

## Abschlussbericht

# MUSE

## Modellgestützte Untersuchungen zu Sturmfluten mit sehr geringen Eintrittswahrscheinlichkeiten

Teilprojekt:

Statistisch-probabilistische Extremwertanalyse

gefördert vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (bmbf) und  
fachlich begleitet vom Kuratorium für Forschung im Küsteningenieurwesen (KFKI)

bmbf Förderkennzeichen: 03KIS039

KFKI Förderkennzeichen: 78

Bearbeitet von:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Jürgen Jensen

Dipl.-Ing. Christoph Mudersbach

Siegen, 15.12.2005

---

**Kontakt:**

Forschungsinstitut Wasser und Umwelt (fwu)  
der Universität Siegen

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Jürgen Jensen  
Paul-Bonatz-Str. 9-11  
57076 Siegen

Fon: +49 (271) 740 2172  
Fax: +49 (271) 740 2722

e-Mail: [fwu@fb10.uni-siegen.de](mailto:fwu@fb10.uni-siegen.de)  
web: <http://fwu.fb10.uni-siegen.de>



## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung und Aufgabenstellung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Vorstellung des Forschungsvorhabens</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Grundlagen der Extremwertstatistik</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Definition des Begriffs Wahrscheinlichkeit</b>	<b>12</b>
<b>5</b>	<b>Von der Gefahrenabwehr zur Risikokultur</b>	<b>13</b>
<b>6</b>	<b>Beschreibung des ProMUSE-Verfahrens</b>	<b>15</b>
6.1	Allgemeine Extremwertverteilung (AE)	16
6.2	Poisson-Prozess	18
6.3	Plotting-Positionen (PLP)	22
6.4	Parameterschätzung	25
<b>7</b>	<b>Datengrundlagen</b>	<b>29</b>
7.1	Wasserstandsdaten	29
7.2	Windstaudaten	35
<b>8</b>	<b>Auswertungen</b>	<b>38</b>
8.1	Vorbemerkung	38
8.2	Sensitivitätsanalysen	38
8.3	Regionalisierungen der Wasserstände	42
8.3.1	Parameter der Verteilungsfunktion	43
8.3.2	Emden	43
8.3.3	Norderney	47
8.3.4	Bremerhaven	50
8.3.5	Cuxhaven	53
8.3.6	Helgoland	56
8.3.7	Büsum	59
8.3.8	Husum	62
8.3.9	Dagebüll	65
8.3.10	List	68
<b>9</b>	<b>Auswertung der Windstaudaten am Pegel Cuxhaven</b>	<b>71</b>
<b>10</b>	<b>Monte-Carlo-Simulationen</b>	<b>80</b>
<b>11</b>	<b>Diskussion der Ergebnisse</b>	<b>86</b>
11.1	Extremwasserstände	86
11.2	Windstaudaten	90
<b>12</b>	<b>Vergleich mit niederländischen Wasserständen</b>	<b>91</b>
<b>13</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>94</b>
<b>14</b>	<b>Danksagung</b>	<b>95</b>
<b>15</b>	<b>Literatur</b>	<b>96</b>
<b>16</b>	<b>Appendix</b>	<b>100</b>
16.1	MatLab-Einführung	100
16.1.1	Programmaufruf und Programmkopf	101
16.1.2	Eingabe des Pegel- und Parameternamens	102
16.1.3	Ermittlung der Länge der Zeitreihe	102
16.1.4	Histogramm	102
16.1.5	Trendbereinigung	102
16.1.6	Berechnung der auszuwertenden Daten	104
16.1.7	Berechnung der Momente	105
16.1.8	Unterprogramm GUMBEL_E1	105

---

16.1.9	Analyse mit Generalized Extreme Value Distribution (GEV)	107
16.1.10	Q-Q-Plot	109
16.1.11	Kolmogorov-Smirnov-Test	109
16.1.12	Berechnung der Plotting-Positionen	109
16.1.13	Berechnung des Formparameters $\tau$	110
16.1.14	Berechnung der Terme $f_1$ und $f_2$	111
16.1.15	Berechnung der ProMUSE-Verteilung	111
16.1.16	Berechnung der Bemessungsgrößen	112
16.1.17	Monte-Carlo-Simulationen	113
16.1.18	Output-Dateien	113

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Mitglieder der KFKI-Projektgruppe	4
Tabelle 2: Zeitspannen der verwendeten Pegeldaten	31
Tabelle 3: Prinzip der Lückenschließung in Zeitreihen für statistische Analyse	33
Tabelle 4: Ergebnisse der Wasserstandsmodellierung nach Bork und Müller-Navarra (2005)	34
Tabelle 5: Umfang der Windstaudaten nach GÖNNERT	36
Tabelle 6: Maximal modellierte Windstaudaten für Pegel Cuxhaven (BORK UND MÜLLER-NAVARRA 2005)	37
Tabelle 7: Übersicht der Modellläufe	41
Tabelle 8: Ergebnisse der Streubreite	42
Tabelle 9: Parameter der ProMUSE-Verteilungsfunktion	43
Tabelle 10: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Emden	46
Tabelle 11: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Norderney	49
Tabelle 12: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Bremerhaven	52
Tabelle 13: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Cuxhaven	55
Tabelle 14: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Helgoland	58
Tabelle 15: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Büsum	61
Tabelle 16: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Husum	64
Tabelle 17: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Dagebüll	67
Tabelle 18: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels List	70
Tabelle 19: Ergebnisse der statistischen Analyse der Windstauwerte	75
Tabelle 20: Ergebnisse der statistischen Analyse der Windstauwerte zuzüglich des MThw	77
Tabelle 21: Vergleich der Wasserstände aus Wasserstandsanalyse und Windstauanalyse	78
Tabelle 22: Standardabweichungen der Extremwertanalysen aus Monte-Carlo-Zeitreihen	84
Tabelle 23: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der Wasserstandsdaten	89
Tabelle 24: Vergleich der offiziellen statistischen Wasserstände an niederländischen Pegelstandorten und den ermittelten Wasserständen an den Pegeln Norderney und Emden	92
Tabelle 25: Erläuterung der Inputvariablen	101

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Prinzipdarstellung der Näherung einer exponentiellen Funktion durch lineare Funktion	20
Abbildung 2: POISSON-Wahrscheinlichkeit für Ereignisse mit Eintrittsraten $\lambda=10^{-2}/a$ und $\lambda =2*10^{-3}/a$	21
Abbildung 3: Prinzipskizze für Erläuterung der Plotting-Positionen	24
Abbildung 4: Untersuchungsgebiet mit Pegelstandorten	30
Abbildung 5: MThw-Zeitreihen der untersuchten Nordseepegel	32
Abbildung 6: HThw-Zeitreihen der untersuchten Nordseepegel	32
Abbildung 7: Ergebnisse der Wasserstandsmodellierung nach BORK UND MÜLLER-NAVARRA (2005)	34
Abbildung 8: Beispiel für Definition der Windstaudaten (hier: Sturmflut 1990-EPS Member 20) aus BORK UND MÜLLER-NAVARRA (2005)	37
Abbildung 9: HThw- und MThw-Zeitreihe des Pegels Emden mit Trendbereinigung	44
Abbildung 10: Histogramm der HThw-Zeitreihe des Pegels Emden	44
Abbildung 11: Statistisch-probabilistische Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Emden	46
Abbildung 12: HThw- und MThw-Zeitreihe des Pegels Norderney mit Trendbereinigung	47
Abbildung 13: Histogramm der HThw-Zeitreihe des Pegels Norderney	48
Abbildung 14: Statistisch-probabilistische Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Norderney	49
Abbildung 15: HThw- und MThw-Zeitreihe des Pegels Bremerhaven mit Trendbereinigung	50
Abbildung 16: Histogramm der HThw-Zeitreihe des Pegels Bremerhaven	51
Abbildung 17: Statistisch-probabilistische Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Bremerhaven	52
Abbildung 18: HThw- und MThw-Zeitreihe des Pegels Cuxhaven mit Trendbereinigung	53
Abbildung 19: Histogramm der HThw-Zeitreihe des Pegels Cuxhaven	54
Abbildung 20: Statistisch-probabilistische Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Cuxhaven	55
Abbildung 21: HThw- und MThw-Zeitreihe des Pegels Helgoland mit Trendbereinigung	56
Abbildung 22: Histogramm der HThw-Zeitreihe des Pegels Helgoland	57
Abbildung 23: Statistisch-probabilistische Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Helgoland	58
Abbildung 24: HThw- und MThw-Zeitreihe des Pegels Büsum mit Trendbereinigung	59
Abbildung 25: Histogramm der HThw-Zeitreihe des Pegels Büsum	60
Abbildung 26: Statistisch-probabilistische Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Büsum	61
Abbildung 27: HThw- und MThw-Zeitreihe des Pegels Husum mit Trendbereinigung	62
Abbildung 28: Histogramm der HThw-Zeitreihe des Pegels Husum	63
Abbildung 29: Statistisch-probabilistische Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Husum	64
Abbildung 30: HThw- und MThw-Zeitreihe des Pegels Dagebüll mit Trendbereinigung	65
Abbildung 31: Histogramm der HThw-Zeitreihe des Pegels Dagebüll	66

Abbildung 32: Statistisch-probabilistische Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Dagebüll	67
Abbildung 33: HThw- und MThw-Zeitreihe des Pegels List mit Trendbereinigung	68
Abbildung 34: Histogramm der HThw-Zeitreihe des Pegels List	69
Abbildung 35: Statistisch-probabilistische Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels List	70
Abbildung 36: Partielle Zeitreihe 'Windstau um Tnw' (ohne zeitlichen Bezug)	72
Abbildung 37: Partielle Zeitreihe 'Windstau um Thw' (ohne zeitlichen Bezug)	72
Abbildung 38: Partielle Zeitreihen 'Windstau um Thw' und 'Windstau um Tnw' (ohne zeitlichen Bezug)	73
Abbildung 39: Vergleich des max. modellierten Windstauwertes und des max. beobachteten Windstauwertes für 'Windstau um Tnw' und 'Windstau um Thw'	73
Abbildung 40: Statistisch-probabilistische Analyse der partiellen Windstauzeitreihe um Tnw, Cuxhaven	74
Abbildung 41: Statistisch-probabilistische Analyse der partiellen Windstauzeitreihe um Thw, Cuxhaven	75
Abbildung 42: Ergebnisse der statistischen Analyse der Windstaudaten	76
Abbildung 43: Ergebnisse der Wasserstände aus statistischer Analyse der Windstaudaten zzgl. des MThw	77
Abbildung 44: Vergleich der Wasserstände zum einen aus der statistischen Analyse der Wasserstände und zu anderen aus der statistischen Analyse der Windstaudaten zzgl. des MThw	78
Abbildung 45: HThw-Datenreihe Cuxhaven (beschickt) und 3 zufällig ausgewählte zugehörige Monte-Carlo-Zeitreihen	82
Abbildung 46: Statistisch-probabilistische Auswertung der Monte-Carlo-Zeitreihen mit ProMUSE-Verfahren	83
Abbildung 47: Statistisch-probabilistische Auswertung der Monte-Carlo-Zeitreihen – ProMUSE- vs. GEV-Verfahren	84
Abbildung 48: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse aller untersuchten Nordseepegel	87
Abbildung 49: Ergebnisse der $10^{-4}$ -Ereignisse mit den HHThw und modellierten maximalen Wasserständen	87
Abbildung 50: Vergleich $10^{-4}$ -Ereignisse ProMUSE- und GEV-Verfahren	88
Abbildung 51: Pegelstandorte der niederländischen Vergleichspegel	91
Abbildung 52: Datenblatt des Pegels Delzijl [web 4]	92
Abbildung 53: Screenshot der Matlab 7.0-BenutzeroberflächeProgrammdokumentation ProMUSE	100
Abbildung 54: Histogramm der auszuwertenden Daten (Beispiel)	102
Abbildung 55: Trendkorrektur der auszuwertenden Daten mit linearem Trend (Beispiel)	103
Abbildung 56: Trendkorrektur der auszuwertenden Daten mit 19-jährigem gleitenden Mittel (Beispiel)	104
Abbildung 57: Matrix der 1- bis 50-jährlichen Extremwerte (Beispiel)	105
Abbildung 58: Wahrscheinlichkeitsplot des Unterprogramms GUMBEL__E1 (Beispiel)	107
Abbildung 59: GEV-Plot für zwei Parameterschätzverfahren (Beispiel)	108
Abbildung 60: Vergleich der Plotting-Positionen (Beispiel)	110
Abbildung 61: Verbesserte Schätzung des Formparameters $\tau$ (Steigung der Geraden), (Beispiel)	111
Abbildung 62: ProMUSE-Plot für Pegel Cuxhaven (Beispiel)	112

# 1 Einleitung und Aufgabenstellung

Sturmfluten sind Naturereignisse, die wegen der intensiven Nutzung des Küstenraumes zu schweren Schäden führen können. Sowohl der Küstenschutz als auch die Katastrophenabwehr basieren auf der Analyse extremster Fluten. Aufgrund zunehmender Verstädterung, Besiedelung und Industrialisierung exponierter Regionen sind weltweit die volkswirtschaftlichen Schäden bei Naturkatastrophen in den letzten Jahrzehnten um ein Vielfaches gestiegen (KRON 2005).

Sturmfluten an der deutschen Nordseeküste werden im wesentlichen durch die stochastischen (Stochastik: Analyse von Zufallsprozessen, d.h. zeitlich variablen Prozessen), meteorologisch bedingten Wirkungen (z.B. Windstau) geprägt, die sich der astronomischen Tide überlagern. Der Windstau kann an der Nordseeküste Höhen von mehr als 5,00 m erreichen. Am Pegel Husum ist z.B. am 10. Februar 1949 ein Windstau von 5,70 m, allerdings zur Tideniedrigwasserzeit, beobachtet worden. Das Verhältnis von stochastischen Anteilen (z.B. Windstau) zu deterministischen Anteilen (z.B. astronomische Gezeit) am Gesamtwasserstand ist an den deutschen Küsten sehr hoch. Das ist im Hinblick auf die wahrscheinlichkeitstheoretische Ermittlung von Sturmflutwasserständen zu beachten.

Ausgelöst durch das Sturmtief „Anatol“ im Dezember 1999 und den katastrophalen Sturmfluten in den vergangenen Jahrzehnten (z.B. in den Jahren 1962 und 1976) sind aktuell wieder Fragen nach maximalen Höhen von Sturmfluten laut geworden. Das Orkantief „Anatol“ stellt den stärksten Sturm in Süddänemark des 20. Jahrhunderts dar und Untersuchungen von DICK UND MÜLLER-NAVARRA (2000) zeigen, dass bei südlicherer Zugbahn und leicht modifiziertem zeitlichen Ablauf die Wasserstände an der deutschen Nordseeküste 1,5 bis 2 m höher hätten eintreten können. Die bisherigen Arbeiten erlauben jedoch keinerlei Aussagen zur Wahrscheinlichkeit derartiger Szenarien und sind daher für ein Risikomanagement zunächst nicht direkt verwertbar.

Die Ermittlung von Bemessungsereignissen ist seit vielen Jahren eine sehr wichtige Aufgabe der Hydrologie und des Wasserbaus. Die Konzeption der Verwendung von Bemessungsereignissen hat sich in den letzten Jahren jedoch gravierend verändert. Diente vor einigen Jahren die Ermittlung von Bemessungsereignissen noch in der Regel dazu, ein maximal mögliches Ereignis zu ermitteln, um damit nach entsprechender Auslegung Schutz vor solchen Ereignissen zu bieten, werden heute Risikobewertungen auf Grundlage von Bemessungsereignissen mit zugeordneten Wahrscheinlichkeiten durchgeführt. Diese Wandlung der Planungsweise resultiert aus der Tatsache, dass es niemals einen absoluten Schutz vor Naturphänomenen geben kann. Bei jedem Bauwerk ist ein Restrisiko vorhanden, welches es zu quantifizieren und wenn möglich zu minimieren gilt.

Die Wahrscheinlichkeit einer Überflutung ergibt sich nicht nur aus der Einzelwahrscheinlichkeit des auslösenden Ereignisses, sondern enthält zusätzlich, soweit vorhanden, die Versagenswahrscheinlichkeit des Schutzbauwerkes. Mit diesen

Wahrscheinlichkeiten und den aus einer Überflutung erwarteten resultierenden Schäden kann das Risiko eines Gebietes ökonomisch beziffert werden. Mit diesem Ansatz können die Auswirkungen des Versagens eines Schutzsystems in der Fläche beschrieben werden. Diese Aussagen zum flächenhaften Risiko waren mit den bisher verwendeten Verfahren nicht möglich.

Zusätzlich zum Risiko eines Einzelereignisses spielt die Zeitspanne zwischen zwei möglichen Überflutungen eine große Rolle bei der Schadensminimierung. Ist die letzte Überschwemmung schon viele Jahrzehnte oder sogar Jahrhunderte vorüber, so wägen sich die dort lebenden Menschen in Sicherheit und häufen mehr wertvolle Güter in potenziell gefährdeten Bereichen an. Ist dagegen die letzte Überflutung noch in Erinnerung der Menschen, ist eine höhere Sensibilität gegenüber diesen Ereignissen vorhanden und es wird in der Regel umsichtiger gehandelt, was im Falle einer Überflutung zu einer deutlichen Schadensreduzierung führt. In diesem Zusammenhang spricht man auch von der Vulnerabilität eines Gebietes.

Die Erhaltung und Vermittlung dieser notwendigen Sensibilität der Menschen gehört zu einer der Hauptaufgaben des Küstenzonenmanagements, da im Falle einer Überflutung oft nicht nur materieller Schaden entsteht, sondern Menschenleben gefährdet sind.

Unabhängig von dem verwendeten Sicherheitskonzept, ist die Ermittlung von Bemessungsereignissen bzw. die Ermittlung von Überschreitungswahrscheinlichkeiten für Sturmflutwasserstände die wichtigste Grundlage für alle Konzepte; insbesondere bei dieser Frage gibt es weiterhin einen großen Forschungsbedarf.

## 2 Vorstellung des Forschungsvorhabens

Das Forschungsvorhaben „Modellgestützte Untersuchung von Sturmflutwasserständen mit sehr geringen Eintrittswahrscheinlichkeiten (MUSE)“ ist ein vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (bmbf) unter der Fördernummer 03KIS039 gefördertes Projekt mit einer Laufzeit von 07/2002 bis 06/2005. Das Projekt wurde von den folgenden aufgeführten drei Institutionen durchgeführt:

- Forschungsinstitut Wasser und Umwelt (fwu) der Universität Siegen  
(Projektleiter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Jürgen Jensen)
- Deutscher Wetterdienst (DWD), Offenbach  
(Teilprojektleiter: Dr. Volker Renner)
- Bundesamt für Seeschifffahrt und Hydrographie (BSH), Hamburg  
(Teilprojektleiter: Dr. Sylvin Müller-Navarra)

Zu dem Forschungsvorhaben MUSE ist eine Internetseite erstellt worden, auf der die Ergebnisse des Projektes dokumentiert sind:

<http://fwu.fb10.uni-siegen.de/projects/muse>

Für das Forschungsvorhaben wurde bei jedem Projektpartner eine wissenschaftliche Mitarbeiterin bzw. ein wissenschaftlicher Mitarbeiter für die Dauer von 2 Jahren befristet angestellt, um die fachliche Bearbeitung durchzuführen:

DWD:           Dipl.-Met. Christian Koziar  
BSH:           Dipl.-Ozean. Ingrid Bork  
fwu:           Dipl.-Ing. Christoph Mudersbach

Die Untersuchungen wurden durch eine projektbegleitende Gruppe des Kuratoriums für Forschung im Küsteningenieurwesen (KFKI) fachlich abgesichert, die von Obfrau PD Dr. habil. Gabriele Gönnert geleitet wurde.

In Tabelle 1 sind die Mitglieder der begleitenden KFKI-Projektgruppe aufgeführt.

Tabelle 1: Mitglieder der KFKI-Projektgruppe

<b>Mitglieder der KFKI-Projektgruppe</b>	
PD Dr. habil. Gabriele Gönnert (Obfrau)	HPA Hamburg
Dipl.-Ing. Frank Thorenz (Forschungsleiter Küste)	NLWKN Norden
Dr. Nobert Blum (PTJ)	PTJ
Dipl.-Ing. Detlef Schaller	ALR Husum
Dr. Elisabeth Rudolph	BAW Hamburg
Dipl.-Met. Gudrun Rosenhagen	DWD Hamburg
Dipl.-Met. Heiner Schmidt	DWD Hamburg
Dipl.-Ing. Hans-Gerd Coldewey	NLWKN Norden
Prof. Dr.-Ing. Andrea Töppe	FHNON
Dipl.-Ing. Hanz Dieter Niemeyer	NLÖ Norderney
Dipl.-Ozean. Ralph Annutsch (Gast)	vormals BSH

Das Ziel des Forschungsvorhabens lässt sich wie folgt definieren:

**Das Ziel des Vorhabens ist die numerische Berechnung von physikalisch möglichen Wetterlagen bzw. Windfeldern, die zu extremen Sturmflutereignissen an der Deutschen Nordseeküste führen können und die Zuordnung von resultierenden Wasserständen in der Deutschen Bucht sowie die statistisch-probabilistische Einordnung dieser Ergebnisse hinsichtlich der Eintrittswahrscheinlichkeiten.**

Das Projekt lässt sich damit vereinfachend in drei Bereiche unterteilen:

- meteorologische Modellierung (DWD)
- Sturmflutsimulation (BSH)
- statistisch-probabilistische Extremwertanalyse (fwu)

Zur Ermittlung der sturmflutrelevanten Wetterlagen werden physikalisch konsistente atmosphärische Klimamodelle benötigt, über die der DWD verfügt. Die Eingangsdatenfelder werden aus dem Ensemblevorhersagesystem (*engl.: Ensemble-Prediction-System EPS*) des EUROPÄISCHEN ZENTRUMS FÜR MITTELFRISTIGE WETTERVORHERSAGEN (EZMW) in READING (UK) gewonnen (KOZIAR UND RENNER 2005).

Das BSH ist laut Seeaufgabengesetz u.a. zuständig für den Gezeiten-, Windstau- und Sturmflutwarndienst. Mit den berechneten Windfeldern des DWD werden im BSH resultierende Wasserstände und Windstauwerte berechnet. Die Untersuchungen am BSH werden mit zwei operationellen Vorhersagemodellen (2- und 3- dimensionale numerische Modelle) durchgeführt (BORK UND MÜLLER-NAVARRA 2005).

Auf der Basis von Sensitivitätsstudien und weiterentwickelten statistischen Verfahren am fwu können Abschätzungen von Eintrittswahrscheinlichkeiten von Wasserstandsscheitelwerten und maximale Windstauwerte für Sturmflutereignisse vorgenommen und Aussagen zur natürlichen Variabilität einer Extremwertzeitreihe mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen gemacht werden.

Die Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Extremwertanalyse wurden regelmäßig mit der begleitenden KFKI-Projektgruppe diskutiert und bei Bedarf neu orientiert.

### 3 Grundlagen der Extremwertstatistik

Die Anwendung von statistischen und stochastischen Verfahren hat in den letzten Jahrzehnten stark zugenommen. Die Anwendungsfelder liegen in vielen Bereichen der Naturwissenschaften, Ingenieurwissenschaften, Wirtschaftswissenschaften und Sozialwissenschaften. Im Folgenden sind einige Ausführungen zur Entwicklung dieser Verfahren gegeben (UNIVERSITÄT MAINZ 2005, [web 3]):

„[...] In allen Bereichen menschlichen Handelns und Interesses spielt der Zufall eine bedeutende Rolle (Schadenseingänge in Versicherungen, Entwicklung von Börsenkursen, ...), und Entscheidungen müssen auf der Basis unvollständiger Informationen getroffen werden. Die *Stochastik* hat die Aufgabe, zufällige Vorgänge mit Hilfe mathematischer Modelle zu beschreiben und Verfahren zu entwickeln, um daraus für die Praxis verwertbare Folgerungen zu ziehen. In dieser Rolle ist die Stochastik in den letzten Jahrzehnten zu einem zentralen Gebiet der Angewandten Mathematik herangewachsen. Sie gliedert sich gemäß ihrer Aufgaben in zwei große Teilgebiete, nämlich die *Wahrscheinlichkeitstheorie* und die *Mathematische Statistik*.

Die *Wahrscheinlichkeitstheorie* nahm ihren Anfang vor etwa 300 Jahren mit dem Wunsch, Zufallsmechanismen von Glücksspielen zu analysieren. (Hier sind berühmte Mathematiker wie Pascal, Fermat, Huygens und Bernoulli zu nennen.) Zu diesem Komplex gehören Würfelspiele, Kartenspiele, Roulette und ähnliches. Aus diesem Problemkreis ist der *kombinatorische* Teil der Wahrscheinlichkeitstheorie entstanden, bei dem zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten die Anzahl der „günstigen Fälle“ zur Anzahl der „möglichen Fälle“ ins Verhältnis gesetzt wird. Ziel wahrscheinlichkeitstheoretischer Überlegungen wurden jedoch auch fundamentalere Aufgaben. Man denke hier nur an das Modell der Mendelschen Gesetze, mit dem die Genetik ins Leben gerufen wurde. 1933 hat der russische Mathematiker Kolmogoroff nach Vorarbeiten anderer die Wahrscheinlichkeitstheorie konsequent auf eine axiomatische Grundlage gestellt. Sie wurde so vergleichbar mit mathematischen Gebieten wie Geometrie und Algebra. Inzwischen ist sie zu einer eigenständigen mathematischen Disziplin herangewachsen, mit reizvollen gelösten und ungelösten Problemen, interessanten Methoden, strengen Begründungen und umfassenden kohärenten Theorien.

Ein zentrales Teilgebiet der Wahrscheinlichkeitstheorie ist die *Theorie der stochastischen Prozesse*, die Modelle für den zeitlichen Ablauf zufälliger Vorgänge sind. Klassische Beispiele für die Anwendungsrelevanz stochastischer Prozesse sind etwa Warteschlangen (Telefonsysteme, Verkehr, ...) oder Verzweigungsprozesse (Wachstum biologischer Populationen, ...); moderne und derzeit hochaktuelle Beispiele sind Finanzmathematik (Diffusionsprozesse ...) oder in der Biologie das Problem der zeitlichen Einordnung eines letzten gemeinsamen „Stammvaters“ zweier heute existierender Spezies oder Individuen aufgrund von DNA-Übereinstimmungen. Diese modernen Anwendungen stochastischer Prozesse wären nicht denkbar ohne eine hochentwickelte, sehr abstrakte (und durchaus schwierige) Theorie der stochastischen Prozesse (Martingale, Markovprozesse, Stochastische Differentialgleichungen, Stochastische Analysis, ...), wie sie im wesentlichen etwa seit den 70-er Jahren vorliegt. Daneben können

Probleme, deren Komplexität eine analytische Behandlung schwierig oder unmöglich erscheinen lässt, heute auch per Computersimulation angegangen werden.

In der *mathematischen Statistik* entwickelt man Verfahren zur Analyse *statistischer Daten*: aus der gemachten Beobachtung sollen Rückschlüsse auf gewisse Kerngrößen (Parameter, statistische Funktionale, ...) der unbekanntes Wahrscheinlichkeitsverteilung, die die Beobachtung erzeugt hat, gezogen werden. Insbesondere umfasst die Statistik die Gebiete des *Schätzens* und des *Testens von Hypothesen*. Viele der hierfür entwickelten Methoden gehen auf R.A. Fisher (1890-1962) zurück, der zusammen mit K. Pearson (1857-1936) als Begründer der modernen mathematischen Statistik angesehen wird. J. Neyman (1894-1981) und E.S. Pearson (1895-1980) haben diese und andere Verfahren zu einer Theorie ausgebaut. Nach dem 2. Weltkrieg wurde von A. Wald (1902-1950) die *statistische Entscheidungstheorie* entwickelt, die einen Großteil der bekannten Verfahren umfasst und verallgemeinert, und die es erlaubt, auch in Situationen großer Ungewissheit noch vernünftig begründbare Entscheidungen zu treffen. Moderne Arbeitsgebiete in der mathematischen Statistik sind z.B. Statistik stochastischer Prozesse, Zeitreihenanalyse oder Extremwertstatistik. Die rasante Entwicklung der elektronischen Datenverarbeitung in den letzten Jahren ermöglicht eine immer breitere Anwendung von Statistik in vielen Gebieten; moderne Statistik-Pakete bieten die Möglichkeit, mit rechnerisch aufwendigen Verfahren auch riesige Datensätze auszuwerten. So bilden statistische Verfahren heute ein festes Instrumentarium der Natur-, Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, der Pharmazie und der Technik. Wichtige Fragen für den angewandten Statistiker sind dabei die *Versuchsplanung*, wie Experimente oder Beobachtungen durchgeführt werden müssen, damit die zu erwartenden Daten mit möglichst geringem experimentellen Aufwand verlässliche und „optimale“ Informationen liefern, oder die Frage der *Modellanpassung*, inwieweit das (von der Wahrscheinlichkeitstheorie zu Verfügung gestellte) konkrete Modell, mit dem der Statistiker zu arbeiten wünscht, den relevanten Aspekt der Wirklichkeit auch hinreichend gut beschreibt.[...]

Die Statistik nimmt in der Bestimmung von Bemessungsereignissen in der Hydrologie eine wichtige Rolle ein. Dabei werden neben den allgemeinen Verfahren der beschreibenden (deskriptiven) Statistik vor allem Verfahren aus der schließenden Statistik (Interferenzstatistik) zur Anwendung gebracht, um Aussagen über die extrapolierten Bereiche einer Datenreihe zu erhalten. Werden Aussagen über die Höhe oder Größe eines gesuchten Extremereignisses (z.B. Wasserstand) benötigt, so werden eine oder mehrere Datenreihen einer statistischen Extremwertanalyse unterzogen.

Dazu müssen zunächst aus einer gegebenen Datenreihe Extremwerte gebildet werden. Extremwerte können sowohl Maximal- als auch Minimalwerte sein; in dem vorliegenden Projekt werden jedoch nur Maximalwerte betrachtet. Dies kann prinzipiell auf zwei unterschiedliche Arten erfolgen: Entweder werden die Daten blockweise gruppiert und jeweils der Maximalwert (Gumbel-Verfahren) (PLATE 1993) bestimmt oder es werden alle Werte über einem zuvor definierten Schwellenwert –z.B. 90%-Quantil der Datenreihe– ermittelt (**Peaks-Over-Threshold-Verfahren**). Um die Daten einer statistischen Analyse zuführen zu können, werden bestimmte Anforderungen an die Daten gestellt. Die einzelnen Extremwerte müssen

voneinander unabhängig (stochastisch), stationär und homogen sein und einen zeitlich konstanten Abstand (äquidistant) aufweisen. In der hydrologischen Praxis wird zur Auswahl der Extremwerte oft das Gumbel-Verfahren benutzt, in dem jeweils der Maximalwert eines Zeitintervalls bestimmt wird. Gebräuchlich ist die Verwendung von jährlichen Maximalwerten, die für jeden Pegel an der deutschen Nordseeküste und den Tideästuaren in Form der HThw-Jahreshauptwerte vorliegen. Der HThw-Wert eines Jahres ist somit der höchste von 705/706 Tidehochwasserständen (Thw) eines hydrologischen Jahres (jeweils 01. November bis 31. Oktober des darauf folgenden Jahres).

In der Auswertung werden diese Daten als äquidistant angesehen, obwohl dies in der Regel nicht der Fall ist. Des Weiteren wird angenommen, dass zwei benachbarten Extremwerten aufgrund der zeitlichen Distanz verschiedene meteorologische Wetterlagen zugrunde liegen und damit voneinander unabhängig sind. Ein Trend wird durch eine Regressionsanalyse oder verschiedene statistische Tests zur Trendanalyse nachgewiesen. In den meisten Fällen beinhaltet der zeitliche Trend an Pegeln den langfristigen säkularen Meeresspiegelanstieg, aber auch andere nicht näher quantifizierbare Trends, die z.B. durch Küstenschutzmaßnahmen (Deiche, Sperrwerke u.a.) und Ausbaumaßnahmen in den Tideflüssen verursacht werden. Die auszuwertende Extremwertreihe muss um diesen Trend korrigiert werden, wobei dies durch eine lineare oder nichtlineare Funktion erfolgen kann.

