Tidewasserstandsanalyse in Ästuaren am Beispiel der Elbe

Von Marko Kastens

Zusammenfassung

In einem harmonisch-statistischen Analyseverfahren werden äußere Einflüsse auf das Wasserstandssignal aus diesem herausgefiltert, so dass das verbleibende Signal überwiegend Änderungen innerhalb des Systems darstellt. Am Anfang wird dazu das Messsignal über einen Tiefpassfilter in ein stochastisches und ein harmonisches Signal aufgeteilt. Aus Letzterem werden Tidekennwerte abgeleitet und in einen funktionalen Zusammenhang zu Referenzkennwerten, Mittelwasser und Oberwasserzufluss gestellt. Eine Regression ermittelt die Parameter der Funktion. Die Differenz zwischen gemessenen Kennwerten und über den funktionalen Zusammenhang berechneten Kennwerten stellt jetzt das um äußere Einflüsse bereinigte Signal dar. In einem zweiten Teil wird ähnlich mit dem stochastischen Anteil des Signals verfahren, nur ohne den Umweg über Kennwerte. Die Schwächen und Voraussetzungen des Verfahrens werden zusammenfassend diskutiert.

Summary

A harmonic-statistical analysis method is presented where external influences on a measured water level signal are filtered out. The residual signal after the filtering represents changes within the system. The method initially divides the measured signal into stochastic and harmonic parts using a low-pass filter. Tidal characteristic values are derived from the harmonic part and a functional relationship between these values and the total discharge, the mean water level and the reference characteristic tidal values is established. The parameters of the function are determined with a regression fit. The residual of the fit represents the characteristic tidal values free of external influences. The same procedure is performed on the stochastic part of the measured signal but without calculating characteristic tidal values. Finally, the assumptions made and the limitations of the method are discussed.

Keywords

Harmonisch-statistische Zeitreihenanalyse, spektrale Analysemethoden, Spektrum, Partialtiden, Digitalfilter, Tiefpassfilter, Fouriertransformation, Regression, Wasserstände, Tidekennwerte, Mittelwasser, Nodaltide

Harmonic-statistical analysis of time series, spectral analysis, spectrum, partial tides, digital filter, low-pass filter, Fourier transformation, regression, water level, characteristic tidal values, mean water level, nodal tide

Inhalt

1.	Einleitung	146
2.	Grundlagen	147
	2.1 Der Wasserstand	147
	2.2 Die spektrale Repräsentation des Wasserstands	147
	2.3 Tidekennwerte	149
	2.4 Die Nodaltide	150

3. Harmonisch-statistisches Regressionsverfahren
3.1 Übersicht und Ablauf des Verfahrens
3.2 Tiefpassfilterung
3.3 Sichtbare Phänomene aus Messergebnissen 153
3.4 Modellfunktion
3.5 Ergebnisse
3.6 Das Modellverfahren unter bestimmten Bedingungen 160
3.6.1 Trendbehaftete Zeitreihen 160
3.6.2 Nodaltide
3.6.3 Verschiedene Referenzzeiträume 162
4. Mittelwasseranalyse
5. Voraussetzungen für die Analyse 166
5.1 Die Auflösung der Wasserstandszeitreihen – die Abtastfrequenz 167
5.2 Bestimmung der Filterfrequenz
6. Zusammenfassung und Ausblick 168
7. Schriftenverzeichnis

1. Einleitung

Ein Blick in relevante Veröffentlichungen zur Ermittlung von Wasserstandsveränderungen zeigt, dass in vielen Untersuchungen ein statistisches Verfahren (Regression) benutzt wird. Für die Regression kommen sowohl Jahresmittel (SIEFERT, 1992; SIEFERT u. JENSEN, 1993; SIEFERT, 1998) als auch Monatsmittelwerte (NIEMEYER, 1998) zum Einsatz.

Harmonische bzw. spektrale Methoden im Zusammenhang mit Wasserstandszeitreihen wurden beispielsweise eingesetzt von LIEBIG (1994) zum Schließen von Datenlücken oder von GÖNNERT et al. (2004) zur Charakterisierung der Tidekurve.

Hier soll nun ein Verfahren vorgestellt werden, das sowohl harmonische wie auch statistische Verfahren miteinander kombiniert. Außerdem werden keine Monats- bzw. Jahresmittelwerte benutzt, sondern es wird jedes Einzelereignis (Tnw, Thw, Thb) berücksichtigt.

Die Pegelstandorte, die in dieser Untersuchung Eingang gefunden haben, sind in Abb. 1 zu sehen.



Abb.1: Standorte der untersuchten Pegel

Grundlagen
Der Wasserstand

Die Aufzeichnung eines Wasserstandssignals zeigt beispielhaft die Abb. 2. Ein Großteil der Schwankungen einer Wasserstandsmessung in einem tidebeeinflussten Gewässer geht auf die astronomische Konstellation von Erde, Mond und Sonne zurück (z.B. GODIN, 1988; CARTWRIGHT, 1999). Ferner unterliegt der Wasserstand den Einflüssen der Meteorologie, wie dem Wind und dem Luftdruck (PUGH, 2004).

Weitere Beschreibungen und Analysen gerade im deutschsprachigen Raum finden sich bei GÖNNERT et al. (2004).



Abb. 2: Das Wasserstandssignal aufgenommen am Pegel St. Pauli

Der Oberwasserzufluss spielt bei weiter stromauf gelegenen Pegeln eine zunehmende Rolle. Der Impuls des Oberwasserzuflusses ist dem Impuls aus der Nordsee bei Flutstrom entgegengerichtet, so dass die resultierende Energie geringer ist. Bei zunehmendem Oberwasserzufluss wird daher der Tidehub an einer stromauf gelegenen Pegelmessstation geringer.

Eine weitere Einflussgröße ist die Topographie/Bathymetrie. Damit verbunden spiegeln sich Änderungen dieser Größe auch im Wasserstand wider, seien sie natürlichen oder, wie im Falle von Ausbauten, menschlichen Ursprungs.

Schließlich hat auch die Dichte des Wassers, die ihrerseits beeinflusst wird durch Salz-, Schwebstoffgehalt und Temperatur, einen Einfluss. Sie bleibt bei den folgenden Analysen unberücksichtigt.

