

Einfluß des Reflexionsgrades eines Wellenbrechers auf die Wellenhöhen im Diffraktionsbereich

Von Karl-Friedrich Daemrich und Sören Kohlhasse

Zusammenfassung

Zur Erfassung des Einflusses einer teilreflektierenden Wellenbrechervorderseite auf die Wellenhöhen im Diffraktionsbereich wird im Schrifttum empfohlen, den zweiten Term der SOMMERFELDSchen Lösungsgleichung entsprechend dem Reflexionsgrad abzumindern. Bei Modellversuchen mit teilreflektierenden Wellenbrechern und Wellenbrechern mit Leitwänden wurden charakteristische Unterschiede zwischen theoretischen Ergebnissen und Versuchsergebnissen festgestellt, insbesondere im Bereich unmittelbar hinter dem Wellenbrecher. Mit theoretischen Ergebnissen nach MITSUI und nach der hergeleiteten Lösung für teilreflektierende, linienförmige Bauwerke wird eine wesentlich bessere Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen erreicht.

Die bisher vorgeschlagene Näherungslösung kann jedoch formell beibehalten werden, wenn man einen speziellen Gewichtungsfaktor F_r einführt, der neben dem Reflexionsgrad den Einfluß der Wellenanlafrichtung berücksichtigt. Die empfohlenen Werte für F_r sind in einem Diagramm dargestellt (Abb. 10).

Summary

Diffraction calculations for breakwaters are often based on SOMMERFELDS solution, which is mathematically exact for thin full-reflecting walls. For breakwaters with low reflecting frontides, and if guidewalls are used, commonly a modified solution is applied, reducing the second term of the solution-formula proportional to the degree of reflection.

It could be shown that this approach is not sufficient in the region just behind the breakwater, especially for small angles of wave attack.

Regarding the exact solution for wedges it was possible to determine a special weighing factor for the second term of the SOMMERFELD solution, dependent on the degree of reflection and the wave direction, which leads to a better agreement between model tests and theoretical results.

Inhalt

1. Einführung	187
2. Lösung für einen Wellenbrecher mit Leitwand	190
3. Lösung für den theoretischen Grenzfall eines Wellenbrechers mit nichtreflektierender Vorderseite	192
4. Näherungslösungen für Eckteile und teilreflektierende, linienförmige Wellenbrecher . .	194
5. Schriftenverzeichnis	197

1. Einführung

Im Rahmen von Grundsatzuntersuchungen zur Diffraktion an Hafeneinfahrten mit übergreifenden oder versetzten Wellenbrechern (DAEMRICH, 1978) wurden auch geometrisch einfache Anordnungen von Wellenbrechern untersucht, um die Vergleichbarkeit zwischen theoretischen Verfahren und hydraulischen Modellversuchen zu überprüfen. Die Modellver-

suche wurden im Wellenbecken des Sonderforschungsbereichs 79 im Franzius-Institut durchgeführt. Die Vorderseite der Modellwellenbrecher war mit einer Schotterböschung mit geringem Reflexionsgrad versehen, oder es waren Leitwände von der Wellenmaschine zur Wellenbrecherspitze hin angeordnet, um Störungen durch re-reflektierte Wellen gering zu halten.

Die theoretischen Ergebnisse wurden nach der Methode von PENNEY und PRICE (1952) berechnet, die die mathematisch exakte Lösung von SOMMERFELD (1896) zu einer Näherungslösung für einfache Wellenbrecheröffnungen überlagern.

Die SOMMERFELDSche Lösungsgleichung lautet (verwendete Bezeichnungen s. Abb. 1):

$$F(r, \theta) = f(\sigma) \cdot e^{-ikr \cdot \cos(\theta - \theta_0)} + f(\sigma') \cdot e^{-ikr \cdot \cos(\theta + \theta_0)}$$

mit
$$\sigma = 2 \cdot \sqrt{\frac{k \cdot r}{\pi}} \cdot \sin\left(\frac{\theta - \theta_0}{2}\right)$$

$$\sigma' = -2 \cdot \sqrt{\frac{k \cdot r}{\pi}} \cdot \sin\left(\frac{\theta + \theta_0}{2}\right)$$

$$f(\sigma) = \frac{1+i}{2} \int_{-\infty}^{\sigma} e^{-i\pi t^2/2} dt$$

$$f(\sigma') = \frac{1+i}{2} \int_{-\infty}^{\sigma'} e^{-i\pi t^2/2} dt$$

(Der Betrag der Lösungsfunktion $F(r, \theta)$ ist gleich dem Diffraktionskoeffizienten K' .)