Die so ausgewählte und korrigierte Zeitreihe kann nun einer statistischen Extremwertanalyse zugeführt werden. Dabei werden die Daten der Zeitreihe der Größe nach sortiert, wodurch die zeitliche Abfolge der Ereignisse nicht weiter in die Untersuchungen mit eingeht. Dabei werden die Daten so sortiert, dass dem kleinsten Wert der Rang 1 und dem größten Wert der Rang  $n$  zugeordnet wird. Jedem Wert dieser sortierten Zeitreihe wird eine empirische Wahrscheinlichkeit (Plotting-Position) zugeordnet (DVWK 1999a) und in einem Diagramm gegen den Wasserstand aufgetragen. Die berechnete empirische Wahrscheinlichkeit entspricht der Unterschreitungswahrscheinlichkeit  $P_U$  für einen bestimmten Wasserstand (JENSEN 1985).

An diese Datenreihe werden verschiedene hydrologische Verteilungsfunktionen angepasst und in den Bereich der interessierenden Unter- oder Überschreitungswahrscheinlichkeit extrapoliert. Bei den Verteilungsfunktionen handelt es sich in Regel um zwei- und dreiparametrische Funktionen, wobei die unbekannt Parameter aus den Momenten einer Datenreihe (z.B. Mittelwert, Varianz, Standardabweichung, Schiefe) geschätzt werden können. Durch die Annahme eines Poisson-Prozesses (PLATE 1993) wird der Zusammenhang zwischen den ermittelten Wahrscheinlichkeiten und zeitlichen Abfolge von Ereignissen ermittelt, so dass statt der Überschreitungswahrscheinlichkeit auch die Angabe einer mittleren Wiederkehrzeit verwendet werden kann.

Bei der Auswertung ergeben sich jedoch eine Reihe von Fragestellungen und Problemen, die zu signifikanten Unterschieden in der Größe des gesuchten Ereignisses führen können:

- Die Wahl der auszuwertenden Datenwerte einer Zeitreihe ist nicht eindeutig objektiv begründet. Praktikabel und üblich ist der Verwendung von 1-jährlichen Extremwerten (Gumbel-Verfahren), jedoch können diese Untersuchungen ebenso mit 2-, 3-, ... n-jährlichen Extremwerten oder Peaks-Over-Threshold-Verfahren durchgeführt werden.
- In der Hydrologie werden in der Regel Daten des hydrologischen Jahres verwendet. Auch dies kann variiert werden; z.B. können Werte von Juli bis Juni des darauf folgenden Jahres verwendet werden.
- Die Trendeliminierung kann mittels diverser Verfahren durchgeführt werden. Die einfachste Art ist die Bildung eines linearen Trends über die gesamte Zeitreihe. Weitere Verfahren sind die Bildung eines gleitenden Durchschnitts oder die Anpassung polynomischer Funktionen an die Zeitreihe.
- Die Plotting-Positionen können durch empirische Formeln (z.B. WEIBULL, GRINGORTON, HAZEN) oder Monte-Carlo-Simulationen bestimmt werden.
- Es gibt eine Vielzahl von Verteilungsfunktionen, die an die Datenreihe angepasst werden können, z.B. GUMBEL TYP I/II/III, JENKINSON, PEARSON, WEIBULL, LOG NORMAL. Eine objektive beste Wahl einer Verteilungsfunktion gibt es oft nicht und der Bearbeiter muss subjektiv entscheiden, welches Ergebnis er verwendet (JENSEN 1985).
- Die Parameter bzw. Momente der Datenreihen können mit verschiedenen Parameterschätzungen ermittelt werden. Dazu zählen u.a. die Schätzung nach der Momentenmethode und der Maximum-Likelihood-Methode (PLATE 1993). Hinzu kommt, dass die vorliegende Datenreihe nur eine einzelne Stichprobe aus der Grundgesamtheit darstellt.

Die gängigen Verfahren der statistischen Datenanalyse von Extremwerten sind in vielfältiger Weise in der verfügbaren Literatur beschrieben.

Die wohl umfassendste Arbeit, die sich eingehend mit der statistischen Analyse von Extremwerten befasst, wurde 1958 von E. GUMBEL vorgelegt und stellt heute noch für viele Bereiche der Extremwertstatistik die Grundlage dar. GUMBEL definiert drei Klassen von Extremwertverteilungen und erläutert detailliert deren Ermittlung und Anwendungsmöglichkeiten.

In DVWK (1999a) werden ein Überblick und Empfehlungen zur statistischen Analyse von Extremwerten im Bereich der Hochwasserabflüsse im Binnenbereich gegeben. Die prinzipielle Methodik ist jedoch auch auf die Analyse von Pegelwasserständen an den Küsten zu übertragen.

Allgemeine Ausführungen zur Extremwertstatistik und deren Anwendung auf Wasserstände sind z.B. in CHOW (1964), JENSEN (1985), MANIAK (1992), PLATE (1993), DYCK UND PESCHKE (1995) und JENSEN ET AL. (2003) zu finden.

SMITH (1986) stellt ein Verfahren vor, in dem eine Trendbereinigung der Daten direkt innerhalb der Parameterschätzung der Allgemeinen Extremwertverteilung (*engl.: generalised extrem value distribution (GEV)*) erfolgt und erläutert dies beispielhaft an der Entwicklung der Wasserstände von Venedig.

BARDSLEY (1994) hingegen sieht alle Extremwertverfahren sehr kritisch und ist der Meinung, dass mit einer „Frei-Hand-Ausgleichskurve“ gleichwertige Ergebnisse erzielt werden können und daher eine Weiterentwicklung der statistischen Verfahren nicht sinnvoll ist.

ASHKAR (1996), MADSEN, RASMUSSEN UND ROSBJERG (1997 A,B) beschäftigen sich mit der Frage, ob die Auswahl der Extremwerte über jährliche Maxima (*engl.: annual maximum series (AMS)*) oder Schwellenwerte (*engl.: peaks over threshold (POT)*) erfolgen soll.

HARRIS (1996) beschäftigt sich sehr intensiv mit der mathematisch theoretischen Herleitung der Plotting-Positionen für Verteilungsfunktion und stellt heraus, dass mit einer korrekten Herleitung der Plotting-Positionen, für jede Verteilungsfunktion die exakten Plotting-Positionen bestimmt werden können. Für die Bestimmung der Plotting-Positionen der Gumbelverteilung liegt ein ausführlicher Programm-Quelltext bei.

MARTINS UND STEDINGER (2000) erläutern, wie die Parameter der Allgemeinen Extremwertverteilung mit der Maximum-Likelihood-Schätzung bestimmt werden können und widmen sich insbesondere der Ermittlung des Krümmungsparameters  $\tau$ .

CLARKE (2002) stellt Verfahren vor, mit denen Trends in den Daten einer WEIBULL-Verteilung oder Allgemeinen Extremwertverteilung ermittelt werden können.

KATZ, PARLANGE UND NAVEAU (2002) geben einen sehr guten Überblick über die Analyse von Extremwerten mit der Allgemeinen Extremwertverteilung. Sie gehen insbesondere auf die Verwendung von physikalischen Grenzen und die Parameterschätzung ein.

Weitergehende Hinweise zur Extremwertanalyse von Daten an den Deutschen Küsten werden in EAK (2002) behandelt. Hier findet sich eine Übersicht der gängigen anzuwendenden Verteilungsfunktionen und deren Parameterbestimmung. Insbesondere wird hier festgestellt (Zitat EAK, 2002): „Die Bewertung extremer Ereignisse muss immer auch die Betrachtung physikalisch möglicher Grenzzustände mit einschließen.“

Darüber hinaus gibt eine Vielzahl von Aufsätzen, die sich mit speziellen Fragestellungen zu dieser Thematik beschäftigen. JENSEN UND FRANK (2003) vergleichen mehrere Verfahren zur Ermittlung von Bemessungswasserständen mit Eintrittswahrscheinlichkeiten von  $P = 10^{-4}$  und geben einige Empfehlungen. In JENSEN (2003) et al. werden ergänzend dazu neuere Verfahren vorgestellt, die aus dem Bereich der Erdbebenstatistik stammen.

Neuere Untersuchungen befassen sich zudem mit der so genannten „instationären Extremwertstatistik“. Bei diesen Verfahren werden die Parameter der Verteilungsfunktionen nicht durch einen stationären Ausdruck beschrieben, sondern durch eine zeitlich abhängige Funktion. Ausführungen dazu finden sich in BARDOSSY UND PAKOSCH (2005), STRUPCZEWSKI, SING UND FELUCH (2002), JENSEN, FRANK, MUDERSBACH UND BLASI (2005).

## 4 Definition des Begriffs Wahrscheinlichkeit

Der Begriff der Wahrscheinlichkeit wird in vielen Bereichen verwendet und wird daher auch teilweise unterschiedlich definiert. Aus diesem Grund finden sich im Folgenden einige Ausführungen zum Verständnis des Begriffs „Wahrscheinlichkeit“ im vorliegenden Kontext.

Wenn von der Wahrscheinlichkeit eines Wasserstandes gesprochen wird, so muss zunächst festgestellt werden, ob die Unter- oder Überschreitungswahrscheinlichkeit gemeint ist. Die Überschreitungswahrscheinlichkeit ist das komplementäre Ereignis zur Unterschreitungswahrscheinlichkeit und ergibt sich aus:

$$P_{\bar{U}} = 1 - P_U \qquad \text{Gleichung 1}$$

Die Unter- oder Überschreitungswahrscheinlichkeit gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass ein bestimmtes Ereignis innerhalb einer bestimmten Zeitspanne mindestens einmal unter- oder überschritten wird. In der vorliegenden Arbeit werden die Wahrscheinlichkeiten immer auf die Zeitspanne 1 Jahr [1a] angegeben.

Die Begriffe Überschreitungswahrscheinlichkeit, Eintrittswahrscheinlichkeit und Eintrittsrate sind gleichwertig, solange der Bezugszeitraum von 1 Jahr [1a] zugrunde gelegt wird.

Alternativ zu der Angabe einer Überschreitungswahrscheinlichkeit wird oftmals der Begriff „Jährlichkeit [a]“ verwendet, der sich aus dem Kehrwert der Überschreitungswahrscheinlichkeit ergibt, so wird z.B. ein Ereignis mit einer Überschreitungswahrscheinlichkeit von  $P_{\bar{U}} = 10^{-4}/a$  oftmals auch als das 10.000-jährliche Ereignis beschrieben.

Diese alternative Bezeichnung ist von der Sache her richtig, jedoch assoziiert dieser Begriff oftmals, dass dieser Wasserstand in den „nächsten 10.000 Jahren“ einmal überschritten wird oder ähnliches. Diese Interpretation ist falsch; es handelt sich nach wie vor lediglich um eine Aussage zur Überschreitungswahrscheinlichkeit bezogen auf ein Jahr. Es wird mit solchen Aussagen somit keine Prognose für die Zukunft erstellt. Aufgrund dieser möglichen Fehlinterpretationen wird empfohlen, nicht den Begriff Jährlichkeit, sondern nur die oben eingeführten Begriffe zu verwenden.

## 5 Von der Gefahrenabwehr zur Risikokultur

Die Aufgaben im Küsteningenieurwesen sind vielfältig und komplex. Die vordringlichste Aufgabe ist nach wie vor der Schutz der Menschen und Güter vor Überflutungen im küstennahen Bereich. Dabei erfuhrt und erfährt der Begriff „Schutz“ im Laufe der Zeit immer wieder veränderte Interpretationen und Deutungen. Die wohl eingängigste und wünschenswerteste Definition ist die, dass der Deich eine Sicherheit auch gegen höchste Sturmfluten gewährt. Dieser Anspruch war lange Zeit der Zielgedanke im Küsteningenieurwesen. Es musste jedoch erkannt werden, dass es diesen absoluten Schutz eines Gebietes oder einer Region nicht geben kann. Dies liegt vor allem in zwei wesentlichen Aspekten begründet:

Die Größe einer höchsten Sturmflut ist keine stationäre Größe, die sich aus Erfahrungen oder einfachen Modellen ableiten lässt. Sie ist das Produkt aus einer Vielzahl von auslösenden Zufallsvariablen, deren Überlagerung eine extreme Sturmflut verursachen kann. Eine bloße Addition der ungünstigsten Fälle würde zu Deichhöhen führen, die sowohl wirtschaftlich, als auch technisch nicht oder nur sehr schwer herzustellen wären.

Der zweite Aspekt liegt in der Beschaffenheit der Deiche selbst. Der Deich ist ein Bauwerk, welches für einen bestimmten Belastungsfall konzipiert wurde. Darüber hinaus ist nicht auszuschließen, dass das Bauwerk, wie alle anderen Bauwerke auch, in bestimmten Fällen unterhalb dieses Belastungsfalles versagen kann, wengleich die Wahrscheinlichkeit hierfür sehr gering ist. Dies liegt u.a. an der Beschaffenheit der natürlichen oder technischen Baustoffe, die stochastisch um einen Sollwert der Materialkennwerte streuen.

Wenn jedoch erkannt wird, dass es keinen absoluten Schutz vor Sturmfluten geben kann, so ergibt sich damit zwangsläufig die Existenz eines Restrisikos. Die Diskussion entwickelt sich damit von der alleinigen Frage der Höhe von Sturmflutwasserständen und Deichhöhen hin zu der Frage, welche Sicherheit vorhanden sein soll oder besser, welches Risiko akzeptiert werden kann.

Ein wesentliches Element dieser Frage ist, dass sie nicht ausschließlich durch technische oder wissenschaftliche Verfahren beantwortet werden kann. Die Frage nach einem zu akzeptierenden Risiko ist eine gesellschaftspolitische Frage und ist stark von subjektiven Erfahrungen und Eindrücken geprägt, die nur in einem breit angelegten Meinungsbildungsprozess beantwortet werden kann.

Die Aufgabe des Küsteningenieurwesens bleibt daher zunächst darauf beschränkt, die Risiken für bestimmte Szenarien zu quantifizieren und Wirtschaftlichkeitsuntersuchungen durchzuführen, die eine wichtige Grundlage für den Entscheidungsprozess sein können.

Eine wesentliche Grundlage zur Einführung eines risikoorientierten Küstenzonenmanagements ist die Quantifizierung der Einzelrisiken, wie z.B.

- Wahrscheinlichkeit extremer Wasserstände
- Wahrscheinlichkeit des Seeganges
- Wahrscheinlichkeit eines Deichbruches und Versagensmechanismen

wobei bei jedem einzelnen Punkt noch teilweise erheblicher Forschungsbedarf besteht.

GISZAS (2004) hebt deutlich die Notwendigkeit der Einführung neuer Schutz- und Sicherheitskonzepte im Küsteningenieurwesen hervor, da mit den bisherigen Methoden das Hauptziel eines integrierten Küstenzonenmanagements (IKZM), der nachhaltigen Entwicklung des Küstenraumes unter Berücksichtigung globaler Veränderungen, nicht erreicht werden kann.

KUNZ (2004) führt aus, dass die seit der Februarflut 1962 vor Überflutungskatastrophen verschont gebliebenen deutschen Küstengebiete keinesfalls als sturmflutsicher eingeschätzt werden können. Zitat KUNZ (2004): „[...] Richtig aber ist, dass extreme Orkanfluten eintreten können, deren Wasserstände deutlich höher auflaufen können, als sie für die Bemessung der Küstenschutzwerke zugrunde gelegt werden. [...]“.

Das Forschungsvorhaben „MUSE“ will einen Beitrag dazu leisten, die Wahrscheinlichkeiten extrem hoher Sturmflutscheitelwasserstände besser einschätzen zu können. Damit wird nicht direkt die Frage nach neuen Bemessungswasserständen aufgeworfen, sondern es können damit die Risiken einer Überflutung näher quantifiziert werden, was für vielfältige Bereiche des Küstenschutzes von Bedeutung ist.

Die Ermittlung von Eintrittswahrscheinlichkeiten extrem hoher Sturmflutscheitelwasserstände ist jedoch nur ein Baustein in einem Risikomanagement. Es müssen weitere Parameter und Wirkungsketten untersucht werden, um auf das Gesamtrisiko einer Überflutung im Küstenbereich schließen zu können. Hier besteht weiterhin großer Forschungsbedarf.

## 6 Beschreibung des ProMUSE-Verfahrens

In der Literatur zur Ermittlung von Bemessungsereignissen (z.B. DVWK 1999a) sind eine Vielzahl von Verteilungsfunktionen angegeben, die für die Analyse der Extremwert-Datensätze herangezogen werden können. Es wird in jedem Fall empfohlen, die Daten mit mehreren Verteilungsfunktionen zu analysieren, um dann anhand der Anpassungsgüteparameter und der optischen Kontrolle zu einer Festlegung für eine Verteilungsfunktion zu gelangen.

In der Regel haben alle angegebenen Verteilungsfunktionen jedoch die Beschränkung, dass Extrapolationen nur bis zum 2- bis 3-fachen der beobachteten Zeitspanne zulässig sind. Bis zu diesem Bereich liefern alle Funktionen in der Regel nur geringe bis mäßige Abweichungen, darüber hinaus können extreme Unterschiede in den Berechnungen auftreten, weshalb die angegebene Beschränkung zwingend notwendig ist.

In der Praxis liegen Pegelbeobachtungen von maximal 100 bis 150 Jahren vor, was dazu führt, dass maximal auf mittlere Wiederkehrintervalle von 300 bis 450 Jahren ( $P_{\bar{U}} = 3 \cdot 10^{-3}$  bis  $2 \cdot 10^{-3}$ ) extrapoliert werden kann. Mittlerweile ist jedoch in einigen Regelwerken die Forderung nach der Angabe von Ereignissen mit deutlich kleineren Überschreitungswahrscheinlichkeiten (z.T.  $< P_{\bar{U}} = 10^{-3}, 10^{-4}$ ) enthalten (z.B. DIN 19700). Ebenso werden bereits in benachbarten Ländern seit einiger Zeit (z.B. Niederlande) Küstenschutzstrategien nach solchen Ereignissen ausgelegt (PHILIPPART ET AL. 1995). Diese Forderung kann mit den bisher angegebenen Verfahren nicht erfüllt werden. Teilweise sind in der Literatur Faktoren angegeben, mit denen z.B. von einem 100-jährlichen Ereignis auf ein 1000-jährliches Ereignis (z.B. Faktor 1,3) geschlossen werden kann (z.B. DIN 19700). Diese Vorgehensweise ist jedoch nur als grobe Schätzung anzusehen, die keine physikalische Begründung beinhaltet.

Bei der Verwendung von Verteilungsfunktionen sollte beachtet werden, dass es bei allen Ereignissen (z.B. Wasserstand, Windgeschwindigkeit, Erdbebenstärke) die physikalisch abgeleitete Erkenntnis gibt, dass die Werte nicht ins Unermessliche steigen können, sondern obere Maximalwerte vorhanden sein müssen.

Am einsichtigsten ist diese Erkenntnis bei der Betrachtung von Erdbebenstärken auf der „nach oben offenen Richterskala“. Ein Punkt mehr auf der Richterskala bedeutet einen etwa zehnfach höheren Ausschlag und die 32-fache Energiefreisetzung. Aufgrund ihrer Definition ist die Richterskala nach oben theoretisch unbegrenzt, die physischen Eigenschaften der Erdkruste machen ein Auftreten von Erdbeben der Stärke 9,5 oder höher allerdings nahezu unmöglich, da das Gestein nicht genug Energie speichern kann und sich vor Erreichen dieser Stärke entlädt (WIKIPEDIA 2005, [WEB 2]).

Auch im Bereich der Wasserstände an der Küste ergeben sich physikalisch bedingte Obergrenzen aus den Gleichgewichtsbedingungen. Der sturmfluterzeugende Wind kann das Wasser nur dann aufstauen, wenn eine ausreichende Schubspannung an der Grenzschicht

zwischen Wasser und Luft vorhanden ist. Mit zunehmender Windstärke und damit zunehmender Wellen- und Gischtbildung nimmt die Schubspannung deutlich ab, wodurch das Wasser nicht weiter aufgestaut werden kann (BORK UND MÜLLER-NAVARRA 2005, POWELL ET AL. 2003). Diese maximal möglichen Zustände lassen sich durch physikalisch-konsistente meteorologische und ozeanographische Modelle abschätzen. Aufgrund dieser Tatsache ist die Anwendung von Extremwertfunktionen mit Berücksichtigung einer oberen Grenze sinnvoll.

## 6.1 Allgemeine Extremwertverteilung (AE)

Die Grundlage des ProMUSE – Verfahrens bildet die Allgemeine Extremwertverteilung (AE), deren Verteilungsfunktion allgemein in der Form

$$F(x) = \begin{cases} \exp\left[-(1 - \tau \cdot a(x - b))^{\frac{1}{\tau}}\right] & \text{für } \tau \neq 0 \\ \exp[-\exp(-a(x - b))] & \text{für } \tau = 0 \end{cases} \quad \text{Gleichung 2}$$

gegeben ist. Die Allgemeine Extremwertverteilung beinhaltet drei verschiedene Extremwertverteilungen:

- GUMBEL-Typ I für  $\tau = 0$
- GUMBEL-Typ II oder FRECHET-Typ für  $\tau < 0$
- GUMBEL-Typ III oder WEIBULL-Typ für  $\tau > 0$

Die klassische Referenz zu diesen Extremwertverteilungsfunktionen ist GUMBEL (1958). ROSENHAUER UND AHORNER (1991) verwenden diesen Ansatz zur Ermittlung von Erdbebeneintrittsraten.

Die Allgemeine Extremwertverteilung ist eine dreiparametrische Funktion, die durch den Maßstabsparameter  $a$ , den Lageparameter  $b$  und den Form- bzw. Krümmungsparameter  $\tau$  bestimmt wird. Die Parameter  $a$  und  $b$  können mit Hilfe der folgenden Beziehungen durch die Momente erster und zweiter Ordnung beschrieben werden (DYCK UND PESCHKE 1995):

$$\begin{aligned} \mu &= b + \left(\frac{1}{a \cdot \tau}\right) \cdot [1 - \Gamma(1 + \tau)] \\ \sigma &= \left(\frac{1}{a \cdot \tau}\right) \cdot \sqrt{\Gamma(1 + 2\tau) - \Gamma^2(1 + \tau)} \end{aligned} \quad \text{Gleichung 3}$$

Mit den Abkürzungen

$$\begin{aligned} f_1 &= \Gamma(1 + \tau) \\ f_2 &= \sqrt{\Gamma(1 + 2\tau) - \Gamma^2(1 + \tau)} \end{aligned} \quad \text{Gleichung 4}$$

ergibt sich

$$\mu = b + \left( \frac{1}{a \cdot \tau} \right) \cdot [1 - f_1]$$

$$\sigma = \left( \frac{1}{a \cdot \tau} \right) \cdot f_2$$

Gleichung 5

Durch Umformung ergibt sich:

$$a = \left( \frac{1}{\sigma \cdot \tau} \right) \cdot f_2$$

$$b = \mu - \left( \frac{1}{a \cdot \tau} \right) \cdot [1 - f_1]$$

$$b = \mu - \left( \frac{1}{\left( \frac{1}{\sigma \cdot \tau} \right) \cdot f_2 \cdot \tau} \right) \cdot [1 - f_1]$$

Gleichung 6

$$b = \mu - \left( \frac{\tau \cdot \sigma}{f_2 \cdot \tau} \right) \cdot [1 - f_1] = \mu - \left( \frac{\sigma}{f_2} \right) \cdot [1 - f_1]$$

Einsetzen in die Allgemeine Extremwertverteilung für  $\tau \neq 0$  ergibt schließlich:

$$F(x) = \exp \left[ \left( -1 + \tau \cdot f_2 \cdot \frac{1}{\sigma \cdot \tau} \cdot \left( x - \mu + \frac{\sigma}{f_2} \cdot (1 - f_1) \right) \right)^{\frac{1}{\tau}} \right]$$

$$F(x) = \exp \left[ \left( -1 + \frac{f_2}{\sigma} \cdot (x - \mu) + \frac{f_2 \cdot \sigma}{\sigma \cdot f_2} (1 - f_1) \right)^{\frac{1}{\tau}} \right]$$

$$F(x) = \exp \left[ \left( -1 + f_2 \cdot \frac{(x - \mu)}{\sigma} + 1 - f_1 \right)^{\frac{1}{\tau}} \right]$$

Gleichung 7

$$F(x) = \exp \left[ \left( -f_1 + f_2 \cdot \frac{(x - \mu)}{\sigma} \right)^{\frac{1}{\tau}} \right]$$

$$F(x) = \exp \left[ - \left( f_1 - f_2 \cdot \frac{(x - \mu)}{\sigma} \right)^{\frac{1}{\tau}} \right]$$

Die Bestimmung der Allgemeinen Extremwertverteilung konzentriert sich damit auf die Parameterschätzung für den Erwartungswert  $\mu$ , die Standardabweichung  $\sigma$  und den Krümmungsparameter  $\tau$ . Dabei ist darauf zu achten, dass die Parameterschätzung möglichst biasfrei (erwartungstreu) erfolgt.

## 6.2 Poisson-Prozess

Mit Hilfe der oben angegebenen Verteilungsfunktion wird die Unterschreitungswahrscheinlichkeit  $P_U$  für eine Zufallsvariable  $x$  berechnet. Die Unterschreitungswahrscheinlichkeit  $P_U$  ist dimensionslos und weist damit auch keinen zeitlichen Bezug auf. Bei der Analyse von meteorologischen und hydrologischen Extremwertzeitreihen sind jedoch insbesondere zwei Arten von Fragestellungen von Interesse:

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ereignisses  $x$  innerhalb einer bestimmten Zeitspanne? oder: Wie groß ist der mittlere zeitliche Abstand zwischen zwei Extremereignissen?

Es muss also ein zeitlicher Bezug mit der ermittelten Unterschreitungswahrscheinlichkeit  $P_U$  hergestellt werden, so dass Aussagen über eine zu erwartende Wiederkehrzeit oder Wiederkehrintervall gemacht werden können. Dieser zeitliche Bezug ergibt sich durch die Annahme eines Poisson-Prozesses.

Die Poisson-Verteilung ist gegeben mit (PLATE 1993)

$$P(X_t = x) = \frac{(\lambda \cdot t)^x}{x!} e^{-\lambda \cdot t} \quad \text{Gleichung 8}$$

wobei  $\lambda$  mit Eintrittsrate bezeichnet wird. Sie gibt an, wie oft ein Ereignis innerhalb einer bestimmten Zeitspanne im Mittel eintritt. Der Kehrwert der Eintrittsrate  $1/\lambda$  gibt demnach die mittlere Zeitspanne zwischen zwei gleichen Extremereignissen an.

Die Poisson-Verteilung gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass ein Ereignis mit gegebener Eintrittsrate  $\lambda$  innerhalb der Zeitspanne  $t$  genau  $x$ -mal eintritt. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Ereignis mit gegebener Eintrittsrate  $\lambda$  innerhalb der Zeitspanne  $t$  höchstens  $x$ -mal eintritt, ist gegeben mit:

$$P(X_t \leq x) = \sum_{x=0}^i \frac{(\lambda \cdot t)^x}{x!} e^{-\lambda \cdot t} \quad \text{Gleichung 9}$$

Für die hydrologische Aufgabenstellung ist die Wahrscheinlichkeit dafür gesucht, dass ein Ereignis mit gegebener Eintrittsrate  $\lambda$  einmal in einer gegebenen Zeitspanne (z.B. ein Jahr) eintritt (Überschreitungswahrscheinlichkeit) oder anders ausgedrückt, die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Ereignis mit gegebener Eintrittsrate  $\lambda$  keinmal in einer gegebenen Zeitspanne (z.B. ein Jahr) eintritt (Unterschreitungswahrscheinlichkeit):

$$P(X_t = 0) = \frac{(\lambda \cdot t)^0}{0!} e^{-\lambda \cdot t} = e^{-\lambda \cdot t} \quad \text{Gleichung 10}$$

Über diese Beziehung lassen sich die Extremwertverteilung  $F(x)$  und die Poisson-Verteilung zusammenführen, denn es gilt:

$$P(X_t = 0) = F(x) \quad \text{Gleichung 11}$$

und damit

$$e^{-\lambda \cdot t} = e^{-(f_1 - f_2 \cdot \frac{x - \mu}{\sigma})^{\frac{1}{\tau}}} \quad \text{Gleichung 12}$$

Durch Logarithmieren folgt

$$-\lambda \cdot t = -\left(f_1 - f_2 \cdot \frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{\frac{1}{\tau}} \quad \text{Gleichung 13}$$

mit anschließendem beidseitigen Vorzeichenwechsel:

$$\lambda \cdot t = \left(f_1 - f_2 \cdot \frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{\frac{1}{\tau}} \quad \text{Gleichung 14}$$

und weiterem Logarithmieren, um Kompatibilität zu reduzierter Gumbelvariable herzustellen (siehe auch JENSEN ET AL. 2003 und ROSENHAUER UND MAI 2003)):

$$-\ln(\lambda \cdot t) = -\ln\left(f_1 - f_2 \cdot \frac{x - \mu}{\sigma}\right)^{\frac{1}{\tau}} \quad \text{Gleichung 15}$$

Durch die Verknüpfung des Poisson-Prozesses mit der Extremwertverteilungsfunktion erhält man als Ergebnis keine Wahrscheinlichkeit, sondern die Eintrittsrate  $\lambda$ . Diese lässt sich, falls erforderlich, wiederum mit Gleichung 8 in eine Wahrscheinlichkeit umrechnen. In der Regel ist dies jedoch nicht erforderlich, weil die Eintrittsrate  $\lambda$  bzw. deren Kehrwert  $1/\lambda$  (mittlere Wiederkehrzeit) die gewünschten Antworten auf die oben gestellten Fragen gibt.

Der Vollständigkeit halber wird an dieser Stelle auf einen etwas anderen Ansatz zur Berechnung der mittleren Wiederkehrzeit, allgemein abgekürzt mit  $T$ , eingegangen. In der einschlägigen Literatur zur Extremwertstatistik ist zur Berechnung der mittleren Wiederkehrzeit  $T$  folgende Formel angegeben (z.B. MANIAK 1992):

$$T = \frac{\Delta t}{P_{\ddot{u}}} = \frac{\Delta t}{1 - P_u} \quad \text{Gleichung 16}$$

Diese Formel resultiert aus einer Näherung für den Poisson-Prozess. Die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Ereignis innerhalb einer bestimmten Zeitspanne  $t$  unterschritten wird (Unterschreitungswahrscheinlichkeit), kann mit dem Poisson-Prozess, wie oben dargestellt, beschrieben werden mit:

$$P_{u,\text{exakt}} = e^{-\lambda \cdot t} \quad \text{Gleichung 17}$$

oder näherungsweise:

$$P_{u,\text{Näherung}} = 1 - \lambda \cdot t$$

Gleichung 18

Als Beispiel soll die Unterschreitungswahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit einer vorgegebenen Eintrittsrate  $\lambda = 0,01$  [1/a] innerhalb einer Zeitspanne von 1 Jahr berechnet werden:

$$P_{u,\text{Näherung}} = 1 - \lambda \cdot t = 1 - 0,01 \frac{1}{a} \cdot 1a = 0,99$$

$$P_{u,\text{exakt}} = e^{-\lambda \cdot t} = e^{-0,01 \frac{1}{a} \cdot 1a} = 0,99$$

Die Ergebnisse sind im gezeigten Beispiel bis in die zweite Nachkommastelle identisch. Dies ist damit zu begründen, dass eine exponentielle Funktion im Bereich sehr kleiner Exponenten durch eine Gerade approximiert werden kann (Abbildung 1).

