

Ein dreidimensionales Flachwassermodell mit vertikaler Auflösung im Tidehubbereich: Entwicklung und erste Anwendungen

Von KLAUS DIETRICH PFEIFFER UND JÜRGEN SÜNDERMANN

Zusammenfassung

Die Simulation der komplexen Vertikalstruktur des Strömungs- und Dichtefeldes in der Brackwasserzone von Tideästuaren und eine hinreichend genaue Beschreibung nichtlinearer Flachwasserprozesse in Boden- und Oberflächennähe erfordern räumlich und zeitlich hochauflösende numerische Modelle. Die Vertikalauflösung wurde in bisher gebräuchlichen Flachwasser- und Ästuarmodellen durch die Tidehubhöhe eingeschränkt. Das hier vorgestellte Modell ermöglicht der freien Oberfläche das Durchlaufen eines beliebig feinen und nur nach physikalischen Gesichtspunkten vorgegebenen Rechengitters in Raum und Zeit. Zusätzlich zu einem beweglichen Rand in der Horizontalen, bedingt durch das Trockenfallen und Überfluten von Wattflächen, besitzt das Modell einen beweglichen Rand in der Vertikalen, bedingt durch die Höhenänderung der Wasseroberfläche. Das Modell wurde in Kanälen und Becken mit idealisierter Topographie getestet. Seine Anwendbarkeit auf natürliche Gebiete wurde mit einer Simulation eines Flußabschnittes der Elbe gezeigt.

Summary

Detailed spatial and temporal discretizations are necessary for both the simulation of complex, vertically structured current and density fields in estuarine salinity intrusion regions as well as the associated non-linear shallow water processes at the water surface and near the bottom. In existing models, the vertical discretization has generally been restricted by the tidal range. The model presented here allows the free surface to be within an arbitrarily fine discretization which is governed only by physical considerations in space and time. The model contains not only a variable boundary in the horizontal direction to simulate the flooding and recession of the water line at inter-tidal flats, but also a variable boundary in the vertical direction associated with the changing water surface. The model was tested on idealized channels and basins. Its application to natural water bodies is illustrated for a reach of the Elbe Estuary.

Inhalt

1. Einleitung	149
2. Das dreidimensionale Wattmodell.	151
3. Verifikation und Anwendungen des Modells	153
4. Weiterführende Arbeiten	156
5. Danksagung	156
6. Schriftenverzeichnis	156

1. Einleitung

Im Rahmen eines Kooperationsprogrammes mit dem GKSS-Forschungszentrum Geesthacht wurden am Institut für Meereskunde der Universität Hamburg in den Jahren 1981–85 neuartige Modelle zur Simulation der Dynamik von Tideästuaren unter besonderer Berück-

sichtigung der Brackwasserzone entwickelt. In der Tideelbe konnten mittels hochauflösender dreidimensionaler Modelle (s. z. B. DUWE, HEWER u. BACKHAUS, 1983; DUWE u. SÜNDERMANN, 1986) Wasserstands-, Geschwindigkeits- und Salzgehaltsverteilungen synoptisch mit hoher Genauigkeit berechnet und anhand von Meßdaten verifiziert werden. Im Laufe dieser Arbeiten zeigte sich, daß zur genaueren Simulation kleinskaliger und lokaler Prozesse, wie dem Eintrag von Salzwasser über die Watten der Brackwasserzone, starken vertikalen Stromscherungen und Vertikalgradienten transportierter Stoffe, eine höhere vertikale Auflösung notwendig ist. Diese Prozesse können ausgeprägten Fernwirkungscharakter besitzen und sind bei quantitativen Berechnungen von Transporten und bei der Ausbreitung von im Wasser gelösten oder suspendierten Substanzen nicht vernachlässigbar, insbesondere wenn Modelldaten als Basis für weiterführende Interpretationen und Berechnungen (z. B. bei Schadstoff-, Wärme- und Schwebstoffausbreitung, Wassergüteanalysen, biologischen Folgerungen etc.) dienen. Die Abbildungen 1 und A1 geben einen Eindruck der starken und der über längere Zeiträume persistenten vertikalen Gradienten der Strömungsgeschwindigkeit und des Salzgehalts in der Brackwasserzone der Elbe.

Eine Verbesserung der Modellergebnisse ist zu erwarten, wenn eine Vertikalauflösung im Höhenbereich des Tidehubes möglich ist. Bei bisher gebräuchlichen Flachwassermodellen ist die Auflösung des oberen Teiles der Wassersäule auf die maximal im Gebiet während der Simulation auftretenden Wasserstandsänderungen beschränkt. Die Mächtigkeit der obersten Rechenschicht variiert über eine Tidephase mindestens im Bereich zwischen den maximal auftretenden Hoch- und Niedrigwassern plus einem „Sicherheitsabstand“ zur darunterliegenden Schichtgrenze. Für mittlere Verhältnisse in der Unterelbe schwankt die Dicke der obersten Modellrechenschicht zwischen 0,5 und etwa 4 Metern. Etwa 50 % der Gesamtfläche des Gebietes werden vertikal integriert, d. h. zweidimensional gerechnet. Die Simulation von

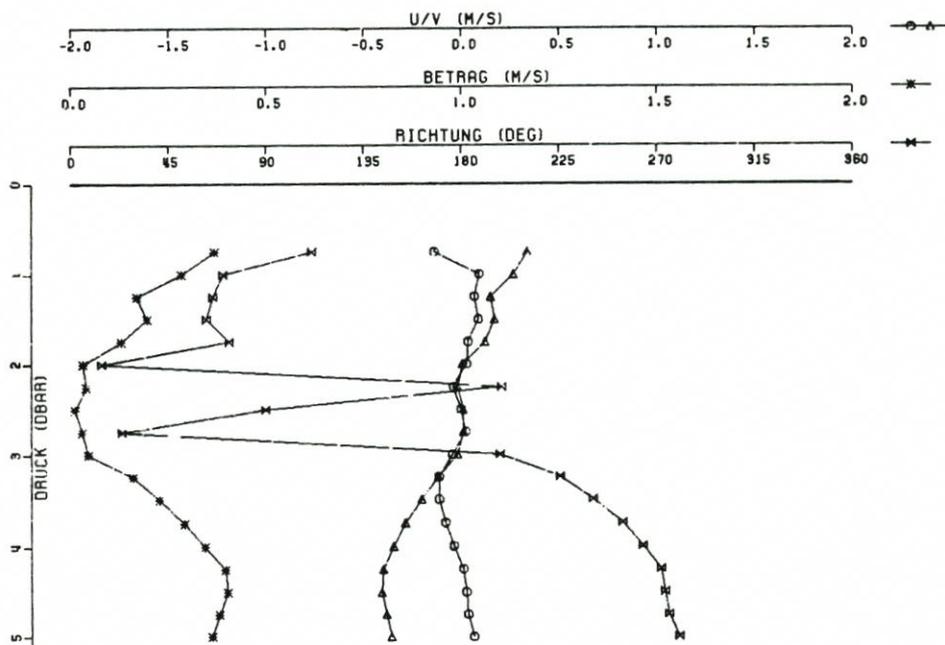


Abb. 1. Vertikalprofile der Nord- und Ostkomponente, des Betrages und der Richtung der Strömungsgeschwindigkeit, gemessen bei ablaufendem Wasser während der Meßkampagne „NEUWEX 2“ (Mai 1984) im westlichen Teil der Neufelder Rinne (Station „LP“)

starken Vertikalgradienten, die auch bei kleinen Wassertiefen auftreten können, ist nicht oder nur eingeschränkt möglich. Boden- und oberflächennahe Prozesse können nur ungenau modelliert werden.