2.2 Die spektrale Repräsentation des Wasserstands

Da große Teile von Wasserstandsschwankungen an der Nordsee-Küste ursächlich auf astronomische Konstellationen zurückgehen, also harmonisch sind, lassen sie sich durch harmonische Funktionen wie Sinus- und Kosinusfunktionen beschreiben. Die Küste, 72 (2007), 145-169 148

Die bekannteste Methode zur harmonischen Analyse ist die Fourieranalyse, die ein Signal in sein Spektrum transformiert. Wird eine Wasserstandsmessung mittels Fouriertransformation in ein Amplituden- und Phasenspektrum zerlegt, sind die Harmonischen an den Spitzen (Peaks) im Amplitudenspektrum erkennbar (s. Abb. 3). Jeder dieser Peaks repräsentiert eine Sinusfunktion, die einer Partialtide zugeordnet wird, wenn die Spitze des Peaks genau an einer Frequenz einer Partialtide liegt. Die Höhe des Peaks entspricht dann der Amplitude einer Partialtide. Im dazugehörigen Phasenspektrum kann die Phase abgelesen werden. Eine Liste mit 148 Partialtiden einschließlich ihrer astronomischen Zusammensetzung ist zu finden bei KASTENS (2006).



Abb. 3: Oben: Logarithmische Darstellung des Amplitudenspektrums des Pegels Helgoland (2000– 2006). Unten: Ein kleiner Ausschnitt des oberen Spektrums in linearer Darstellung. In der Vergrößerung sind die Spitzen (Peaks), die jeweils eine Partialtide repräsentieren, deutlich erkennbar. Zusätzlich sind die Namen der Partialtiden eingetragen

Der nicht-harmonische Teil des Wasserstands, der hauptsächlich durch die Meteorologie generiert wird, wird im weiteren Verlauf schlicht (meteorologisch-stochastisches) Rauschen genannt, um ihn vom harmonischen Signal abzugrenzen.

Dieses Rauschen ist im oberen Teil von Abb. 3 jenes breite Band, aus dem sich die Partialtiden hervorheben. Die Werte des Bandes nehmen im Mittel mit zunehmender Frequenz ab. Das meteorologische Rauschen wirkt auf allen Frequenzen und stört damit auch die Amplituden und Phasen der Partialtiden.

2.3 Tidekennwerte

Um der Komplexität der Tidekurve zu entgehen, wird versucht, sie mit wenigen abgeleiteten charakteristischen Werten (Kennwerten) zu beschreiben. Die Vergleichbarkeit dieser Kennwerte ist deutlich einfacher als ein Vergleich zweier Tidekurven. Die wichtigsten Kennwerte sind der Tidehub und das Mittelwasser sowie Tidehoch- und Tideniedrigwasser als Scheitelpunkte. Eine Übersicht der Kennwerte zeigt Abb. 4.



Abb. 4: Schema der Tidekennwerte des Wasserstands (aus DIN 4049-Teil 3, Okt. 1994; leicht verändert)

2.4 Die Nodaltide

Neben den in Kap. 2.2 erwähnten Partialtiden gibt es noch sehr langwellige Phänomene wie beispielsweise die Nodaltide. Sie ist ein 18,61-jähriger Zyklus, verursacht durch die Rotation des aufsteigenden Knotens der Mondbahn. Die Tide, die durch die Konstellation des Mond-Erde-Sonne-Systems geprägt ist, verändert sich folglich auch in einem Rhythmus von 18,61 Jahren. Die Nodaltide äußert sich in einer Modulation des Tidehubs. Erste Analysen am Pegel Helgoland zeigen, dass die Modulation des Tidehubs dort etwa 3 cm beträgt (ca. 3 % des Tidehubs) und im Jahr 2006 ein Nodalminimum vorliegt (KASTENS, 2006). Zur Veranschaulichung (s. Abb. 5) wurde hier ein Betrag von 10 cm gewählt.



Abb. 5: Schematische Darstellung der Beeinflussung des Wasserstands/Tidehubs durch die Nodaltide

3. Harmonisch-statistisches Regressionsverfahren

3.1 Übersicht und Ablauf des Verfahrens

Im harmonisch-statistischen Regressionsverfahren wird das Wasserstandssignal (s. Kapitel 2) über einen Tiefpassfilter aufgeteilt in ein statistisches und ein harmonisches Signal. Die Analyse des statistischen Signals wird in Kap. 4 beschrieben. Aus dem harmonischen Signal werden die Kennwerte (Tidehub, Tideniedrigwasser, Tidehochwasser) bestimmt und anschließend die Zusammenhänge mit dem Oberwasserzufluss, dem Mittelwasser und dem jeweiligen Kennwert an einer Referenzstation gezeigt. Daraus lässt sich ein Modell mit einer Funktion ableiten, deren Parameter über eine Regression ermittelt werden. Damit können Kennwerte für einen Pegel berechnet und das Residuum aus berechneten und gemessenen Kennwerten gebildet werden. Dieses Residuum stellt das um äußere Einflüsse weitestgehend bereinigte Signal dar.

3.2 Tiefpassfilterung

Wie in Kap. 2.2 erwähnt, besteht das gemessene Signal des Wasserstands aus einem harmonischen und einem stochastischen Teil. Der Anfangsbereich des Spektrums stellt dabei weitestgehend den stochastischen Teil dar. Transformiert man diesen Teil mit der inversen Fouriertransformation zurück, erhält man ein Signal, das Mittelwassercharakter hat. Um sich vom Begriff des Mittelwassers aus der DIN 4049 abzugrenzen, wird noch eine Eigenschaft dieses Signals verwendet: die *Stetigkeit*. Der überwiegend stochastische Teil im Anfangsbereich des Spektrums wird im Folgenden *stetiges Mittelwasser* genannt. Man erhält ihn durch Tiefpassfilterung der Wasserstandszeitreihe. Die Bestimmung der Trennfrequenz des Tiefpassfilters erläutert Kapitel 5.2.