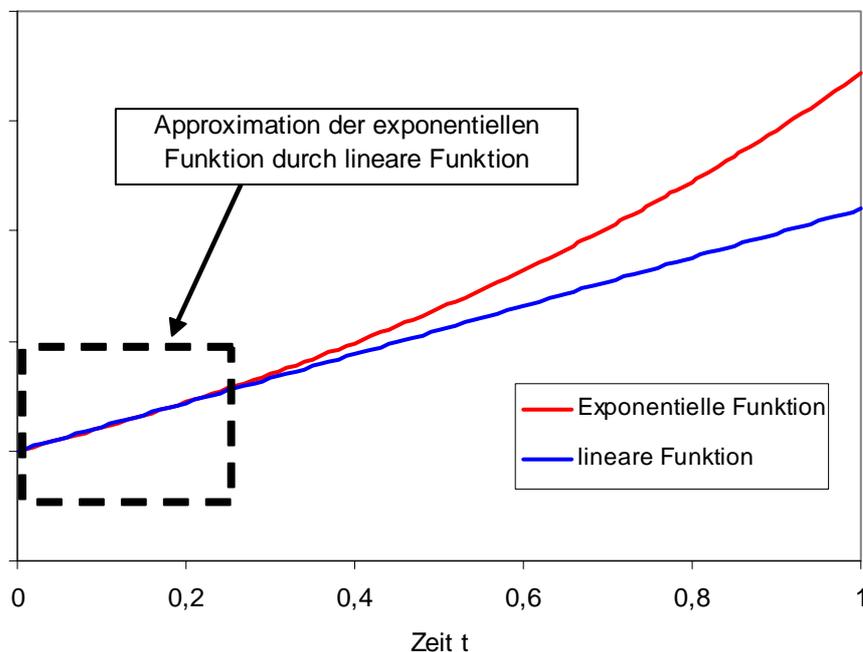


Abbildung 1: Prinzipdarstellung der Näherung einer exponentiellen Funktion durch lineare Funktion

Es kann festgestellt werden, dass für die Näherung des Poisson-Prozesses gilt:

$$P_u = e^{-\lambda \cdot t} \approx 1 - \lambda \cdot t \quad (\text{für } \lambda \cdot t \ll 1)$$

Gleichung 19

Als ein Beispiel für die nicht zulässige Anwendung der Näherung soll die Unterschreitungswahrscheinlichkeit für ein Ereignis mit einer gegebenen Eintrittsrate  $\lambda = 0,01$  [1/a] innerhalb einer Zeitspanne von 100 Jahren errechnet werden. Mit der Wiederkehrzeit  $T$  formuliert, soll die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet werden, dass ein 100-jährliches Ereignis innerhalb einer Zeitspanne von 100 Jahren keinmal erreicht wird:

$$P_{u,\text{Näherung}} = 1 - \lambda \cdot t = 1 - 0,01 \frac{1}{a} \cdot 100a = 0$$

$$P_{u,\text{exakt}} = e^{-\lambda \cdot t} = e^{-0,01 \frac{1}{a} \cdot 100a} = 0,37$$

Drückt man diesen Sachverhalt mit der Überschreitungswahrscheinlichkeit  $P_{\bar{u}} = 1 - P_u$  aus, so wäre es nach der Näherung sicher ( $P_{\bar{u}} = 1$ ), dass dieses Ereignis innerhalb von 100 Jahren mindestens einmal auftritt.

Die exakte Berechnung hingegen weist lediglich eine Wahrscheinlichkeit von 63% ( $P_{\bar{u}} = 0,63$ ) aus, dass ein 100-jährliches Ereignis innerhalb von 100 Jahren einmal erreicht oder überschritten wird (Abbildung 2). In den meisten Fällen der hydrologischen Extremwertstatistik werden jedoch die Wahrscheinlichkeiten auf die Zeitspanne  $t = 1$  Jahr bezogen und Ereignisse mit kleinen Eintrittsraten ausgewertet, so dass die Bedingung für die Anwendung der Näherung ( $\lambda t \ll 1$ ) erfüllt ist. In der vorliegenden Auswertung wurde die exakte Beschreibung des Poisson-Prozesses verwendet.

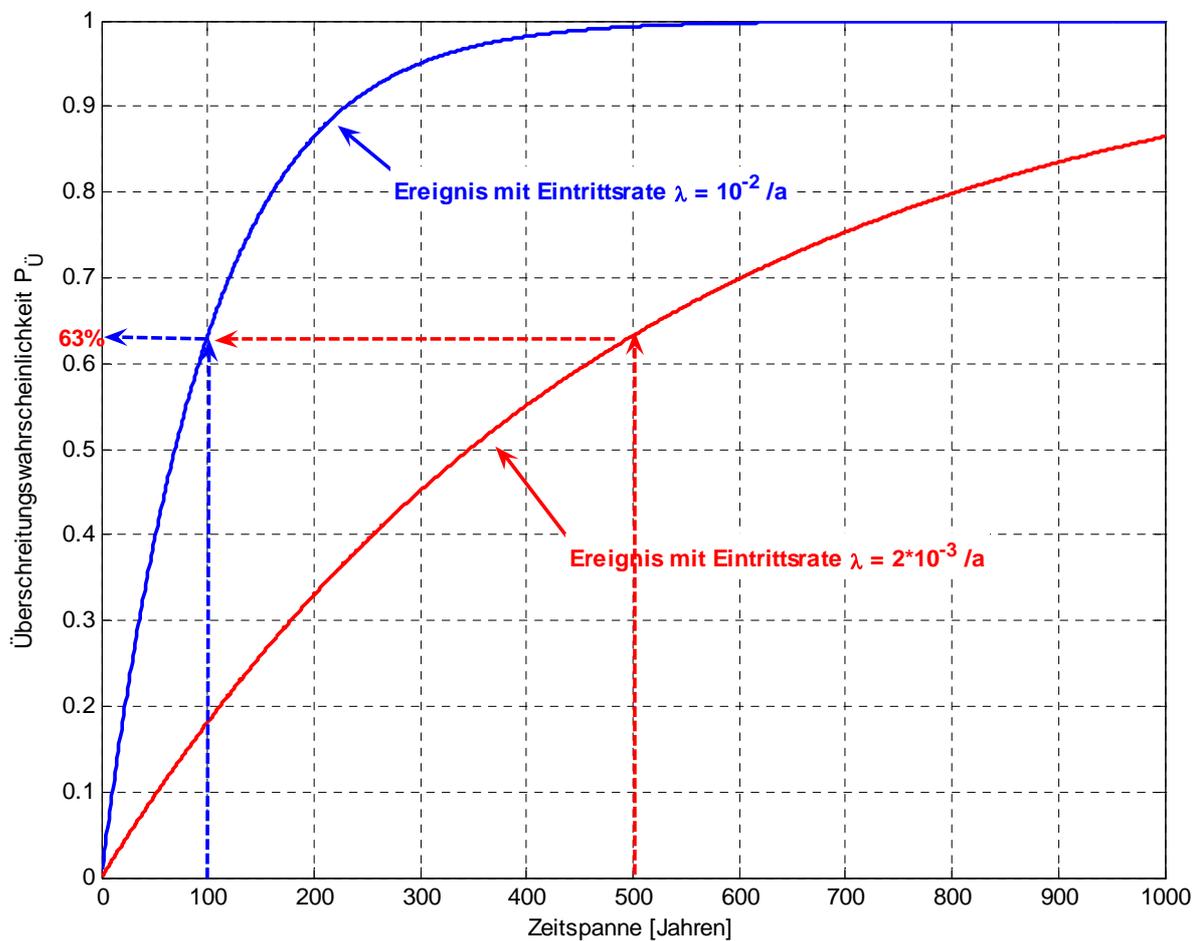


Abbildung 2: POISSON-Wahrscheinlichkeit für Ereignisse mit Eintrittsraten  $\lambda=10^{-2}/a$  und  $\lambda = 2 \cdot 10^{-3}/a$

### 6.3 Plotting-Positionen (PLP)

Die wichtigste Grundlage zur Bestimmung der Extremwertverteilungsfunktionen bilden die beobachteten Daten. Aus diesen Daten werden zum einen die Parameter der Verteilungsfunktion geschätzt und zum anderen werden die beobachteten Daten gegen die berechneten Verteilungsfunktionen grafisch aufgetragen, um einen visuellen Vergleich der Güte der Verteilungsfunktionen vornehmen zu können. Es gibt eine Vielzahl von Formeln zur Berechnung der zugehörigen Plotting-Positionen, die leicht numerisch anwendbar sind. In der einschlägigen Literatur findet man Hinweise, für welche Verteilungsfunktionen welche Formel der Plotting-Positionen zu verwenden ist (z.B. CHOW 1964). Grundvoraussetzung aller angegebenen Formeln ist immer die vorherige Sortierung der Daten. Dabei werden die Daten der Größe nach aufsteigend oder absteigend sortiert und jedem Wert ein entsprechender Rang zugewiesen; daher wird diese Vorgehensweise auch Rang- oder Ordnungsstatistik genannt (*engl.: order statistics*).

Im Folgenden wird zunächst eine Herleitung und Erklärung der Plotting-Positionen gegeben, wonach dann die Ermittlung der Plotting-Positionen im ProMUSE-Verfahren erläutert wird.

Zur Erklärung der Bedeutung von Plotting-Positionen ist es vorteilhaft zunächst vorauszusetzen, dass die Dichtefunktion  $f(x)$  und die Verteilungsfunktion  $F(x)$  einer Zufallsvariable bekannt sind. Die Herleitung der Plotting-Positionen beruht im wesentlichen auf den beiden folgenden Erkenntnissen (HARRIS 1996):

(1) Wenn eine Zufallsvariable  $x$  die Dichtefunktion  $f(x)$  hat, dann hat eine neue Variable  $z$ , die über die Transformation  $z = g(x)$  mit der Variable  $x$  in Beziehung steht, die Wahrscheinlichkeitsdichte  $h(z)$ , die gegeben ist mit:

$$h(z)dz = f(x) \left| \frac{dx}{dg} \right| dz \quad \text{Gleichung 20}$$

(2) Wenn eine Zufallsvariable  $x$  die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f(x)$  und die Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion  $F(x)$  hat, so dass gilt  $f(x) = dF/dx$  und wenn  $N$  unabhängige Werte dieser Verteilungsfunktion der Größe nach sortiert sind mit  $m=1$  für den kleinsten und  $m=N$  für den größten Wert, dann ist die exakte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $\Phi$  für die  $m$ -ten Wert gegeben durch:

$$\Phi_m(x)dx = \frac{N!}{(N-m)!(m-1)!} [F(x_m)]^{m-1} [1-F(x_m)]^{N-m} f(x_m)dx \quad \text{Gleichung 21}$$

Mit der in (1) dargestellten Transformation  $z = F(x)$  ergibt sich:

$$h_m(z)dx = \frac{N!}{(N-m)!(m-1)!} z^{m-1} (1-z)^{N-m} dz \quad \text{Gleichung 22}$$

$$\text{mit: } \left| \frac{dx}{dg} \right| = \frac{1}{f(x)}$$

$h_m(z)$  ist nach wie vor die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des  $m$ -ten Wertes, jedoch nun ausgedrückt mit der neuen Variable  $z$ .

Der Erwartungswert der Zufallsvariable  $z$  lässt sich nun berechnen mit:

$$\begin{aligned} |z| &= \int_0^1 z \cdot h_m(z) dz \\ |z| &= \frac{N!}{(N-m)!(m-1)!} \int_0^1 z^m (1-z)^{N-m} dz && \text{Gleichung 23} \\ |z| &= \frac{m}{N+1} \end{aligned}$$

Das Ergebnis entspricht genau der von WEIBULL (in: CHOW 1964) angegebenen Formel für Plotting-Positionen:

$$PLP_{\text{Weibull}} = \frac{m}{N+1} \quad \text{Gleichung 24}$$

Damit ist die Plotting-Position der Erwartungswert für den  $m$ -ten Wert der zugrunde liegenden Verteilungsfunktion  $F(x)$ . Diese Aussage lässt sich anhand der folgenden Ausführungen verdeutlichen:

Es wird vorausgesetzt, dass von einer bekannten Verteilungsfunktion  $F(x)$  nicht nur eine, sondern  $L$  Stichproben mit jeweils  $N$  unabhängigen Werten vorliegen. Werden all diese Stichproben in gewohnter Weise der Größe nach geordnet und betrachtet man immer den  $m$ -ten Wert, so wird man  $L$  verschiedene Werte für den Rang  $m$  erhalten (Abbildung 3). Falls  $F(x)$  bekannt ist, so kann jeder einzelne Wert in einen zugehörigen Wert  $z=F(x)$  überführt werden. Das Ergebnis wird zeigen, dass der Erwartungswert der Variablen  $z$  für großes  $L$  gegen  $m/(N+1)$  streben wird (HARRIS 1996).

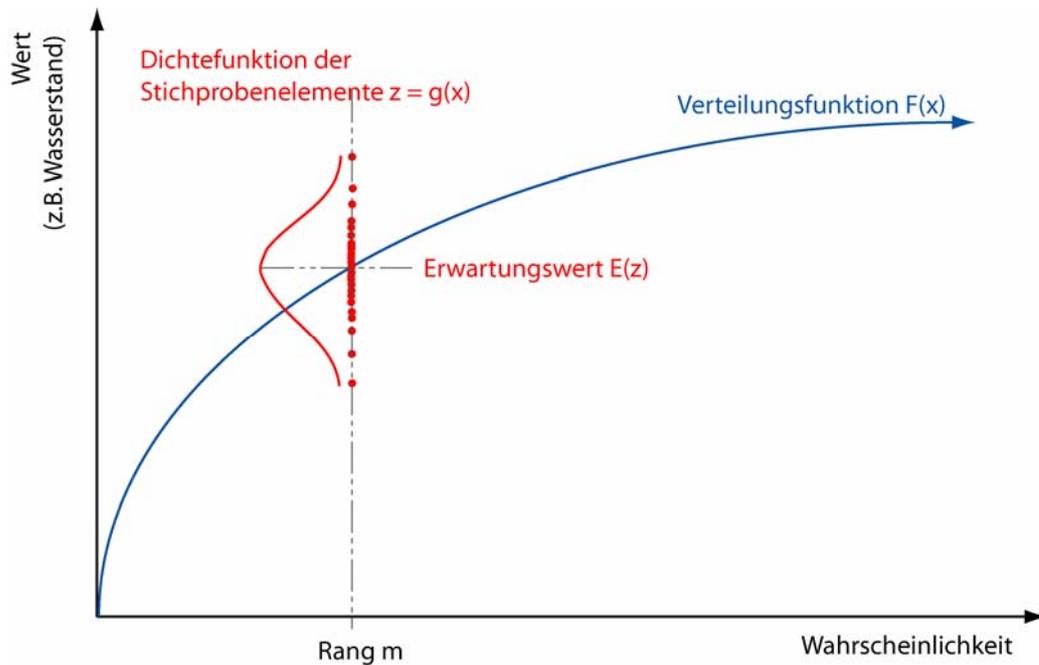


Abbildung 3: Prinzipische Skizze für Erläuterung der Plotting-Positionen

Dabei ist festzustellen, dass innerhalb der Herleitung der Plotting-Positionen zu keinem Zeitpunkt vorausgesetzt wird, dass es sich um Extremwerte handeln muss. Das Verfahren ist ein Standardverfahren, welches benutzt wird, um eine angenommene Verteilungsfunktion an Beobachtungsdaten anzugleichen. Weiterhin ist zu beachten, dass das letztendliche Ergebnis  $m/(N+1)$  nicht mehr von der angenommenen Verteilung abhängig ist, also verteilungsfrei ist.

Abweichend von dieser Herleitung der Plotting-Positionen sind in der Literatur verschiedene weitere Formeln zur Berechnung der Plotting-Positionen angegeben. Diese sind auf die verschiedenen Verteilungsfunktionen optimiert.

Aus Gründen der besseren Anpassung und Visualisierung werden die Verteilungsfunktionen und damit die Plotting-Positionen, abhängig von der angenommenen Verteilungsfunktion, logarithmisch oder doppel-logarithmisch (nicht-lineare Umformung) aufgetragen. Es besteht jedoch ein Unterschied darin, ob ein Erwartungswert aus logarithmierten Daten berechnet wird, oder ein Erwartungswert zunächst aus nicht umgeformten Daten berechnet und anschließend logarithmiert wird.

Es ist in diesem Fall mathematisch korrekter, zunächst die Daten zu logarithmieren und anschließend die Plotting-Positionen zu berechnen. Die Berechnung führt jedoch nicht mehr zu der einfach anzuwendenden Gleichung 23; das Ergebnis ist dennoch verteilungsfrei. Aus diesem Grund sind für die verschiedenen Verteilungsfunktionen empirische Formeln angegeben, womit dieser Fehler korrigiert werden kann. HARRIS (1996) gibt eine Möglichkeit der exakten Berechnung und Herleitung der Plotting-Positionen für die GUMBEL-Typ I Verteilungsfunktion an.

Eine weitere Möglichkeit zur Bestimmung der Plotting-Positionen ist die numerische Simulation von Zufallsvariablen. Durch diese so genannten Monte-Carlo-Verfahren oder Monte-Carlo-Simulationen können die Erwartungswerte durch „Ausspielen“ der Möglichkeiten ermittelt werden. Zur Verdeutlichung kann hier das Beispiel des Würfel-Wurfes aus der Statistik dienen. Es ist bekannt, dass die Wahrscheinlichkeit für den Wurf einer bestimmten Augenzahl  $P = 1/6$  beträgt. Vorausgesetzt man würde dies nicht wissen, so könnte man durch eine vielfache Wiederholung des Wurfes und anschließendem Auszählen diese Erkenntnis gewinnen.

Analog zu diesem Verfahren werden die Plotting-Positionen in ProMUSE durch Monte-Carlo-Simulationen ermittelt. Aufgrund der Tatsache, dass die Plotting-Positionen verteilungsfrei sind, kann für die Erzeugung der Pseudo-Zufallszahlen auf eine gleichverteilte Grundgesamtheit zurückgegriffen werden. Entsprechend der  $N$  Beobachtungswerte werden 10.000 gleichverteilte Stichproben vom Umfang  $N$  ermittelt. Diese Werte werden doppelt-logarithmiert und für jeden Rang der Erwartungswert (arithmetische Mittel) berechnet. Diese Plotting-Positionen werden dann den sortierten Beobachtungsdaten zugeordnet.

Die Auswertungen haben ergeben, dass die über Monte-Carlo-Simulationen erzeugten Plotting-Positionen für die gewählte doppelt-logarithmierte Darstellung des ProMUSE-Verfahrens im wesentlichen den empirischen Plotting-Positionen nach GRINGORTON entsprechen. Die Formel nach GRINGORTON ist angegeben mit (CHOW 1964):

$$PLP_{\text{Gringorton}} = \frac{m - 0,44}{N + 0,12} \quad \text{Gleichung 25}$$

## 6.4 Parameterschätzung

Die Parameterschätzung der drei unbekannt Parameter Erwartungswert  $\mu$ , Standardabweichung  $\sigma$  und Formparameter  $\tau$  nimmt einen großen Raum innerhalb der Auswerteprozeduren in ProMUSE ein. Die Parameter  $\mu$  und  $\sigma$  können aus den ersten beiden Momenten der Ausgangsdaten nach den allgemein anerkannten Schätzverfahren geschätzt werden (PLATE 1993). In einem ersten Schritt werden diese beiden Parameter nach der Momentenschätzmethode berechnet und formelmäßig biaskorrigiert.

Ein besonderer Schwerpunkt liegt auf der Schätzung des Formparameters  $\tau$ . Dieser Parameter wird in einer herkömmlichen Anwendung der Allgemeinen Extremwertverteilungsfunktion in Abhängigkeit von den Parametern  $\mu$  und  $\sigma$  geschätzt und ist im allgemeinen positiv gekrümmt, womit sich die Funktion asymptotisch einem oberen Grenzwert nähert. Diese Obergrenze der Allgemeinen Extremwertfunktion ergibt sich in herkömmlichen Anwendungen allein aus den auszuwertenden Daten und ist ein mathematisch theoretisch ermittelter Wert, ohne physikalischen Bezug. Je nach vorhandenem Datensatz kann dieser Wert signifikanten Schwankungen unterliegen, was die statistische Aussageschärfe deutlich einschränkt.

In vielen Fällen liegen physikalisch begründete Annahmen oder Berechnungswerte für einen Höchstwert vor, so dass dieser in idealer Weise berücksichtigt werden sollte und somit die Bestimmung der Verteilungsfunktion in wesentlichen Teilen physikalisch begründet werden kann. Eine solche Vorgehensweise wird auch in DVWK (1999b) empfohlen: „[...] Eine andere Lösungsmöglichkeit bestünde darin, Verteilungsfunktionen zu verwenden, denen physikalische Annahmen zugrunde liegen. Die aktuellen Forschungen in diesem Bereich sind vielversprechend, aber derzeit noch nicht anwendungsreif.[...]“

In dem vorliegenden Projekt ist die Ermittlung von physikalisch höchstmöglichen Wasserständen ein Hauptziel, welches durch die Teilprojekte des BSH und DWD bearbeitet wurde. Für die in diesem Projekt auszuwertenden Pegelstandorte liegen diese Werte vor (siehe Abschnitt 7.1) und können in die statistische Analyse mit einbezogen werden.

Die Grundidee besteht darin, mit Hilfe dieser Zusatzinformation die Schätzung des Formparameters  $\tau$  physikalisch zu begründen. Es wird bewusst in Kauf genommen, dass dadurch nach rein mathematischen Anpassungskriterien die Ermittlung des Parameters  $\tau$  teilweise verschlechtert wird. An dieser Stelle wird nochmals darauf verwiesen, dass das Ziel der hier aufgeführten Untersuchungen nicht ist, eine möglichst gute Anpassung der beobachteten Daten im gesamten Spektrum zu erreichen, sondern physikalisch begründete Aussagen über den Bereich der sehr geringen Eintrittswahrscheinlichkeiten zu erhalten.

Der Formparameter  $\tau$  wird in einer ersten Näherung geschätzt, indem dem ermittelten wahrscheinlich höchstmöglichen Wert eine Wahrscheinlichkeit zugewiesen wird. Hier wird jedoch nicht, wie vermutet werden könnte, die Überschreitungswahrscheinlichkeit  $P_{\bar{U}} = 0$  gewählt, was dem unmöglichen Ereignis entsprechen würde, sondern eine abgeschätzte Wahrscheinlichkeit aus den Ensemble-Prediction-Simulationen des Europäischen Zentrums für mittelfristige Wettervorhersage (EZMWF).

Die Überschreitungswahrscheinlichkeit  $P_{\bar{U}} = 0$  wird nicht gewählt, weil es sich bei den Untersuchungen zu den höchstmöglichen Werten um Analysen von ausgewählten Sturmflutwetterlagen handelt. Die Kriterien für diese Sturmflutwetterlagen wurden so gewählt, dass hierbei maximale Wasserstände auftreten sollten, jedoch wird nicht mit Sicherheit ( $P_{\bar{U}}=0$ ) ausgeschlossen, dass diese Werte tatsächlich überschritten werden.

Für die ermittelten Maximalwerte werden Wahrscheinlichkeiten zwischen  $P_{\bar{U}}=6,85 \cdot 10^{-5}$  und  $P_{\bar{U}}=6,85 \cdot 10^{-8}$  gewählt, die sich aus der Anzahl der Simulationen des Ensemble-Prediction-Systems ergeben. Für diese Werte werden Sensitivitätsuntersuchungen (siehe Abschnitt 8.2) durchgeführt.

Aus den vorangegangenen Untersuchungen ergibt sich ein zugehöriges Wertepaar zwischen modelliertem Maximalwert und zugeordneter Wahrscheinlichkeit, wodurch eine erste Schätzung für den Formparameter  $\tau$  vorgenommen werden kann.

Dieses Wertepaar wird in die Gleichung der ProMUSE-Verteilungsfunktion eingesetzt und anschließend iterativ nach  $\tau$  gelöst:

$$\lambda_{\text{geschätzt für Maximalwert}} = \left( f_1 - f_2 \cdot \frac{X_{BSH} - \mu}{\sigma} \right)^{\frac{1}{\tau}} \quad \text{Gleichung 26}$$

Mit dem so in erster Näherung ermittelten Formparameter  $\tau$  kann die mathematische Obergrenze der Funktion ( $P_{\bar{U}} = 0$ ) berechnet werden, indem die ProMUSE-Verteilungsfunktion nach  $x_{\max}$  aufgelöst wird:

$$0 = \left( f_1 - f_2 \cdot \frac{x_{\max} - \mu}{\sigma} \right)^{\frac{1}{\tau}} \quad \text{Gleichung 27}$$

und mit Auflösen nach  $x_{\max}$  bzw.  $\mu$ :

$$x_{\max} = \mu + \sigma \frac{f_1}{f_2} \quad \text{Gleichung 28}$$

$$\mu = x_{\max} - \sigma \frac{f_1}{f_2} \quad \text{Gleichung 29}$$

Diese ermittelte mathematische Obergrenze hat für die praktischen Anwendungen eine nur sehr bedingte Aussageschärfe, wird jedoch zur verbesserten zweiten Schätzung des Formparameters  $\tau$  benötigt.

Die Gleichung für  $x_{\max}$  kann wiederum in die ProMUSE-Verteilungsfunktion eingefügt werden, womit gilt:

$$-\ln(\lambda \cdot t) = -\ln \left( f_1 - f_2 \cdot \frac{x - \left( x_{\max} - \sigma \frac{f_1}{f_2} \right)}{\sigma} \right)^{\frac{1}{\tau}} \quad \text{Gleichung 30}$$

Die zweite Schätzung für  $\tau$  basiert auf der Tatsache, dass die Plotting-Positionen (PLP) nach Abschnitt 6.3 die Erwartungswerte der  $i$  Elemente der Verteilungsfunktion sind. Es gilt daher (ROSENHAUER 1998):

$$E(-\ln(\lambda \cdot t)) \hat{=} \text{PLP}(i) \quad \text{Gleichung 31}$$

daraus ergibt sich weiter mit Gleichung 30:

$$\begin{aligned}
& E \left( -\ln \left( f_1 - f_2 \cdot \frac{x - \left( x_{\max} - \sigma \frac{f_1}{f_2} \right)^{\frac{1}{\tau}}}{\sigma} \right) \right) = \text{PLP}(i) \\
& E \left( -\ln \left( \left( \frac{1}{\sigma} (f_1 \sigma - f_2 \cdot x + f_2 x_{\max} - f_1 \sigma) \right)^{\frac{1}{\tau}} \right) \right) = \text{PLP}(i) \\
& E \left( -\ln \left( \left( \frac{1}{\sigma} f_2 (x_{\max} - x) \right)^{\frac{1}{\tau}} \right) \right) = \text{PLP}(i) \quad \text{Gleichung 32} \\
& E \left( \frac{1}{\tau} \left( -\ln \frac{f_2}{\sigma} - \ln(x_{\max} - x) \right) \right) = \text{PLP}(i) \\
& E(-\ln(x_{\max} - x)) = \tau \cdot \text{PLP}(i) + \ln \frac{f_2}{\sigma}
\end{aligned}$$

Die Herleitung der Gleichung 32 führt auf eine Geradengleichung mit der Steigung  $\tau$ , welche durch die Darstellung von  $y_i = -\ln(x_{\max} - x)$  und  $x_i = \text{PLP}(i)$  entsteht. Es kann daher gesetzt werden:

$$-\ln(x_{\max} - x) \approx \tau \cdot \text{PLP}(i) + \ln \frac{f_2}{\sigma} \quad \text{Gleichung 33}$$

Der Formparameter  $\tau$  kann somit mit den Daten und Plotting-Positionen ohne Kenntnis der Parameter  $\mu$  und  $\sigma$  einer zweiten, verbesserten Schätzung unterzogen werden.

Damit sind alle Parameter der ProMUSE-Verteilungsfunktion bestimmt und es können die Eintrittsraten der geforderten Wasserstände bestimmt werden.

Die Umsetzung des beschriebenen Verfahrens erfolgte in der Software MATLAB. Eine detaillierte Darstellung und der Quelltext der entwickelten Software ist im Anhang zu finden.

# 7 Datengrundlagen

## 7.1 Wasserstandsdaten

Für die Untersuchungen wurden die Daten von 9 deutschen Nordseepegeln analysiert (Abbildung 4). Für die vorliegende Aufgabe eignet sich insbesondere die Verwendung von jährlichen Werten (Jahreshauptzahlen) der höchsten Tidehochwasserstände (HThw). Zur Homogenisierung der Daten wird die zugehörige Zeitreihe der mittleren Tidehochwasserstände (MThw) verwendet. Alle Jahreshauptwerte liegen jeweils für das hydrologische bzw. wasserwirtschaftliche Jahr vor, welches vom 01.11. eines Jahres bis zum 31.10. des Folgejahres reicht. Als Beispiel dazu: Der höchste Tidehochwasserstand des Jahres 2000 (HThw<sub>2000</sub>) repräsentiert den höchsten Tidehochwasserstand aller Tidehochwasserstände innerhalb der Zeitspanne vom 01.11.1999 bis zum 31.10.2000.

Innerhalb der projektbegleitenden KFKI-Gruppe wurde sich darauf verständigt, dass die Daten der folgenden Pegel analysiert werden sollten:

- Emden
- Norderney
- Bremerhaven
- Helgoland
- Cuxhaven
- Husum
- Büsum
- Dagebüll
- List

wobei lediglich für die Pegel Norderney und Cuxhaven zusätzliche Verifikationsrechnungen durchgeführt werden, deren Ergebnisse dann als Basis für alle anderen Pegel übernommen werden können (JENSEN 1984).

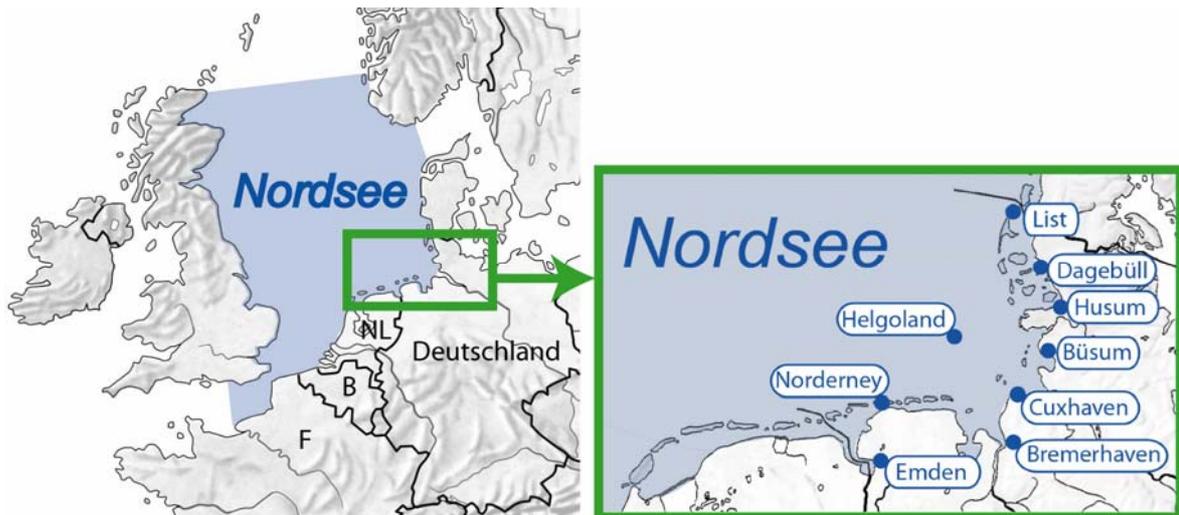


Abbildung 4: Untersuchungsgebiet mit Pegelstandorten

Die vorliegenden Jahreshauptzahlen sind in das Höhenbezugssystem „Normal-Null [cmNN]“ umgerechnet worden, wobei die zeitlich variablen Höhenlagen der Pegelnullpunkte berücksichtigt wurden. Die erforderlichen Jahreshauptzahlen im Höhensystem „Pegel-Null [cmPN]“, die Angaben zu den Pegelnullpunkten der Pegel, sowie ergänzende Metainformationen zu den Daten stammen aus folgenden Quellen:

- Forschungsinstitut Wasser und Umwelt (fwu) der Universität Siegen
- Bundesanstalt für Gewässerkunde (bfg), Koblenz
- Wasser- und Schifffahrtsdirektion Nord (WSD Nord)
- Wasser- und Schifffahrtsdirektion Nordwest (WSD Nordwest)

An dieser Stelle danken die Verfasser den aufgeführten Institutionen für die freundliche Bereitstellung der Daten.

Im einzelnen werden folgende Daten ausgewertet:

Tabelle 2: Zeitspannen der verwendeten Pegelraten

Pegel	HThw-Zeitreihe	Datenlücken in HThw-Zeitreihe	MThw-Zeitreihe	Datenlücken in MThw-Zeitreihen
Emden	1901 bis 2004	--	1901 bis 2004	--
Norderney	1901 bis 2004	--	1901 bis 2004	--
Bremerhaven	1901 bis 2004	--	1901 bis 2004	--
Helgoland	1911 bis 2004	1919 bis 1924 1945 bis 1952	1911 bis 2004	1919 bis 1924 1945 bis 1952
Cuxhaven	1849 bis 2004	--	1849 bis 2004	--
Husum	1868 bis 2004	--	1868 bis 2004	--
Büsum	1871 bis 2004	--	1871 bis 2004	--
List	1931 bis 2004	--	1931 bis 2004	--
Dagebüll	1874 bis 2004	--	1874 bis 2004	--

In Abbildung 5 und Abbildung 6 sind die MThw- und HThw-Zeitreihen der untersuchten Pegel an der deutschen Nordseeküste mit ihrem Mittelwert abgebildet. Es sind deutlich die unterschiedlichen Längen der Zeitreihen und der qualitativ ähnliche Verlauf zu erkennen.