Eine vertikale Auflösung im Tidehubbereich bedeutet, daß die freie Oberfläche in Raum und Zeit ein fest vorgegebenes Gitter vertikal durchlaufen kann und daher die Anzahl der Rechenpunkte in der Wassersäule an einer festen Position zeitlich variabel ist. An Schnittlinien der Wasseroberfläche mit vertikalen Gittergrenzen wurden Modifizierungen und Ergänzungen der Differenzterme vorgenommen, um die Erhaltung von Masse und Impuls zu gewährleisten. Wegen der starken Nichtlinearität der Modellgleichungen waren analytische Untersuchungen der Algorithmen auf Stabilität und Konsistenz nicht möglich, so daß mehrere numerische Experimente in Kanälen und Becken mit idealisierten Tiefenverteilungen und Randbedingungen durchgeführt werden mußten, deren Ergebnisse teils mit analytischen, teils mit numerischen Berechnungen verglichen wurden.

2. Das dreidimensionale Wattmodell

Der Schwerpunkt dieser Arbeit lag in der Entwicklung von Differenzenformulierungen, die es der freien Oberfläche erlauben, durch eine vorgegebene vertikale Diskretisierung zu verlaufen. Wegen der besseren Überschaubarkeit wurden alle Gleichungsterme mit Ausnahme des vertikalen Austauschterms explizit, räumlich zentral und zeitlich vorwärts auf dem in Raum und Zeit geschachtelten Arakawa-C-Gitter diskretisiert. Die explizit formulierten Terme unterliegen dem Stabilitätskriterium von COURANT, FRIEDRICHS und LEWY (CFL).

Durch die uneingeschränkt stabile, semi-implizite Formulierung des vertikalen Austauschterms mußte das explizite Stabilitätskriterium für die Diffusionsgleichung, welches gegebenenfalls bei sehr dünnen Schichtdicken verletzt werden könnte, nicht berücksichtigt werden. Außerdem garantiert die implizite vertikale Kopplung eine Verteilung des in die obere Schicht eingetragenen winderzeugten Impulses und des reibungsbedingten Impulsverlustes in der Bodenschicht in einem Zeitschritt über die gesamte Wassersäule. Mit der expliziten Formulierung wurden auch bei Einhaltung des Stabilitätskriteriums unrealistisch hohe oberflächennahe Geschwindigkeiten berechnet, insbesondere bei sehr geringen Schichtdicken und großen Windgeschwindigkeiten, da der Impuls in einem Zeitschritt nur über eine Gitterzelle hinweg in die Tiefe transportiert werden kann.

Beim Überfluten und Trockenfallen von Rechenschichten treten sehr geringe Schichtdicken auf, und der zeitliche Diskretisierungsfehler bei der Berechnung von Geschwindigkeiten aus Transporten, bedingt durch die zeitliche Schachtelung des Gitters, wird sehr groß, falls die zeitliche Änderung der Schichtdicke von gleicher Größenordnung wie die Schichtdicke selbst ist. Aus diesem Grunde wurden die Modellgleichungen in der Geschwindigkeitsform diskretisiert, da darin Transporte nur in der Kontinuitätsgleichung auftreten und sich der o. a. Diskretisierungsfehler auf die ganze Wassersäule verteilt. Das schichtweise vertikal integrierte, aus den NAVIER-STOKES-Gleichungen abgeleitete Modellgleichungssystem, bestehend aus zwei Transportgleichungen für die Horizontalgeschwindigkeitskomponenten, der Kontinuitätsgleichung und den kinematischen Grenzflächenbedingungen, zur Berechnung der vertikalen Geschwindigkeitskomponente und dem Wasserstand ist in Anhang II dargestellt. In dieser Ausbaustufe des Modells sind barokline Prozesse noch nicht berücksichtigt.

Überfluten und Trockenfallen von Rechenschichten sind im Modell folgendermaßen realisiert: Zu Beginn eines jeden Zeitschrittes wird ein Oberflächenindex S in jedem ζ -Punkt berechnet, der die erste wasserbedeckte Rechenschicht (fortlaufend nummeriert von oben nach

unten) bestimmt. Eine Schicht gilt als überflutet, wenn der Abstand zwischen dem Wasserstand im u- und v-Punkt einer Gitterzelle und der darunterliegenden Schichtgrenze eine vorgegebene Höhe h_{krit} überschreitet, und als trockengefallen, wenn h_{krit} in einem der beiden Geschwindigkeitspunkte unterschritten wird. Die kritische Schichtdicke muß so gewählt werden, daß sie größer als die maximal in einem Zeitschritt auftretende Wasserstandsänderung ist; formal ausgedrückt muß gelten:

$$h_{krit} > |\zeta_{i,j}^{n+1} - \zeta_{i,j}^n| \quad \forall (i, j, n)$$

Für die hier angeführten Rechnungen ergab sich für h_{krit} 0,02 bis 0,05 Meter. Wird eine Schicht überflutet, werden die Geschwindigkeiten in der neu hinzugekommenen Gitterzelle gleich denen in der darunterliegenden gesetzt.

$$u_{i,j,S}^n = u_{i,j,S+1}^n \quad \text{und} \quad v_{i,j,S}^n = v_{i,j,S+1}^n \quad \text{falls} \quad S_{i,j}^{n+1} < S_{i,j}^n$$

Fällt eine Schicht trocken, wird der in der dünnen Oberschicht vorhandene Impuls in die darunterliegende Schicht durch vertikale Integration eingebracht.

$$\bar{u}_{i,j,S}^n = \bar{u}(S_{i,j}^{n+1} \rightarrow S_{i,j}^n) \quad \text{und} \quad \bar{v}_{i,j,S}^n = \bar{v}(S_{i,j}^{n+1} \rightarrow S_{i,j}^n) \quad \text{falls} \quad S_{i,j}^{n+1} > S_{i,j}^n$$

Die mit „ $\bar{\cdot}$ “ gekennzeichneten Größen bezeichnen das vertikale, diskrete Integral über die in der Klammer angegebenen Schichten.

$$\bar{u}(a \rightarrow b) \equiv \frac{\sum_{k=a}^b u_{i,j,k}^n \cdot h(u)_{i,j,k}^n}{\sum_{k=a}^b h(u)_{i,j,k}^n}$$

$$\bar{v}(a \rightarrow b) \equiv \frac{\sum_{k=a}^b v_{i,j,k}^n \cdot h(v)_{i,j,k}^n}{\sum_{k=a}^b h(v)_{i,j,k}^n}$$

Horizontale Differenzen an Gitterpunkten, an denen die freie Oberfläche eine Schichtgrenze schneidet (s. Abb. 2), werden je nach Lage der Oberfläche entweder vertikal über die in Frage kommenden Schichten integriert, falls in der benachbarten Zelle mehr Schichten überflutet sind, oder zur benachbarten tieferliegenden Schicht hin berechnet, falls in der benachbarten Zelle weniger Schichten wasserbedeckt sind. Transporte werden, dem Wasserstand entsprechend, in den betreffenden Gitterzellen entweder aufgeteilt oder zusammenge-

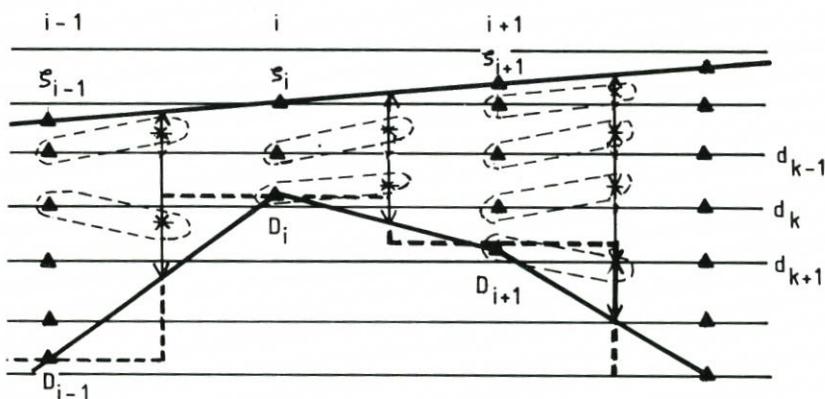


Abb. 2. Schematischer Schnitt in der x-z-Ebene durch das verwendete Modellgitter. Eingezeichnet sind die Positionen der u-, w- und ξ -Tiefen; Punkte gleicher Indizierung sind gestrichelt umrandet, Transporttiefen mit Doppelpfeil gekennzeichnet. Im mit „i+1“ indizierten Punkt ist die kritische Schichtdicke überschritten und die nächsthöhere Schicht überflutet

faßt. Eine schematische Darstellung zeigt Abb. A3. Beim Vorkommen von Wattflächen sind Erweiterungen des o. a. Verfahrens notwendig, da sowohl der Wasserstand als auch die Topographie die Schichtgrenzen schneiden können und ggf. nur noch ein Geschwindigkeitspunkt wasserbedeckt ist, während der andere bereits trockengefallen ist (Näheres s. PFEIFFER, 1985).