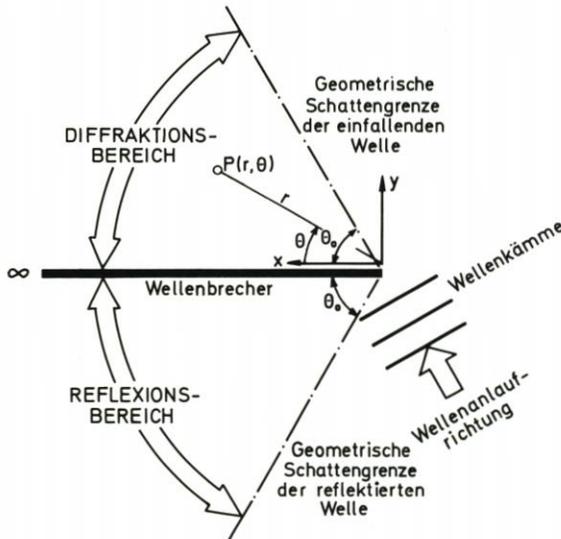


Abb. 1. Koordinatensystem und Bezeichnungen zur Lösung von SOMMERFELD

Die Lösungsgleichung ist für totalreflektierende, linienförmige Bauwerke hergeleitet und kann in dieser Form nicht ohne Einschränkung auf teilreflektierende Bauwerke angewendet werden.

Da jedoch der zweite Term der Lösungsgleichung das an der Wellenbrechervorderseite

reflektierte Wellenfeld enthält, wird von verschiedenen Autoren (z. B. SILVESTER et al., 1968, WORTHINGTON et al., 1970) empfohlen, diesen Term proportional zum Reflexionsgrad des Wellenbrechers abzumindern. (Wenn Leitwände benutzt werden, wird der zweite Term zu Null und die Lösung als „vereinfachte SOMMERFELDSche Lösung“ bezeichnet.)

Die Lösungsgleichung mit abgemindertem oder vernachlässigtem zweiten Term ist jedoch nicht mehr mathematisch exakt, da die Randbedingungen am Wellenbrecher nur noch näherungsweise erfüllt werden.

Abb. 2 zeigt beispielhaft typische Ergebnisse, die nach den o. a. Empfehlungen berechnet wurden, für eine Öffnungsweite von zwei Wellenlängen (bei einer Anordnung von Leitwänden

