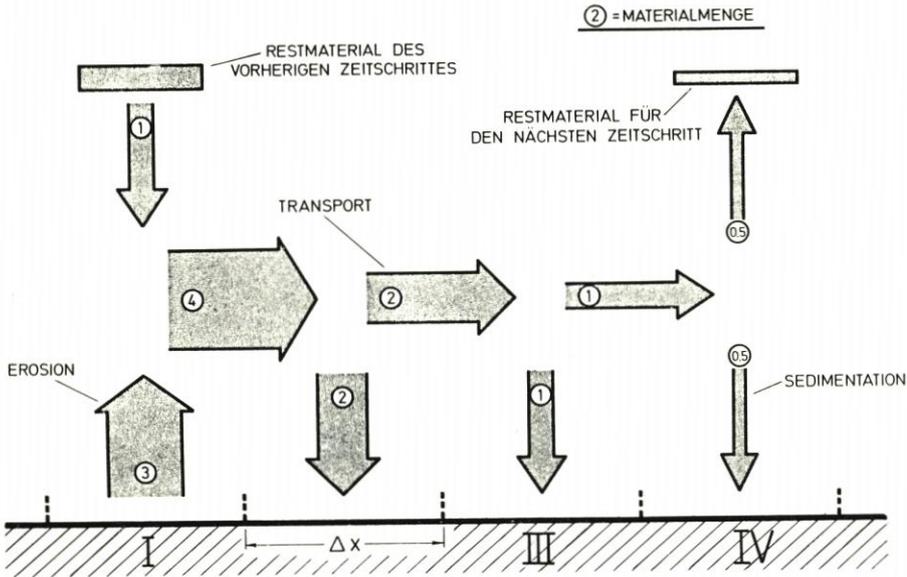


Abb. 11.

Transport im einzelnen abläuft. Es wird das Schicksal des Materials aus Intervall I während eines Zeitschrittes betrachtet. Im Intervall I werden drei Materialeinheiten aufgewirbelt, eine Materialeinheit ist noch vom vorhergehenden Zeitschritt „übriggeblieben“. Vom transportierten Material fällt über jedem Intervall, das während des Transportes passiert wird, die Hälfte zu Boden. Nach Ablauf der Zeit Δt bleibt im Intervall IV eine halbe Materialeinheit übrig, die dann im nächsten Zeitschritt weiterwandert.

Abb. 12 zeigt für den RAUDKIVI-Rippel den Verlauf von v_* und u_{Bd} . v_* wurde zu 70 % aus

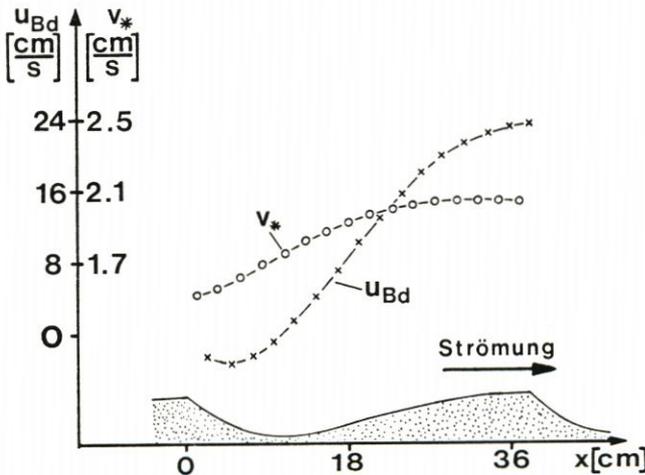


Abb. 12.

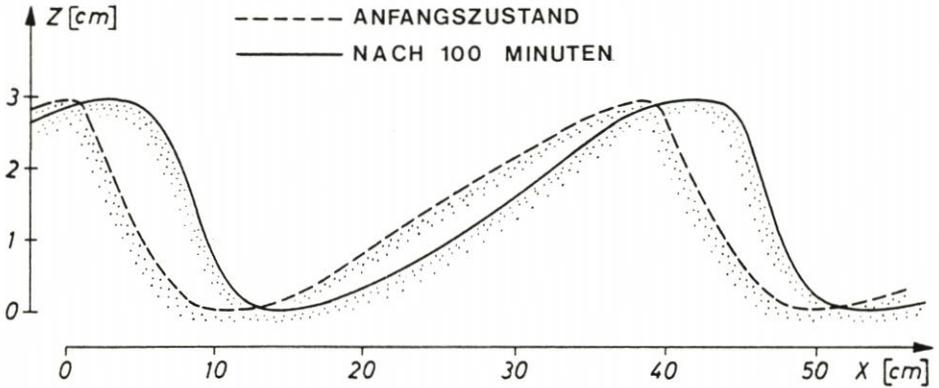


Abb. 13.