3. Verifikation und Anwendungen des Modells

Zur Erprobung der o. a. Formalismen wurde das Modell zunächst in einem in der x-z-Ebene liegenden Kanal angewendet. Mittels linearer Rechnungen (konvektive Terme vernachlässigt, linearer Bodenreibungsansatz oder no-slip-Bedingung am Boden) wurde bei konstanter Tiefe und beidseitig geschlossenen Rändern die winderzeugte Zirkulation untersucht. Die Dämpfungskonstante und die reibungsbedingte Verlängerung der Periode der während der Einschwingungsphase auftretenden Eigenschwingungen stimmten im Rahmen der Auflösung in der Zeit mit den theoretisch berechneten Werten (s. z. B. KRAUSS, 1973) überein. Die nach Abklingen der Schwingungen errechnete stationäre Zirkulation wurde mit theoretischen Werten (nach HANSEN, 1950) verglichen. Die Geschwindigkeitsabweichungen, auch in der stellenweise nur wenige Zentimeter dicken obersten Modellschicht, lagen unter 2%. Weitere Rechnungen im halboffenen Kanal mit verschiedenen Topographien ergaben Übereinstimmung mit Beobachtungen, Erfahrungen und Theorie (s. Abb. A4). In Abb. 3 ist die mit

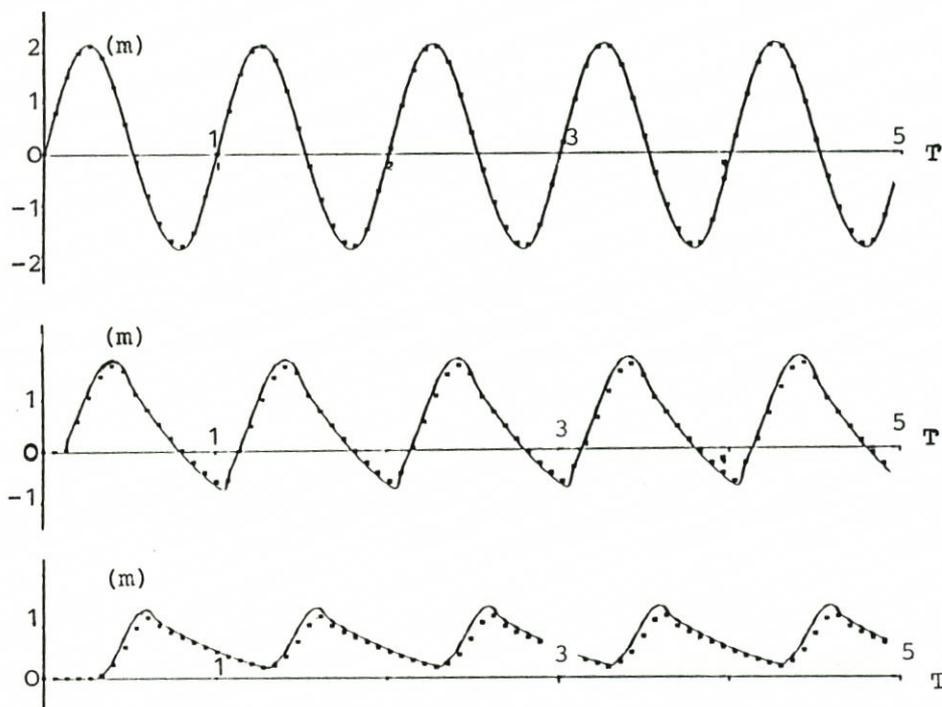


Abb. 3. Zeitlicher Verlauf des Wasserstandes in einem Modellkanal mit linear vom offenen Rand her abnehmender Wassertiefe in 10, 50 und 80 Kilometer Entfernung vom offenen Rand. Zum Vergleich ist gepunktet der mit einem vertikal integrierten Modell berechnete Wasserstand eingezeichnet. (Zeitangaben in Perioden der Anregung an der Kanalöffnung)

wachsender Entfernung vom offenen Rand und abnehmender Wassertiefe zunehmende Deformation der Tidekurve hin zu einem sägezahnähnlichen Profil gezeigt. Durch die unterschiedliche Approximation der Bodenreibung bedingt, zeigen sich mit geringer werdender Wassertiefe zunehmende Abweichungen von vertikal integriert berechneten Wasserständen.

Modellrechnungen in Becken mit idealisierter Topographie und Anregung ergaben ebenfalls plausible Ergebnisse. In Abb. A5 ist das Überfluten und Trockenfallen von Rechenschichten im zeitlichen und räumlichen Verlauf dargestellt. Besonders hinzuweisen ist auf den stetigen Verlauf an den räumlichen und zeitlichen Übergangsstellen von einer Rechenebene zur nächsten. Abb. A6 zeigt die Transporte bei Hoch- und Niedrigwasser in einem Becken mit idealisiertem kreisförmigen Watt, angeregt mit einer Gezeitenamplitude von 2,2 Metern am offenen linken Rand, und illustriert die Fähigkeit des Modells zur Vertikalauflösung im Tidehubbereich. Die Modellrechnungen in Kanälen und Becken wurden mit einem Ortschritt von 1000 Metern in der Horizontalen und einem Meter in der Vertikalen bei einem Zeitschritt von 60 Sekunden durchgeführt. Während einer Tideperiode fielen mindestens fünf Rechenschichten trocken und wurden wieder überflutet.

Die Anwendung des Modells auf ein natürliches Flachwassergebiet wurde mit der Modellierung eines Abschnittes des Elbeästuars (Abb. 4) im Bereich der Ostemündung und des Neufelder Sandes gezeigt. Das Modell wurde am westlichen und östlichen Rand sowie in der Oste mit Randwerten aus einer barotropen Rechnung mit dem Unterelbmodell (DUWE, 1981-85) mit einem mittleren Tidehub von 1,5 Metern getrieben. Die vertikale Auflösung betrug bei 20 Modellschichten einen Meter für die oberen 12 Meter der Wassersäule, 1,5 Meter bis zu 17,5 Meter Wassertiefe und 2,5 Meter darunter. Die horizontale Maschenweite betrug wie im Unterelbmodell 250 Meter, der Zeitschritt gemäß dem CFL-Kriterium 10 Sekunden.