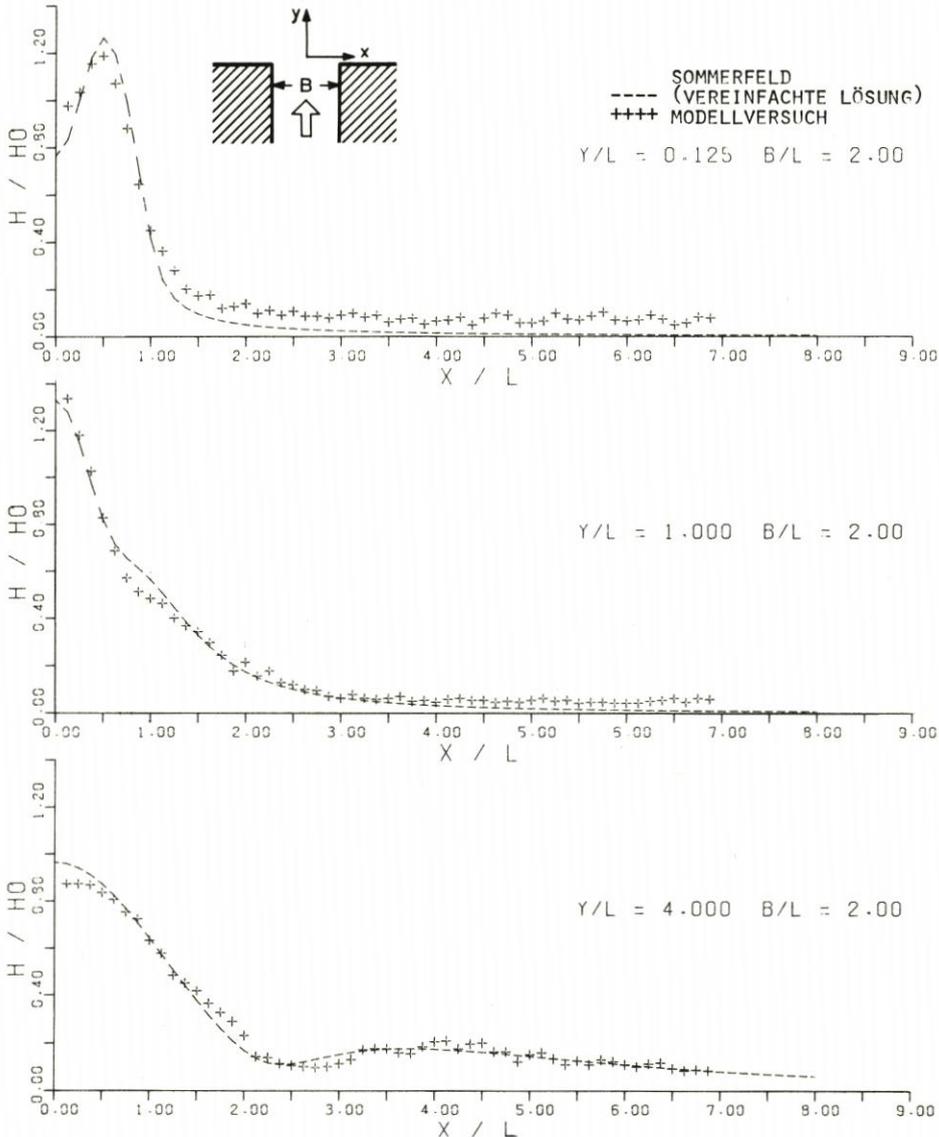


Abb. 2. Vergleich theoretischer Ergebnisse mit hydraulischen Modellversuchen

den). Dargestellt sind die relativen Wellenhöhen (K' -Werte) in Schnitten parallel zum Wellenbrecher. Im Bereich unmittelbar hinter dem Wellenbrecher treten typische Unterschiede zwischen den theoretischen und den im Modell gemessenen Werten auf. Die Wellenhöhen müßten theoretisch sehr gering werden; sie erreichen jedoch noch relativ große Werte im Modell. (Ähnliche Abweichungen traten auch bei den Versuchen auf, bei denen die Wellenbrechervorderseite mit einer Schotterböschung versehen war.)

Diese typischen Abweichungen zwischen theoretischen und gemessenen Ergebnissen waren der Anlaß, die theoretischen Verfahren speziell im Hinblick auf den Einfluß der Reflexion zu untersuchen.

2. Lösung für einen Wellenbrecher mit Leitwand

Für den Fall, daß eine Leitwand von der Wellenbrecherspitze zur Wellenmaschine angeordnet wird, ist eine geeignete Lösung durch die exakten Lösungen für halbumendliche, totalreflektierende Eckteile vorhanden. MITSUI und MURAKAMI (1967) haben Lösungsgleichungen für verschiedene Eckenwinkel und Wellenrichtungen abgeleitet. Für ein rechtwinkliges Eckteil lautet die Lösungsgleichung (verwendete Bezeichnungen s. Abb. 3):

$$F(\rho, \theta) \underset{v=\frac{3}{2}\pi}{=} \frac{4}{3} J_0(\rho) + \frac{8}{3} \sum_{n=1}^{\infty} e^{in\pi/3} \cdot J_{2n/3}(\rho) \cdot \cos \frac{2}{3}n\alpha \cdot \cos \frac{2}{3}n\theta$$

mit

$$J_0(\rho), J_{2n/3}(\rho) = \text{BESSELSche Funktionen erster Art}$$

$$\rho = k \cdot r = \frac{2\pi}{L} \cdot r$$

(Die Ergebnisse müssen halbiert werden, wenn die Wellenrichtung parallel zu einer Wand verläuft.)

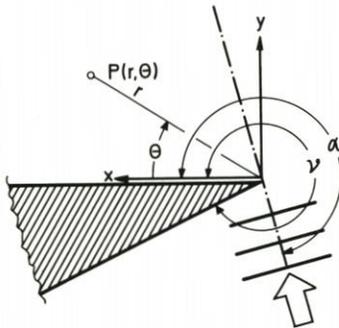


Abb. 3. Koordinatensystem und Bezeichnungen zur Lösung von MITSUI

Abb. 4 zeigt exemplarisch den Verlauf der Wellenhöhen im Diffraktionsbereich bei senkrechtem Wellenangriff. Die Ergebnisse nach MITSUI liegen generell höher als die Ergebnisse nach der vereinfachten SOMMERFELDSchen Lösung. Es wird aber auch deutlich, daß der Verlauf der Lösung nach MITSUI durch eine Modifikation der SOMMERFELDSchen Lösung angenähert werden kann. Da die Differenz zwischen der Gesamtlösung und der vereinfachten Lösung dem zweiten Term der Lösungsgleichung zuzuordnen ist, wird diese Modifikation durch eine geeignete Wichtung (in diesem Fall mit einem Faktor von rd. 0,6) erreicht.

Abb. 5 zeigt schließlich einen Vergleich von Versuchsergebnissen mit theoretischen Ergebnissen nach der Lösung von MITSUI, die die Gültigkeit dieser Lösung bestätigen.

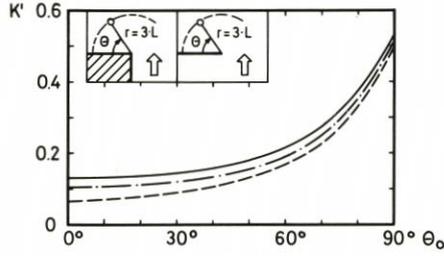


Abb. 4. Vergleich der relativen Wellenhöhen nach unterschiedlichen theoretischen Verfahren