Der zweite Teil des Spektrums besteht überwiegend aus Partialtiden und stellt somit den harmonischen Teil des Signals dar. Diesen Teil erhält man, indem von dem Messsignal das *stetige Mittelwasser* abgezogen wird. Die Aufteilung in ein harmonisches bzw. statistisches Signal ist nicht vollkommen, da im langwelligen unteren Teil des Spektrums theoretisch auch Partialtiden auftreten können, die jedoch vom stochastischen Teil überdeckt werden (s. Abb. 6). Ebenso verbleibt im harmonischen Signalteil ein Rest vom stochastischen Anteil (s. Abb. 7).



Abb. 6: Die roten Linien in diesem Spektrum entsprechen bekannten langwelligen Partialtiden. Erkennbar sind viele Peaks, jedoch keine Spitzen an den Positionen der roten Linien. Die Amplituden der Partialtiden sind hier zu klein gegenüber dem sie umgebenden Rauschen in diesem Amplitudenspektrum aus einer einjährigen Zeitreihe

Die Tiefpassfilterung wird im Frequenzbereich vorgenommen. Es wurden mehrere Tiefpassfilter untersucht. Ein guter Filter für die hier verwendete Signalteilung ist ein Filter, der im Amplitudengang monoton ist. Filter mit Restwelligkeit können je nach Art, Ordnung und Länge der Zeitreihe Partialtiden nahe der Grenzfrequenz verstärken bzw. dämpfen. Es wird im Folgenden ein Butterworthfilter hoher Ordnung (20) eingesetzt, der die geforderten Eigenschaften besitzt (s. ANTONIOU, 1993; OPPENHEIM, 2004).

Das stetige Mittelwasser, das man nach einer Tiefpassfilterung des gemessenen Wasserstandssignals erhält, ist in Abb. 8 zusammen mit dem originalen Messsignal zu sehen. Berech-



Abb. 7: Im hauptsächlich harmonischen Anteil des Signals, das durch deutliche Peaks gekennzeichnet ist, finden sich im Untergrund (Amplituden kleiner 1 cm) noch viele kleine Peaks, die mit zunehmender Frequenz immer kleiner werden. Sie stellen den stochastischen Rest im harmonischen Signal dar



Abb. 8: Messsignal (schwarz) und stetiges Mittelwasser (blau/<13 Grad/h)

net man die Differenz aus dem Messsignal und dem *stetigen Mittelwasser*, erhält man das Wasserstandssignal ohne *stetiges Mittelwasser*. Dieses Signal besteht fast ausschließlich aus Harmonischen und wird in Abb. 9 gezeigt. Beide Signale werden im Folgenden getrennt betrachtet.



Abb. 9: harmonisches Tidesignal (\geq 13 Grad/h)

3.3 Sichtbare Phänomene aus Messergebnissen

Für den ersten Teil der Analyse wird das Wasserstandssignal ohne *stetiges Mittelwasser* verwendet. Aus diesem Signal werden die Kennwerte bestimmt und weiter verarbeitet.

Zur Veranschaulichung der Abhängigkeit eines Kennwertes von diversen Größen werden diese als Scatterplot dargestellt. Beispielhaft wird der Kennwert Tidehub verwendet.



Abb. 10: Scatterplot vom Tidehub St. Pauli (links)/Geesthacht (rechts) zum Tidehub Helgoland

Die Abb. 10 zeigt den Tidehub am Pegel Helgoland im Vergleich zum Tidehub am Pegel St. Pauli (links) bzw. am Pegel Geesthacht (rechts). Die blauen Punkte liegen im Kalenderjahr 1998, während die roten Punkte die Kalenderjahre von 1999–2006 repräsentieren. In der linken Abb. ist ganz deutlich ein linearer Zusammenhang erkennbar: mehr Tidehub (allgemeiner: Energie) in der Nordsee bedeutet (linear) mehr Tidehub (Energie) in St. Pauli. Die rechte Abb. dagegen scheint überhaupt keinen Zusammenhang darzustellen. Das kann nur bedeuten, dass ein anderer Prozess, der viel stärker den Tidehub beeinflusst, den Zusammenhang überdeckt.

Am Pegel Geesthacht ist ein großer Oberwassereinfluss sehr wahrscheinlich. Wie in Kapitel 2.1 dargelegt, ist zu erwarten, dass bei hohem Oberwasserzufluss der Tidehub sinkt. Die Scatterplots aus den Messungen belegen den Einfluss des Oberwassers deutlich (s. Abb. 11).



Abb. 11: Tidehub St. Pauli (links) und Geesthacht (rechts) in Abhängigkeit vom Oberwasserzufluss

Auf der rechten Abb. ist am Pegel Geesthacht gut ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen Oberwasserzufluss und Tidehub zu erkennen. In der linken Abb. für den Pegel St. Pauli ist das nicht der Fall. Offenbar spielt hier der Oberwasserzufluss keine dominante Rolle.

In einer dreidimensionalen Darstellung wird die Abhängigkeit des Tidehubs Geesthacht vom Tidehub Helgoland und dem Oberwasserzufluss noch deutlicher (Abb. 12).



Abb. 12: Der Tidehub in Geesthacht in Abhängigkeit vom Tidehub am Pegel Helgoland und dem Oberwasserzufluss in Neu Darchau in drei Dimensionen und zwei verschiedenen Ansichten

In Abb. 12 links deutlich erkennbar ist der nichtlineare Einfluss des Oberwasserzuflusses. Auf der rechten Seite, in einem geänderten Betrachtungswinkel, ist der lineare Einfluss des Tidehubs vom Pegel Helgoland gut zu erkennen. Bei längerer Betrachtung wird ersichtlich, dass sich die Punkte im Raum um eine gedachte Ebene scharen, wenngleich die Streuung um diese Ebene recht groß ist.