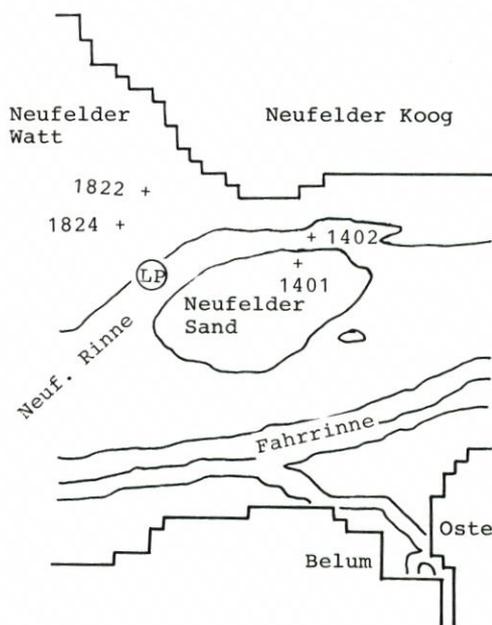


Abb. 4. Modellgebiet Neufelder Watt: Eingezeichnet sind die 2- und 10-Meter-Tiefenlinien und die Positionen und Bezeichnungen der in den Abb. 1, 5 und A1 gezeigten Messungen. Alle Tiefenangaben beziehen sich auf NN

Die Strömungs- und Wasserstandsverhältnisse wurden vom Modell qualitativ sehr gut simuliert und stimmten generell mit Erfahrungen aus diesem Gebiet überein. Eine exakte Verifikation anhand von Meßdaten ist wegen der starken, kleinskaligen Variabilität und der hohen Sensitivität der Dynamik der Unterelbe bezüglich Änderungen der Randbedingungen Wind, Tidephase und Oberwasserzufluß derzeit noch nicht möglich. Außerdem ist in diesem Gebiet die zeitliche Änderung der Topographie, die das kleinräumige Bewegungsfeld maßgeblich bestimmt, sehr hoch und die aktuelle Tiefenverteilung zu Zeiten, an denen Meßreihen zur Verfügung stehen, in der Regel nicht erfaßt. Weiterhin wurden barokline Prozesse vernachlässigt, die in der Brackwasserzone zeitweise von gleicher Bedeutung und Größenordnung sind wie die barotropen.

Dennoch sollte eine qualitative Verifikation an Hand von Strömungsmessungen auf den Watten möglich sein, sofern die gemessene und vom Modell errechnete Überflutungsdauer in den Meßpositionen und den nahegelegenen Gitterpunkten in etwa gleich und die Tidephase mit den Randwerten kompatibel ist. Aus dem zur Verfügung stehenden Datenmaterial (WSA Cuxhaven, 1975-1984) kamen sechs gemessene Tideperioden an verschiedenen Positionen zu zwei verschiedenen Zeiträumen für Vergleiche in Frage. Der Vergleich von Simulation und Messung zeigt grundsätzliche Übereinstimmung zwischen den Zeitreihen der Strömungsgeschwindigkeit. Der komplizierte und nonharmonische Verlauf der Strömungsgeschwindigkeit auf den Wattflächen wurde vom Modell naturähnlich simuliert. Die Charakteristika von Wattstrommessungen mit einem starken Anstieg der Geschwindigkeit unmittelbar nach dem

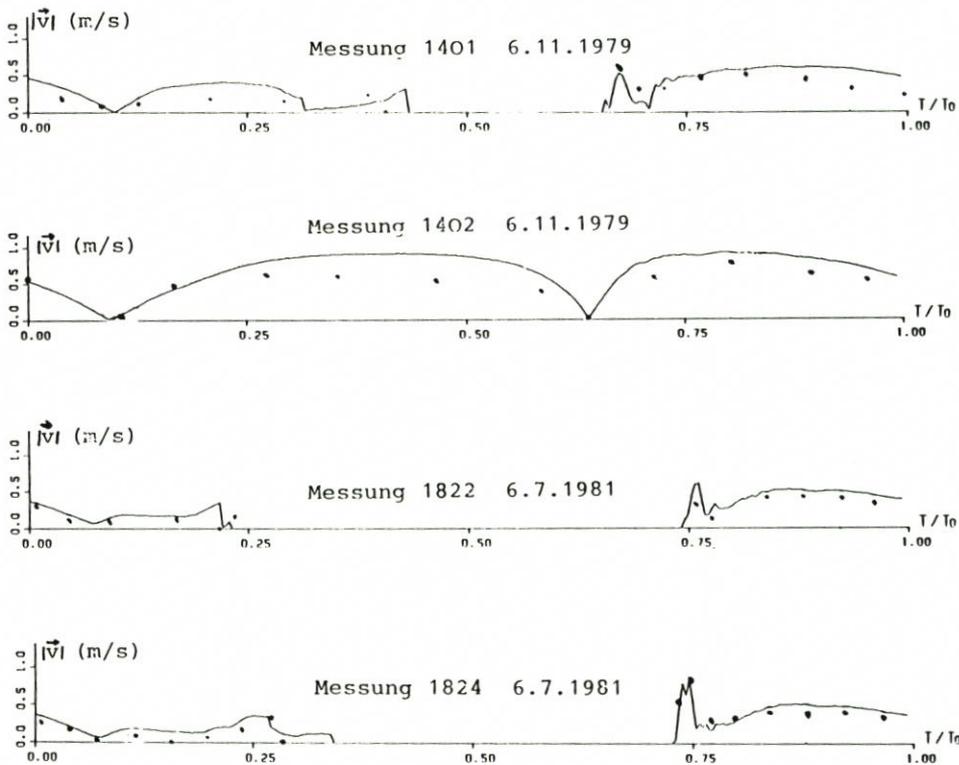


Abb. 5. Vergleich von gemessenen (WSA Cuxhaven, 1975-1984) und berechneten Beträgen der Strömungsgeschwindigkeit an vier Positionen im Modellgebiet Neufelder Watt

Überfluten, einem mehr oder weniger starken Abfall etwa eine Stunde später, den geringeren Ebbgeschwindigkeiten und dem Anstieg der Geschwindigkeit unmittelbar vor dem Trockenfallen konnte hinreichend genau reproduziert werden (s. Abb. 5). Die Absolutwerte der Geschwindigkeit konnten zeitweise nicht in der gewünschten Genauigkeit modelliert werden, da sie stark von kleinskaligen Prozessen, die vom Modell nicht aufgelöst wurden, abhängen.

Eine weitere Verifikation unter Verwendung der 1984 vom GKSS-Forschungszentrum Geesthacht durchgeführten NEUWEX-Messungen und einer aktualisierten Tiefenverteilung mit einem im Bereich des Neufelder Watts und des Neufelder Sandes höherauflösenden baroklinen Modell ist geplant.

4. Weiterführende Arbeiten

Das bisher entwickelte und angewendete Modell erlaubt eine beliebige, nur nach physikalischen Aspekten gewählte Vertikalauflösung und eignet sich besonders zur Modellierung von Problemstellungen, bei denen die vertikale Variabilität der zu simulierenden Größen im Variationsbereich des Wasserstandes von Bedeutung ist. Eine Anpassung des Trockenfall- und Überflutungsalgorithmus für Rechenebenen auf beliebige Differenzenformulierungen und weitere Gleichungsterme ist möglich.

Eine Verifikation anhand der NEUWEX-Meßdaten mit einer höherauflösenden baroklinen Modellversion ist notwendig und in Vorbereitung. Zuvor soll eine Anpassung des Modells an das semi-implizite Verfahren (DUWE, HEWER u. BACKHAUS, 1983) erfolgen, um von der starken Einschränkung bezüglich der Wahl des Zeitschrittes durch das CFL-Stabilitätskriterium unabhängig zu werden.

5. Danksagung

Die Autoren danken dem GKSS-Forschungszentrum Geesthacht GmbH für logistische Unterstützung bei der Durchführung dieser Arbeit und Herrn K. DUWE, Institut für Meereskunde der Universität Hamburg, für wertvolle Anregungen und die Zurverfügungstellung von Randwerten aus seinem Unterelbmodell.