**Hinweis zum Pegel Helgoland:** Der MThw-Wert des Jahres 2000 ist offensichtlich fehlerhaft (zu niedrig). Dieser Wert findet sich jedoch auch im Gewässerkundlichen Jahrbuch wieder. Eine Anfrage an die Bundesanstalt für Gewässerkunde (bfg) zur Klärung des Sachverhaltes ergab bis Redaktionsschluss des vorliegenden Berichts kein Ergebnis. Die Ergebnisse des Forschungsvorhabens MUSE werden hierdurch jedoch nicht beeinflusst.

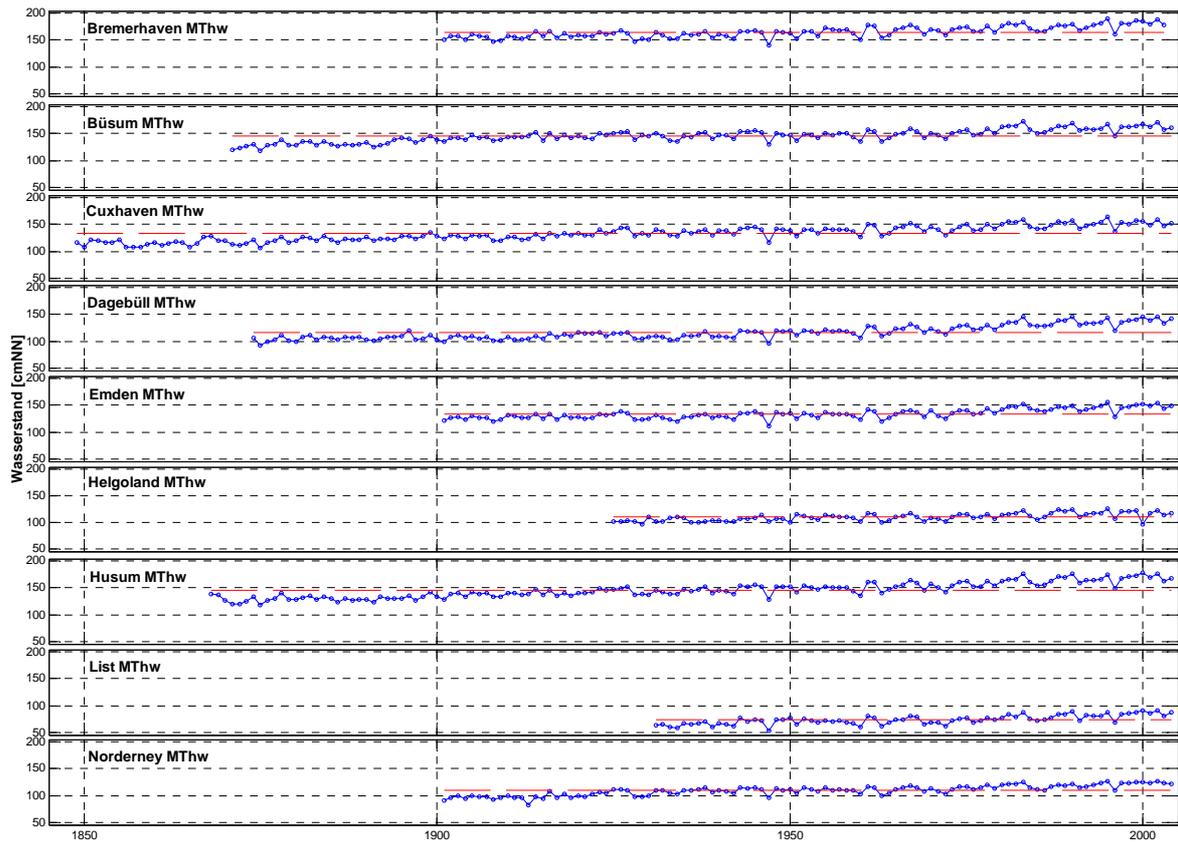


Abbildung 5: MThw-Zeitreihen der untersuchten Nordseepegel

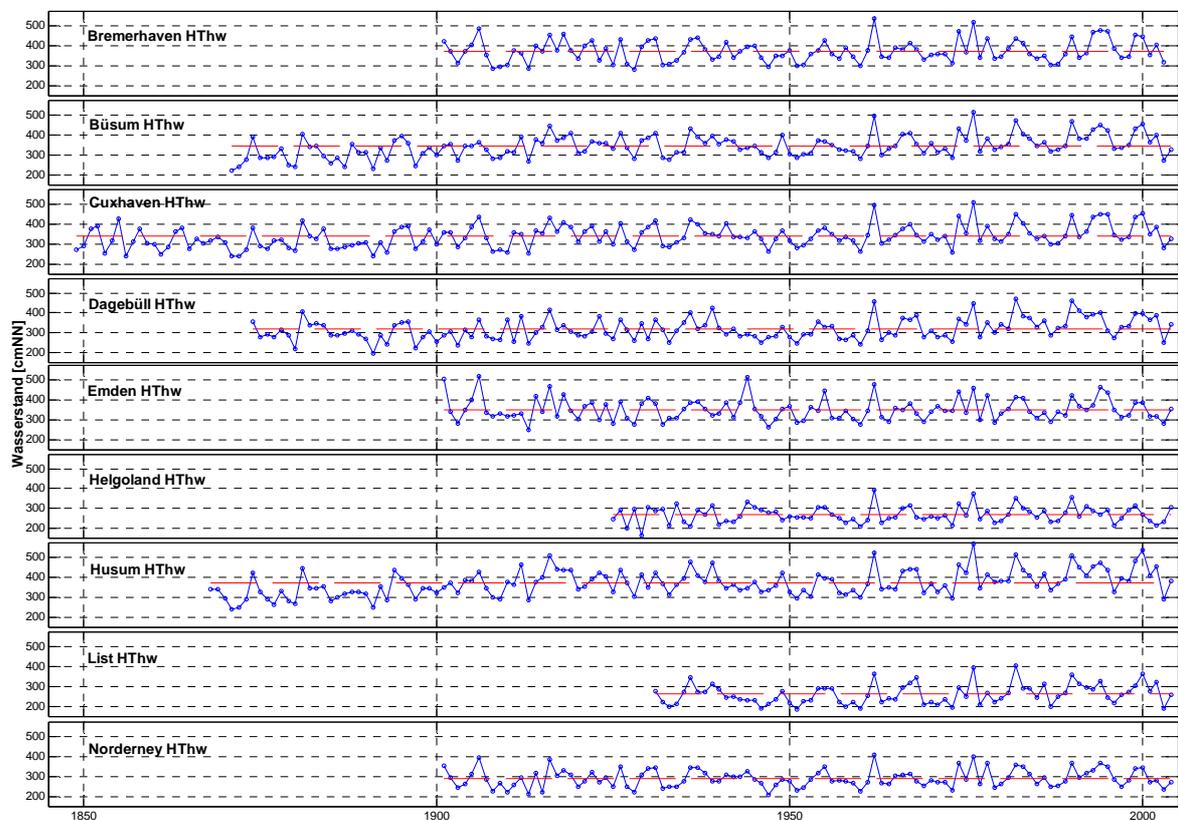


Abbildung 6: HThw-Zeitreihen der untersuchten Nordseepegel

Für die statistischen Auswertungen werden lückenlose Zeitreihen benötigt. Bei den Pegeln, wo diese Voraussetzung nicht gegeben ist, wird eine Ersatzzeitreihe gebildet, bei der diese Lücken „ausgeschnitten“ werden. Dadurch wird zwar ein zeitlich nicht korrekter Bezug hergestellt, was jedoch in der statistischen Analyse zu keinen Abweichungen führt, da der zeitliche Bezug ohnehin nicht in der statistische Analyse eingeht. Dieses Vorgehen wird durch das nachfolgende Beispiel verdeutlicht:

Tabelle 3: Prinzip der Lückenschließung in Zeitreihen für statistische Analyse

Originalzeitreihe		Ersatzzeitreihe	
Jahr	Zeitreihe Pegel XY	Jahr	Pegel XY
2000	287		
2001	301	2001	287
2002	--	2002	301
2003	298	2003	298
2004	275	2004	275

Für die statistische Analyse werden neben den oben aufgeführten aufgezeichneten Daten simulierte Daten vom Bundesamt für Seeschifffahrt und Hydrographie (BSH) verwendet. Im Rahmen des Projektteils des BSH wurden physikalisch mögliche extreme Hochwasser für Pegel der Deutschen Bucht simuliert. Von den verschiedenen untersuchten Wetterlagen hat das Member 45 der EPS Berechnung der Sturmflutwetterlage von 1976 in Cuxhaven zur höchsten Realisierung dieser und aller anderen untersuchten Sturmfluten geführt (BORK UND MÜLLER-NAVARRA 2005).

Bei der Modellierung der Wasserstände hat die Windschubspannung an der Meeresoberfläche einen wesentlichen Einfluss auf den Wasserstand. Zur Berücksichtigung des Windschubes gibt es mehrere Parametrisierungen. Für die Nordsee hat sich der Ansatz von Smith & Banke (1975) (in: POWELL ET AL. 2003) bewährt. Dies wurde durch die Neuberechnung der Sturmflut 1962 und 1999 bestätigt (BORK UND MÜLLER-NAVARRA 2005).

Um einen Überblick über die Varianz der extremen Scheitelwasserstände dieser Studie zu erhalten, sind zusätzlich 4 weitere Ansätze zur Berücksichtigung des Windschubes zur Anwendung gekommen. In der Tabelle 4 sind neben dem simulierten maximalen Wasserstand mit dem Ansatz nach Smith & Banke (1975) der minimale und maximale Wert aus allen anderen Ansätzen aufgeführt. Zum Vergleich ist weiterhin der bisher höchste gemessene Wasserstand für jeden Pegel mit Jahresangabe (HHThw) aufgeführt (Abbildung 7).

Tabelle 4: Ergebnisse der Wasserstandsmodellierung nach Bork und Müller-Navarra (2005)

Pegel	HHThw [cmNN]	modellierter max. Wasserstand nach BSH [cmNN]	Abweichungen durch unterschiedliche Windschubspannungsansätze [cmNN]	Bemerkung
Emden	517 <sub>1906</sub>	609	570 ... 639	EPS45-1976, IFS-LM-Wind
Norderney	410 <sub>1962</sub>	512	475 ... 537	EPS45-1976, IFS-LM-Wind
Bremerhaven	535 <sub>1962</sub>	674	629 ... 702	EPS45-1976, IFS-LM-Wind
Helgoland	392 <sub>1962</sub>	499	461 ... 521	EPS45-1976, IFS-LM-Wind
Cuxhaven	510 <sub>1976</sub>	651	603 ... 672	EPS45-1976, IFS-LM-Wind
Husum	566 <sub>1976</sub>	669	609 ... 691	EPS45-1976, IFS-LM-Wind
Büsum	514 <sub>1976</sub>	635	585 ... 655	EPS45-1976, IFS-LM-Wind
List	404 <sub>1982</sub>	483	442 ... 506	EPS45-1976, IFS-LM-Wind
Dagebüll	472 <sub>1982</sub>	555	513 ... 576	EPS45-1976, IFS-LM-Wind

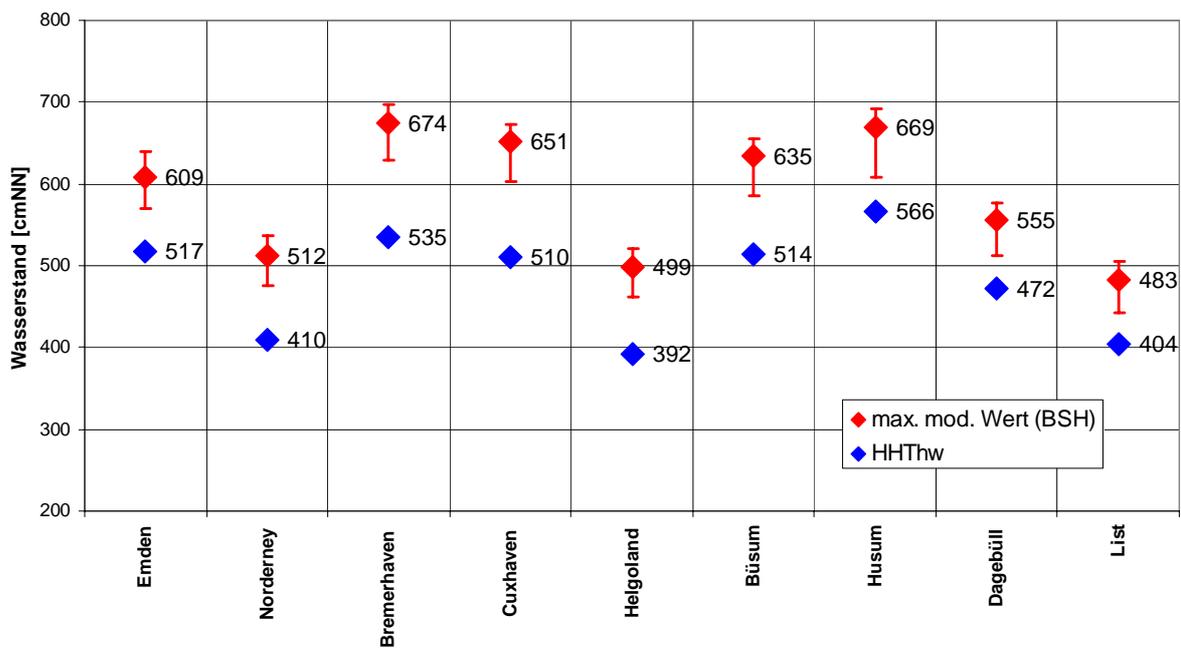


Abbildung 7: Ergebnisse der Wasserstandsmodellierung nach BORK UND MÜLLER-NAVARRA (2005)

## 7.2 Windstaudaten

Neben der Analyse der Wasserstandsdaten werden ebenfalls Windstaudaten statistisch ausgewertet. Bei der Verwendung von Windstaudaten ist zunächst der Begriff Windstau zu definieren.

Allgemein ist der Windstau die Differenz zwischen tatsächlich aufgetretenem Wasserstand und theoretischer Tidekurve, wobei als theoretische Tidekurve zum einen die astronomisch vorausberechnete Tide und zum anderen die mittlere Tidekurve verwendet wird. Demnach sind zunächst prinzipiell zwei Definitionen des Windstaus möglich:

- die Differenz zwischen dem eingetretenen Wasserstandsverlauf und dem Verlauf der für diesen Zeitpunkt vorausberechneten astronomischen Tide (Definition A)
- die Differenz zwischen dem eingetretenen Wasserstandsverlauf und dem Verlauf der für die entsprechende Zeit gültigen mittleren Tide (Definition B)

Weiterhin ist zu beachten, welche repräsentativen Differenzen gebildet werden: Zum einen können Differenzen zum gleichen Zeitpunkt gebildet werden, oder es kann zum anderen die Differenz zwischen maximalem Wasserstand und nächstgelegenen Tidehoch- oder Tideniedrigwasser gebildet werden.

Der Windstau umfasst bei allen Definitionen nicht nur den dominierenden Anteil aus dem direkten Wind über der deutschen Bucht, sondern auch die weiteren Effekte aus in die Nordsee einlaufenden Fernwellen, Beckenschwingungen, Wirkung des vorherrschenden Luftdrucks, Wasser- und Lufttemperaturen, Böigkeit des Windes und so genannte „return surges“, verursacht durch plötzliches Abflauen des Windes (TOMCZAK 1952 und KOOPMANN 1962). Für den Fall der Ermittlung anhand der mittleren Tide kommen auch noch Spring- und Nippanteile hinzu. Zudem sind in der mittleren Tidekurve auch stets Windstauanteile enthalten, da es sich um das arithmetische Mittel der tatsächlich eingetretenen Tidekurve handelt.

Aber selbst bei Verwendung der astronomischen Tide zur Ermittlung des Windstaus bestehen Probleme durch die Definition. Diese umfasst nicht nur die aus dem Gravitationssystem Erde, Mond und Sonne hervorgerufenen harmonischen Teiltiden und die Einflussfaktoren von Form und Tiefe der Küstengebiete (Flachwassertiden), sondern unter anderem auch die so genannten „meteorologischen Tiden“, die ebenfalls als streng periodische Anteile des Tideverlaufs wirken. Beispiele sind die Seewind-Zirkulation, die mit dem täglichen Gang der Sonneneinstrahlung korreliert und der saisonale Wechsel von vorherrschenden Winden und Luftdruckverhältnissen, der mit der Deklination der Sonne in Wechselwirkung steht (MÜLLER-NAVARRA UND GIESE 1999). Es ist also nie exakt und vollständig der Windstau einfluss von der astronomischen Tide zu trennen.

Detaillierte Untersuchungen zum Windstau in der Deutschen Bucht sind in GÖNNERT (2003) vorhanden. Bei den vorliegenden Windstaudaten von GÖNNERT (Definition B) für den Pegel

Cuxhaven handelt es sich nicht um jährliche Extremwerte, sondern um nicht-äquidistante partielle Serien. Als Auswahlkriterium der Windstauwerte wird verwendet:

- Windstau  $\geq 2\text{m}$

Die Anzahl der Werte am Pegel Cuxhaven ist demnach größer als die Anzahl der Beobachtungsjahre (Tabelle 5).

Tabelle 5: Umfang der Windstaudaten nach GÖNNERT

Pegel	Beobachtungsjahre		Anzahl der Beobachtungsjahre	Anzahl der Windstaudaten
	von	bis		
Cuxhaven	1901	2002	102	163

Für die statistisch-probabilistische Analyse werden analog zu den Wasserstandsdaten maximal modellierte Windstauwerte benötigt, die das BSH ebenso bereitgestellt hat. Bei den Daten des BSH ist jedoch zu berücksichtigen, dass es sich nicht um die Differenz zwischen modelliertem Wasserstand und mittlerer Tidekurve handelt (Definition B), sondern um die Differenz aus modelliertem Wasserstand und astronomisch bedingtem Wasserstand (Definition A).

In Tabelle 6 sind die maximalen Windstauwerte bei Tidehochwasser (Thw) und Tideniedrigwasser (Tnw) der Simulationen aufgeführt. Diese maximalen Werte errechnen sich aus der Differenz zwischen Sturmflutscheitelwasserstand und zeitlich nächstgelegenen astronomisch bedingten Scheitelwasserstand (Abbildung 8).

Für die statistische Analyse ist es erforderlich, die beobachteten Windstaudaten des Pegels Cuxhaven ebenfalls nach der Lage des Windstaumaximums zum zeitlich nächsten Hoch- bzw. Niedrigwasser zu unterscheiden. Dazu werden die Daten nach folgender Abgrenzung ausgewählt (JENSEN UND FRANK 2002):

- Windstaumaximum um Tnw: 3,0 Std. vor Tnw bis 3,5 Std. nach Tnw
- Windstaumaximum um Thw; 3,0 Std. vor Thw bis 3,0 Std. nach Thw

Mit dieser Abgrenzung stehen für die weitere Bearbeitung 2 Datenkollektive zur Verfügung:

- 95 Windstaumaxima um Tnw
- 68 Windstaumaxima um Thw

Tabelle 6: Maximal modellierte Windstaudaten für Pegel Cuxhaven (BORK UND MÜLLER-NAVARRA 2005)

Pegel	max. Windstau bei Tnw [cm]	max. Windstau bei Thw [cm]	Bemerkung
Cuxhaven	478	465	EPS45-1976, IFS-LM-Wind

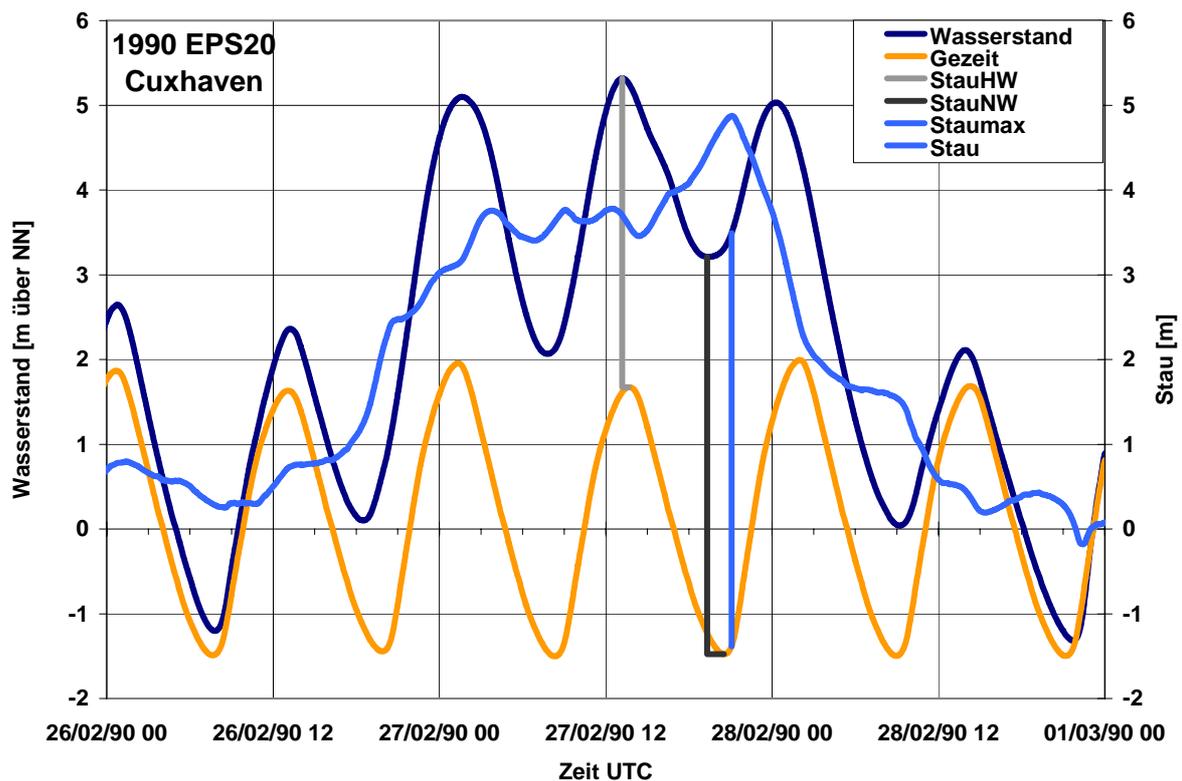


Abbildung 8: Beispiel für Definition der Windstaudaten (hier: Sturmflut 1990-EPS Member 20) aus BORK UND MÜLLER-NAVARRA (2005)

Da sich die Definition des Windstaus von GÖNNERT auf die mittlere Tidekurve bezieht (Definition B) wird empfohlen, den ermittelten Windstau auf das MThw zu addieren. Um einen zugeordneten Wasserstand zu erzielen, wird hier das mittlere MThw des Pegels Cuxhaven über die Zeitspanne eines Nodaltidezyklus ( $T = 18,61$  Jahre) mit  $MThw_{Mittel(1986-2004)} = 151$  cmNN verwendet.

Insgesamt bleibt festzustellen, dass die Aussagefähigkeit der durchgeführten statistischen Windstauanalysen aufgrund der Verknüpfung der beobachteten Windstaudaten (Definition B) mit den simulierten Windstaudaten (Definition A) nur eine sehr begrenzte Aussagefähigkeit hat. Die Ergebnisse sind mehr als Vergleichswerte zur Wasserstandsstatistik zur Absicherung der Größenordnung zu verstehen, als eigenständige Ergebnisse.

## 8 Auswertungen

### 8.1 Vorbemerkung

Die Auswertungen der Daten erfolgt mit dem in Abschnitt 6 erläuterten Verfahren. Den Wasserstandsdaten werden durch die ProMUSE-Verteilungsfunktion Überschreitungswahrscheinlichkeiten zugeordnet. Ein wesentlicher Verfahrensschritt ist die Zuordnung einer Wahrscheinlichkeit zu den modellierten Maximalwerten des BSH und die Angabe einer Unsicherheit für die ermittelten Ergebnisse. Um diese Wahrscheinlichkeiten näher quantifizieren zu können erfolgen zunächst Sensitivitätsuntersuchungen am Pegel Cuxhaven und Norderney. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen werden auf die anderen zu untersuchenden Pegel übertragen. Anschließend erfolgt die detaillierte Auswertung der Daten für jeden aufgeführten Pegel.

Die HThw-Daten wurden mit dem 19-jährigen Mittel der zugehörigen MThw-Zeitreihe homogenisiert/beschickt. Die Homogenisierung erfolgt auf das Jahr 2004.

Um die Ergebnisse des ProMUSE-Verfahrens hinsichtlich üblicher statistischer Verfahren ohne Berücksichtigung eines oberen Grenzwertes einordnen zu können, wird neben der ProMUSE-Verteilungsfunktion eine Auswertung mittels der Allgemeinen Extremwertverteilung (*engl.: General Extrem Value Distribution (GEV)*) vorgenommen (PLATE 1993). In diese Ergebnisse fließen die berechneten Modellergebnisse nicht ein.

### 8.2 Sensitivitätsanalysen

Die statistisch-probabilistische Analyse von Extremwerten beruht immer auf der Annahme bestimmter mathematischer Gesetzmäßigkeiten und setzt homogene, voneinander unabhängige Extremereignisse voraus. Die zu analysierenden Daten werden durch verschiedene Verfahren (z.B. Homogenisierung) so aufbereitet, dass die gestellten Anforderungen an die Daten weitestgehend erfüllt werden.

Jeder Bearbeiter muss sich jedoch bei einer statistisch-probabilistischen Analyse der Tatsache bewusst sein, dass die mathematisch geforderten Voraussetzungen bei beobachteten Daten nie exakt eingehalten werden können. Hinzu kommt die Tatsache, dass bei einer statistisch-probabilistischen Analyse mathematische Methoden auf einen naturbedingten Vorgang angewendet werden und nicht davon ausgegangen werden kann, dass diese mathematischen Verfahren die Realität in jedem Fall exakt beschreiben können.

Aus diesen Einsichten hat sich in der Extremwertanalyse die Vorgabe entwickelt, immer mehrere statistische Verteilungsfunktionen auf die zu analysierenden Daten anzuwenden und erst nach einer kritisch abwägenden Bewertung der Ergebnisse zu konkreten Empfehlungen zu kommen.

Dies führt dazu, dass ein Ergebnis einer statistischen Analyse immer mit einer Streubreite angegeben werden sollte. Diese Streubreite kann sich zum einen aus der Standardabweichung oder den verschiedenen Ergebnissen der angewendeten Verteilungsfunktionen ergeben.

In dem vorliegenden Forschungsvorhaben wird die Streubreite der Ergebnisse aus zwei verschiedenen Parametern gewonnen:

Zum einen sind die modellierten Wasserstandsdaten des BSH mit einer Streubreite versehen, die sich aus den unterschiedlichen Windschubspannungsansätzen ergibt. Diese Streubreite wird in die statistische Analyse mit einbezogen, woraus sich ebenfalls eine Streubreite der ermittelten Wasserstände ergibt.

Zum anderen ist in der Wahl der zugehörigen Eintrittswahrscheinlichkeit zu den modellierten Extremwerten des BSH eine Unsicherheit vorhanden, die durch die Variation der Eintrittswahrscheinlichkeit in der statistischen Analyse quantitativ erfasst wird.

Die ermittelten Wasserstände des BSH sind aus tatsächlich aufgetretenen Sturmflutwetterlagen abgeleitet und stellen die wahrscheinlich physikalisch höchstmöglichen Wasserstände für die untersuchten Fälle dar. Es kann jedoch nicht mit Sicherheit davon ausgegangen werden, dass diese Werte niemals überschritten werden können, wodurch eine Überschreitungswahrscheinlichkeit von  $P_{\bar{0}}=0$  nicht zugeordnet werden kann.

Eine Schätzung der Eintrittswahrscheinlichkeit der modellierten Werte kann aus der Anzahl der Simulationen des Ensemble-Prediction-Systems (EPS) des EZMWF abgeleitet werden.

Das EPS erstellt für jede Ausgangswetterlage eine 10-Tages-Vorhersage mit jeweils 50 Mitgliedern. Das EPS wird zweimal pro Tag gestartet, um 12.00 UTC und 0.00 UTC. Daraus resultiert eine Simulationsanzahl von 1000 Mitgliedern pro Ausgangswetterlage. Wird davon ausgegangen, dass die ausgewählten Wetterlagen und deren Variationen tatsächlich die extremsten Wasserstände verursachen, so handelt es sich bei dem extremsten Mitglied um den theoretisch höchsten Wasserstand der untersuchten Zeitspanne (1963 bis 2003). Wird weiter vorausgesetzt, dass die Simulationen den Höchstwert eines Tages erfassen, so ergibt sich eine theoretische Anzahl an Simulationen von

$$N_{\text{Simulationen}} = 40a \cdot 365d \cdot 10 \text{ Ensemble} \cdot 50 \text{ Member} \cdot 2 \text{ pro Tag} = 14.600.000 \text{ Simulationen}$$

Damit erhält der Höchstwert eine abgeschätzte Wahrscheinlichkeit von

$$P_{\text{extrem}} = \frac{1}{14.600.000} = 6,85 \cdot 10^{-8}$$

Ein wichtiges Kriterium zur Ermittlung einer Wahrscheinlichkeit ist die Unabhängigkeit der Ereignisse. Die Frage, ob alle Modellläufe des EPS in diesem Sinne als voneinander unabhängig zu bewerten sind, kann nicht eindeutig beantwortet werden. Zum einen kann die

Unabhängigkeit durch die stochastische Variation der Anfangsbedingungen als gegeben bewertet werden, zum anderen liegen den Mitgliedern gleiche Ausgangswetterlagen zu Grunde.

Um diesen Gegensatz bewerten zu können, wird eine zweite Schätzung der Wahrscheinlichkeit vorgenommen. Bei dieser Schätzung wird davon ausgegangen, dass die 50 Member eines Modelllaufes als nicht unabhängig zu bewerten sind und somit nicht zu der Gesamtanzahl der Ereignisse hinzugefügt werden dürfen. Daraus ergibt sich die Annahme, dass für einen bestimmten Zeitpunkt nicht 1000 Vorhersagen vorliegen, sondern lediglich eine Vorhersage. Somit ergibt sich eine theoretische Anzahl an Modellläufen von:

$$N_{\text{Simulationen}} = 40a \cdot 365d \cdot 1 = 14.600 \text{ Simulationen}$$

Damit erhält der Höchstwert eine abgeschätzte Wahrscheinlichkeit von

$$P_{\text{extrem}} = \frac{1}{14.600} = 6,85 \cdot 10^{-5}$$

Für die beiden Pegel Norderney und Cuxhaven wurden umfangreiche Sensitivitätsuntersuchungen durchgeführt, um die Streubreite der statistisch-probabilistischen Ergebnisse durch die Parameter

- Windschubspannungsansatz
- zugeordnete Wahrscheinlichkeit des modellierten Extremwertes

zu ermitteln.

In Tabelle 7 sind die berechneten Modellläufe aufgeführt.

Tabelle 7: Übersicht der Modellläufe

Nr.	Pegel	Parameter	t-jährliche Extrema	Trendbereinigung	max. mod. Wasserstand (BSH)	zugeordnete Wahrscheinlichkeit
1	Cuxhaven	HThw	1	19-ma	651 cmNN	$6,85 \cdot 10^{-5}$
2	Cuxhaven	HThw	1	19-ma	651 cmNN	$6,85 \cdot 10^{-8}$
3	Cuxhaven	HThw	1	19-ma	651 cmNN	$1,50 \cdot 10^{-5}$
4	Cuxhaven	HThw	1	19-ma	603 cmNN	$1,50 \cdot 10^{-5}$
5	Cuxhaven	HThw	1	19-ma	672 cmNN	$1,50 \cdot 10^{-5}$
6	Norderney	HThw	1	19-ma	512 cmNN	$6,85 \cdot 10^{-5}$
7	Norderney	HThw	1	19-ma	512 cmNN	$6,85 \cdot 10^{-8}$
8	Norderney	HThw	1	19-ma	512 cmNN	$1,50 \cdot 10^{-5}$
9	Norderney	HThw	1	19-ma	475 cmNN	$1,50 \cdot 10^{-5}$
10	Norderney	HThw	1	19-ma	537 cmNN	$1,50 \cdot 10^{-5}$

Die Sensitivitätsuntersuchungen wurden in zwei Schritten durchgeführt. Zunächst wurde für den Maximalwert der ermittelte bevorzugte Wert des BSH (Wasserstand ermittelt mit Windschubspannungsansatz nach SMITH & BANKE) angesetzt und die zugeordnete Wahrscheinlichkeit durch die oben angegebenen Werte variiert.