Eine weitere wichtige Größe, die einen Einfluss auf den Tidehub ausübt, ist das Mittelwasser. Die Reibung und damit der Energieverlust der Tidewelle verhalten sich etwa reziprok zur Wassertiefe. Das muss bedeuten, dass bei einem höheren Mittelwasser auch der Tidehub ansteigt, da über die geringere Reibung der Tidewelle weniger Energie verloren geht. Weiterhin bekannt ist, dass bei einer Erhöhung des Oberwasserzuflusses auch das Mittelwasser ansteigt. Andererseits wirkt ein erhöhter Oberwasserzufluss, wie in Abb. 11 und 12 gezeigt, auch dämpfend auf den Tidehub. Damit ist der Einfluss des Mittelwassers nicht mehr eindeutig: der Anstieg des Mittelwassers bewirkt eine Erhöhung des Tidehubs, wenn die Mittelwassererhöhung ursächlich aus der Nordsee kommt. Liegt die Erhöhung des Mittelwassers ursächlich an einem höheren Oberwasserzufluss, so wirkt es sich dämpfend auf den Tidehub aus. Dieses Phänomen ist in den obigen Abb. (s. Abb. 12) nicht erkennbar. Um diesen Effekt sichtbar zu machen, wird der dominante Einfluss des Tidehubs bei Helgoland zuvor mit einer einfachen linearen Modellfunktion entfernt. Es sei

Die Koeffizienten (a und z) der Modellfunktion werden über eine Regression ermittelt. In der folgenden Abbildung (Abb. 13) ist der Kennwert Tidehub gewählt. Der Tidehubrest, der Oberwasserzufluss und das Mittelwasser am Pegel Geesthacht sind in Abb. 13 dargestellt.



Abb. 13: Tidehubabhängigkeit vom Mittelwasser und Oberwasserzufluss. Der Differenztidehub (Thb-Rest) bezeichnet die Änderung des Tidehubs hervorgerufen durch das Mittelwasser und/oder den Oberwasserzufluss

Jetzt ist die oben beschriebene Abhängigkeit des Tidehubs vom Oberwasserzufluss und vom Mittelwasser erkennbar. Die Punkte scharen sich sehr gut um eine gekrümmte Fläche im Raum. Die Streuung um diese Ebene ist gering. Die Küste, 72 (2007), 145-169 156

Für andere Pegel entlang der Elbe gilt Ähnliches. Der einzige Unterschied besteht in den unterschiedlichen Steigungen der Fläche in X und/oder Y-Richtung sowie in der Krümmung (Nichtlinearität), was einem unterschiedlichen Einfluss der Parameter Oberwasserzufluss und Mittelwasser charakterisiert.

Mit den Abb. 10–13 wurde anhand von Messwerten gezeigt, dass der Tidehub an einem Pegel von den drei Größen äußerer Tidehub, Oberwasserzufluss und Mittelwasser abhängt. Entsprechendes gilt für die Kennwerte Tideniedrig- und Tidehochwasser.

3.4 Modellfunktion

Die oben beschriebenen Phänomene können direkt in eine Modellfunktion einfließen: Der Kennwert an einem Pegel hängt linear von einem Referenzkennwert, linear vom *stetigen Mittelwasser* und nicht linear vom Oberwasserzufluss ab. Für den nichtlinearen Teil wird ein Potenzansatz gewählt. Es sei:

 $Kennwert_{Pegel} = a \cdot Kennwert_{Helgoland} + b \cdot Oberwasser_{NeuDarchau}^{n} + c \cdot Mittelwasser_{Pegel} + z$

Die Koeffizienten dieses Modells (a, b, c, z, n) werden über ein Regressionsverfahren bestimmt. Wichtig für eine stabile und belastbare Regression ist u.a. eine ausreichende Anzahl von Datenpunkten. Verwendung finden hier alle Einzelereignisse, also beispielsweise jedes Tideniedrigwasser im Jahr. Es wird keine Mittelung der Einzelereignisse vorgenom-



Abb. 14: Messpunkte und Modellfunktion. Der verbleibende Differenztidehub (Thb-Rest) wird hier in Abhängigkeit von Oberwasserzufluss und Mittelwasser dargestellt (s. Text)

men; damit findet auch kein Informationsverlust statt. Für einen Regressionszeitraum von einem Jahr stehen damit etwa 700 Datenpunkte zur Verfügung.

Für die Darstellung der Zusammenhänge wäre eine vierdimensionale Darstellung erforderlich. Um die Lösung trotzdem in perspektivischen drei Dimensionen zu zeigen, wurde zuvor mit der linearen Modellfunktion der äußere Tidehubeinfluss eliminiert. Die Lösungsfunktion der Abb. 14, in der die Koeffizienten über eine Regression von Messwerten aus dem Jahr 1998 ermittelt wurden, entspricht damit der Abb. 13 mit dem Unterschied, dass nur Werte/Punkte für das Kalenderjahr 1998 dargestellt sind.

Die Punkte (Messungen) liegen sehr nahe an der Modellfunktion (Ebene). Die Streuung ist gering.

Um die Güte von Modellen beschreiben zu können, wird die Varianz (Streumaß) des Residuums verwendet. Sie wird für die deskriptive Statistik definiert (HARTUNG, 2005):

$$s^{2} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (\mathbf{x}_{i} - \overline{\mathbf{x}})^{2}$$

 $\overline{\mathbf{x}}$ = Mittelwert über das Residuum

Das Residuum ist der Rest bzw. die Abweichung des Modells von den Messwerten. Es ist der Teil, der nicht vom Modell erklärt werden kann.

Um dies deutlicher zu machen, wird ein Modell mit und ohne Mittelwasser verwendet. Das Ergebnis zeigt Tab. 1. Die Mitberücksichtigung des Mittelwassers reduziert die Varianz des Residuums. Das Modell mit Mittelwasser kann folglich mehr erklären.

Tab. 1: Varianz des Residuums mit und ohne Mittelwasser am Beispiel des Pegels Geesthacht

	Modell ohne Mittelwasser	Modell mit Mittelwasser	
Varianz des Residuums	921 cm ²	373 cm ²	

3.5 Ergebnisse

Das unter Kapitel 3.4 beschriebene Modell wird benutzt, um die Kennwerte Tidehub, Niedrig- und -hochwasser um die Randwerte (Pegel Helgoland und Oberwasserzufluss Neu Darchau) zu bereinigen. Anschließend weisen sie in der Hauptsache nur noch lokale Entwicklungen auf. Diese zeigen die folgenden Abb. 15–17 für die Kennwerte ausgewählter Pegel ab 1998.