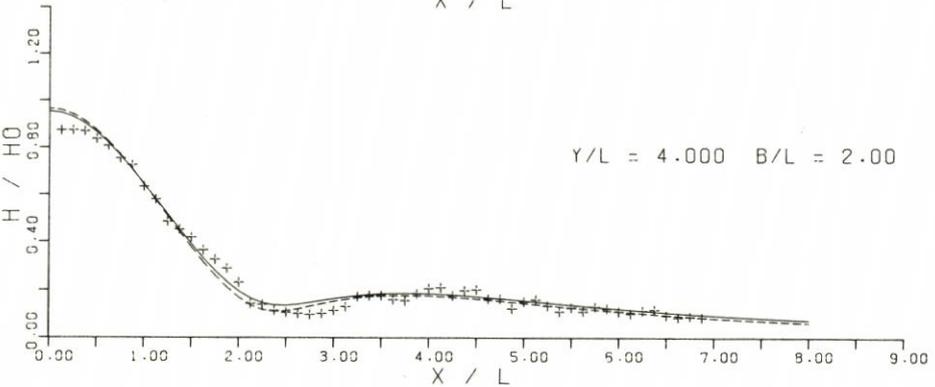
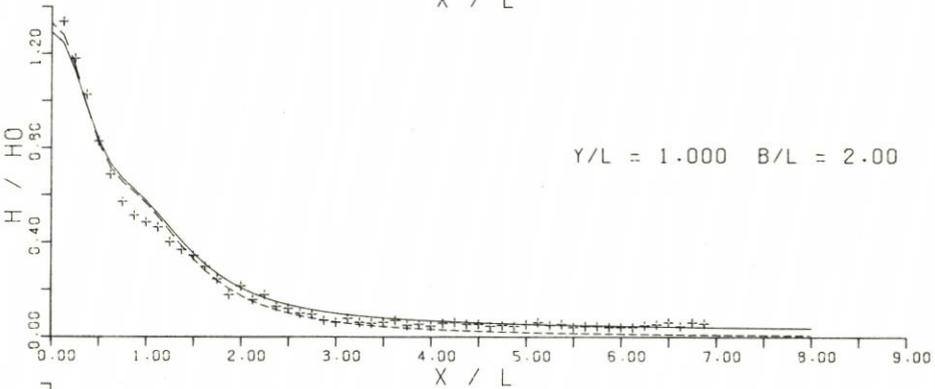
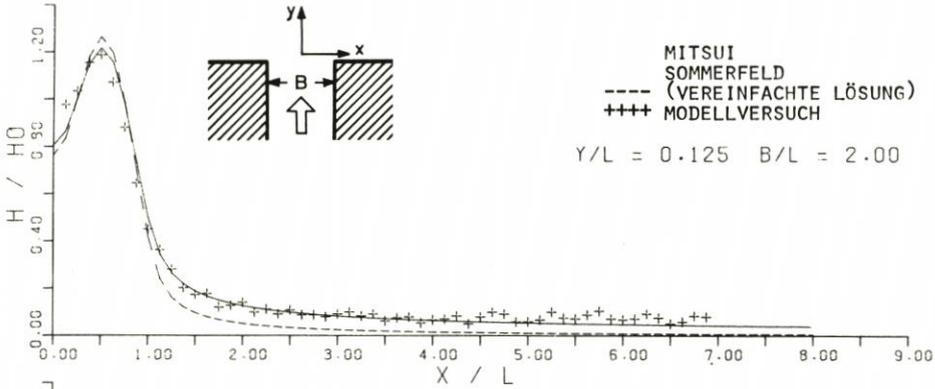


Abb. 5. Vergleich theoretischer Ergebnisse mit hydraulischen Modellversuchen

3. Lösung für den theoretischen Grenzfall eines Wellenbrechers mit nichtreflektierender Vorderseite

Die folgenden theoretischen Betrachtungen bauen auf den bereits genannten Lösungsverfahren nach SOMMERFELD und MITSUI auf. Zur Verdeutlichung soll die SOMMERFELDSche Lösung kurz diskutiert werden.

Jeder der beiden Terme der Lösungsgleichung stellt einen Teil des Gesamtwellenfeldes um den Wellenbrecher dar und kann formell in geradlinige Wellenfelder nach den Gesetzen der geometrischen Optik und nahezu kreisförmige Streuungswellenfelder aufgeteilt werden. Der Kammlinienverlauf dieser Wellenfelder ist in Abb. 6 dargestellt:

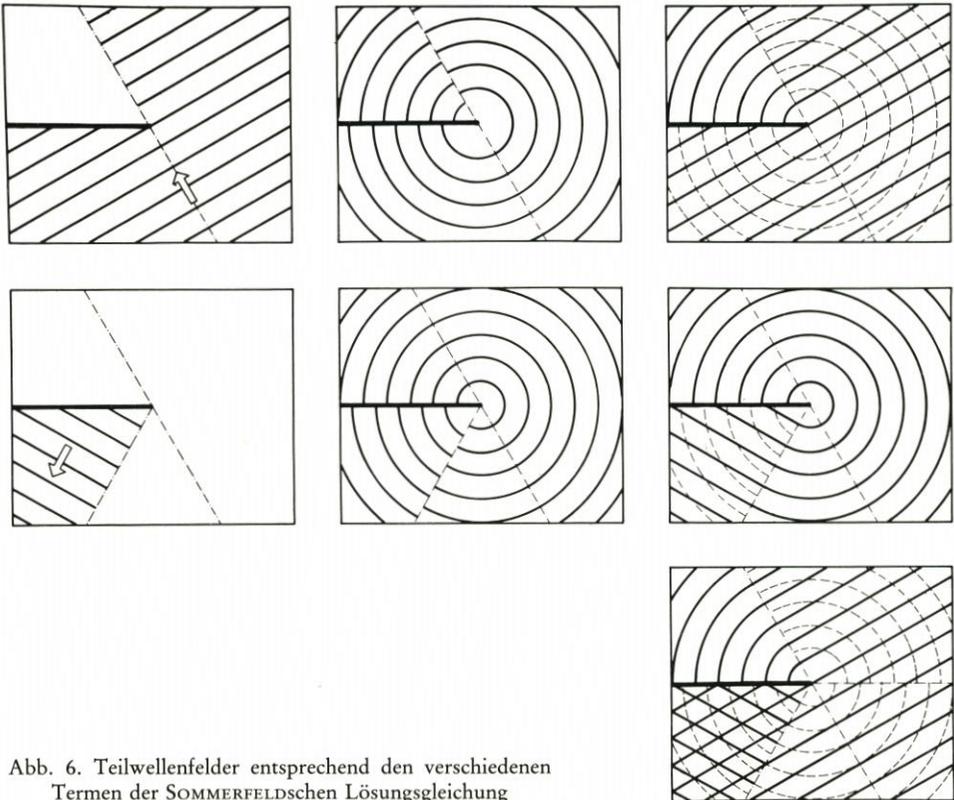


Abb. 6. Teilwellenfelder entsprechend den verschiedenen Termen der SOMMERFELDSchen Lösungsgleichung

Das anlaufende Wellenfeld mit dem zugehörigen Streuungswellensystem wird durch den ersten Term beschrieben, das reflektierte Wellenfeld mit dem zugehörigen Streuungswellensystem durch den zweiten Term. Die charakteristischen Eigenschaften der Streuungswellensysteme werden sowohl durch die Randbedingung „Wellenbrecher“ als auch durch den Wellenhöhenverlauf des sie erzeugenden geradkämmigen Wellenfeldes im Bereich der geometrischen Schattengrenze beeinflusst.

Betrachtet man nun das Wellensystem im oberen Teil der Abb. 6, welches durch den ersten Term der SOMMERFELDSchen Lösungsgleichung beschrieben wird, so scheint dies genau dem Fall eines nichtreflektierenden Wellenbrechers zu entsprechen. Es ist nur ein einfallendes, geradliniges Wellenfeld mit dem zugehörigen Streuungswellenfeld vorhanden.

Wie bereits in Abschnitt 1 erwähnt wurde, wird jedoch die hydrodynamische Randbedingung am Wellenbrecher nur durch die Überlagerung der beiden Streuungswellensysteme erfüllt. Das Streuungswellensystem der einfallenden Welle allein erfüllt die Randbedingungen nicht, außer für eine Wellenanlaufrichtung von $\theta_0 = 180^\circ$.

Im folgenden wird nun eine ähnliche Lösung hergeleitet, bei der die anlaufenden Wellen nicht reflektiert werden, das zur einlaufenden Welle zugehörige Streuungswellensystem jedoch die Randbedingungen an einem totalreflektierenden, undurchlässigen Wellenbrecher erfüllt.

Dazu werden drei vom grundsätzlichen Wellenverhalten her ähnliche Anordnungen von Wellenbrechern verglichen (Abb. 7):

- ein nichtreflektierender, linienförmiger Wellenbrecher nach den oben definierten Randbedingungen, für den eine Lösung hergeleitet werden soll (Abb. 7a),
- ein Wellenbrecher, dessen Achse parallel zur Wellenanlaufrichtung verläuft (Abb. 7b). (Bei dieser Anordnung tritt keine Reflexion auf, es existiert jedoch eine exakte theoretische Lösung.)
- und ein rechtwinkliges Eckteil, dessen eine Begrenzungsfläche parallel zur Wellenanlaufrichtung verläuft und für das ebenfalls eine exakte Lösung, die Lösung nach MITSUI, bekannt ist (Abb. 7c).

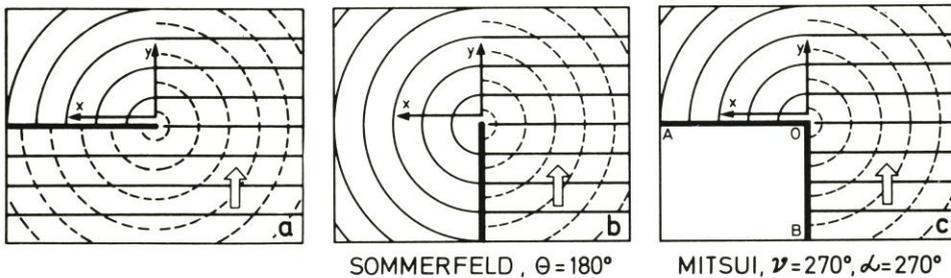


Abb. 7. Wellenfelder an verschiedenen Wellenbrecheranordnungen

Bildet man die Differenz der in Abb. 7b und c dargestellten Wellensysteme (phasengerecht), so erhält man ein Differenz-Streuungswellensystem, das die Auswirkung der Wegnahme der Wand \overline{OA} beschreibt, d. h. die Wellenausbreitung in den Bereich des Eckteils.