6. Schriftenverzeichnis

- BENDYKOWSKA, G. u. MASSEL, S.: Harmonic generation of waves due to submerged obstacles. Institut Budownictwa Wodnego - Gdansk, Rozprawy Hydrotechniczne 46, 1984.
- DUWE, K. C.: Jahres- und Abschlußberichte zu den Hochschulprojekten „Brackwasserzone eines Tideflusses (1981-1982/83)“ und „Dreidimensionale Transportmodelle eines Tideflusses mit hochauflösenden Ausschnittsmodellen (1983-1984)“. Unveröffentlichte GKSS-Berichte, 1981-1985.
- DUWE, K. C., HEWER, R. R. u. BACKHAUS, J. O.: Results of a semi-implicit two step method for the simulation of markedly nonlinear flows in coastal seas. Continental Shelf Research Vol. 2, No. 4, 1983.
- DUWE, K. C. u. SÜNDERMANN, J.: Currents and Salinity Transport in the Lower Elbe Estuary: Some Experiences from Observations and Numerical Simulations. Inlecture notes Coast. and Estuar. studies. Proc. of the Int. Symp. "Physics of Shallow Estuaries and Bays", Miami, Aug. 1984, Editor: J. van de Kreeke, Springer Verlag, New York, 1986.
- HANSEN, W.: Triftstrom und Windstau. Dt. hydr. Z., Bd. 3, H. 5/6, 1950.

KRAUSS, W.: Methods and Results of Theoretical Oceanography Volume I, Dynamics of the homogeneous and quasihomogeneous Ocean. Verlag Gebr. Bornträger, Berlin-Stuttgart, 1973.

PFEIFFER, K. D.: Ein dreidimensionales Wattmodell. GKSS-Bericht Nr. 85, Geesthacht, 1985.

SÜNDERMANN, J.: Die hydrodynamisch-numerische Berechnung der Vertikalstruktur von Bewegungsvorgängen in Kanälen und Becken. Mitt. des Instituts für Meereskunde Nr. 19, 1971.

WASSER- UND SCHIFFFAHRTSAMT CUXHAVEN: Strömungsmessungen im Gebiet der Unterelbe (1975-1984).

Anhang I: Modellgleichungen

Dem dreidimensionalen Wattmodell liegen die schichtweise vertikal integrierten barotropen Flachwassergleichungen in Geschwindigkeitsform für den Horizontalimpuls, die Kontinuitätsgleichung und die dynamischen Grenzflächenbedingungen an der Oberfläche und am Boden zugrunde. Windbedingter Impulseintrag und Dissipation am Boden sind mittels NEWTON-TAYLORSchen Schubspannungsansätzen approximiert. Randraibung wird mit einer semi-slip Bedingung im horizontalen Austauschterm modelliert. Normal zu geschlossenen Rändern erfolgt kein Durchfluß, normal zu offenen Rändern sind die Wassertiefen gleichgesetzt. Der zeitliche Verlauf des Wasserstandes wird dort vorgegeben.

Damit ergibt sich das Gleichungssystem für jede Schicht mit Index k mit den Bewegungsgleichungen für die horizontalen Geschwindigkeiten

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - A_b \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \left[\frac{A_v}{h} \frac{\partial u}{\partial z} \right]_{d_k}^{d_{k-1}} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - A_b \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \left[\frac{A_v}{h} \frac{\partial v}{\partial z} \right]_{d_k}^{d_{k-1}} = 0$$

der Kontinuitätsgleichung nach Einsetzen der kinematischen Grenzflächenbedingungen

$$w_{k-1} = - \frac{\partial(uh)}{\partial x} - \frac{\partial(vh)}{\partial y} + \begin{cases} - \frac{\partial \zeta}{\partial t} + w_{k-1} & \text{für } k = S \\ w & \text{für } S \leq k < B \\ 0 & \text{für } k = B \end{cases}$$

den Schubspannungsansätzen
an der Oberfläche

$$\left[\frac{A_v}{h} \frac{\partial u}{\partial z} \right]_{d_i}^{d_{i-1}} \equiv \tau_S^{(x)} = c_d W_x |\vec{W}| / b_S^*$$

$$\left[\frac{A_v}{h} \frac{\partial v}{\partial z} \right]_{d_i}^{d_{i-1}} \equiv \tau_S^{(y)} = c_d W_y |\vec{W}| / b_S^*$$

und am Boden

$$\left[\frac{A_v}{h} \frac{\partial u}{\partial z} \right]_{d_{B+1}}^{d_B} \equiv \tau_B^{(x)} = r u |\vec{v}_b| / h_B^*$$

$$\left[\frac{A_v}{h} \frac{\partial v}{\partial z} \right]_{d_{B+1}}^{d_B} \equiv \tau_B^{(y)} = r v |\vec{v}_b| / h_B^*$$

und den Randbedingungen

an geschlossenen Rändern $\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$

an offenen Rändern $\zeta(x, y, t) = \zeta_{ext}(x, y, t)$

$$\frac{\partial b}{\partial n} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial n} = \vec{0}$$

Dabei wurden die folgenden Abkürzungen benutzt:

A_b	horizontaler Austauschkoeffizient [$m^2 s^{-1}$]
A_v	vertikaler Austauschkoeffizient [$m^2 s^{-1}$]
B	Index der Bodenschicht
c_D	Windschubkoeffizient ($c_D = 3,2 \cdot 10^{-6}$)
d	Tiefe von Schichtgrenzen [m]
D	ungestörte Wassertiefe [m]
f	Coriolisparameter [s^{-1}]
g	Schwerebeschleunigung ($g = 9,81 m s^{-2}$)
h	Schichtdicke [m]
$h(u), h(v)$	Schichtdicke im u- bzw. v-Punkt [m]
h^*	modifizierte Schichtdicke auf Wattflächen ($h^* = h + 0,1 m$ falls $h < 0,1 m$ und $k = B$)
H	totale Wassertiefe ($H = D + \zeta$) [m]
i, j, k	Index in x-, y- und z-Richtung
n	Index in t-Richtung; Normalenrichtung in Differentialen
\vec{n}	Normalenvektor
r	Bodenreibungskoeffizient ($r = 2,5 \cdot 10^{-3}$)
S	Index der Oberflächenschicht
t	Zeit [s]
u, v, w	Geschwindigkeit in x-, y- und z-Richtung in der Schicht k [ms^{-1}]
\vec{v}	dreidimensionaler Geschwindigkeitsvektor [ms^{-1}]
\vec{W}	Vektor der Windgeschwindigkeit [ms^{-1}]
W_x, W_y	Windgeschwindigkeit in x- bzw. y-Richtung [ms^{-1}]
x	Koordinaten in West-Ost-Richtung [m]
y	Koordinaten in Süd-Nord-Richtung [m]
z	Koordinaten in vertikaler Richtung (positiv nach oben) [m]
$\tau^{(x)}, \tau^{(y)}$	Schubspannung in x- bzw. y-Richtung [$m^2 s^{-2}$]
ζ	Wasserstand [m]
ζ_{ext}	als Randwerte vorgegebene Wasserstände [m]