Abb. 15: Um Mittel-, Oberwasser und Tnw-Helgoland bereinigte Entwicklung des MTnw seit 1998 (ohne *stetiges Mittelwasser*)



Abb. 16: Um Mittel-, Oberwasser und Thw-Helgoland bereinigte Entwicklung des MThw seit 1998 (ohne *stetiges Mittelwasser*)



Abb. 17: Um Mittel-, Oberwasser und Thb-Helgoland bereinigte Entwicklung des MThb seit 1998

Die Modellkoeffizienten, die für das Kalenderjahr 1998 bestimmt wurden, zeigt die folgende Tab. 2.

	Regressionsparameter Tnw				
Pegelort	a	b	c	n	Z
Cuxhaven	1.084	-0.104	-0.009	0.617	-10.538
Brokdorf	0.880	-73.613	-0.050	0.049	82.885
Stadersand	0.807	-153.234	-0.049	0.023	139.355
St. Pauli	0.803	-117.789	-0.032	0.014	56.822
Regressionsparan			ssionsparamete	r Thw	
Pegelort	a	b	с	n	Z
Cuxhaven	1.077	3.1E-07	0.053	2.154	-13.306
Brokdorf	0.856	42.801	0.047	0.031	-52.897
Stadersand	0.792	66.984	0.079	0.055	-90.568
St. Pauli	0.880	125.165	0.082	-0.004	-99.618
		Regre	ssionsparamete	er Thb	
Pegelort	а	b	с	n	Z
Cuxhaven	1.061	0.003	0.056	1.117	6.896
Brokdorf	0.822	117.168	0.085	0.042	-118.831
Stadersand	0.753	233.449	0.114	0.032	-225.856
St. Pauli	0.802	183.071	0.100	0.007	-80.849

Tabelle 2: Regressionsparameter für den Zeitraum Kalenderjahr 1998

3.6 Das Modellverfahren unter bestimmten Bedingungen

3.6.1 Trendbehaftete Zeitreihen

Betrachtet man einen Trend in einer Zeitreihe und sieht sich das zugehörige Amplitudenspektrum an, so stellt man fest, dass der Trend sich im langwelligen Anfangsbereich des Spektrums widerspiegelt (s. Abb. 18). Durch die Tiefpassfilterung verbleibt der Trend im *stetigen Mittelwasser*.



Abb. 18: Linearer Trend von -50 cm/Jahr (links) und Amplitudenspektrum davon (rechts)

3.6.2 Nodaltide

Eine Vorhersage, wie das in Kapitel 3.4 erwähnte Modell unter Beeinflussung der Nodaltide reagiert, ist nicht so einfach. Wenn bekannt wäre, wie welche Partialtide in Amplitude und Phase von der Nodaltide beeinflusst wird, so könnte das Verhalten von statistischen Verfahren daran studiert werden. Da aber keine etwa 44-jährige äquidistante Zeitreihe vorliegt, können diese Einflüsse auch nicht ermittelt werden. In dieser Situation können nur die im Folgenden beschriebenen Annahmen weiterhelfen.

Es werden zwei nodal beeinflusste Zeitreihen künstlich erzeugt, die aus den drei lunaren – also auch nodal beeinflussten – harmonischen Komponenten M2, M4 und M6 und einer solaren Komponente S2 bestehen. Die angenommene Nodalvariation dieser Komponenten beträgt – in Anlehnung an den Betrag aus Kapitel 2.4 – 3 % ihrer Amplitude. Als Vorlage dienen die Amplituden und Phasen von Helgoland bzw. St. Pauli. Die Scheitelwerte der erzeugten zwanzigjährigen Zeitreihen der synthetischen Pegel Helgoland und St. Pauli sind in Abb. 19 dargestellt.

Die Punkte des Scatterplots liegen nicht auf einer Geraden. Damit ist sofort ersichtlich, dass mit einem linearen Modell zur Berücksichtigung des äußeren Tidehubs (was einer Gerade entspricht), nicht der genaue Verlauf abgebildet wird. Mit dem linearen Modell entsteht ein Fehler, dessen Größe berechnet werden kann. Der Tidehub für den Pegel St. Pauli wird über ein lineares Modell aus dem Tidehub Helgoland ermittelt, steht aber gleichzeitig aus der synthetischen Zeitreihe fest. Die Differenz aus beiden wird über das Kalenderjahr gemittelt und ist in Abb. 20 dargestellt.



Abb. 19: Scatterplot des Tidehubs zweier synthetischer Pegel über einen Nodalzyklus



Abb. 20: Differenz zwischen der Berechnung und der Messung bei Verwendung eines linearen Ansatzes zur Berücksichtigung des äußeren Tidehubs

Für das beschriebene Beispiel folgt daraus: Im Jahr 1900 würde eine Berechnung des Tidehubs am Pegel St. Pauli aus dem Pegel Helgoland eine exakte Vorhersage liefern. Der Fehler wäre Null. Im Jahr 1904 würde die Berechnung zwei Zentimeter weniger ergeben als die Messung. Als Folge könnte man auf die Idee kommen, dass der Tidehub in St. Pauli um 2 cm zugenommen habe. Im Jahr 1914 würde die Berechnung etwa 4 cm zuviel Tidehub ergeben, also eine Absenkung des Tidehubs in St. Pauli um 4 cm. Letztlich aber hat sich das dynamische System nicht verändert – alle scheinbaren Änderungen sind systemimmanent. Die durch das Modell ermittelten Änderungen sind auf die Nichtberücksichtigung der Nodaltide zurückzuführen.

Der bei Anwendung des Modells gemachte Fehler schwankt zyklisch mit der Periode der Nodaltide. Im vorliegenden Fall (vier Partialtiden) bewegt sich der Fehler zwischen +3 und – 4 cm.

Die Größe des tatsächlichen Fehlers hängt von der Nodalmodulation der Partialtiden ab und kann heute noch nicht exakt für alle Pegel bestimmt werden, da die vorhandenen äquidistanten Zeitreihen zu kurz sind. Eine erste Analyse der Nodaltide für den Pegel Helgoland zeigt, dass die Größenordnung des hier dargestellten Beispiels mit der Größenordnung der Analyse übereinstimmt (s. Kapitel 2.4).