In der gleichen Weise wie die Lösung für die Anordnung in Abb. 7b aus der Anordnung in Abb. 7c durch Addition des Differenz-Streuungswellensystems hergeleitet werden kann, ist es möglich, die gesuchte Lösung für die Anordnung nach Abb. 7a, den „nichtreflektierenden Wellenbrecher“, durch Addition eines entsprechenden Differenz-Streuungswellenfeldes herzuleiten, das die Auswirkung der Wegnahme der Wand \overline{OB} beschreibt.

Die Höhen des Streuungswellensystems in der Linie \overline{OB} betragen mit sehr guter Näherung ein Drittel der entsprechenden Wellenhöhen in der Linie \overline{OA} . Daraus kann geschlossen werden, daß die charakteristische Form des Differenz-Streuungswellenfeldes erhalten bleibt; die Wellenhöhen sind jedoch proportional abzumindern, und das Streuungswellensystem ist entsprechend zu drehen.

In Abb. 8 wird die charakteristische Höhenverteilung des Differenz-Streuungswellensystems erläutert.

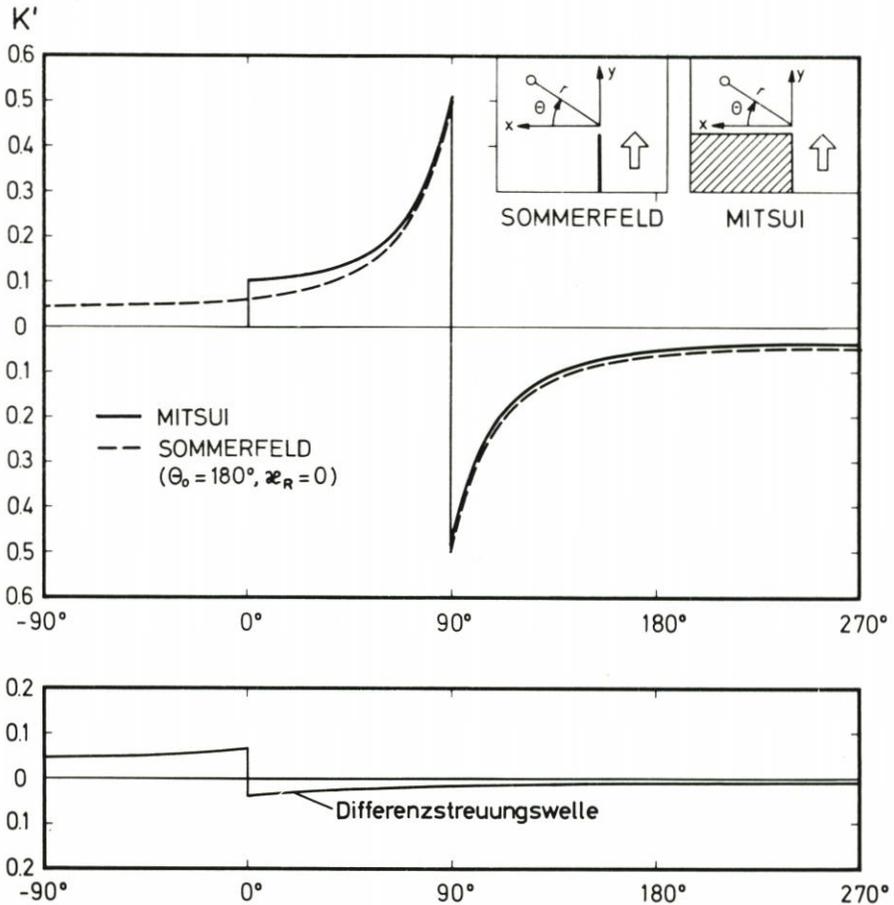


Abb. 8. Typischer Wellenhöhenverlauf der Streuungswellensysteme nach Abb. 7b und c und zugehöriges „Differenz-Streuungswellenfeld“ (exemplarisch für $r = 3 \cdot L$)

Abb. 9 zeigt schließlich die typische Wellenhöhenverteilung des Streuungswellenfeldes für den nichtreflektierenden Wellenbrecher und die Unterschiede zur bisher empfohlenen „vereinfachten“ SOMMERFELDSchen Lösung.

4. Näherungslösungen für Eckteile und teilreflektierende, linienförmige Wellenbrecher

Die hier vorgeschlagene Lösung für nicht reflektierende Wellenbrecher entspricht im Diffraktionsbereich nahezu der Lösung von MITSUI. Daher ist diese Lösung für Eckteile, deren eine Begrenzungsfläche parallel zur Wellenanaufrichtung verläuft, eine gute Näherung.