Damit wurde diejenige Wahrscheinlichkeit ermittelt, bei der die Abweichungen oberhalb und unterhalb der ProMUSE-Verteilungsfunktion gleich verteilt sind. Diese Wahrscheinlichkeit ist bestimmt worden zu:

$$P_{\bar{u}} = 1,50 \cdot 10^{-5}$$

Durch diese Vorgehensweise werden die zwei Möglichkeiten der Zuordnung einer Wahrscheinlichkeit für den modellierten Maximalwert in etwa gleich gewichtet. An dieser Stelle wird erneut darauf verwiesen, dass die zugeordnete Wahrscheinlichkeit kein exakt ermittelter Wert sein muss, da er nur eine Hilfsgröße darstellt, um eine erste Schätzung für den Formparameter  $\tau$  zu ermöglichen, welche durch eine weitere Schätzung iterativ verbessert wird. Durch die verbesserte Schätzung ändern sich wiederum in geringem Maß die endgültigen Eintrittsraten für die modellierten Maximalwasserstände.

Für die Wahrscheinlichkeit  $P_{\bar{U}} = 1,50 \cdot 10^{-5}$  wird die Streubreite der Ergebnisse durch die Verwendung unterschiedlicher Windschubspannungsansätze ermittelt. Das BSH hat jeden modellierten Maximalwert mit einer Streubreite angegeben (Tabelle 4), welche für diese Untersuchungen angewendet werden.

Die Ergebnisse der Streubreiten aus den Variationen der modellierten Maximalwerte und der zugeordneten Wahrscheinlichkeiten werden vergleichend gegenübergestellt und der jeweils größte Wert ergibt die Streubreite.

Die Ergebnisse der Streubreiten aus den Sensitivitätsuntersuchungen sind in Tabelle 8 aufgeführt.

Tabelle 8: Ergebnisse der Streubreite

Überschreitungs- wahrscheinlichkeit $P_{\bar{U}}$	Streubreite [cm]
$1,00 \cdot 10^{-2}$	-9 ... +8
$5,00 \cdot 10^{-3}$	-13 ... +11
$2,00 \cdot 10^{-3}$	-18 ... +16
$1,00 \cdot 10^{-3}$	-21 ... +21
$2,50 \cdot 10^{-4}$	-29 ... +30
$1,00 \cdot 10^{-4}$	-34 ... +35

Die aus den Daten der Pegel Cuxhaven und Norderney gewonnenen Ergebnisse der Sensitivitätsuntersuchungen werden für alle anderen untersuchten Pegel angesetzt.

Die Ergebnisse hinsichtlich der Streubreite werden auch für die statistische Analyse der Windstaudaten des Pegels Cuxhaven angesetzt, da die maximal modellierten Windstaudaten des BSH mit der gleichen Wahrscheinlichkeit abgeschätzt werden, wie die Wasserstandsdaten.

### 8.3 Regionalisierungen der Wasserstände

Im Folgenden werden die Detailergebnisse aus der statistisch-probabilistischen Analyse der Wasserstandsdaten wiedergegeben.

### 8.3.1 Parameter der Verteilungsfunktion

Wie in Abschnitt 6.2 erläutert, ergibt sich die ProMUSE-Verteilungsfunktion zu:

$$\lambda \cdot t = (f_1 - f_2 \cdot \frac{x - \mu}{\sigma})^{\frac{1}{\tau}} \quad \text{Gleichung 34}$$

mit den Parametern  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$ , und  $\tau$ .

In Tabelle 9 sind diese Parameter für die untersuchten Pegel angegeben. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass sich diese Parameter selbstverständlich nur mit den zugrunde gelegten Daten ergeben. Werden die Datenreihen aktualisiert, so sind auch die hier aufgeführten Parameter neu zu bestimmen.

Tabelle 9: Parameter der ProMUSE-Verteilungsfunktion

Pegel	Parameter der ProMUSE-Verteilungsfunktion				
	$f_1$	$f_2$	$\mu$	$\sigma$	$\tau$
Emden (1901 – 2004)	0,9299	0,1825	364,3841	55,8349	0,1696
Norderney (1901 – 2004)	0,9363	0,1547	303,5658	44,3786	0,1403
Bremerhaven (1901 – 2004)	0,9501	0,1178	386,6257	53,6535	0,1032
Cuxhaven (1849 – 2004)	0,9567	0,1009	358,8156	51,4710	0,0870
Helgoland (1911 – 2004)	0,9509	0,1155	275,9447	41,2907	0,1011
Büsum (1871 – 2004)	0,9493	0,1197	359,4407	51,8887	0,1054
Husum (1868 – 2004)	0,9347	0,1592	394,3388	59,2945	0,1449
Dagebüll (1874 – 2004)	0,9258	0,1857	340,2784	50,5881	0,1730
List (1931 – 2004)	0,9253	0,1873	272,0028	49,4027	0,1747

### 8.3.2 Emden

Der Pegel Emden hat eine HThw-Zeitreihe von 1901 bis 2004. Diese Zeitreihe wurde mit dem 19-jährigen Mittel des entsprechenden MThw homogenisiert, welches einen linearen säkularen Anstieg von  $s_T(1901-2004) = 0,22$  cm/Jahr aufweist. Die jährlichen Extremwerte (HThw) weisen die Häufigkeitsverteilung nach Abbildung 10 auf.



Abbildung 9: HThw- und MThw-Zeitreihe des Pegels Emden mit Trendbereinigung

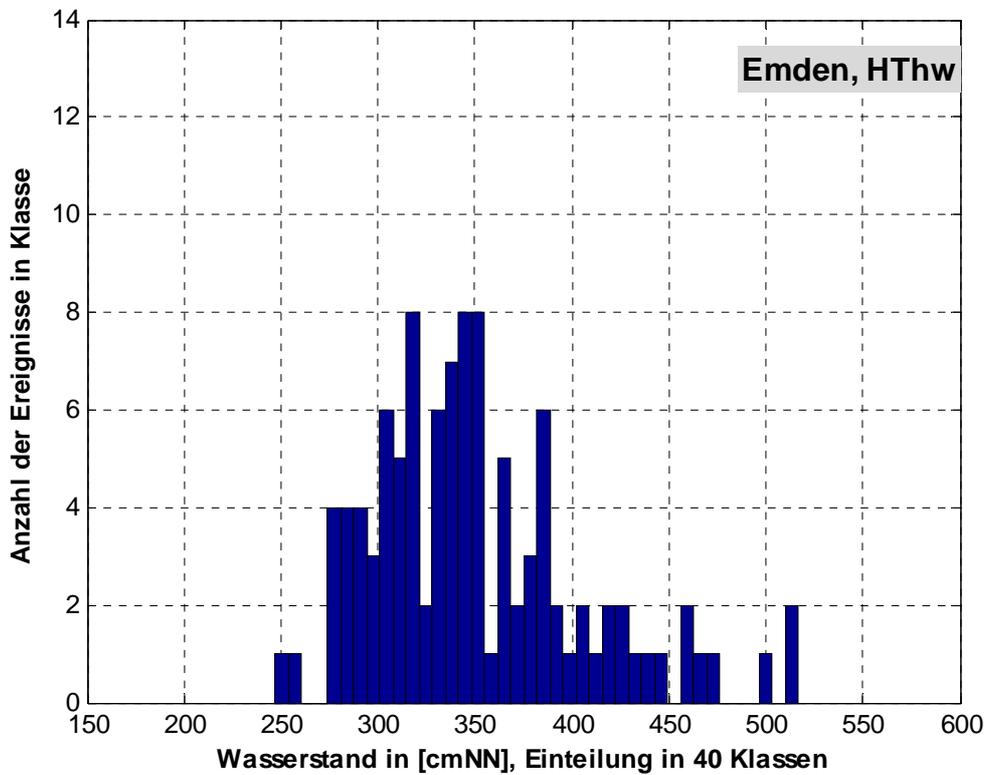


Abbildung 10: Histogramm der HThw-Zeitreihe des Pegels Emden

Die Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse sind der Abbildung 11 und Tabelle 10 zu entnehmen. Der modellierte Maximalwert des BSH liegt mit  $W_{BSH} = 609$  cmNN 92 cm über dem bisher beobachteten Höchstwert im Jahr 1906 mit  $HHThw_{1906} = 517$  cmNN.

Die Ergebnisse der ProMUSE-Funktion weichen erheblich von den Ergebnissen der GEV ab, die annähernd einer Gumbel I –Verteilung (Gerade im Wahrscheinlichkeitsplot) entsprechen. Der zweit- bis fünfthöchste Wert werden durch die GEV scheinbar besser erfasst, jedoch ergibt sich beim höchsten Wert der Beobachtungsreihe eine deutliche Anlehnung an die ProMUSE-Funktion. Durch die starken Unterschiede der Funktionsverläufe ergeben sich beim  $10^{-4}$ -Ereignis Differenzen von bis zu 2 m.

Bei der Bewertung der Ergebnisse des Pegels Emden ist zu berücksichtigen, dass der Pegel im Hafen Emden angeordnet ist. Südlich des Hafens verläuft das Emder Fahrwasser der Ems, welches wiederum im Norden des Dollarts liegt. Der Dollart ist eine ca. 100 km<sup>2</sup> große Bucht, die durch Sturmfluten der Nordsee in vergangenen Jahrhunderten entstanden ist. Das Emder Fahrwasser wird vom eigentlichen Dollart durch den Geiseleitdamm getrennt, der jedoch bei Tidehochwasser überströmt wird. Die Beschreibung der Umgebung des Pegelstandortes zeigt, dass hier stark anthropogene Einflüsse vorhanden sind und nicht unmittelbar davon ausgegangen werden kann, dass durch eine Trendbereinigung der HThw-Zeitreihe diese Einflüsse ausreichend erfasst werden.

Die statistische Analyse der beobachteten Daten bleibt dennoch ein geeignetes Mittel zur Ermittlung von Eintrittswahrscheinlichkeiten, da weitergehende Informationen kaum vorliegen. Die Wasserstände des Pegels Emden sollten jedoch immer durch einen Vergleich mit Pegeln an weniger stark beeinflussten Standorten auf Plausibilität überprüft werden. Ebenso hilfreich kann eine vergleichende Betrachtung mit entsprechenden Wasserständen auf der niederländischen Seite des Dollarts sein.

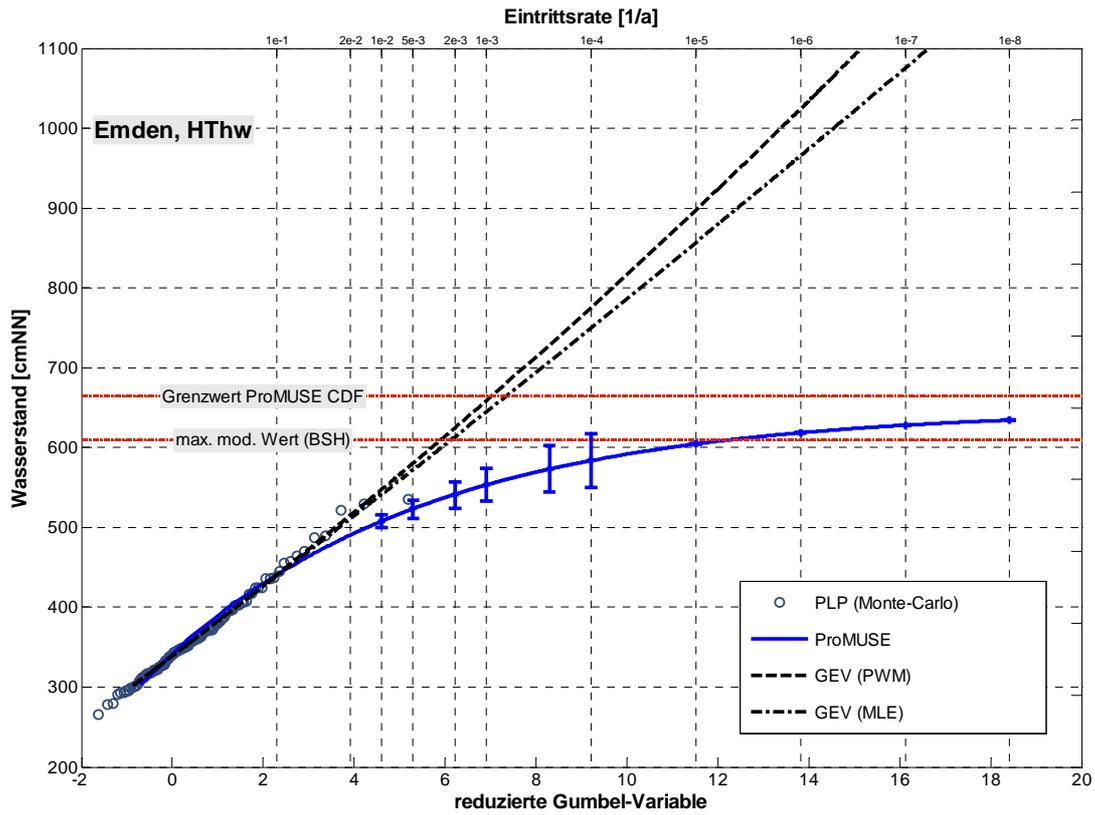


Abbildung 11: Statistisch-probabilistische Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Emden

Tabelle 10: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Emden

Pegel:	Emden, HThw			
Maximalwert (BSH):	609 cmNN	math. Grenzwert:	664 cmNN	
Wahrscheinlichkeit $P_U$	ProMUSE [cmNN]	Streubreite [cmNN]	GEV (PWM) [cmNN]	GEV (MLE) [cmNN]
$1,00 \cdot 10^{-2}$	508	500 ... 517	547	541
$5,00 \cdot 10^{-3}$	523	512 ... 536	580	572
$2,00 \cdot 10^{-3}$	541	525 ... 559	625	613
$1,00 \cdot 10^{-3}$	553	532 ... 574	659	645
$2,50 \cdot 10^{-4}$	573	543 ... 602	--	--
$1,00 \cdot 10^{-4}$	584	549 ... 618	775	750

### 8.3.3 Norderney

Der Pegel Norderney ist einer der untersuchten Inselpegel und nimmt daher eine besondere Stellung ein. Die Inselpegel sind bei statistischen Untersuchungen wertvolle Standorte, da in der Regel davon ausgegangen werden kann, dass die Inselstandorte weniger starken anthropogenen Einflüssen unterlegen waren und sind, als entsprechende Küstenstandorte des Festlandes.

Der Pegel Norderney hat eine HThw-Zeitreihe von 1901 bis 2004. Diese Zeitreihe wurde mit dem 19-jährigen Mittel des entsprechenden MThw homogenisiert, welches einen linearen säkularen Anstieg von  $s_T(1901-2004) = 0,26 \text{ cm/Jahr}$  aufweist. Die jährlichen Extremwerte (HThw) weisen die Häufigkeitsverteilung nach Abbildung 13 auf.

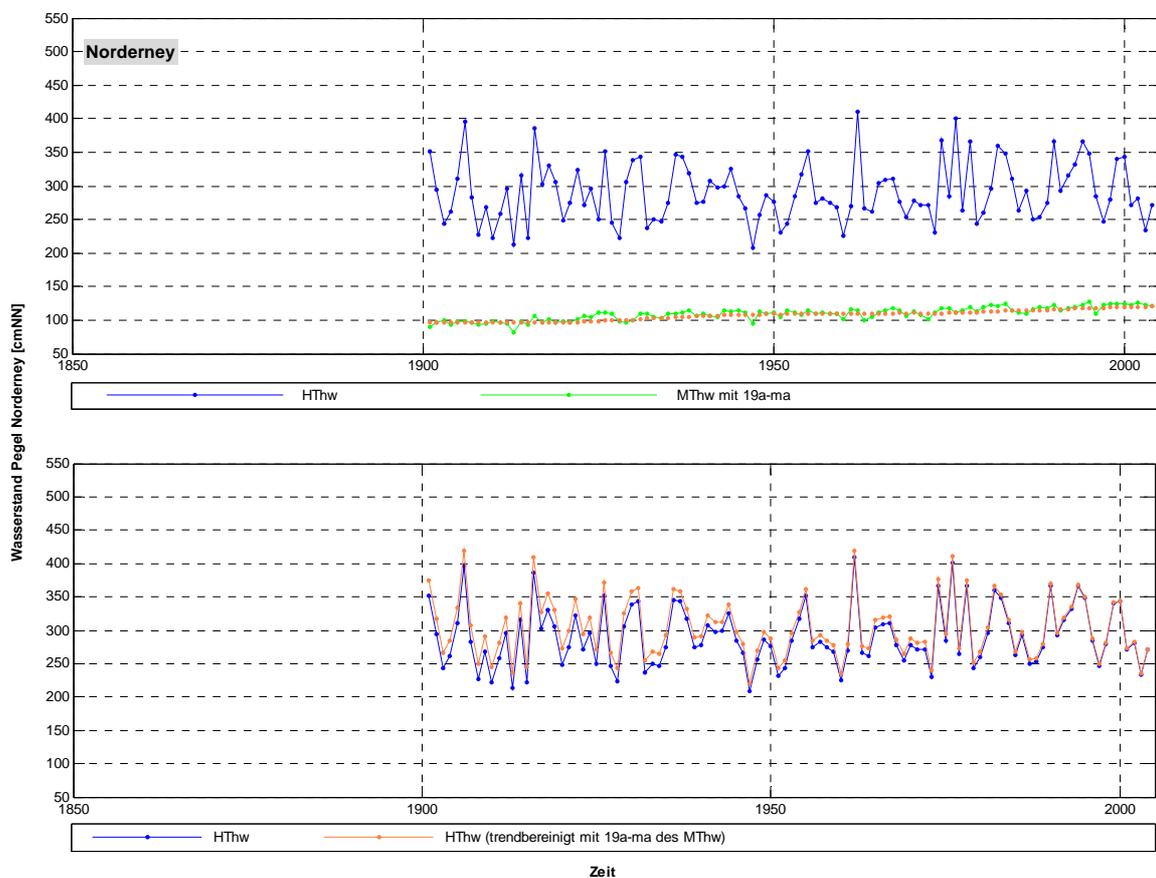


Abbildung 12: HThw- und MThw-Zeitreihe des Pegels Norderney mit Trendbereinigung

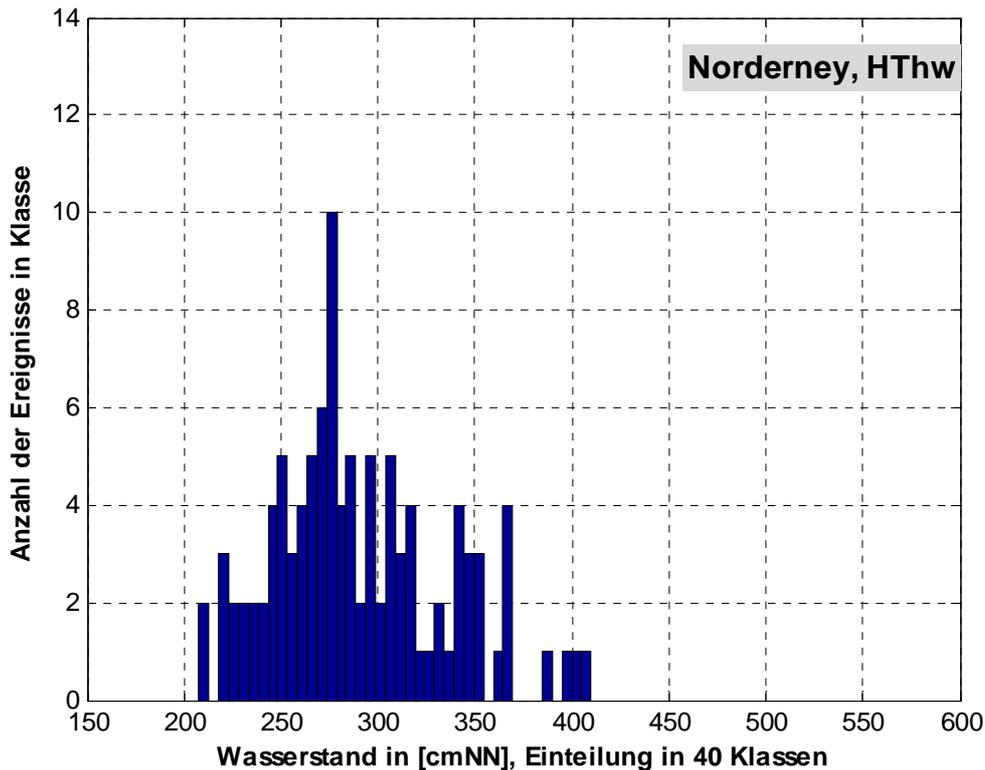


Abbildung 13: Histogramm der HThw-Zeitreihe des Pegels Norderney

Die Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse sind der Abbildung 14 und Tabelle 11 zu entnehmen. Der modellierte Maximalwert des BSH liegt mit  $W_{BSH} = 512$  cmNN 102 cm über dem bisher beobachteten Höchstwert im Jahr 1962 mit  $HHThw_{1962} = 410$  cmNN.

Die ProMUSE-Funktion beschreibt die vorliegenden Extremwerte sehr gut. Insbesondere die vier höchsten HThw-Werte werden gut erfasst. Die ProMUSE-Funktion hat eine stärkere Krümmung als die vergleichenden GEV-Funktionen, wobei die GEV-Funktion mit Parameterschätzung über Maximum-Likelihood-Schätzung noch annähernd am oberen Streubereich der ProMUSE-Funktion liegt. Durch die unterschiedlichen Krümmungen der Funktionen resultieren Differenzen beim  $10^{-4}$ -Ereignis von ca. 50 cm.

Insgesamt sind die Wasserstände am Pegel Norderney, wie an allen vorgelagerten Inselstandorten, niedriger als an den Festlandpegeln. Die Tidewelle steilt sich mit abnehmender Entfernung zur Küste zunehmend auf, was durch die ausgeprägteren Flachwasserbereiche im Küstenvorfeld begründet ist.

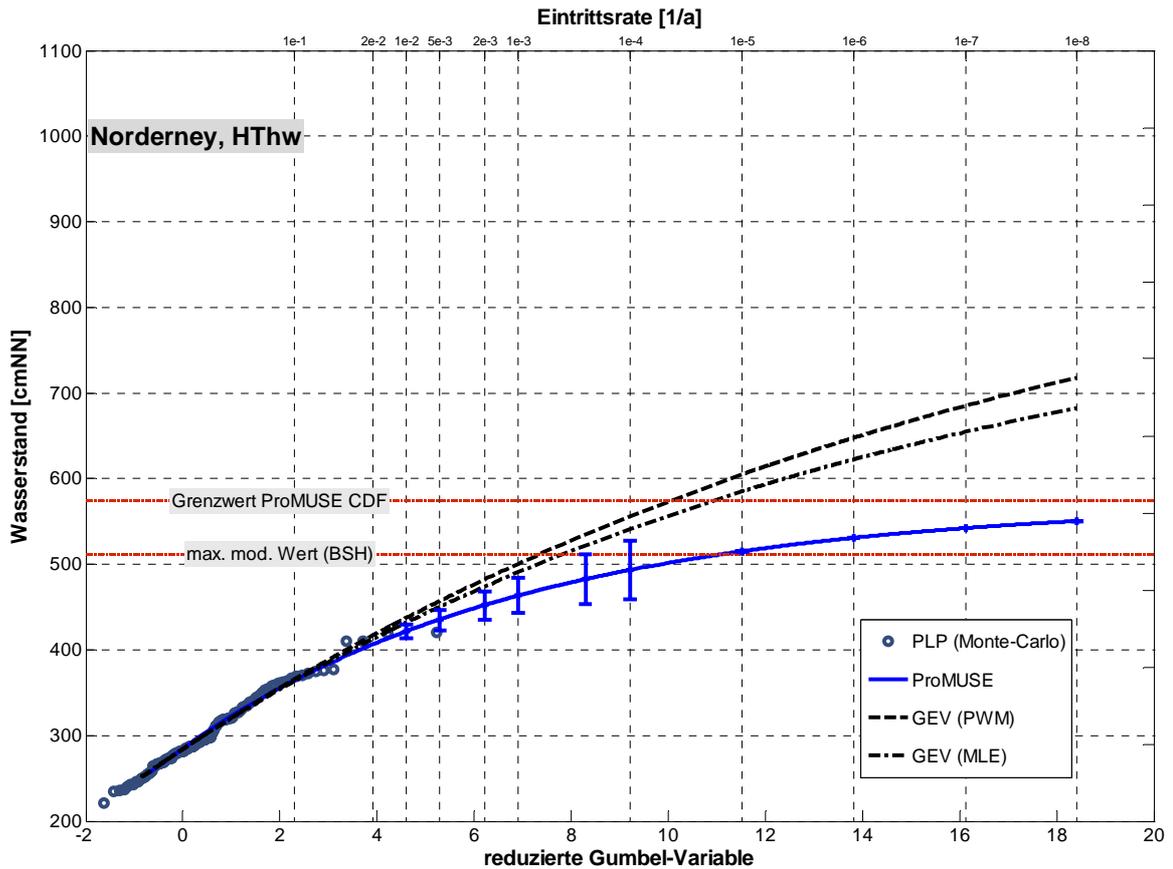


Abbildung 14: Statistisch-probabilistische Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Norderney

Tabelle 11: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Norderney

Pegel:		Norderney, HThw		
Maximalwert (BSH):	512 cmNN	math. Grenzwert:	574 cmNN	
Wahrscheinlichkeit $P_U$	ProMUSE [cmNN]	Streubreite [cmNN]	GEV (PWM) [cmNN]	GEV (MLE) [cmNN]
$1,00 \cdot 10^{-2}$	422	413 ... 430	437	432
$5,00 \cdot 10^{-3}$	436	424 ... 447	457	451
$2,00 \cdot 10^{-3}$	452	435 ... 468	482	474
$1,00 \cdot 10^{-3}$	463	443 ... 484	501	491
$2,50 \cdot 10^{-4}$	483	454 ... 513	--	--
$1,00 \cdot 10^{-4}$	493	459 ... 527	556	541

### 8.3.4 Bremerhaven

Der Pegel Bremerhaven hat eine HThw-Zeitreihe von 1901 bis 2004. Diese Zeitreihe wurde mit dem 19-jährigen Mittel des entsprechenden MThw homogenisiert, welches einen linearen säkularen Anstieg von  $s_T(1901-2003) = 0,26 \text{ cm/Jahr}$  aufweist. Die jährlichen Extremwerte (HThw) weisen die Häufigkeitsverteilung nach Abbildung 16 auf.

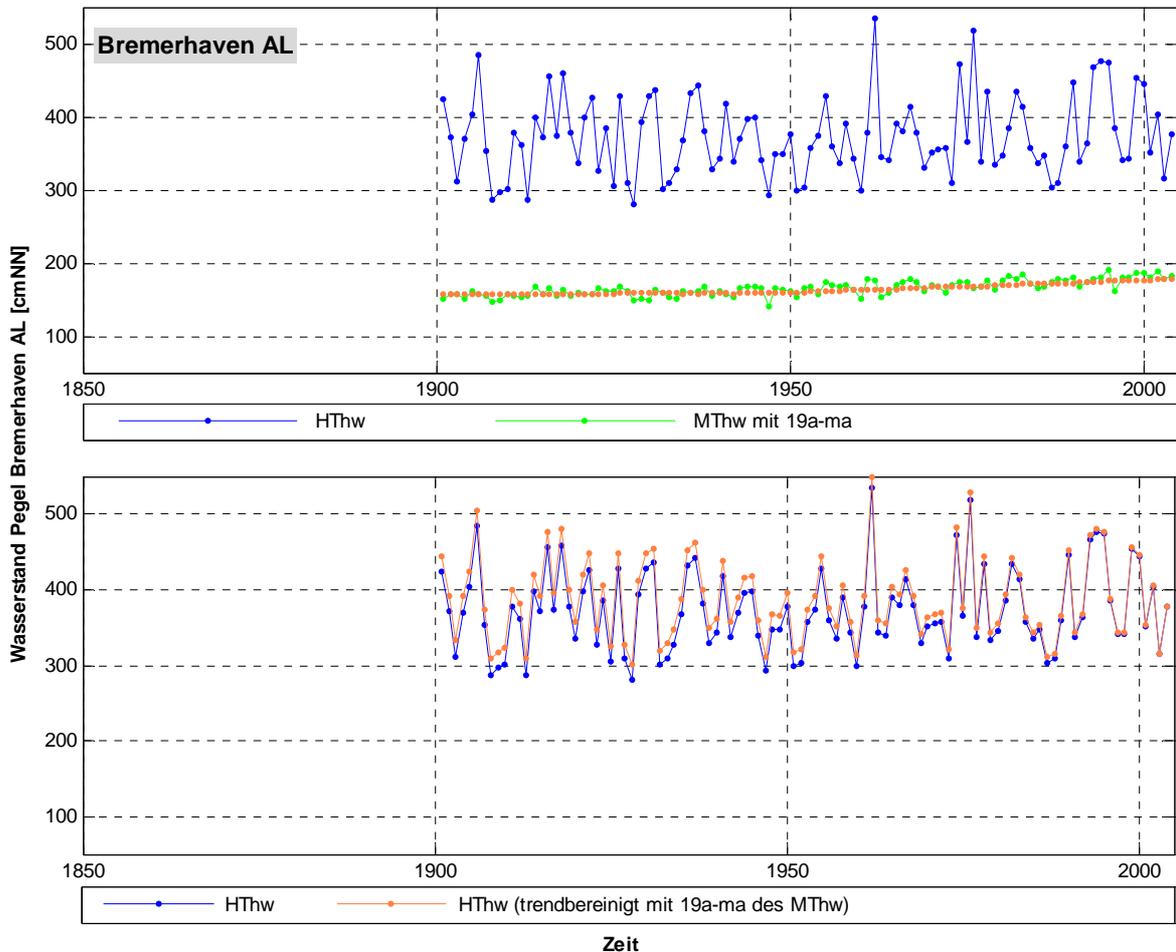


Abbildung 15: HThw- und MThw-Zeitreihe des Pegels Bremerhaven mit Trendbereinigung

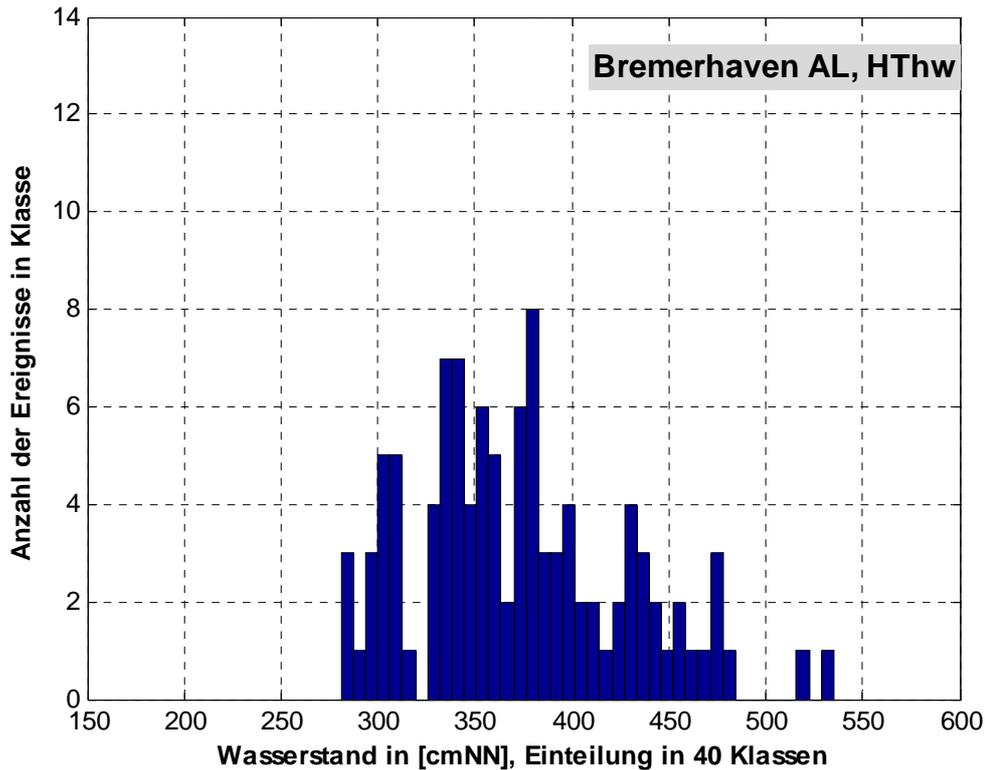


Abbildung 16: Histogramm der HThw-Zeitreihe des Pegels Bremerhaven

Die Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse sind der Abbildung 17 und Tabelle 12 zu entnehmen. Der modellierte Maximalwert des BSH liegt mit  $W_{BSH} = 674$  cmNN 139 cm über dem bisher beobachteten Höchstwert im Jahr 1962 mit  $HHThw_{1962} = 535$  cmNN.