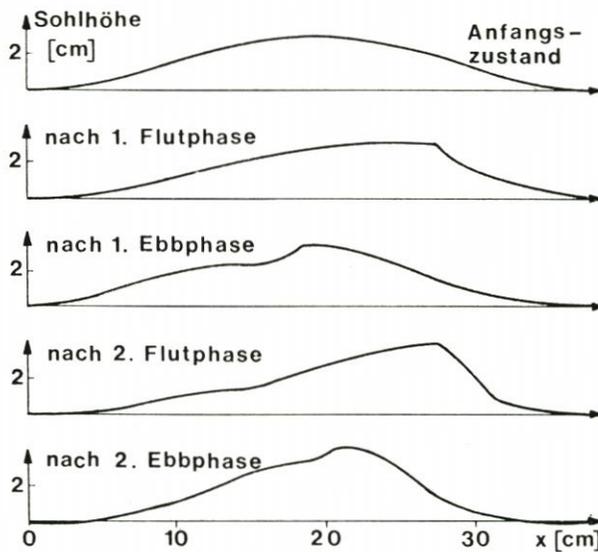


Abb. 14.

k_{Bd} und zu 30 % aus u_{Bd} berechnet. Ein v_* , das ausschließlich aus u_{Bd} berechnet würde, läge im unteren Teil des Rippelhanges weit unter dem kritischen v_* (etwa 1,5 cm/s), und man wäre damit nicht in der Lage, die realen Transportverhältnisse zu simulieren.

Zwei Abbildungen zeigen Ergebnisse des Transportmodells. An dieser Stelle ist zu wiederholen, was schon im ersten Teil des Artikels gesagt wurde: Wenn die Sohle sich infolge des Strömungseinflusses geändert hat, so reagiert einen Zeitschritt später die Strömung selbst wieder auf die neue Sohle. Es besteht also ein fortwährendes Wechselspiel zwischen beiden Komponenten. In Abb. 13 ist die berechnete Wanderung des RAUDKIVI-Rippels zu sehen, der im Experiment ohne Formänderung mit einer Geschwindigkeit von 2,8 cm/h wanderte. In der Rechnung ändert sich die Höhe des Rippels nicht; es tritt aber eine leichte Verformung des Luvhanges auf. Wichtig ist hier in erster Linie, daß es überhaupt möglich ist, mit dem Modell die Wanderung eines Rippels (oder besser gesagt: einer Folge von Rippeln) nachzuvollziehen.

Abb. 14 zeigt die Verformung einer sinusförmigen Sohle unter Tideeinfluß, wobei wiederum daran gedacht werden muß, daß sich links und rechts die gleichen Sohlformen periodisch anschließen. Die Sohlformen nach Ebbe und Flut sind nicht symmetrisch zueinan-

der, weil als Anfangszustand ein sinusförmiger Hügel und nicht ein „echter“ Tiderippel nach einer Ebbphase gewählt wurde. Es ist interessant zu sehen, daß sich durch den Einfluß der Tide die typische Sohlform eines Tiderippels ausbildet: ein langes, flaches Tal und eine relativ schmale Kuppe.

7. Schriftenverzeichnis

- LAUNDER, B. E. und SPALDING, D. B.: Mathematical Models of Turbulence. Academic Press, London, 1972.
- PULS, W.: Ein mathematisches Modell für die Wechselwirkung Strömung – Feststofftransport – Sohldeformation in einem Gerinne. Dipl.-Arbeit, Univ. Hamburg, 1976.
- PULS, W., SÜNDERMANN, J. und VOLLMERS, H.-J.: A numerical approach to solid matter transport computation. Proc., XVIIth Congress of IAHR, Baden-Baden, Vol. 1, 1977.
- RAUDKIVI, A. J.: Study of sediment ripple formation. ASCE, HY 6, 1963.
- RAUDKIVI, A. J.: Loose boundary hydraulics. Pergamon Press, 1st edition, 1967.
- YALIN, S.: On the average velocity of flow over a movable bed. La houille blanche, Nr. 1, 1964.