Weiterhin haben vergleichende Rechnungen gezeigt, daß die recht aufwendigen Lösungen nach MITSUI im Diffraktionsbereich gut durch eine entsprechend modifizierte SOMMERFELDSche Lösung angenähert werden können, die nur etwa 0,5 % der Rechenzeit beansprucht.

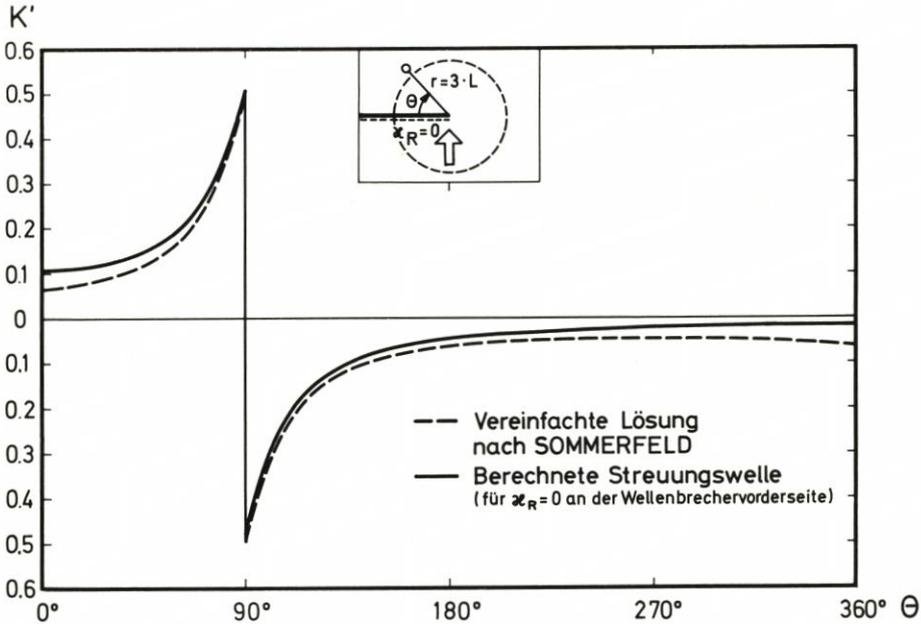


Abb. 9. Diffraktionskoeffizient K' der Streuungswelle für einen nichtreflektierenden Wellenbrecher im Vergleich zu Ergebnissen nach der „vereinfachten SOMMERFELDSchen“ Lösung

Diese Modifikation besteht in einer Wichtung des zweiten Terms der SOMMERFELDSchen Lösungsgleichung in Abhängigkeit von der Wellenanlaufrichtung θ_0 (Abb. 10).

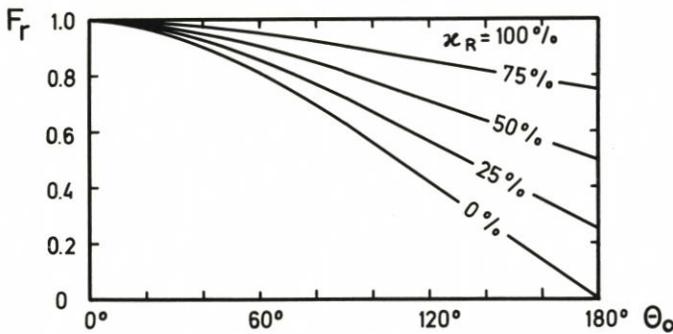


Abb. 10. Empfohlene Gewichtungsfaktoren F_r zur Modifikation des zweiten Terms der SOMMERFELDSchen Lösungsgleichung für unterschiedliche Reflexionsgrade

Die untere Kurve in Abb. 10 zeigt den durch vergleichende Rechnungen ermittelten Gewichtungsfaktor für einen nichtreflektierenden Wellenbrecher als Funktion der Wellenrichtung. Der Unterschied zur bisher empfohlenen Methode, die den Gewichtungsfaktor für nichtreflektierende Bauwerke ohne Berücksichtigung der Wellenrichtung zu Null annimmt, ist klar erkennbar.

Die Näherung durch Modifikation der SOMMERFELDSchen Lösung hat weiterhin den Vorteil, daß auch Teilreflexionen leicht berücksichtigt werden können. Der Gewichtungsfaktor F_r

kann linear zwischen den Werten für Totalreflexion und den Werten für eine nichtreflektierende Wellenbrechervorderseite interpoliert werden.

Abb. 11 zeigt abschließend einen Vergleich von Versuchsergebnissen (Schotterböschungen auf der Wellenbrechervorderseite mit einem Reflexionsgrad von 10 %) mit theoretischen Ergebnissen nach MITSUI und der vorgeschlagenen Näherungsmethode. Der Gewichtsfaktor wurde bei einem Reflexionsgrad von 10 % und der Wellenanlafrichtung $\theta_0 = 90^\circ$ zu 0,65 angesetzt.