3.6.3 Verschiedene Referenzzeiträume

Eine wichtige Frage für die Bestimmung der Koeffizienten der Modellfunktionen ist die Frage nach dem Regressionszeitraum. In diesem Zeitraum *lernt* das Modell gewissermaßen, wie die Ausgangsgröße (Kennwert) durch die Eingangsgrößen (Referenz-Kennwert, Mittelund Oberwasserzufluss) beeinflusst wird. Wie sensitiv ist nun die Wahl des Regressionszeitraums? Was passiert bei der Wahl von anderen Regressionszeiträumen?

Das hier vorgestellte Modell impliziert eine Stationarität, die vom Benutzer gewährleistet sein muss. Das bedeutet, dass etwaige Trends in den Zeitreihen nicht vorhanden sein dürfen, da sonst ein Vergleich zwischen zwei Jahren strenggenommen nicht mehr zulässig ist. In diesem Fall wurden eventuell langfristige Trends bereits durch das Entfernen des *stetigen Mittelwassers* herausgefiltert (s. Kapitel 3.6.1).

Bezüglich der Qualität der Regression lässt sich anmerken, dass die Koeffizienten über etwa 700 Punkte/Tide bestimmt werden, was eine akzeptable Datenbasis darstellt. Lediglich der Bereich des hohen Oberwasserzuflusses ist unsicher, da hier wenige Punkte zur Bestimmung der Ebene vorliegen.

Im Folgenden werden verschiedene Referenzzeiträume und ihre Auswirkungen auf das Ergebnis betrachtet (s. Abb. 21).

Wie zu erwarten, verschiebt sich die Kurve des Referenzjahres 1998 um etwa die Differenz zwischen 1998 und einem neuen Referenz-/Regressionsjahr. Die Form bleibt in etwa gleich, was bedeutet, dass sich das Systemverhalten nicht grundsätzlich verändert hat. Ermittelt man den Differenztidehub zwischen den Jahren 1998 und 2005, so liegt dieser unabhängig von der Wahl des Differenzzeitraums bei etwa 10 cm am dargestellten Pegel St. Pauli.

Eine kleine Abweichung ist lediglich im Jahr 2002 mit dem sehr hohen Augusthochwasser zu erkennen. Der Wertebereich bzw. die Dynamik des Oberwasserzuflusses ist in jedem Jahr verschieden. Die Modellfunktion gibt aber nur das Verhalten des Hochwassers des Referenzjahres wieder. Ist die Dynamik größer (der Wertebereich größer), so extrapoliert die Funktion. Diese Extrapolation ist unterschiedlich gut; daher kommt es im Jahr 2002 mit dem extremen Hochwasser zu leicht unterschiedlichen Werten.



Abb. 21: Entwicklung des Tidehubs am Pegel St. Pauli unter Verwendung verschiedener Referenzzeiträume

4. Mittelwasseranalyse

Bei dem oben dargestellten Verfahren wurde das *stetige Mittelwasser* zuvor entfernt und nur der weitgehend harmonische Teil des Signals betrachtet. An dieser Stelle soll nun die Entwicklung des überwiegend stochastischen Anteils des gemessenen Wasserstands, also das *stetige Mittelwasser* betrachtet werden.

Ebenso wie der Tidehub hängt auch das lokale Mittelwasser ab vom äußeren Mittelwasser und dem Oberwasserzufluss (s. Abb. 13). Und ähnlich wie die Modellfunktion für die Kennwerte Tnw, Thw und Thb lässt sich ein Modell mit einer Modellfunktion für das Mittelwasser aufstellen. Zuvor muss das *stetige Mittelwasser* eines Pegels um den Betrag der Laufzeit zu dem Vergleichspegel zeitlich verschoben werden. Diese Laufzeitbestimmung geschieht über die Minimierung der Fehlerquadrate zwischen den beiden Zeitreihen und ist genauer beschrieben in KASTENS (2006). Nach der zeitlichen Verschiebung sei die Modellfunktion:

$$Mittelwasser_{Pegel} = a \cdot Mittelwasser_{Helgoland} + b \cdot Oberwasser_{NeuDarchau}^{n} + z$$

Die Koeffizienten a, b und z und der Exponent n werden mittels Regression ermittelt. Eine Lösung dieser Gleichung für den Pegel Geesthacht zeigt die Abb. 22.

An der geringen Krümmung der Fläche in der Abbildung 22 ist gut erkennbar, dass selbst am Pegel mit dem stärksten Oberwassereinfluss (Geesthacht) die Nichtlinearität nicht besonders ausgeprägt ist. Ab dem Pegel Bunthaus weiter stromab wird deshalb das lineare Modell eingesetzt (der Exponent n wird in der Modellfunktion damit zu Eins).

Als eine Plausibilitätsprüfung wird die Varianz des Residuums verwendet. Man erwar-



Abb. 22: Das Mittelwasser in Geesthacht (Messwerte in blau) in Abhängigkeit vom Mittelwasser in Helgoland und dem Oberwasserzufluss in Neu Darchau

tet, dass mit zunehmender Entfernung eines Pegels zu einem Referenzpegel die lokalen Einflüsse wie beispielsweise Luftdruckschwankungen, Wind oder Dichteänderungen (Salz- und Schwebstoffgehalt) zunehmen und damit auch die Varianz ansteigt.

Die Tab. 3 enthält alle Koeffizienten der Pegel sowie die Varianz des Residuums. Diese Varianz ist in Abb. 23 als Transekt aufgetragen. Ein (monotoner) Anstieg der Varianz mit zunehmender Entfernung zum Referenzpegel wird bestätigt. Zusätzlich zeigt der Verlauf, dass es keine großen Qualitätssprünge gibt, so dass keine Pegel oder ganze Pegelgruppen von der Analyse ausgeschlossen werden müssen.