Der Verlauf der Verteilungsfunktionen ist ähnlich zum Verlauf am Pegel Norderney. Die ProMUSE-Funktion hat eine stärkere Krümmung als die GEV-Funktionen, weshalb sie unter diesen liegt. Die beobachteten Extremwerte werde mit der ProMUSE-Funktion sehr gut nachgebildet, wobei insbesondere die GEV-Funktion mit dem Schätzverfahren PWM (Probability Weighted Moments) innerhalb der Varianz der ProMUSE-Funktion liegt. Durch die unterschiedlichen Krümmungen der Funktionen resultieren Differenzen beim  $10^{-4}$ -Ereignis von 30 bis 40 cm.

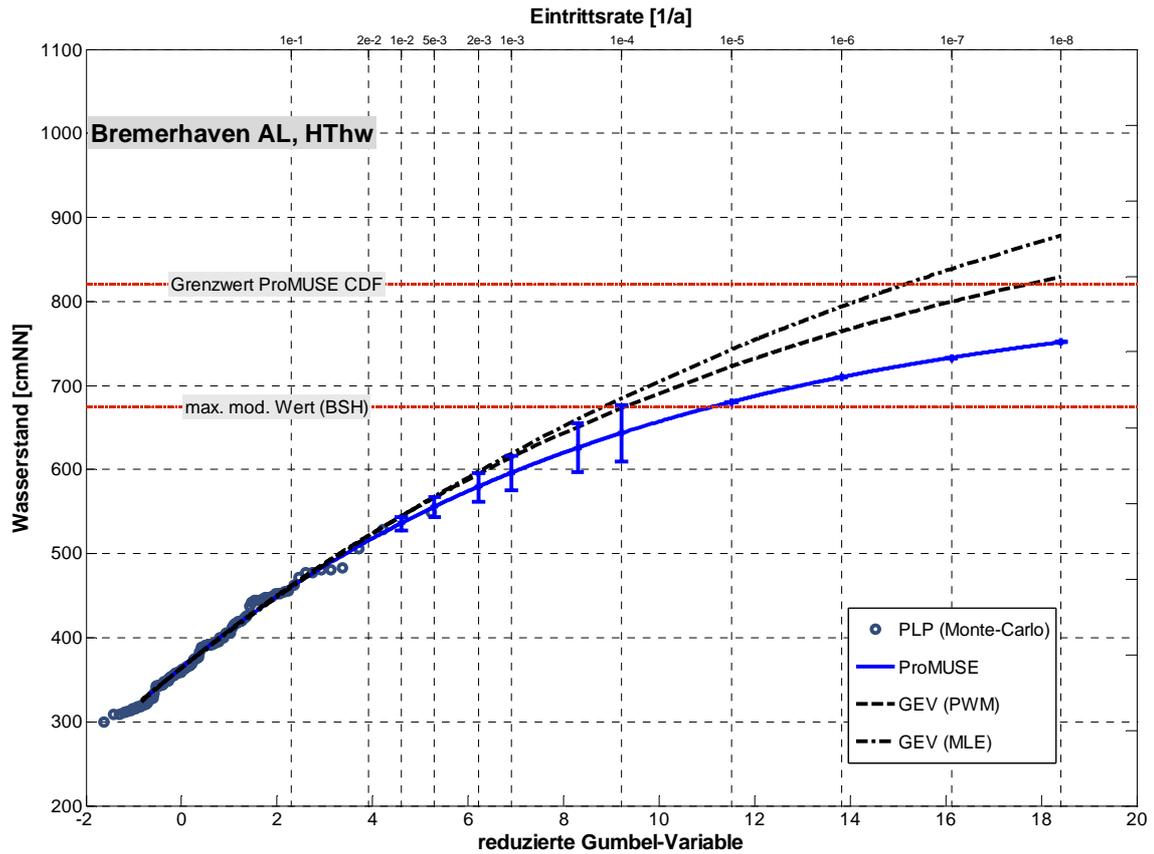


Abbildung 17: Statistisch-probabilistische Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Bremerhaven

Tabelle 12: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Bremerhaven

Pegel:		Bremerhaven, HThw		
Maximalwert (BSH):	674 cmNN	math. Grenzwert:	820 cmNN	
Wahrscheinlichkeit $P_{\bar{0}}$	ProMUSE [cmNN]	Streubreite [cmNN]	GEV (PWM) [cmNN]	GEV (MLE) [cmNN]
$1,00 \cdot 10^{-2}$	536	527 ... 544	544	544
$5,00 \cdot 10^{-3}$	556	544 ... 567	567	568
$2,00 \cdot 10^{-3}$	580	563 ... 596	594	598
$1,00 \cdot 10^{-3}$	596	576 ... 617	614	620
$2,50 \cdot 10^{-4}$	626	597 ... 656	--	--
$1,00 \cdot 10^{-4}$	643	609 ... 677	673	686

### 8.3.5 Cuxhaven

Der Pegel Cuxhaven hat eine HThw-Zeitreihe von 1849 bis 2004. Der Pegel Cuxhaven ist damit der Pegel mit der längsten Zeitreihenaufzeichnung an der Deutschen Nordseeküste. Aufgrund der qualitativ hochwertigen Datenreihe und der, bezogen auf das Gebiet der Deutschen Bucht, zentralen Lage des Pegels, nimmt dieser eine Sonderstellung innerhalb der untersuchten Pegel ein. Den Ergebnissen des Pegels Cuxhaven wird daher ein besonderes Gewicht gegeben, da dieser als Referenz- oder Vergleichspegel für vielfältige Aufgabenstellungen herangezogen wird. Diese Zeitreihe wurde mit dem 19-jährigen Mittel des entsprechenden MThw homogenisiert, welches einen linearen säkularen Anstieg von  $ST_{(1849-2004)} = 0,26 \text{ cm/Jahr}$  aufweist. Die jährlichen Extremwerte (HThw) weisen die Häufigkeitsverteilung nach Abbildung 19 auf.



Abbildung 18: HThw- und MThw-Zeitreihe des Pegels Cuxhaven mit Trendbereinigung

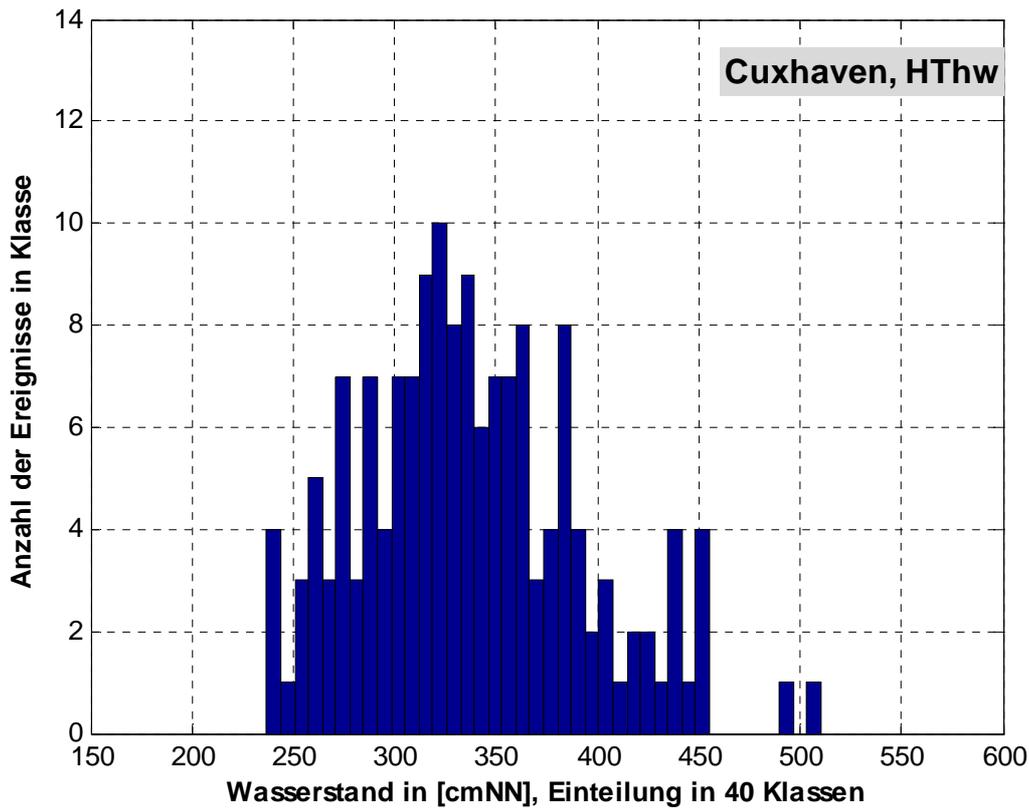


Abbildung 19: Histogramm der HThw-Zeitreihe des Pegels Cuxhaven

Die Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse sind der Abbildung 20 und Tabelle 13 zu entnehmen. Der modellierte Maximalwert des BSH liegt mit  $W_{BSH} = 651$  cmNN 141 cm über dem bisher beobachteten Höchstwert im Jahr 1976 mit  $HHThw_{1976} = 510$  cmNN.

Die angewendeten Verteilungsfunktionen beschreiben alle in ähnlicher Weise die HThw-Zeitreihe. Die ProMUSE-Funktion liegt etwas über den GEV-Verteilungen, jedoch sind die Unterschiede nicht signifikant. Bis in der Bereich des  $10^{-4}$ -Ereignisses verlaufen die Funktionen fast deckungsgleich und so ergeben sich auch beim  $10^{-4}$ -Ereignis lediglich Differenzen von 3 bis 12 cm.

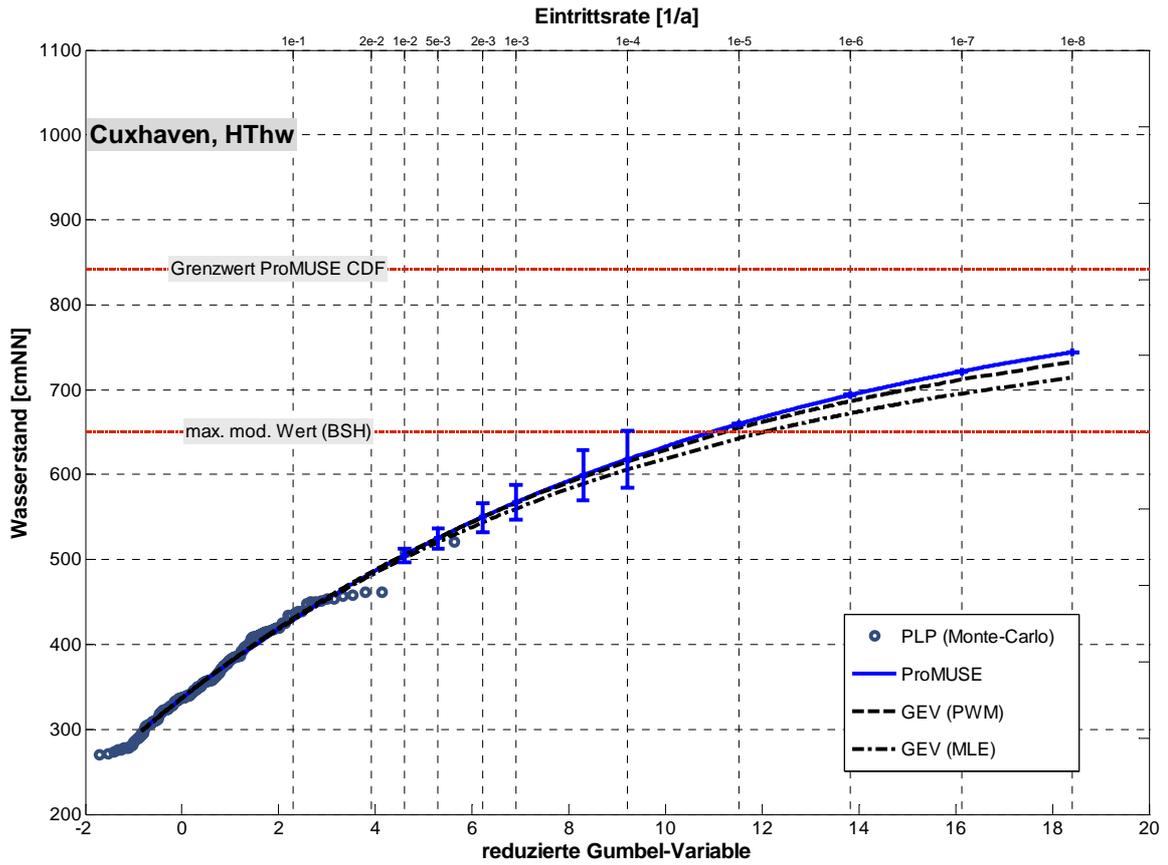


Abbildung 20: Statistisch-probabilistische Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Cuxhaven

Tabelle 13: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Cuxhaven

Pegel:	Cuxhaven, HThw			
Maximalwert (BSH):	651 cmNN	math. Grenzwert:	842 cmNN	
Wahrscheinlichkeit $P_{\bar{0}}$	ProMUSE [cmNN]	Streubreite [cmNN]	GEV (PVM) [cmNN]	GEV (MLE) [cmNN]
$1,00 \cdot 10^{-2}$	505	496 ... 513	506	502
$5,00 \cdot 10^{-3}$	525	513 ... 536	526	521
$2,00 \cdot 10^{-3}$	550	533 ... 566	550	544
$1,00 \cdot 10^{-3}$	567	547 ... 588	567	560
$2,50 \cdot 10^{-4}$	599	570 ... 629	--	--
$1,00 \cdot 10^{-4}$	618	584 ... 652	615	606

### 8.3.6 Helgoland

Der Pegel Helgoland ist ein Inselpegel und hat eine HThw-Zeitreihe von 1911 bis 2004, wobei zwischen 1919 bis 1924 und 1945 bis 1952 keine Daten vorhanden sind. Diese Zeitreihe wurde mit dem 19-jährigen Mittel des entsprechenden MThw homogenisiert, welches einen linearen säkularen Anstieg von  $ST(1911-2004) = 0,20 \text{ cm/Jahr}$  aufweist. Die jährlichen Extremwerte (HThw) weisen die Häufigkeitsverteilung nach Abbildung 22 auf.

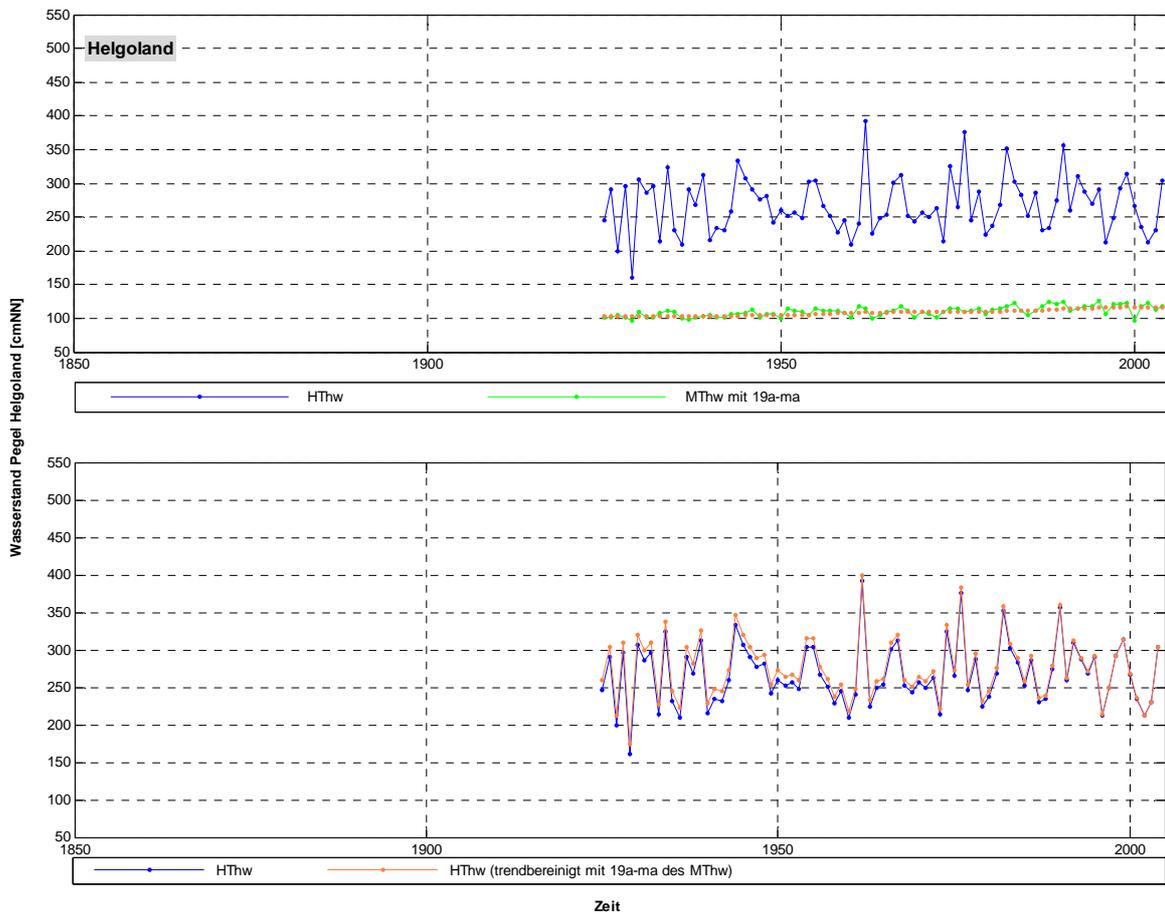


Abbildung 21: HThw- und MThw-Zeitreihe des Pegels Helgoland mit Trendbereinigung

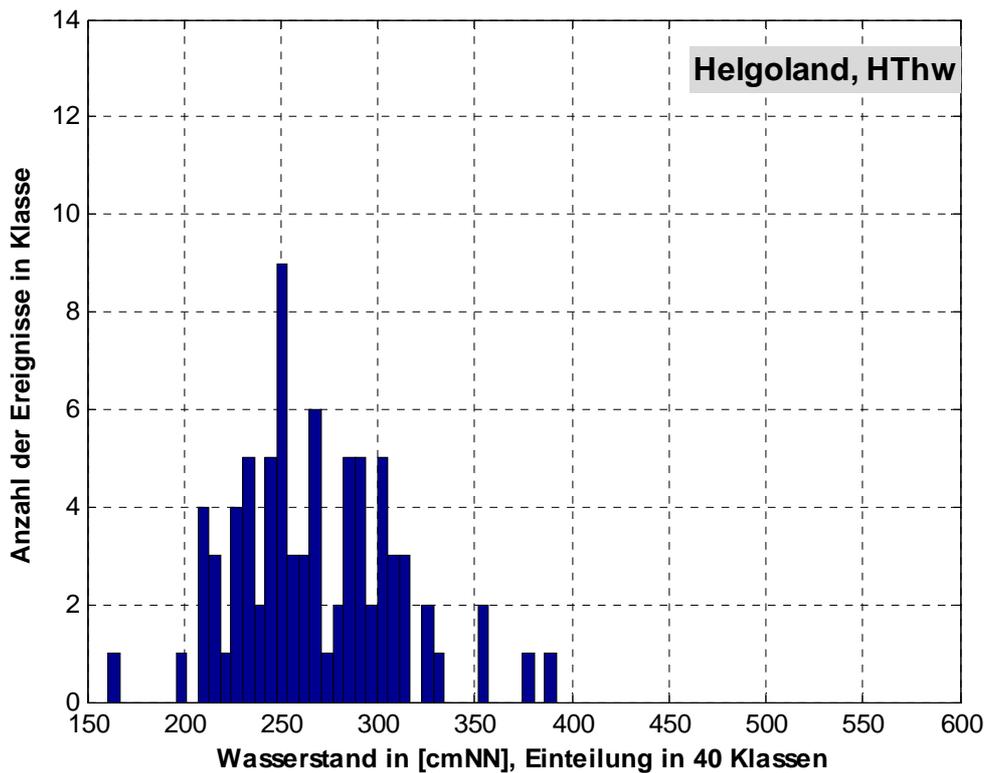


Abbildung 22: Histogramm der HThw-Zeitreihe des Pegels Helgoland

Die Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse sind der Abbildung 23 und Tabelle 14 zu entnehmen. Der modellierte Maximalwert des BSH liegt mit  $W_{BSH} = 499$  cmNN 107 cm über dem bisher beobachteten Höchstwert im Jahr 1962 mit  $HH_{Thw1962} = 392$  cmNN.

Aufgrund des vorgelagerten Standortes der Insel sind die Wasserstände insgesamt niedriger als am Festland. Die ProMUSE-Funktion hat bei der statistisch-probabilistischen Auswertung eine geringere Krümmung, als die GEV-Funktionen und liegt daher etwas über diesen. Insgesamt kann jedoch kein signifikanter Unterschied festgestellt werden, da beide GEV-Funktionen innerhalb der unteren Varianz der ProMUSE-Funktion liegen. Durch die unterschiedlichen Krümmungen der Funktionen resultieren Differenzen beim  $10^{-4}$ -Ereignis von 20 bis 30 cm.

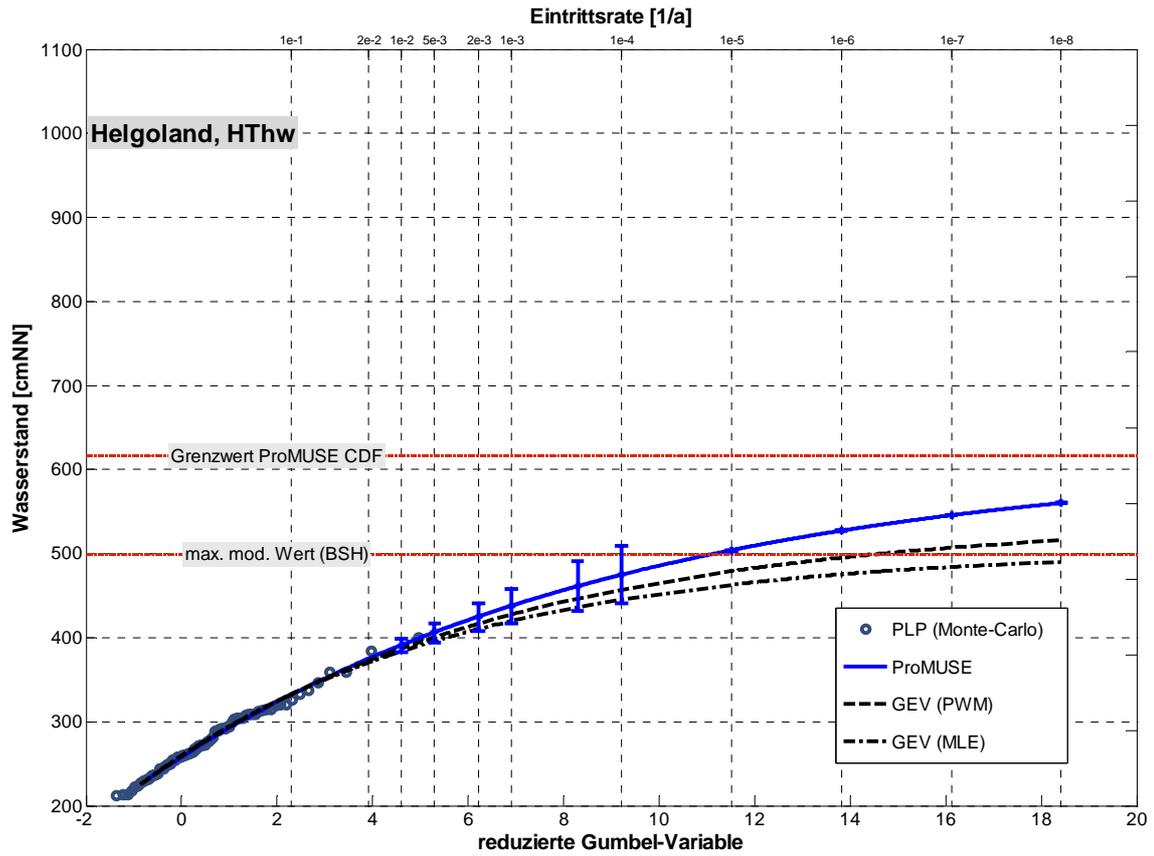


Abbildung 23: Statistisch-probabilistische Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Helgoland

Tabelle 14: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Helgoland

Pegel:	Helgoland, HThw			
Maximalwert (BSH):	499 cmNN	math. Grenzwert:	616 cmNN	
Wahrscheinlichkeit $P_U$	ProMUSE [cmNN]	Streubreite [cmNN]	GEV (PWM) [cmNN]	GEV (MLE) [cmNN]
$1,00 \cdot 10^{-2}$	391	382 ... 399	387	384
$5,00 \cdot 10^{-3}$	407	395 ... 418	401	369
$2,00 \cdot 10^{-3}$	425	408 ... 441	417	410
$1,00 \cdot 10^{-3}$	438	418 ... 459	427	420
$2,50 \cdot 10^{-4}$	461	432 ... 491	--	--
$1,00 \cdot 10^{-4}$	475	441 ... 509	457	445

### 8.3.7 BÜsum

Der Pegel BÜsum hat eine HThw-Zeitreihe von 1871 bis 2004. Diese Zeitreihe wurde mit dem 19-jährigen Mittel des entsprechenden MThw homogenisiert, welches einen linearen säkularen Anstieg von  $s_{T(1871-2004)} = 0,24 \text{ cm/Jahr}$  aufweist. Die jährlichen Extremwerte (HThw) weisen die Häufigkeitsverteilung nach Abbildung 25 auf.

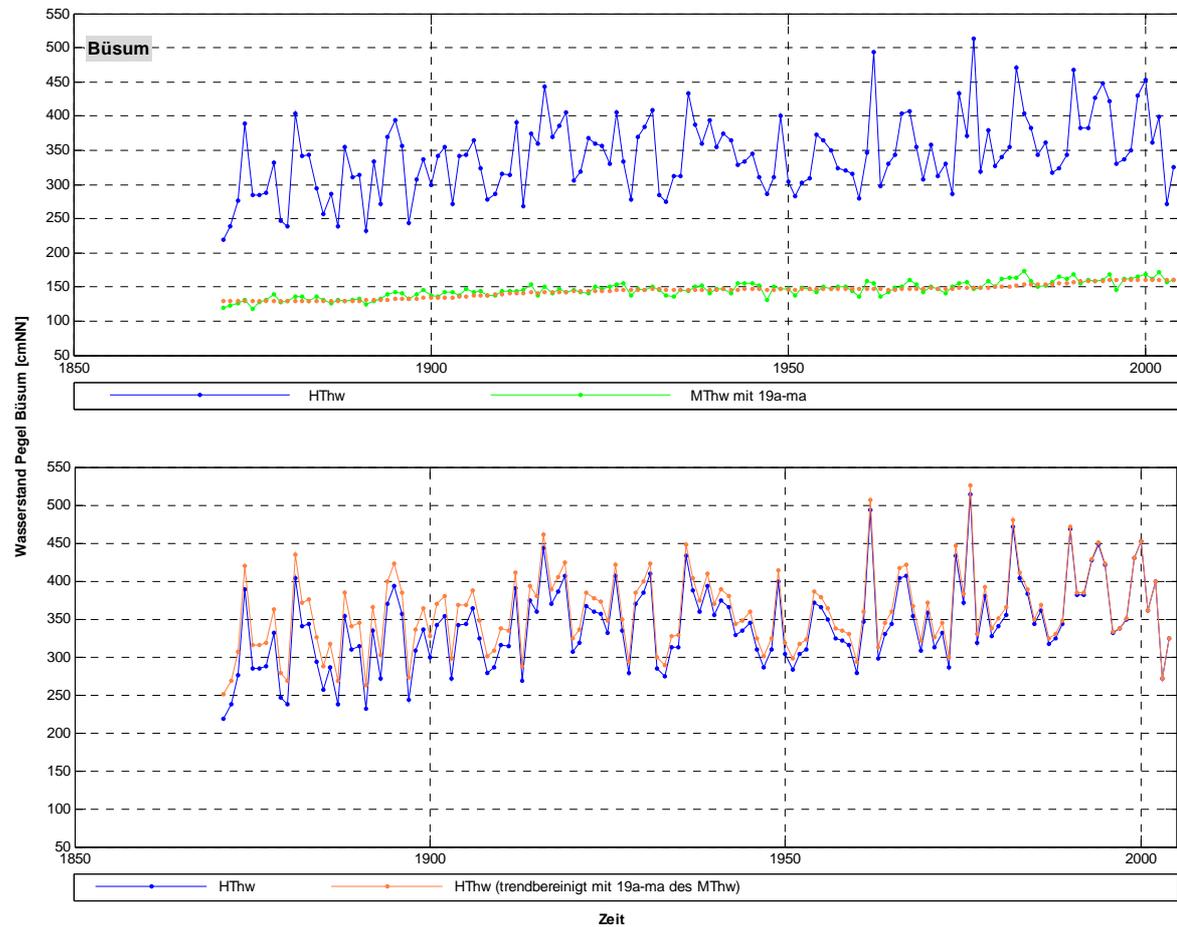


Abbildung 24: HThw- und MThw-Zeitreihe des Pegels BÜsum mit Trendbereinigung

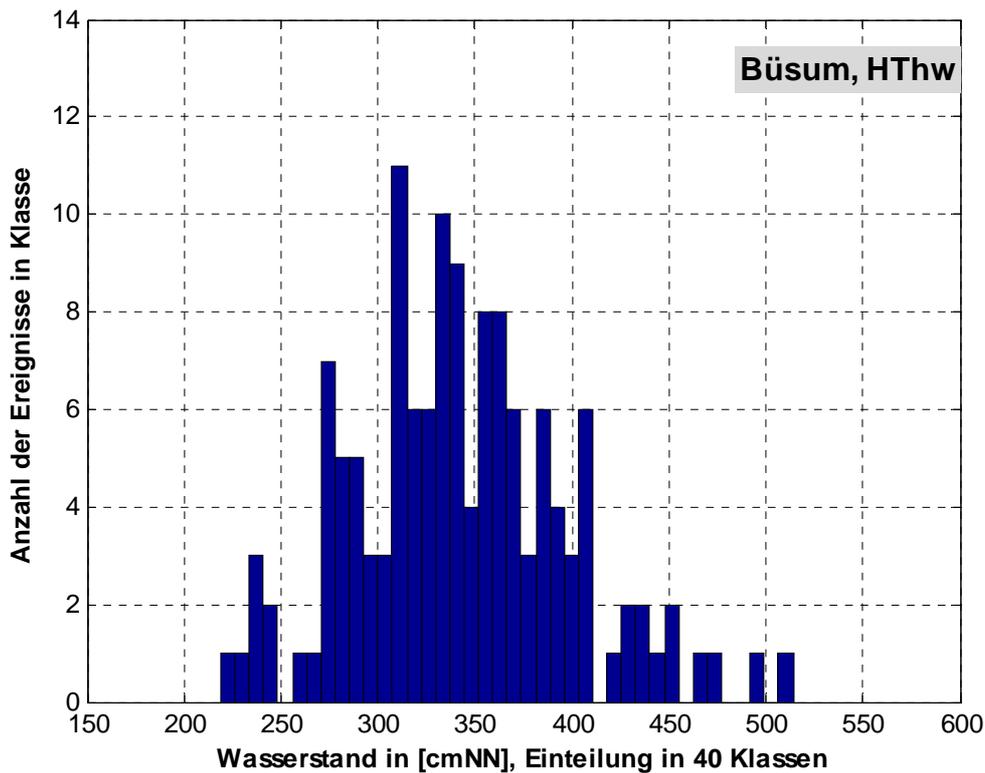


Abbildung 25: Histogramm der HThw-Zeitreihe des Pegels Büsum

Die Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse sind der Abbildung 26 und Tabelle 15 zu entnehmen. Der modellierte Maximalwert des BSH liegt mit  $W_{BSH} = 635$  cmNN 121 cm über dem bisher beobachteten Höchstwert im Jahr 1976 mit  $HHThw_{1976} = 514$  cmNN.

Die angewendeten GEV-Funktionen unterscheiden sich im Verlauf nicht signifikant voneinander und sind stärker gekrümmt, als die ProMUSE-Funktion. Die GEV-Funktionen verlaufen recht genau um unteren Rand der Varianz der ProMUSE-Funktion und weisen daher niedrigere Wasserstände für alle Wahrscheinlichkeiten aus. Für das  $10^{-4}$ -Ereignis ergeben sich Differenzen von 30 bis 35 cm vorhanden.