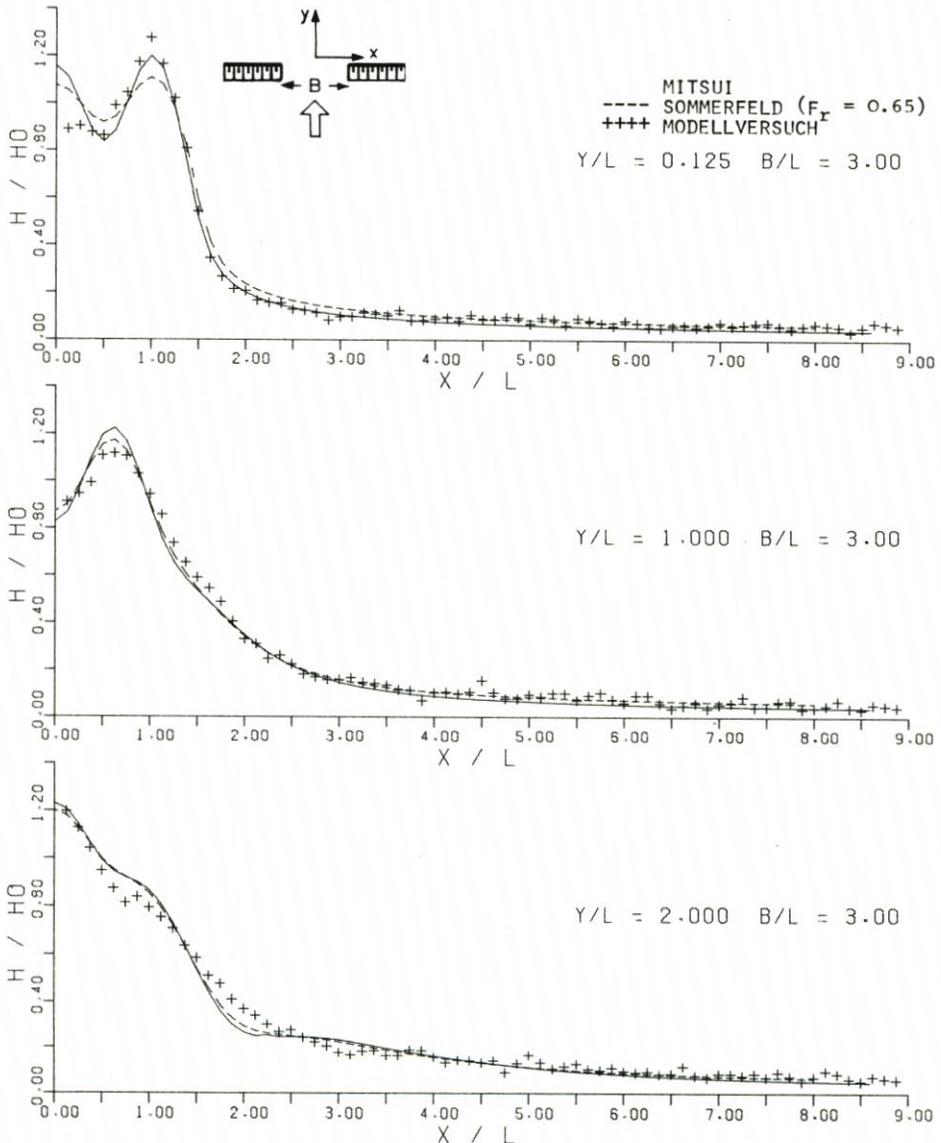


Abb. 11. Vergleich theoretischer Ergebnisse mit hydraulischen Modellversuchen

5. Schriftenverzeichnis

- DAEMRICH, K.-F.: Diffraction gebeugter Wellen – Ein Beitrag zur Untersuchung der Wellenunruhe in Häfen. Mitt. des Franzius-Inst. der Techn. Univ. Hannover, H. 47, 1978.
- MITSUI, H. u. MURAKAMI, H.: Wellenhöhenverteilung an diskontinuierlichen Teilen von Küstenbauwerken. (2. Bericht) Kaigan Kôgaku Kôenkai Kôenshû 14, 1967 (in Japanese).
- PENNEY, W. G. u. PRICE, A. T.: The Diffraction Theory of Sea Waves and the Shelter Afforded by Breakwaters. Philos. Transact. of the Royal Soc. of London, Series A, No. 882, Vol. 224, 1952.
- SOMMERFELD, A.: Mathematische Theorie der Diffraction. Mathematische Annalen, Bd. 47, 1896.
- SILVESTER, R. u. TECK-KONG LIM: Application of Wave Diffraction Data. Proc. 11th Conf. Coastal Eng., London, 1968.
- WORTHINGTON, H. W. u. HERBICH, J. B.: Comp. Progr. to Estimate the Combined Effect of Refraction and Diffraction of Water Waves. Texas A & M University, COE Report No. 127, 1970.