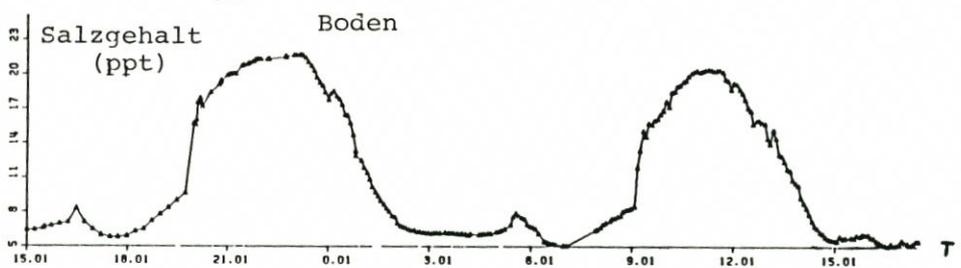
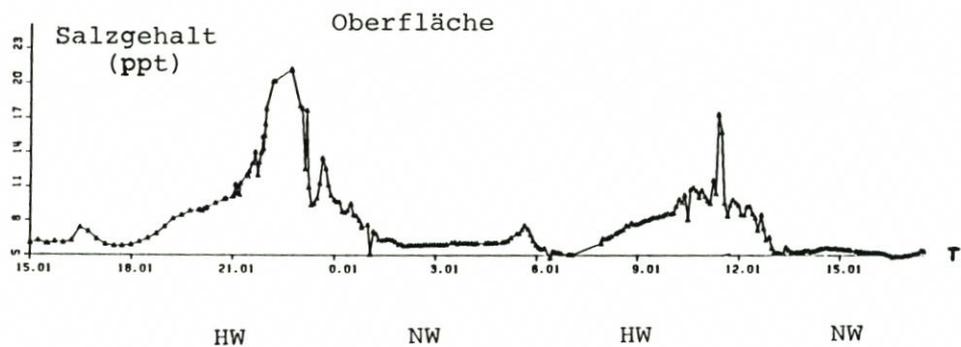
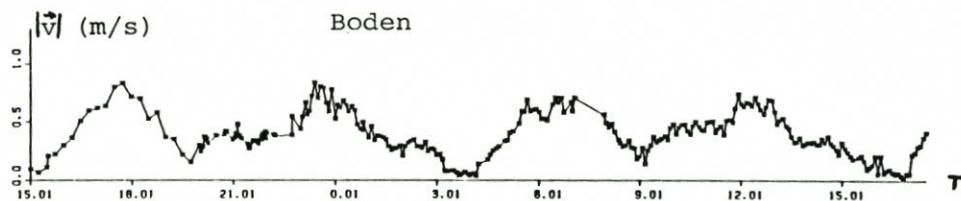
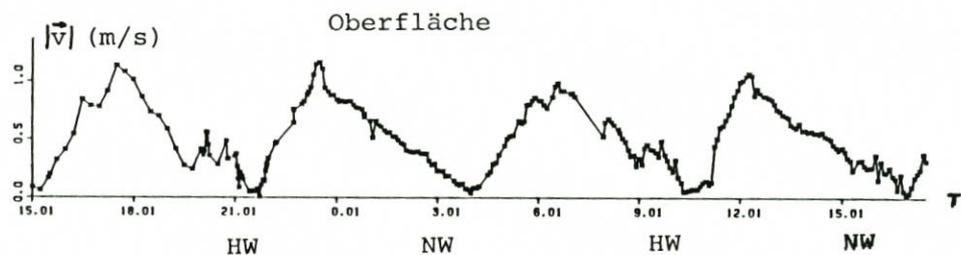


Abb. A1. Zeitlicher Verlauf des Betrages der Strömungsgeschwindigkeit (oben) und des Salzgehaltes (unten) in Boden- und Oberflächennähe, gemessen während der Meßkampagne „NEUWEX 2“ (Mai 1984) in der westlichen Neufelder Rinne (Station LP)

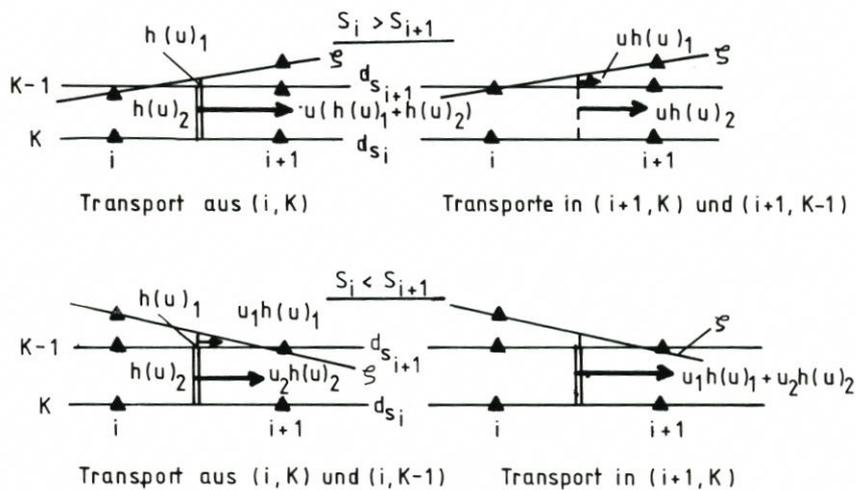


Abb. A2. Schematische Darstellung der Behandlung der Transporte in der Kontinuitätsgleichung an Gitterpunkten, an denen die freie Oberfläche die Diskretisierung in der Vertikalen schneidet

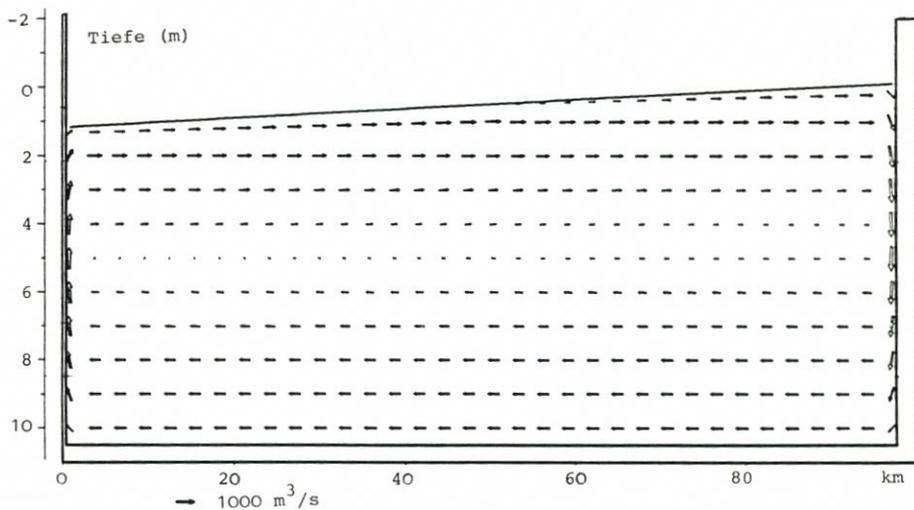


Abb. A3. Wasserstand und Transporte im geschlossenen Kanal bei Windanregung (20 m/s) im stationären Zustand

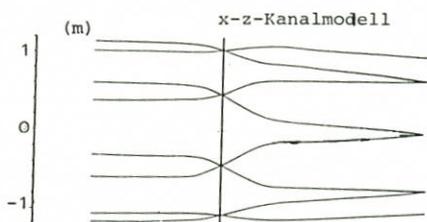
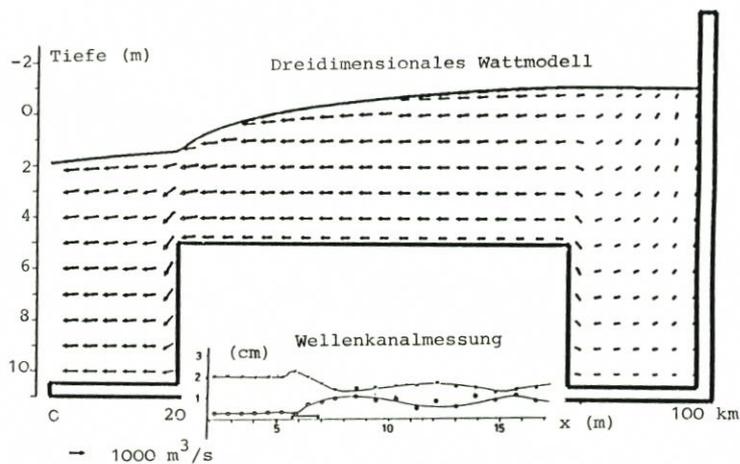