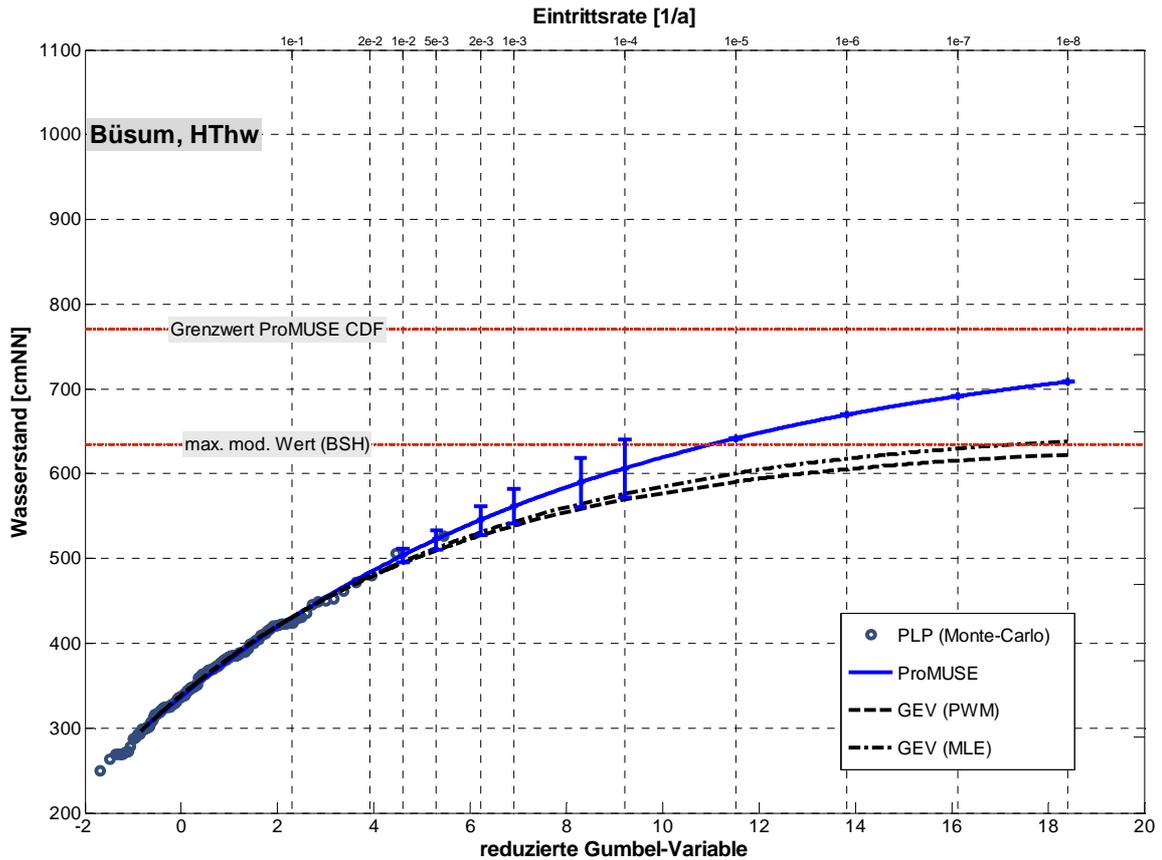


Abbildung 26: Statistisch-probabilistische Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Büsum

Tabelle 15: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Büsum

Pegel:	Büsum, HThw			
Maximalwert (BSH):	635 cmNN	math. Grenzwert:	770 cmNN	
Wahrscheinlichkeit $P_U$	ProMUSE [cmNN]	Streubreite [cmNN]	GEV (PWM) [cmNN]	GEV (MLE) [cmNN]
$1,00 \cdot 10^{-2}$	504	495 ... 512	494	496
$5,00 \cdot 10^{-3}$	523	511 ... 534	509	512
$2,00 \cdot 10^{-3}$	545	528 ... 561	527	531
$1,00 \cdot 10^{-3}$	561	541 ... 582	539	543
$2,50 \cdot 10^{-4}$	590	561 ... 620	--	--
$1,00 \cdot 10^{-4}$	606	572 ... 640	569	577

### 8.3.8 Husum

Der Pegel Husum hat eine HThw-Zeitreihe von 1868 bis 2004. Diese Zeitreihe wurde mit dem 19-jährigen Mittel des entsprechenden MThw homogenisiert, welches einen linearen säkularen Anstieg von  $s_T(1868-2004) = 0,32 \text{ cm/Jahr}$  aufweist. Die jährlichen Extremwerte (HThw) weisen die Häufigkeitsverteilung nach Abbildung 28 auf.

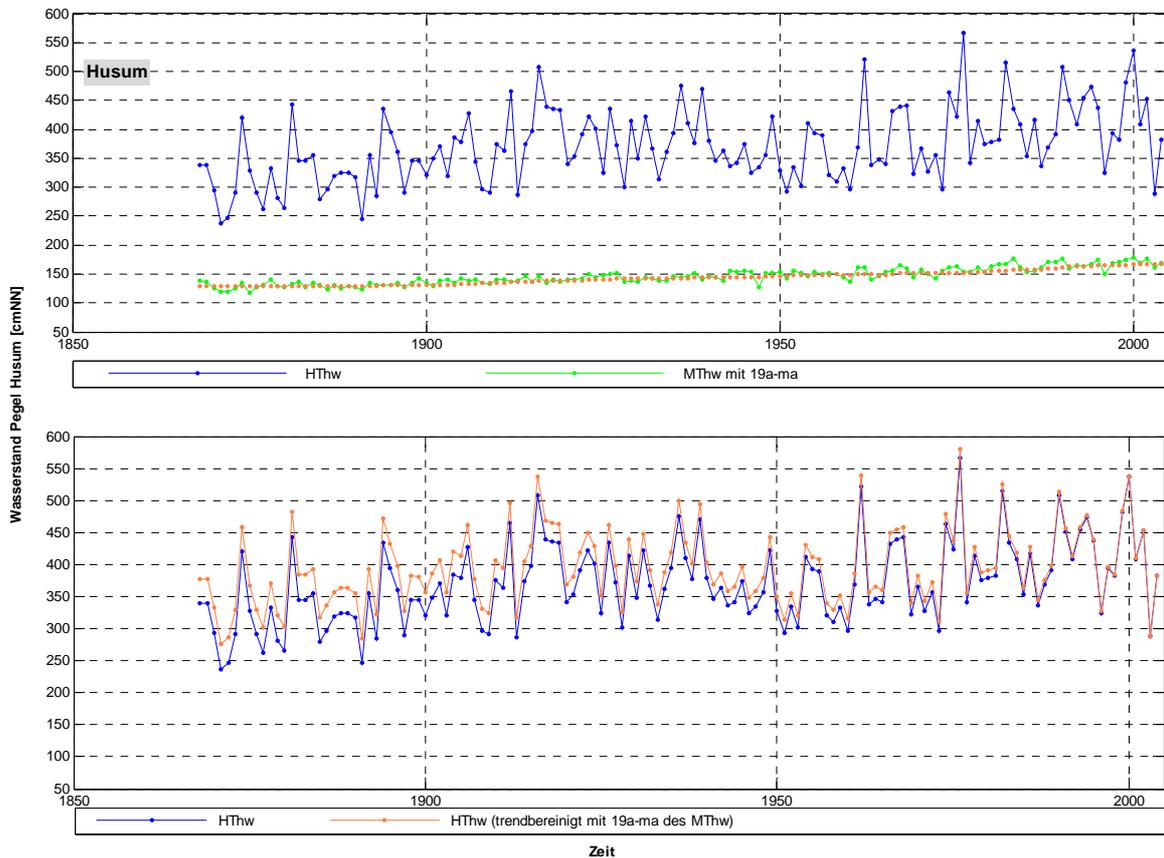


Abbildung 27: HThw- und MThw-Zeitreihe des Pegels Husum mit Trendbereinigung

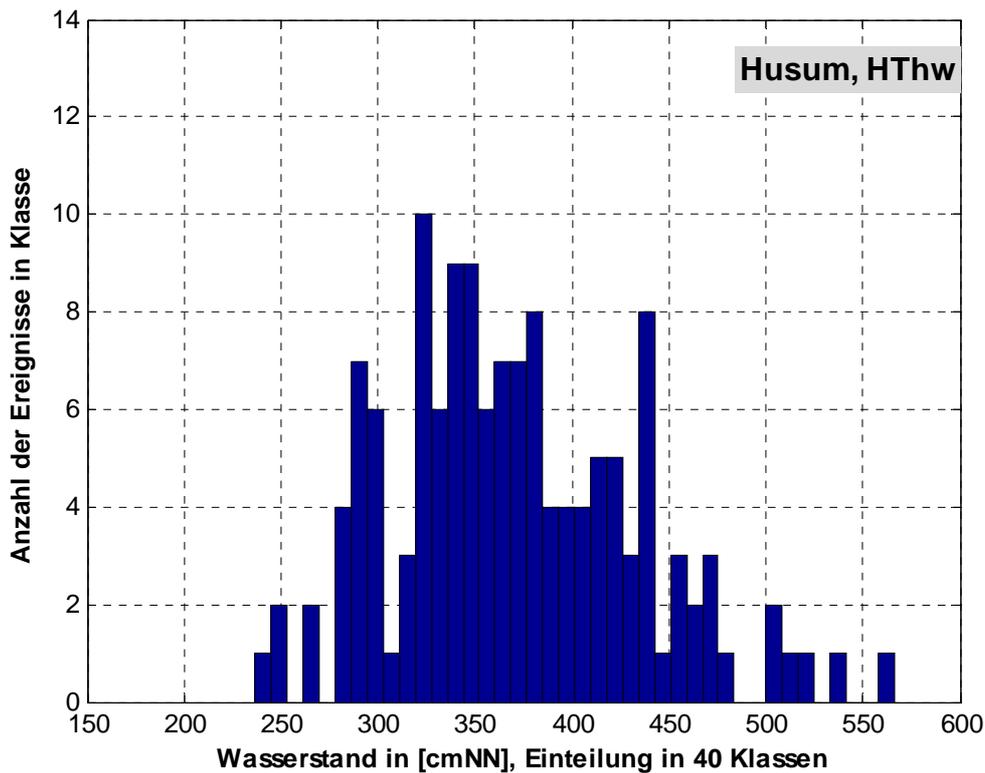


Abbildung 28: Histogramm der HThw-Zeitreihe des Pegels Husum

Die Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse sind der Abbildung 29 und Tabelle 16 zu entnehmen. Der modellierte Maximalwert des BSH liegt mit  $W_{BSH} = 669$  cmNN 103 cm über dem bisher beobachteten Höchstwert im Jahr 1976 mit  $HHThw_{1976} = 566$  cmNN.

Die angewendeten Verteilungsfunktionen beschreiben alle in ähnlicher Weise die HThw-Zeitreihe. Die ProMUSE-Funktion liegt etwas unter den GEV-Verteilungen, jedoch sind die Unterschiede nicht signifikant. Bis in der Bereich des  $10^{-4}$ -Ereignisses verlaufen die GEV-Funktionen innerhalb der Varianz der ProMUSE-Funktion und so ergeben sich beim  $10^{-4}$ -Ereignis Differenzen von 20 bis 30 cm.

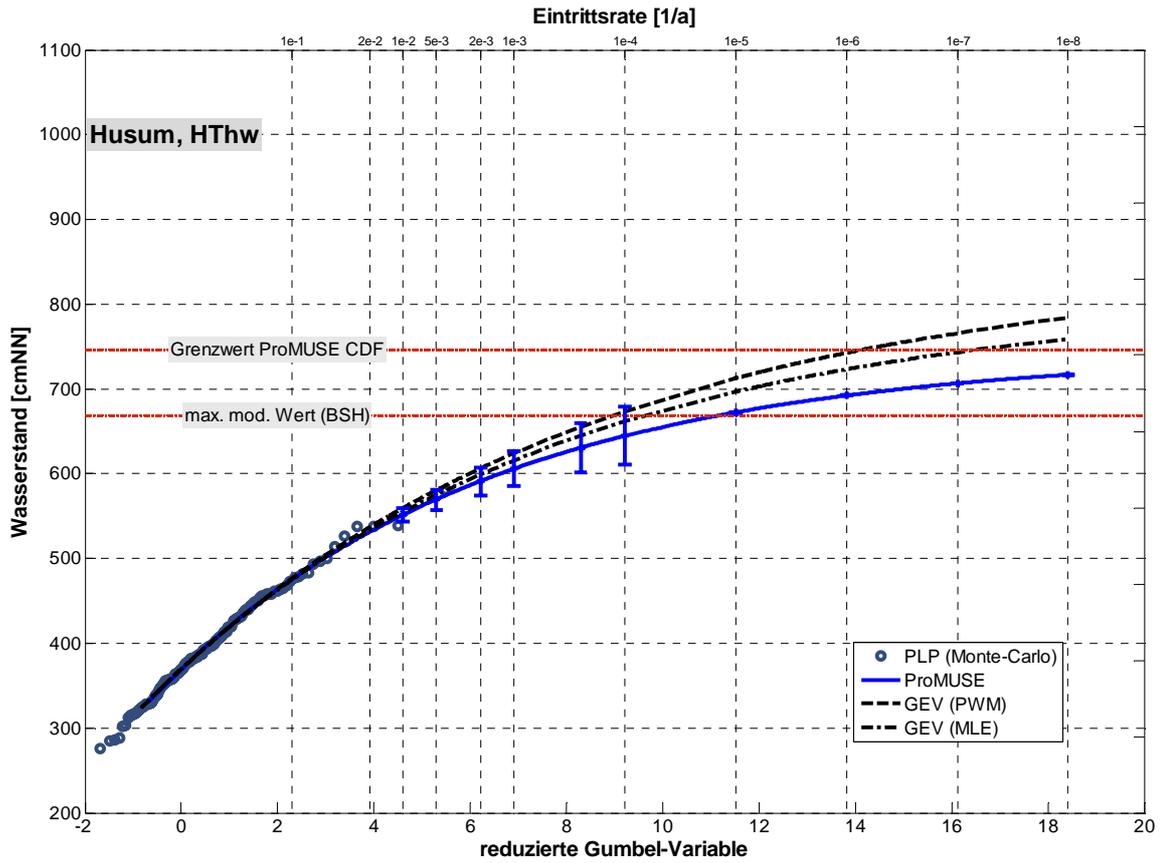


Abbildung 29: Statistisch-probabilistische Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Husum

Tabelle 16: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Husum

Pegel:	Husum, HThw			
Maximalwert (BSH):	669 cmNN	math. Grenzwert:	746 cmNN	
Wahrscheinlichkeit $P_U$	ProMUSE [cmNN]	Streubreite [cmNN]	GEV (PWM) [cmNN]	GEV (MLE) [cmNN]
$1,00 \cdot 10^{-2}$	551	542 ... 559	559	555
$5,00 \cdot 10^{-3}$	570	558 ... 581	581	575
$2,00 \cdot 10^{-3}$	591	574 ... 607	606	599
$1,00 \cdot 10^{-3}$	606	586 ... 627	624	616
$2,50 \cdot 10^{-4}$	631	602 ... 661	--	--
$1,00 \cdot 10^{-4}$	645	611 ... 679	674	662

### 8.3.9 Dagebüll

Der Pegel Dagebüll hat eine HThw-Zeitreihe von 1874 bis 2004. Diese Zeitreihe wurde mit dem 19-jährigen Mittel des entsprechenden MThw homogenisiert, welches einen linearen säkularen Anstieg von  $s_{T(1874-2004)} = 0,28 \text{ cm/Jahr}$  aufweist. Die jährlichen Extremwerte (HThw) weisen die Häufigkeitsverteilung nach Abbildung 31 auf.



Abbildung 30: HThw- und MThw-Zeitreihe des Pegels Dagebüll mit Trendbereinigung

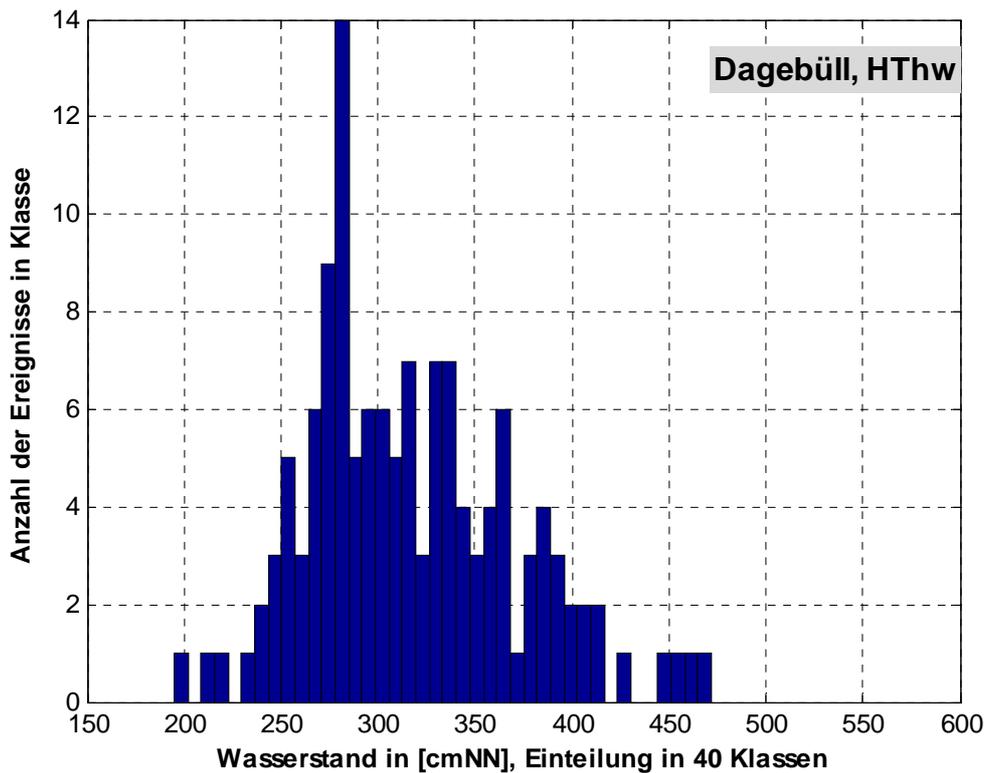


Abbildung 31: Histogramm der HThw-Zeitreihe des Pegels Dagebüll

Die Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse sind der Abbildung 32 und Tabelle 17 zu entnehmen. Der modellierte Maximalwert des BSH liegt mit  $W_{BSH} = 555 \text{ cmNN} + 83 \text{ cm}$  über dem bisher beobachteten Höchstwert im Jahr 1982 mit  $HHThw_{1982} = 472 \text{ cmNN}$ .

Die angewendeten GEV-Funktionen verlaufen über der ProMUSE-Funktion, wobei sie nur teilweise noch innerhalb der oberen Varianz der ProMUSE-Funktion sind. Wiederum wird der Höchstwert der beobachteten Daten durch die ProMUSE-Funktion am besten erfasst. Für das  $10^{-4}$ -Ereignis ergeben sich Differenzen von 30 bis 50 cm.

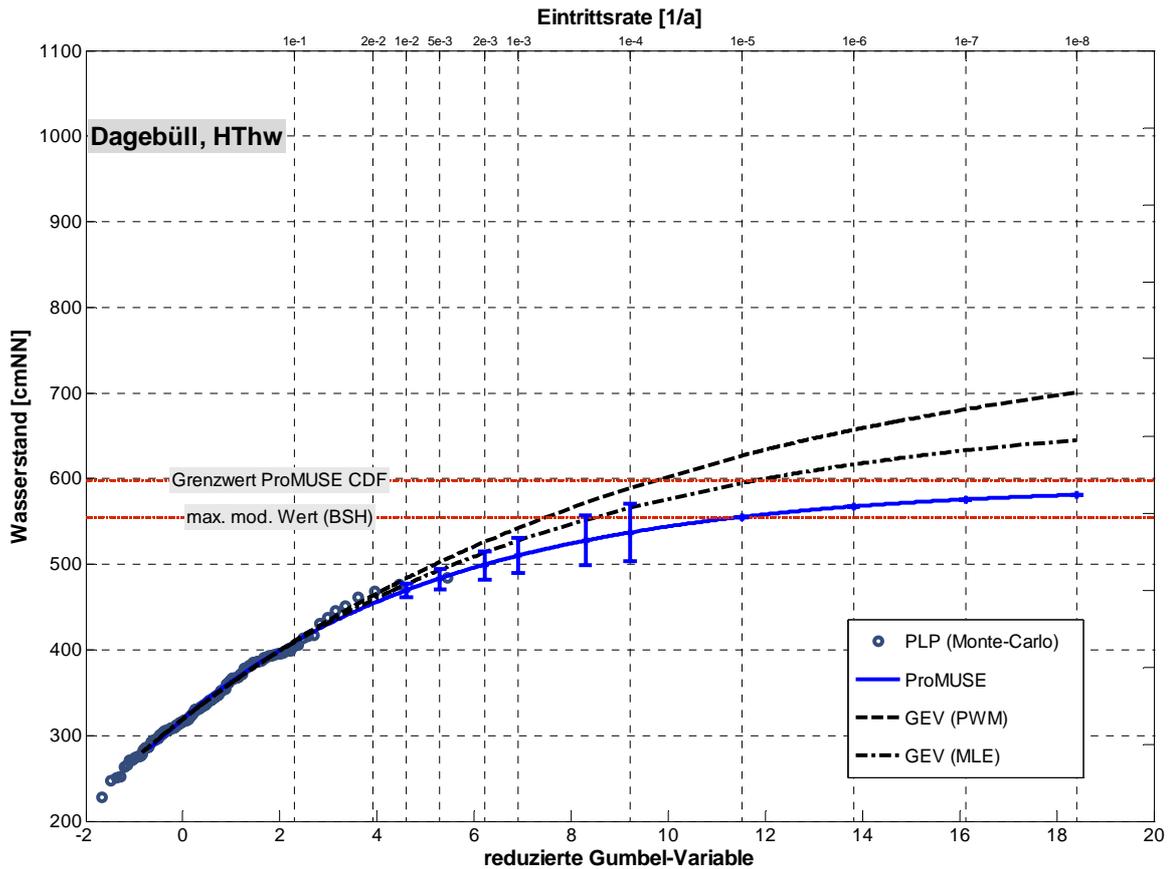


Abbildung 32: Statistisch-probabilistische Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Dagebüll

Tabelle 17: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels Dagebüll

Pegel:	Dagebüll, HThw			
Maximalwert (BSH):	555 cmNN	math. Grenzwert:	598 cmNN	
Wahrscheinlichkeit $P_U$	ProMUSE [cmNN]	Streubreite [cmNN]	GEV (PWM) [cmNN]	GEV (MLE) [cmNN]
$1,00 \cdot 10^{-2}$	470	461 ... 478	483	476
$5,00 \cdot 10^{-3}$	484	472 ... 495	503	493
$2,00 \cdot 10^{-3}$	500	483 ... 516	526	514
$1,00 \cdot 10^{-3}$	510	490 ... 531	542	527
$2,50 \cdot 10^{-4}$	528	499 ... 558	--	--
$1,00 \cdot 10^{-4}$	537	503 ... 571	589	566

### 8.3.10 List

Der Pegel List hat eine HThw-Zeitreihe von 1931 bis 2004. Diese Zeitreihe wurde mit dem 19-jährigen Mittel des entsprechenden MThw homogenisiert, welches einen linearen säkularen Anstieg von  $s_{T(1931-2004)} = 0,24 \text{ cm/Jahr}$  aufweist. Die jährlichen Extremwerte (HThw) weisen die Häufigkeitsverteilung nach Abbildung 34 auf.

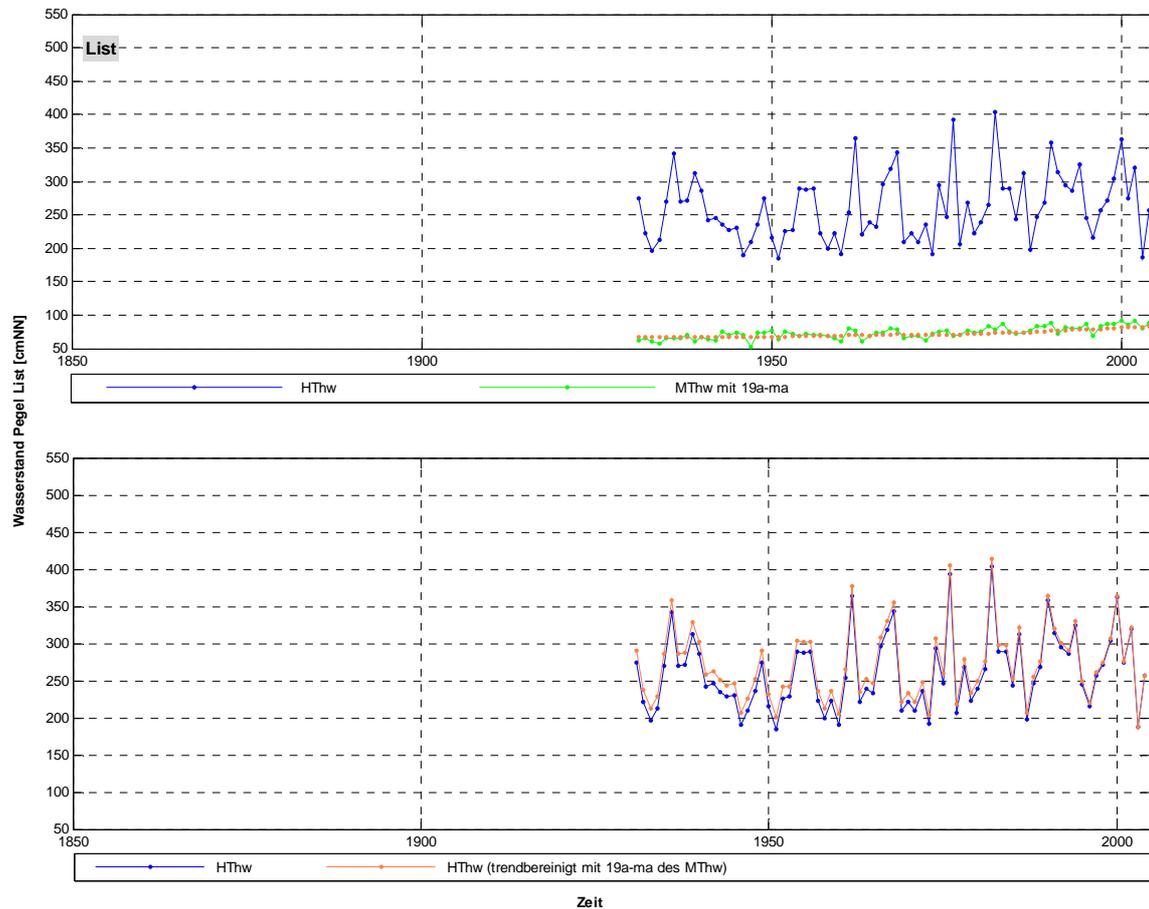


Abbildung 33: HThw- und MThw-Zeitreihe des Pegels List mit Trendbereinigung

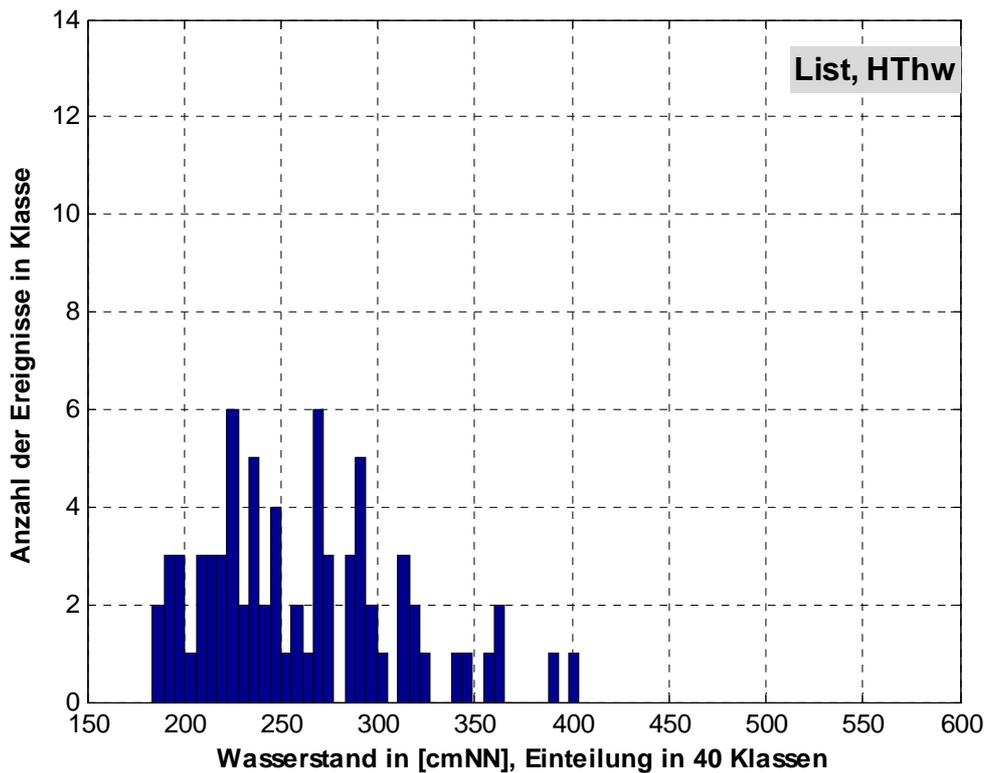


Abbildung 34: Histogramm der HThw-Zeitreihe des Pegels List

Die Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse sind der Abbildung 35 und Tabelle 18 zu entnehmen. Der modellierte Maximalwert des BSH liegt mit  $W_{BSH} = 483 \text{ cmNN}$  79 cm über dem bisher beobachteten Höchstwert im Jahr 1982 mit  $HH_{Thw1982} = 404 \text{ cmNN}$ .

Die angewendeten GEV-Funktionen unterscheiden sich im Verlauf signifikant vom Verlauf der ProMUSE-Funktion. Die GEV-Funktionen sind deutlich weniger gekrümmt als die ProMUSE-Funktion und beschreiben die beobachteten Daten bis auf den Höchstwert optisch gut; der Höchstwert wird jedoch von der ProMUSE-Funktion besser erfasst. Für das  $10^{-4}$ -Ereignis ergeben sich Differenzen von 110 bis 120 cm.