	Koeffizienten [-]				Varianz des
Pegelort	a	b	Z	n	Residuums [cm ²]
Vogelsand	1.097468	0.001672	-43.589739	1	6.7
Cuxhaven	1.124731	0.001006	-49.593414	1	26.0
Otterndorf	1.155954	0.001559	-65.251344	1	36.1
Brunsbüttel	1.204845	0.001110	-81.592792	1	53.4
Brokdorf	1.224660	0.002502	-82.062160	1	70.3
Glückstadt	1.212969	0.004444	-78.072038	1	77.4
Krautsand	1.190626	0.003236	-65.315205	1	86.5
Kollmar	1.208056	0.005920	-74.427354	1	82.4
Grauerort	1.199013	0.006212	-67.154468	1	89.3
Stadersand	1.179490	0.006767	-57.160148	1	97.5
Lühort	1.151825	0.010923	-46.886372	1	95.9
Schulau	1.182943	0.012036	-60.936889	1	98.1
Blankenese	1.211405	0.016233	-77.985918	1	104.3
St. Pauli	1.183431	0.016706	-62.595400	1	113.0
Bunthaus*	1.091416	0.057543	-8.170904	0.950890	121.6
Over*	1.052217	0.128688	21.753472	0.895894	142.2
Zollenspieker*	0.948729	0.311742	67.780132	0.842488	153.9
Geesthacht*	0.804803	0.603153	125.151451	0.831418	196.4

Tab. 3: Koeffizienten der einzelnen Pegelstandorte für das Mittelwassermodell; mit * gekennzeichnete Pegel benutzen das nichtlineare Modell



Abb. 23: Entwicklung der Varianz des Residuums nach dem Bereinigen durch das Modell

Die Küste, 72 (2007), 145-169 166

Wird die Modellfunktion mit den zuvor ermittelten Koeffizienten (und Exponenten) auf das Mittelwasser eines Pegels angewendet, so wird ein Großteil der äußeren Einflüsse entfernt, und nur noch lokale Einflüsse dominieren. Beispielhaft soll die um äußere Einflüsse bereinigte Entwicklung an vier Pegeln dargestellt werden (s. Abb. 24).

Deutlich erkennbar ist ein Absinken des Mittelwassers ab 1998 bis 2000. In den folgenden Jahren ist zwar eine leichte Veränderung zu sehen, jedoch findet sich kein so deutlicher Sprung wieder. Dieses starke Absinken kann zum Großteil der letzten Fahrrinnenanpassung im Jahr 1999 zugeordnet werden.



Abb. 24: Mittelwasserentwicklung an ausgewählten Pegeln (nach Bereinigung)

5. Voraussetzungen für die Analyse

Für den in dem Verfahren verwendeten Tiefpassfilter ist eine Fouriertransformation notwendig. Um diese durchführen zu können, bedarf es hoch aufgelöster Wasserstandszeitreihen mit äquidistanten Zeitintervallen. Die zum Teil sehr langen Wasserstandszeitreihen, die etliche Jahrzehnte in die Vergangenheit reichen, bestehen fast ausschließlich aus Scheitelwerten, die auf einem nicht äquidistanten Zeitraster liegen und damit der Fourieranalyse nicht zugänglich sind. Mit Einzug der digitalen Messwertaufzeichnung, die ab dem 1.11.1997 im Bereich der WSD-Nord offiziell begann, stehen hoch aufgelöste äquidistante Zeitreihen zur Verfügung, die auch Analysen mit Fouriermethoden zulassen. Diese Zeitreihen sind über die Beweissicherungsdatenbank der Elbe für jedermann zugänglich (www. bs-elbe.de). Bedingt durch Ausfälle des Messwertgebers weisen diese Zeitreihen jedoch teilweise mehr oder weniger lange Lücken auf. Um trotzdem Fouriermethoden einsetzen zu können, müssen sie vervollständigt werden. Die Lücken können im ersten Ansatz durch eine Transferfunktion zu einem Nachbarpegel geschlossen werden. Diese Transferfunktion muss zuvor aufgestellt und ihre Parameter über Regressionsverfahren ermittelt werden. Weitere Informationen zum Schließen von Lücken findet man bei KASTENS (2006). Sehr große Lücken (mehrere Monate) sollten nicht mit diesem Verfahren geschlossen werden, da sonst der Charakter und die Aussagekraft der Wasserstandsaufzeichnung für den Pegel verloren gehen.

5.1 Die Auflösung der Wasserstandszeitreihen – die Abtastfrequenz

Die Zeitreihen der Wasserstände eines Pegels liegen in einminütiger Auflösung vor. Diese Auflösung scheint viel zu hoch, und die Datenmengen wachsen mit der Zeit schnell an. Beispielsweise besteht eine einjährige Zeitreihe aus mehr als einer halben Million Datenpunkten. Viele Algorithmen sind von der Ordnung N^2 oder $N \ln N$ (N = Anzahl der Datenpunkte). Das heißt, dass eine Verzehnfachung der Datenpunkte im ungünstigen Fall eine Verhundertfachung der Bearbeitungszeit bedeutet.

Eine wesentliche Vereinfachung wäre ein Ausdünnen der Zeitreihen ohne Informationsverlust. Die Frage, die man sich stellen muss, lautet: Wie groß darf der Messwertabstand maximal werden, so dass noch alle relevanten Informationen im Signal vorhanden bleiben? Eine Antwort liefert das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem (BUTZ, 2003).

Die Grenzfrequenz Ω_{Ny} für die einminütige Zeitreihe (dt = 60 s) beträgt:

$$\Omega_{Ny} = \frac{N}{2} \cdot \frac{360[Grad] \cdot 3600[s/h]}{dt[s] \cdot N} = \frac{180[Grad] \cdot 3600[s/h]}{dt[s]} = 10\ 800\ [Grad/h]$$

Das heißt, dass Zeitreihen mit einer zeitlichen Auflösung von einer Minute Informationen bis Frequenzen von 10800 Grad/h beinhalten. Eine zehnminütige Auflösung lässt noch Informationen bis 1080 Grad/h zu. Selbst in einer halbstündigen Auflösung können noch Informationen bis 360 Grad/h detektiert werden.