Abb. A4. Wasserstand und Transporte bei ablaufendem Wasser im Modellkanal mit Sill. Zum Vergleich: Wasserstand der ersten und zweiten harmonischen Modes, gemessen in einem Wellenkanal mit vergleichbaren Abbildungsverhältnissen (verändert nach BENDYKOWSKA und MASSEL, 1984). Unten: Wasserstand zu jeder $\frac{1}{4}$ Tideperiode, berechnet in einem tieferen Modellkanal mit Schwelle (nach SÜNDERMANN, 1971)

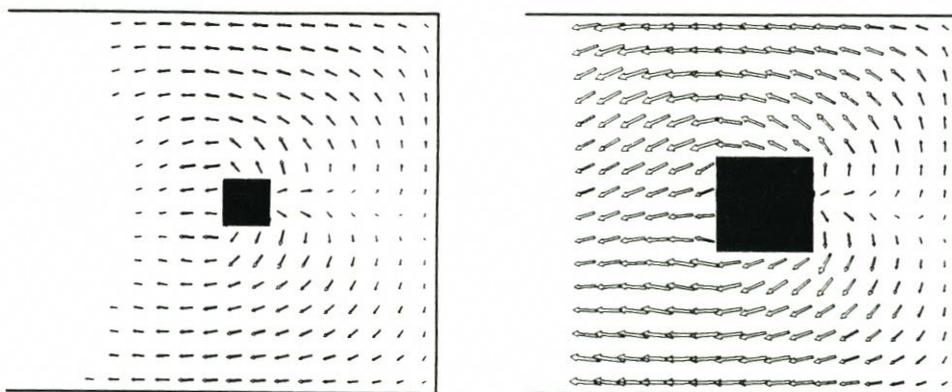


Abb. A5. Transporte bei ablaufendem Wasser in einem Modellbecken mit kreisförmigem Watt in der nur teilweise überfluteten fünften und der darunterliegenden Schicht

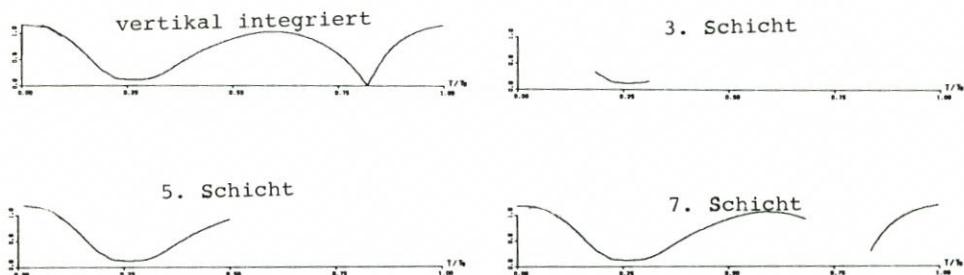


Abb. A6. Betrag der Strömungsgeschwindigkeit im zeitlichen Verlauf in drei zeitweilig überfluteten Schichten an einem Punkt desselben Modellbeckens

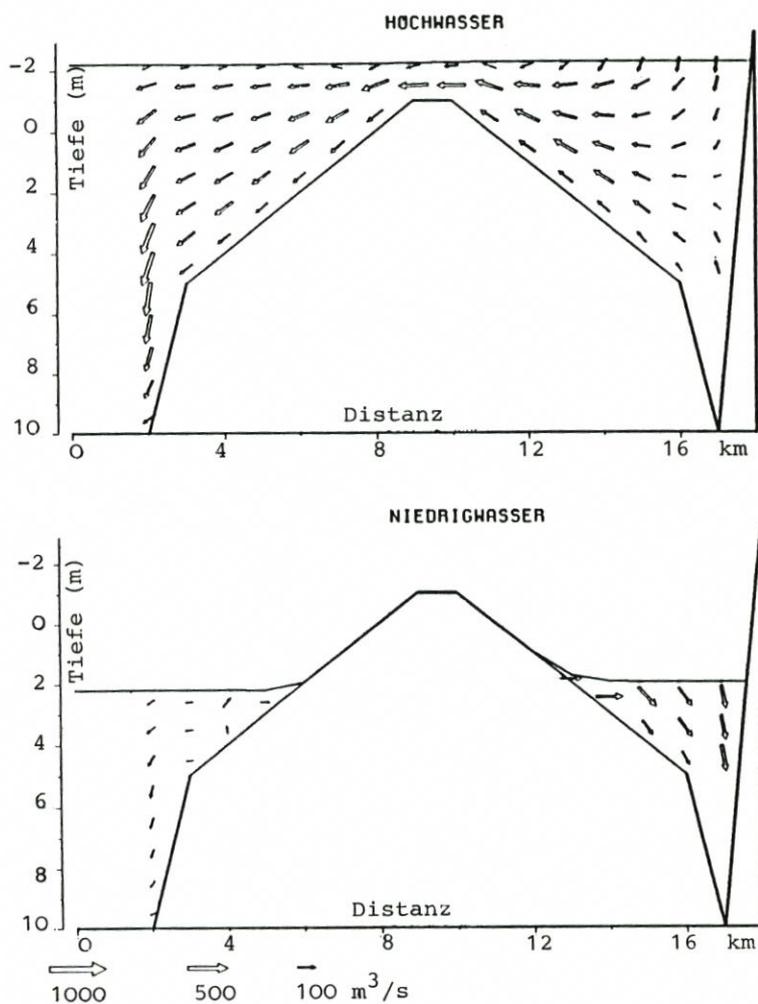


Abb. A7. Wasserstand und parallele Transporte zu Hoch- und Niedrigwasser auf einem Schnitt normal zum offenen Rand durch ein Modellbecken mit kreisförmigem Wattgebiet