Beim Betrachten eines Spektrums einer Zeitreihe (s. Kap. 2.2) wird ersichtlich, dass die meiste Energie und damit Information im Anfangsbereich des Spektrums liegt. Ab 180 Grad/h ist die Wahrscheinlichkeit sehr gering, Peaks bzw. Partialtiden mit einer Amplitudengröße von über einem Zentimeter anzutreffen.

Für die folgende Untersuchung kann also ohne nennenswerte Einbußen an Information die Wasserstandszeitreihe auf halbstündige Terminwerte ausgedünnt werden. Die Analysezeit sinkt dadurch in den Minutenbereich und damit auf handhabbare Dimensionen. Extremwerte (Tnw bzw. Thw), die nicht auf dem halbstündigen Raster liegen, gehen <u>nicht</u> verloren, da genügend Informationen/Punkte vorhanden sind, um sie zu rekonstruieren.

5.2 Bestimmung der Filterfrequenz

Bei der Analyse vieler Spektren aus den Bereichen der Nordsee, Elbe, Weser und Hunte hat sich für Spektren aus <u>einjährigen</u> Wasserstandszeitreihen Folgendes herausgestellt:

- Bewegt man sich vom langwelligen zum kurzwelligen Bereich eines Spektrums, so tritt die erste signifikante Partialtide bei einer Frequenz von ca. 13,4 Grad/h auf (Q_1) (s. Abb. 7).
- Das Umgebungsrauschen liegt bei Frequenzen ≥ 13 Grad/h unter einem Zentimeter (s. Abb. 7).
- In langwelligen Bereichen (< 13 Grad/h) nimmt das Rauschen zu, und zwar so stark, dass Peaks von langwelligen Partialtiden (<13 Grad/h) nicht mehr erkennbar sind (s. Abb. 6).
- Kurzwellige Partialtiden (> 13 Grad/h) können gut detektiert werden, wenn die Amplitude > 1 cm ist.

Diese Erkenntnisse führten dazu, dass die Filterfrequenz für den Tiefpassfilter zur Bestimmung des *stetigen Mittelwassers* auf 13 Grad/h festgelegt wurde.

6. Zusammenfassung und Ausblick

Zusätzlich zu den Analyseverfahren, wie sie in Kap. 1 erwähnt sind, ist hier das Mittelwasser und sein Einfluss auf die Kennwerte dargestellt. Auch finden hier erstmals alle Kennwerte Verwendung, da auf eine Mittelung verzichtet wird. Dieses Mehr an Information wirkt sich äußerst positiv auf die Robustheit des Verfahren aus: auch bei der Wahl unterschiedlicher Referenzzeiträume wird das Systemverhalten sehr gut wiedergegeben und Ergebnisse sind vergleichbar. Die Sensitivität bei der Auswahl eines Referenzzeitraums ist dadurch stark vermindert worden.

Die Aufteilung des gemessenen Wasserstandssignals in ein stetiges Mittelwasser und ein harmonisches Signal eröffnet neue Möglichkeiten, beispielweise in der Berechnung von Windstaukurven. Da das harmonische Signal die Summe aller Partialtiden inklusiv vieler nichtlinearer Wechselwirkungen untereinander darstellt, entspricht das stetige Mittelwasser als der Rest des Signals einer Windstaukurve.

Mit dem vorgestellten Verfahren können die Kennwerte Tnw, Thw, Thb an Pegeln aus den bekannten Größen Referenzkennwert, Mittelwasser und Oberwasserzufluss vorherbzw. nachher-gesagt werde. Zukünftig soll es auch an anderen Ästuaren eingesetzt werden.

7. Schriftenverzeichnis

- ANTONIOU, A.: Digital Filters: Analysis, Design and Applications; McGraw-Hill; NewYork, 1993.
- BUTZ, T.: Fouriertransformation für Fußgänger, 3. Auflage; B.G. Teubner Verlag; Wiesbaden, 2003.
- CARTWRIGHT, D. E.: Tides A Scientific History; Cambridge University Press; Cambridge, 1999.
- DIN 4049 Teil 3: Hydrologie: Begriffe zur quantitativen Hydrologie, Okt. 1994.

GODIN, G.: Tides; ANADYOMENE Edition; Ottawa, 1988.

GÖNNERT, G.; ISERT, K.; GIESE, H. u. PLÜSS, A.: Charakterisierung der Tidekurve; Die Küste, H. 68, Hamburg, 2004.

HARTUNG, J. et al.: Statistik, 14. Auflage; Oldenbourg Verlag; München, 2005.

KASTENS, M. (Bearbeiter): Gutachten: Tidewasserstandsanalysen in Ästuaren am Beispiel der Unter- und Außenelbe, Bundesanstalt für Wasserbau, Dienststelle Hamburg, URL: http://www.bs-elbe.de/html/Main-Seite/GVV/Gutachten/Tidewasserstandsanalysen/ index.html (letzter Aufruf 25.10.2007), 2006.

LIEBIG, W.: Schließen von Lücken in Pegelaufzeichnungen; Die Küste, H. 56, Hamburg, 1994.

- NIEMEYER, H. D.: Change of Tidal Peaks and Range due to Estuarine Waterway Deepening; Proceedings of Coastal Engineering, Vol. 3, p. 3307–3317; Copenhagen, 1998.
- OPPENHEIM, A. V. et al.: Zeitdiskrete Signalverarbeitung, 2. Auflage; Pearson Studium; München, 2004.
- PUGH, D. T.: Changing Sea Levels: Effects of Tides, Weather and Climate; Cambridge University Press; Cambridge, 2004.
- SIEFERT, W.: Über die Veränderungen der Tidewasserstände in der Elbe als Folge der Fahrrinnen-Vertiefungen; Strom- und Hafenbau Studie Nr. 70; Hamburg (unveröffentlicht), 1992.
- SIEFERT, W. u. JENSEN, J.: Fahrrinnenvertiefung und Tidewasserstände in der Elbe; Hansa, 130. Jahrgang Nr. 10; Hamburg, 1993.
- SIEFERT, W.: Tiden und Sturmfluten in der Elbe und ihren Nebenflüssen Die Entwicklung von 1950 bis 1997 und ihre Ursachen; Die Küste, H. 60, Hamburg, 1998.