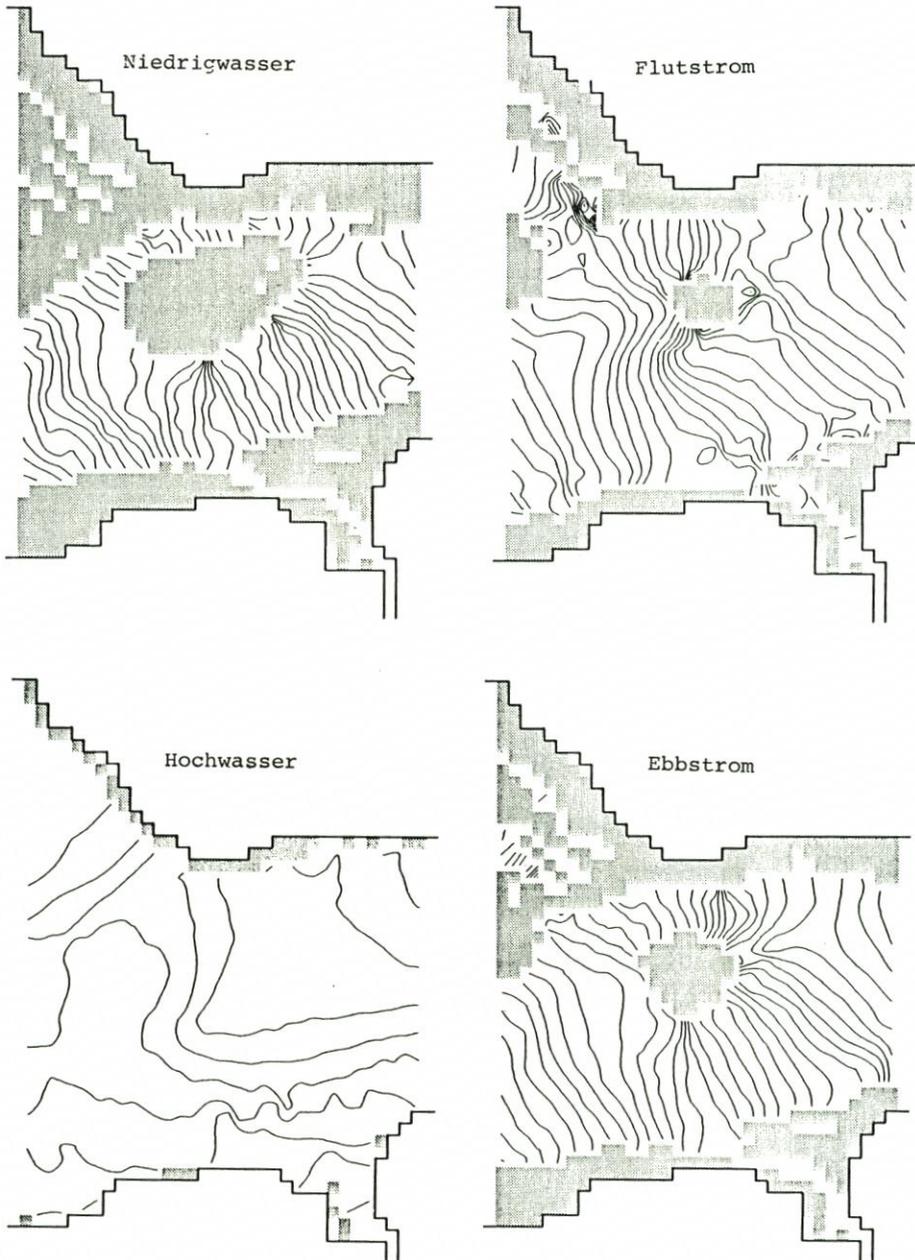


Abb. A8. Linien gleichen Wasserstandes (1 cm Abstand) im Modell Neufelder Watt (Hoch- und Niedrigwasserzeit, bezogen auf Neufelder Rinne)

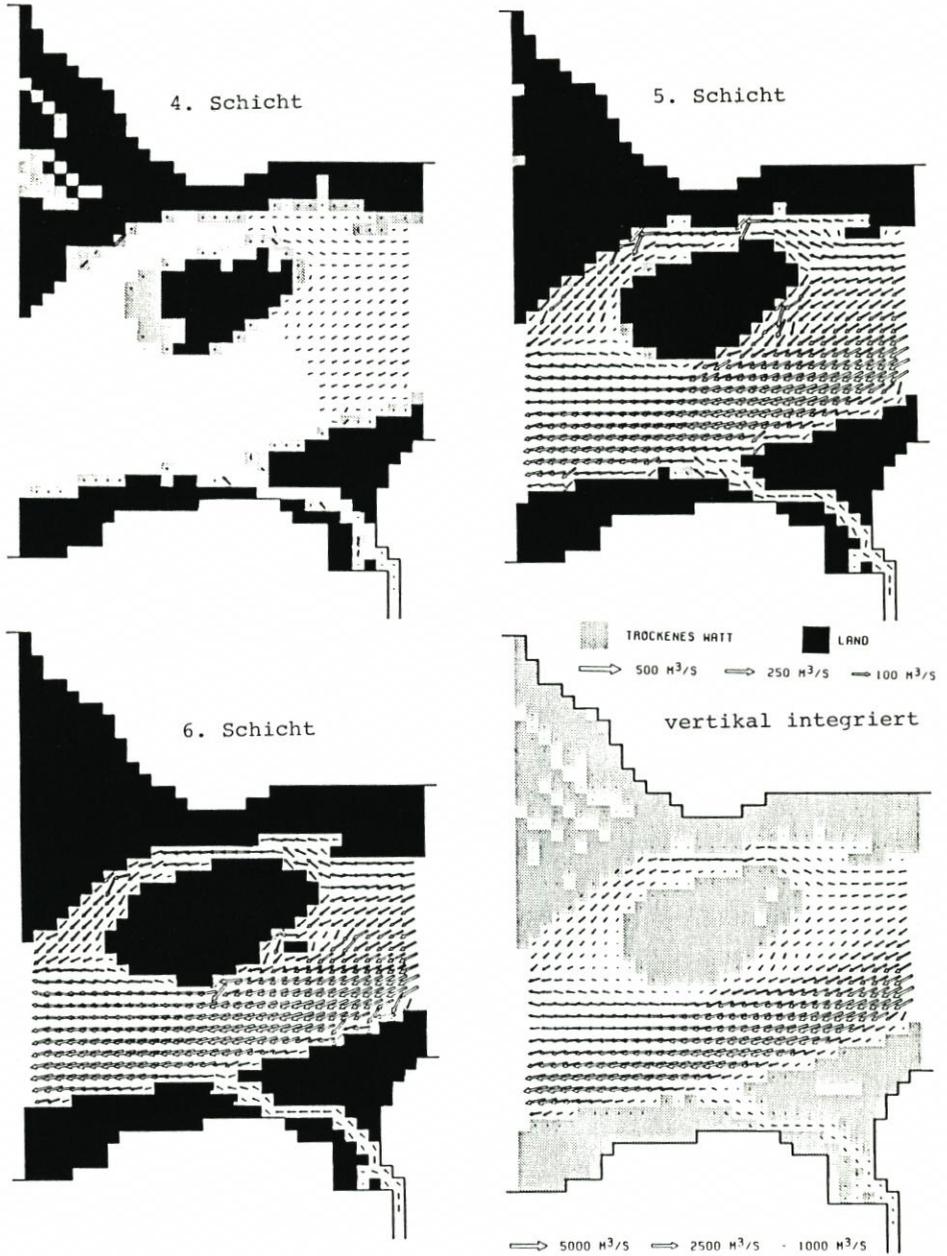


Abb. A9. Horizontaltransporte bei ablaufendem Wasser in den obersten drei wasserbedeckten Modellschichten und vertikal integriert im Modell Neufelder Watt

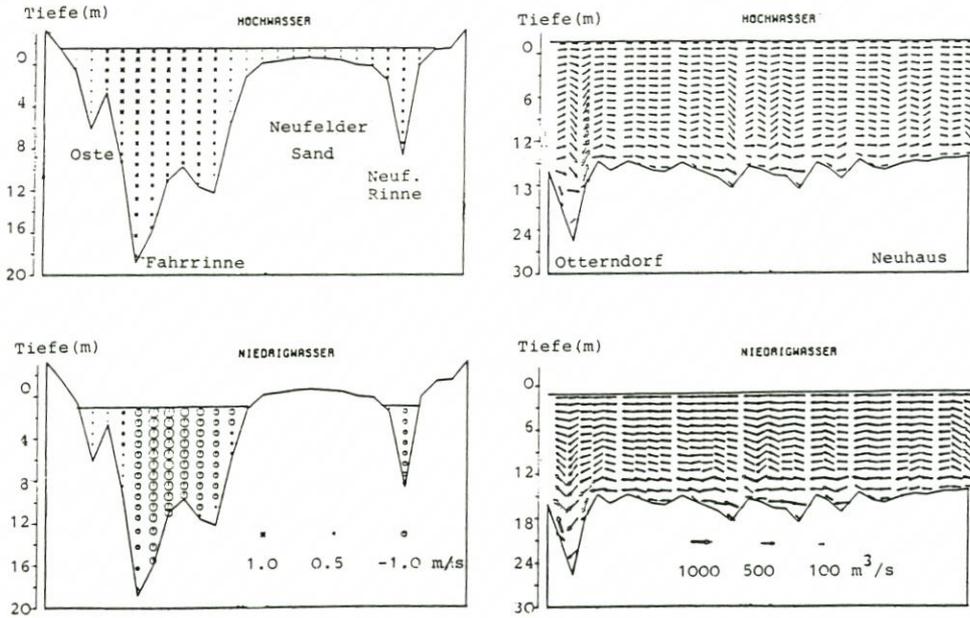


Abb. A10. Geschwindigkeiten normal zu einem Querschnitt durch das Modell Neufelder Watt in Höhe der Ostemündung (links). Negative Werte bedeuten stromab gerichtete Geschwindigkeiten. Rechts: Paralleltransporte entlang der Fahrrinne. (Hoch- und Niedrigwasserzeit, bezogen auf Neufelder Rinne)