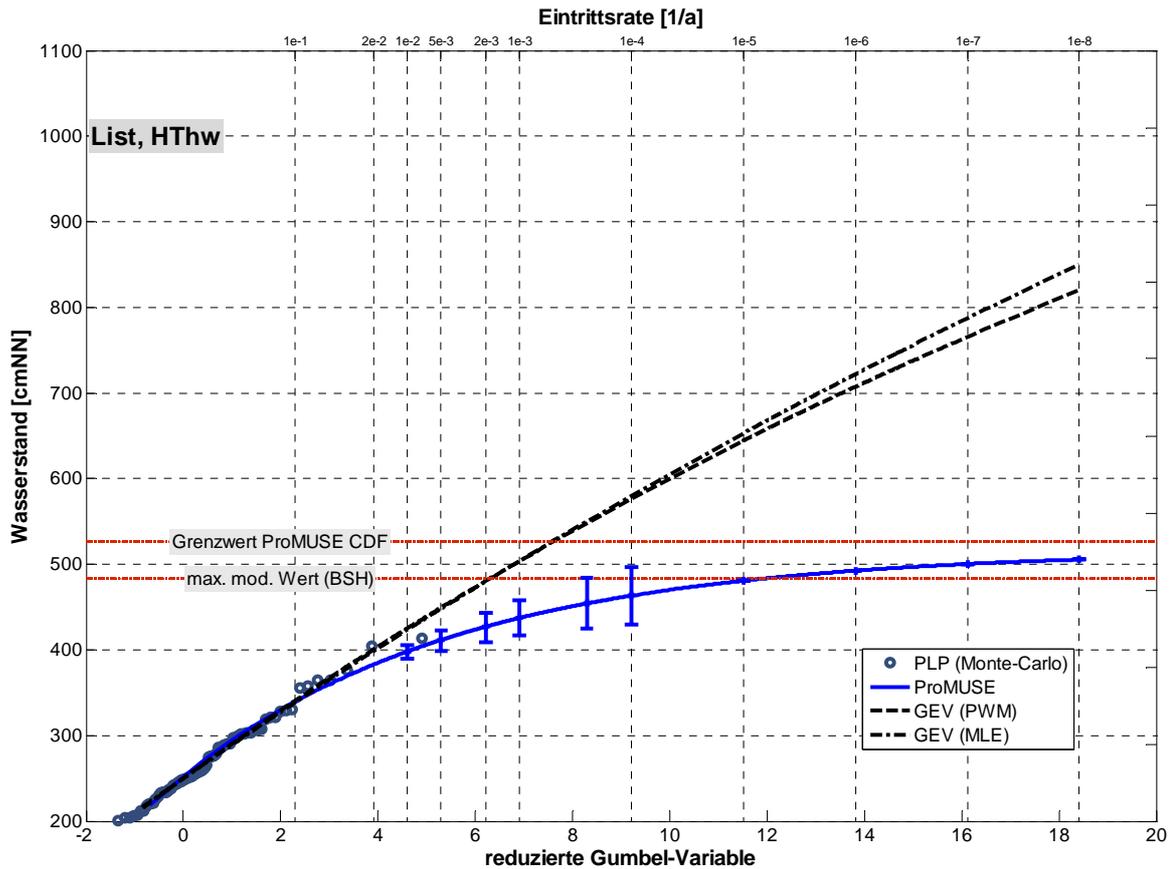


Abbildung 35: Statistisch-probabilistische Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels List

Tabelle 18: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der HThw-Zeitreihe des Pegels List

Pegel:	List, HThw			
Maximalwert (BSH):	483 cmNN	math. Grenzwert:	526 cmNN	
Wahrscheinlichkeit $P_{\bar{u}}$	ProMUSE [cmNN]	Streubreite [cmNN]	GEV (PWM) [cmNN]	GEV (MLE) [cmNN]
$1,00 \cdot 10^{-2}$	398	389 ... 406	425	423
$5,00 \cdot 10^{-3}$	412	400 ... 423	449	448
$2,00 \cdot 10^{-3}$	427	410 ... 443	481	480
$1,00 \cdot 10^{-3}$	437	417 ... 458	504	504
$2,50 \cdot 10^{-4}$	454	425 ... 484	--	--
$1,00 \cdot 10^{-4}$	463	429 ... 497	577	580

## 9 Auswertung der Windstaudaten am Pegel Cuxhaven

Zur statistisch-probabilistischen Analyse der Windstaudaten wurden zwei Datenkollektive des Pegels Cuxhaven untersucht (siehe Abschnitt 7.2). Zum einen wurde die partielle Zeitreihe 'Windstau um T<sub>nw</sub>' mit 98 Werten analysiert und zum anderen die partielle Zeitreihe 'Windstau um T<sub>hw</sub>' mit 68 Werten.

Beide Zeitreihen wurden mit der ProMUSE-Funktion analysiert, wobei bei der Analyse von partiellen Zeitreihen eine Korrektur der Eintrittswahrscheinlichkeiten berücksichtigt werden muss. Aufgrund der Tatsache, dass bei partiellen Zeitreihen weniger (oder mehr) Daten als Beobachtungsjahre zur Verfügung stehen, muss die Eintrittsrate wie folgt korrigiert werden (MANIAK 1992):

$$\lambda = \lambda^* \cdot \frac{M}{N} \quad \text{Gleichung 35}$$

mit:  $\lambda$  = korrigierte Eintrittsrate  
 $\lambda^*$  = nicht korrigierte Eintrittsrate aus statistischer Analyse  
 $M$  = Anzahl der Werte  
 $N$  = Anzahl der Beobachtungsjahre

In Abbildung 36 bis Abbildung 38 sind die partiellen Zeitreihen 'Windstau um T<sub>nw</sub>' und 'Windstau um T<sub>hw</sub>' dargestellt. Bei der Überlagerung der Zeitreihen (ohne zeitlichen Bezug) kann festgestellt werden, dass die Zeitreihe der Windstaudaten um T<sub>nw</sub> höhere Spitzenwerte erreicht, als die Windstaudaten um T<sub>hw</sub>. Dieser Sachverhalt ist physikalisch begründet. Der Mittelwert der Windstaudaten um T<sub>nw</sub> liegt mit  $W_{\text{Mittel},T_{nw}} = 271$  cm um 21 cm höher als der Mittelwert der Windstaudaten um T<sub>hw</sub> mit  $W_{\text{Mittel},T_{hw}} = 250$  cm.

Die Tatsache, dass sich bei Tideniedrigwasser in der Regel höhere Windstauwerte ergeben ist auch im Vergleich der höchsten Beobachtungsdaten und den maximal modellierten Daten des BSH ersichtlich (Abbildung 39). Für die partielle Zeitreihe der Windstaudaten um T<sub>nw</sub> ergibt sich ein bisher höchster beobachteter Wert von  $W_{\text{max},T_{nw},\text{beob.}} = 430$  cm am 23. Februar 1967 und ein zugehöriger maximal modellierter Wert von  $W_{\text{max},T_{nw},\text{modell.}} = 478$  cm. Für die partielle Zeitreihe der Windstaudaten um T<sub>hw</sub> ergibt sich ein bisher höchster beobachteter Wert von  $W_{\text{max},T_{hw},\text{beob.}} = 375$  cm am 16. Februar 1962 (Sturmflut 16./17. Februar 1962) und ein zugehöriger maximal modellierter Wert von  $W_{\text{max},T_{hw},\text{modell.}} = 465$  cm.

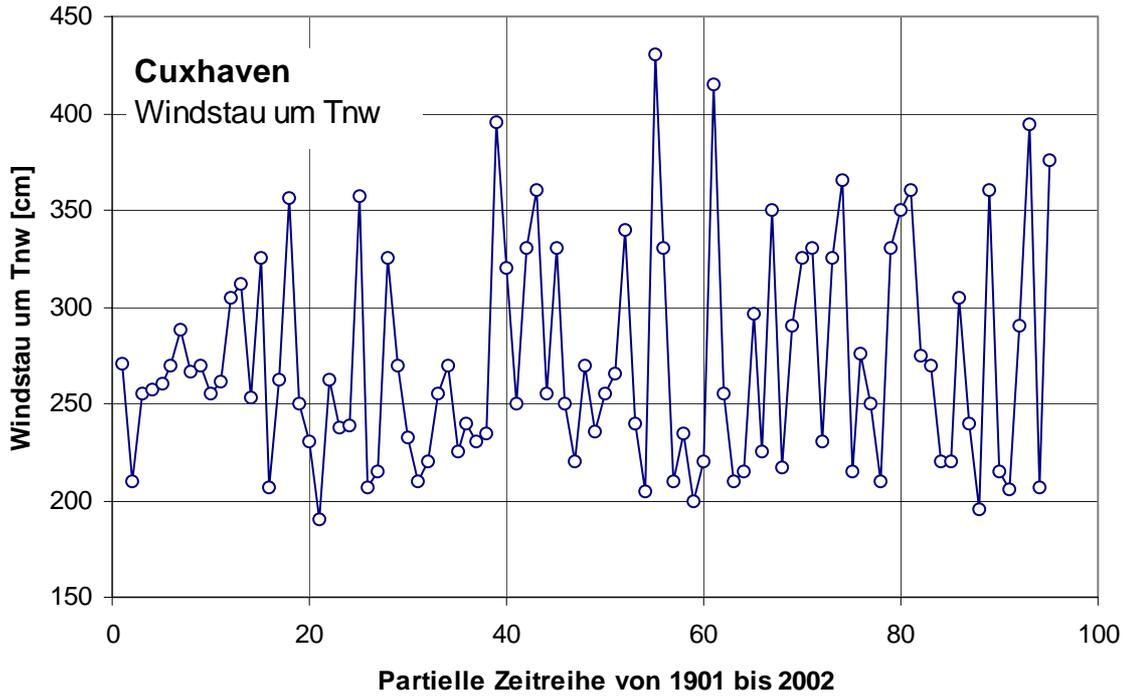


Abbildung 36: Partielle Zeitreihe 'Windstau um Tnw' (ohne zeitlichen Bezug)

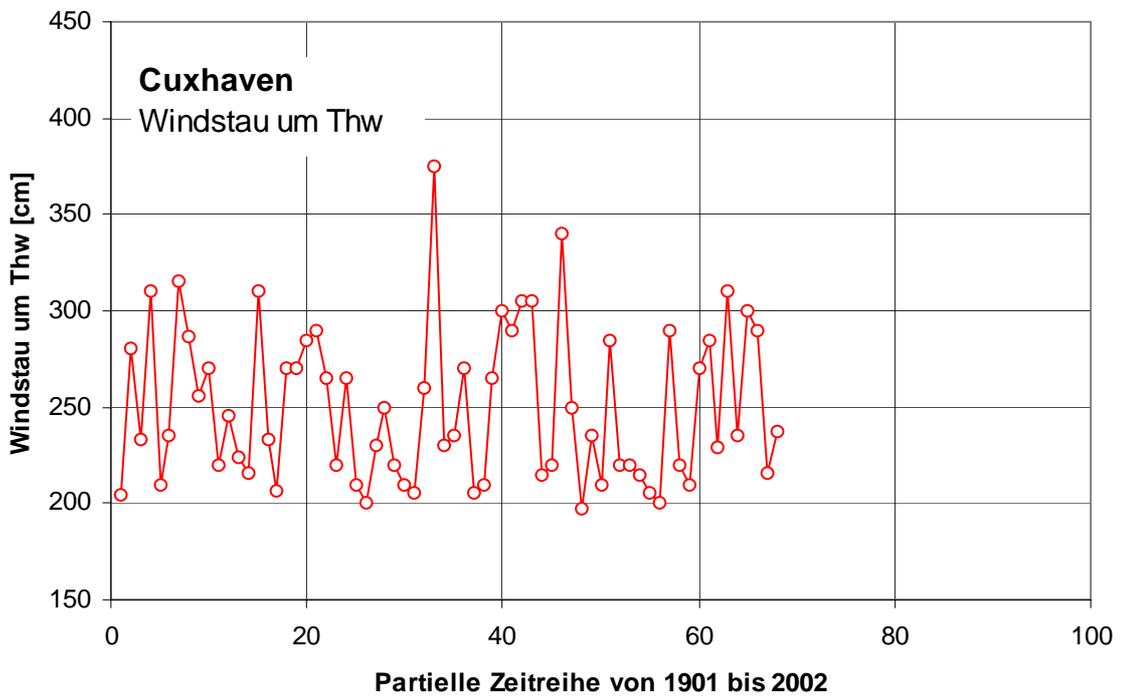


Abbildung 37: Partielle Zeitreihe 'Windstau um Thw' (ohne zeitlichen Bezug)

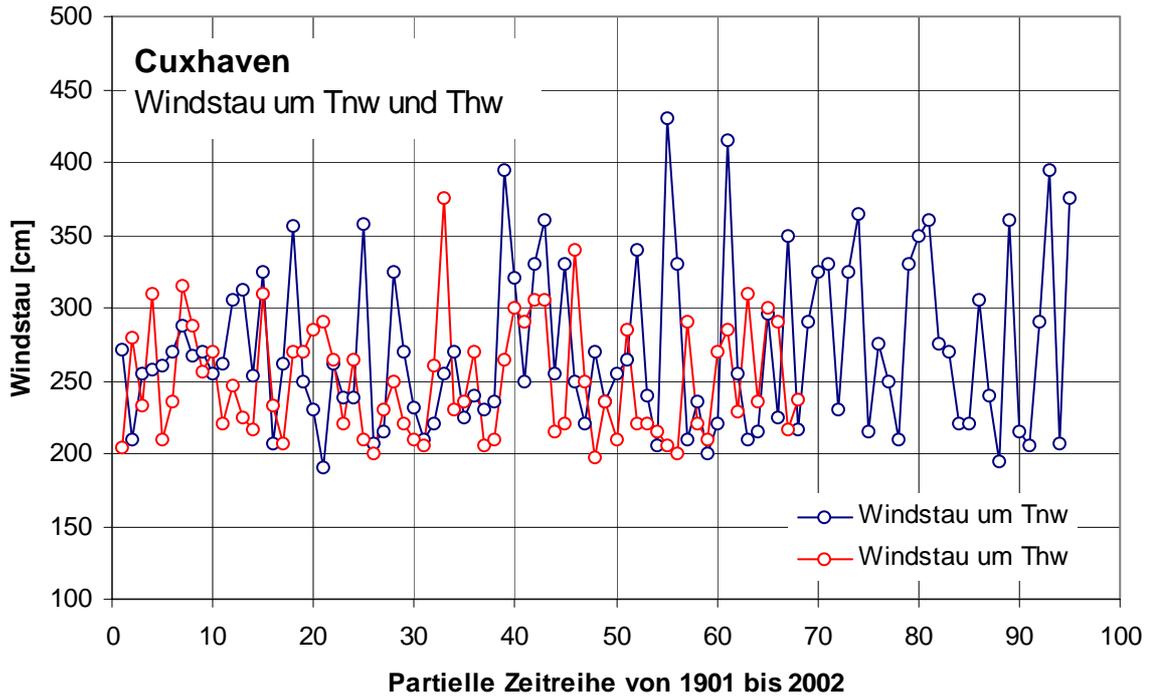


Abbildung 38: Partielle Zeitreihen 'Windstau um Thw' und 'Windstau um Tnw' (ohne zeitlichen Bezug)

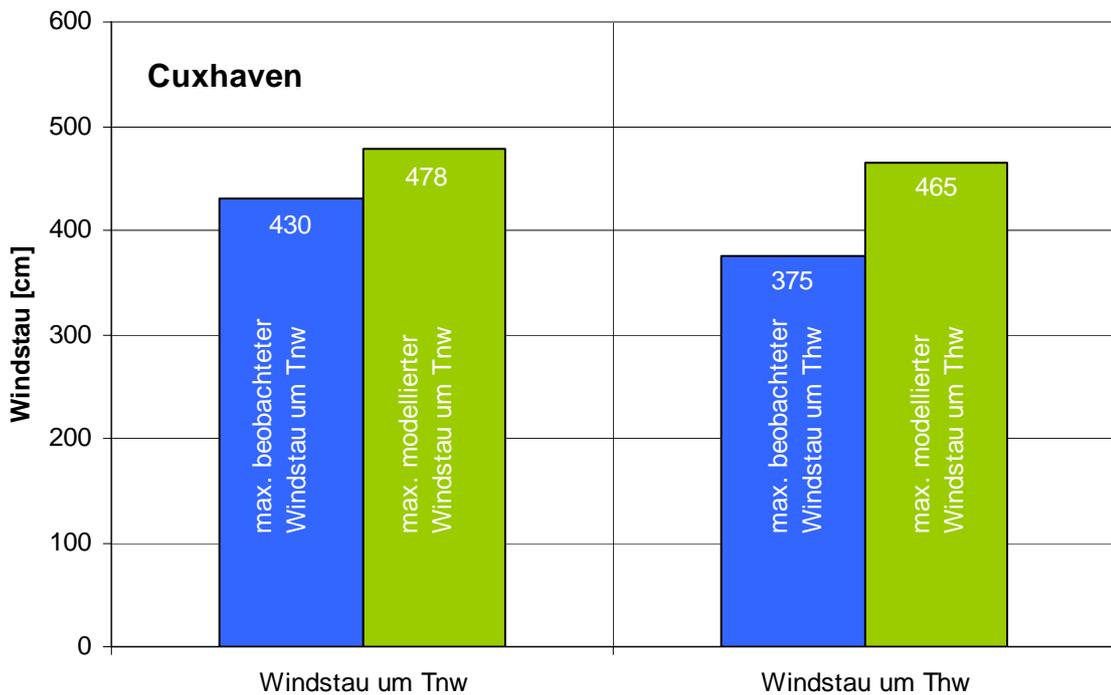


Abbildung 39: Vergleich des max. modellierten Windstauwertes und des max. beobachteten Windstauwertes für 'Windstau um Tnw' und 'Windstau um Thw'

Die statistisch-probabilistische Analyse der Windstaudaten um T<sub>nw</sub> zeigt signifikante Unterschiede in der Anwendung der verschiedenen Verteilungsfunktionen. Die GEV-Funktionen sind progressiv gekrümmt und erfassen die drei höchsten Beobachtungswerte nicht gut. Im Gegensatz dazu ist die ProMUSE-Funktion stark entgegengesetzt gekrümmt, woraus große Unterschiede in den Extrapolationen resultieren. Insgesamt liegt die ProMUSE-Funktion etwas unterhalb der 5 größten Werte, jedoch liegen diese noch im Streubereich der ProMUSE-Verteilung. Auffällig ist weiterhin, dass der modellierte Höchstwert und die mathematische Obergrenze der Funktion relativ dicht zusammen liegen, woraus die starke Krümmung resultiert.

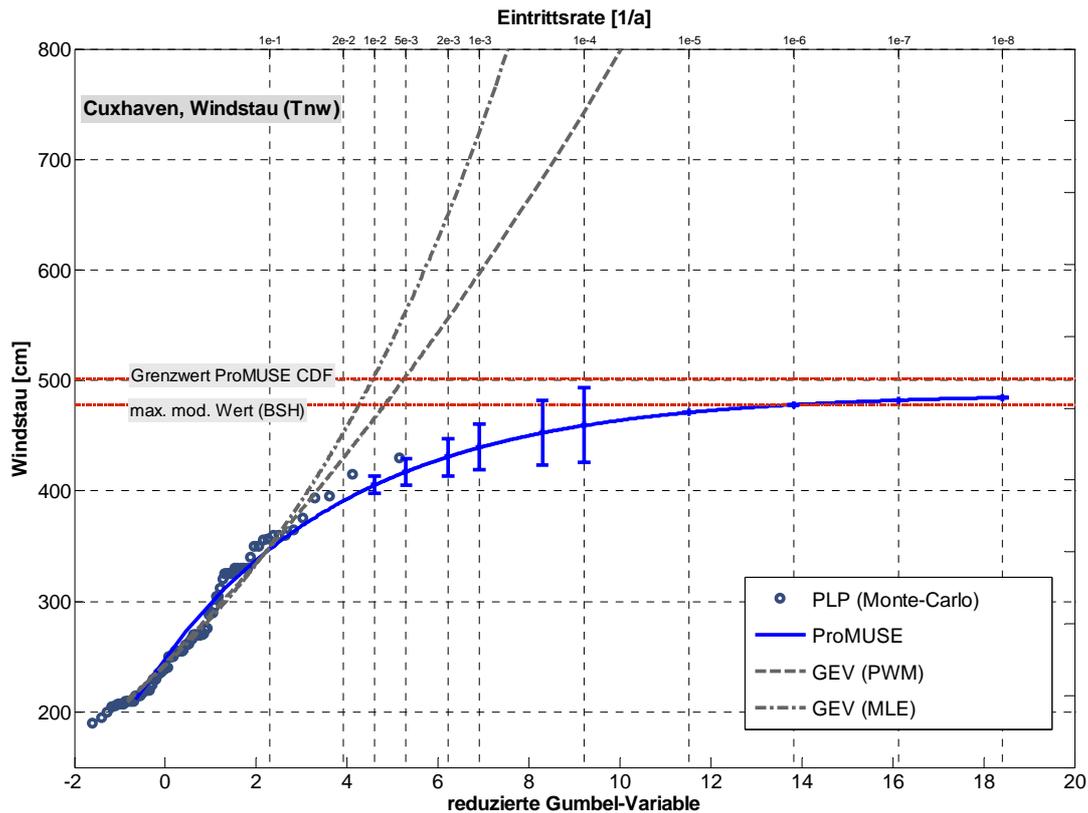


Abbildung 40: Statistisch-probabilistische Analyse der partiellen Windstauzeitreihe um T<sub>nw</sub>, Cuxhaven

Bei der statistisch-probabilistischen Analyse der Windstaudaten um T<sub>hw</sub> (Abbildung 41) ergibt sich prinzipiell ein ähnliches Bild. Die beiden GEV-Funktionen sind progressiv gekrümmt, wobei die Unterschiede zwischen beiden Funktionen sehr groß sind. Während die GEV-Funktion mit MLE-Parameterschätzung sehr stark progressiv gekrümmt ist, ist die GEV-Funktion mit PWM-Parameterschätzung nur leicht progressiv gekrümmt und nähert sich damit einer Gumbel I-Verteilung an. Beide GEV-Funktionen beschreiben die 4 höchsten beobachteten Werte nicht zufrieden stellend. Die ProMUSE-Funktion ist auch hier entgegengesetzt gekrümmt, jedoch weniger stark als bei der Analyse der Windstaudaten um T<sub>nw</sub>. Dies resultiert vor allem aus dem größeren Abstand zwischen dem modellierten Maximalwert des BSH und der errechneten mathematischen Obergrenze. Die 4 höchsten Beobachtungswerte werden mit der ProMUSE-Funktion optisch sehr gut erfasst.

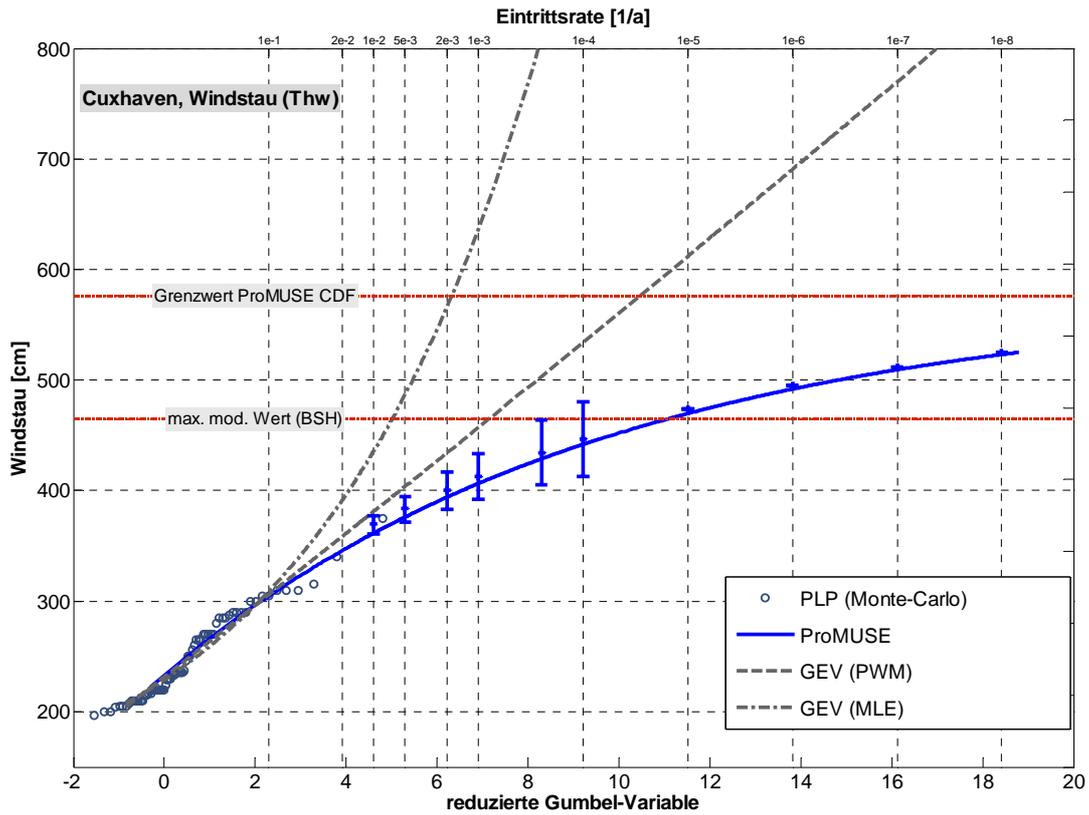


Abbildung 41: Statistisch-probabilistische Analyse der partiellen Windstauzeitreihe um Thw, Cuxhaven

Eine zusammenfassende Ergebnisdarstellung der statistisch-probabilistischen Analyse der Windstaudaten mit den zugehörigen Streubereichen ist in Tabelle 19 und Abbildung 42 zu finden.

Tabelle 19: Ergebnisse der statistischen Analyse der Windstauwerte

<b>Pegel:</b>	Cuxhaven	<b>Parameter:</b>	Windstau (Tnw, Thw)	
<b>Maximalwert (BSH):</b>	478(Tnw),465(Thw)			
<b>Wahrscheinlichkeit <math>P_U</math></b>	<b>Windstau um Tnw [cm]</b>	<b>Streubreite</b>	<b>Windstau um Thw [cm]</b>	<b>Streubreite</b>
$1,00 \cdot 10^{-2}$	406	397 ... 414	370	359 ... 376
$5,00 \cdot 10^{-3}$	418	406 ... 430	384	370 ... 395
$2,00 \cdot 10^{-3}$	431	415 ... 449	401	383... 417
$1,00 \cdot 10^{-3}$	440	418 ... 460	413	390 ... 432
$2,50 \cdot 10^{-4}$	453	423 ... 482	434	404 ... 462
$1,00 \cdot 10^{-4}$	460	424 ... 493	447	412 ... 481

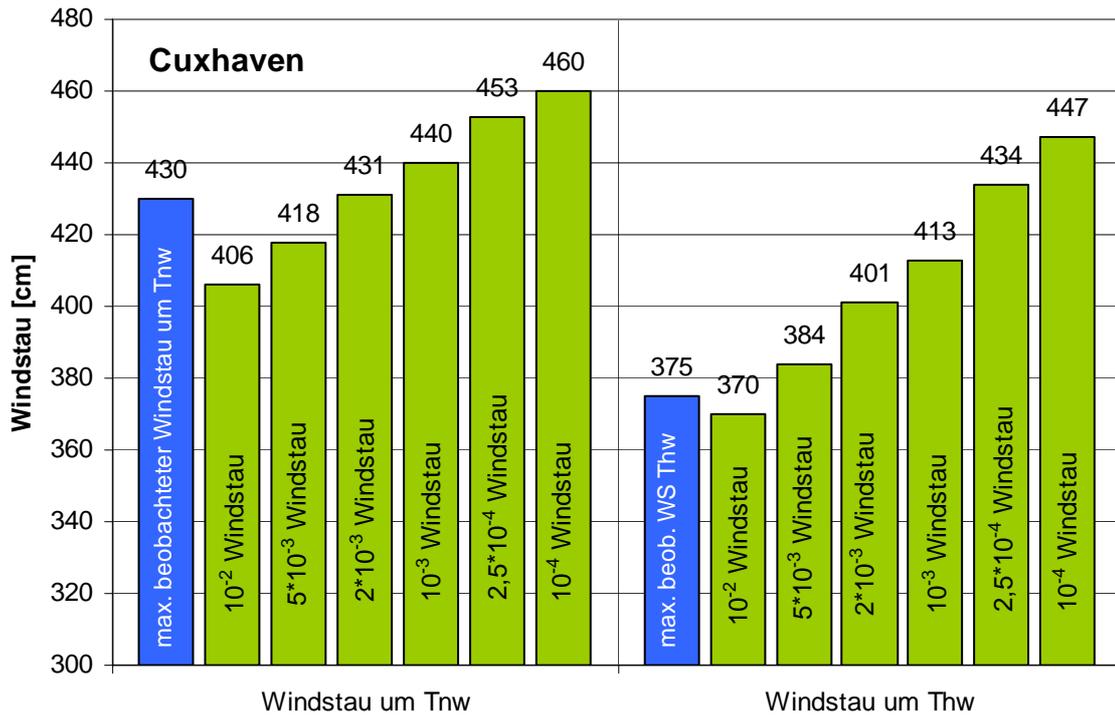


Abbildung 42: Ergebnisse der statistischen Analyse der Windstaudaten

Für Bemessungsaufgaben im Küsteningenieurwesen ist die alleinige Angabe eines Windstauwertes nicht zielführend. Zur Überführung eines Windstauwertes in einen Wasserstand muss die vorliegende Definition des Windstaus beachtet werden. Die ausgewerteten Windstaudaten nach GÖNNERT beziehen sich auf die mittlere Tidekurve (Definition B). Für diese Definition ist es zweckmäßig, zu dem ‚Windstauwert um Thw‘ das mittlere Tidehochwasser (MThw) zu addieren, um auf einen zugehörigen Wasserstand zu kommen. Dabei wird jedoch nicht das MThw der gesamten Zeitreihe verwendet, da das MThw eine zeitliche Abhängigkeit aufgrund des säkularen Meeresspiegelanstiegs aufweist (JENSEN UND MUDERSBACH 2004). Um eine Aussage über die Wasserstände zum aktuellen Zeitpunkt zu erhalten, wird das MThw über eine vergangene Periode der Nodaltide ( $T = 18,61$  Jahre) ermittelt, was der Zeitspanne von 1986 bis 2004 entspricht. Das entsprechende MThw beträgt  $MThw_{1986-2004} = 151$  cmNN (siehe Abschnitt 7.2).

Die Addition des MThw zum ‚Windstau um Thw‘ ist kritisch zu hinterfragen, da es keine physikalische Begründung für eine solche Addition gibt. Aus praktikablen Gründen wird dieses Verfahren hier trotzdem angewendet um Vergleiche zwischen den resultierenden Wasserständen ziehen zu können. Die Aussageschärfe ist jedoch stark eingeschränkt.

In Tabelle 20 und Abbildung 43 sind die Ergebnisse der zugehörigen Wasserstände dargestellt.

Tabelle 20: Ergebnisse der statistischen Analyse der Windstauwerte zuzüglich des MThw

Pegel:	Cuxhaven	Parameter:	Wasserstand (Tnw, Thw)	
Maximalwert (BSH):	478(Tnw),465(Thw)			
Wahrscheinlichkeit $P_U$	Wasserstand um Tnw [cmNN]	Streubreite	Wasserstand um Thw [cmNN]	Streubreite
$1,00 \cdot 10^{-2}$	557	549 ... 566	521	513 ... 530
$5,00 \cdot 10^{-3}$	569	558 ... 582	535	524 ... 548
$2,00 \cdot 10^{-3}$	582	567 ... 601	552	536 ... 570
$1,00 \cdot 10^{-3}$	591	570 ... 612	564	543 ... 585
$2,50 \cdot 10^{-4}$	604	575 ... 634	584	555 ... 614
$1,00 \cdot 10^{-4}$	611	576 ... 645	598	563 ... 632

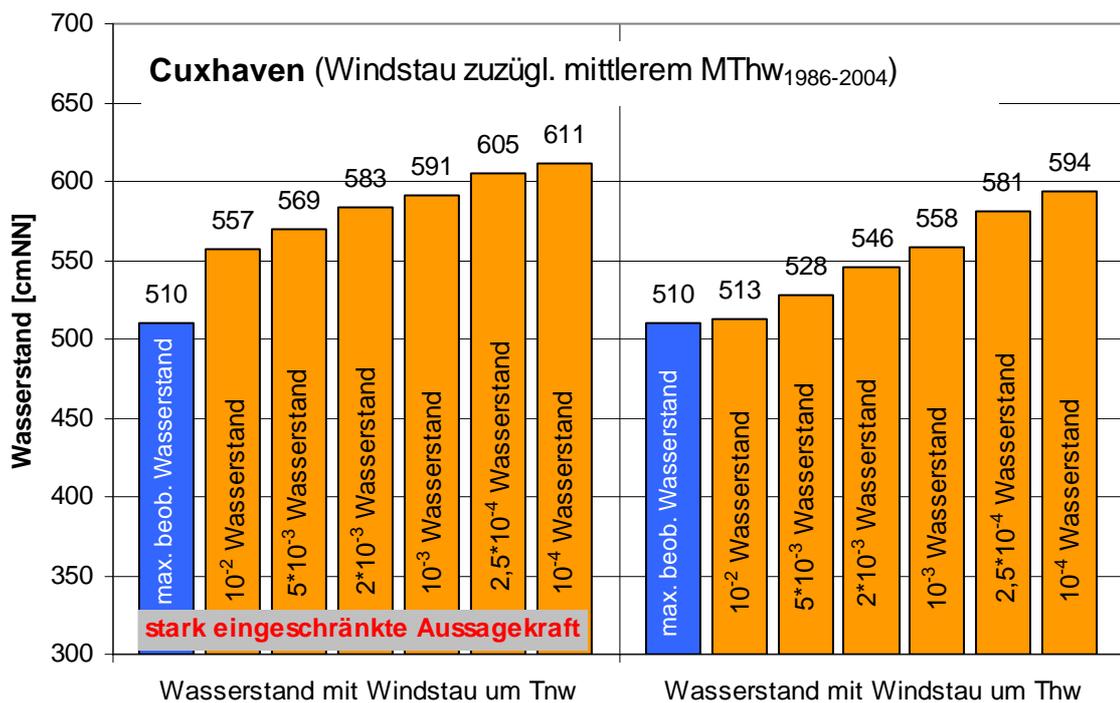


Abbildung 43: Ergebnisse der Wasserstände aus statistischer Analyse der Windstaudaten zzgl. des MThw

Ein besonderes Interesse besteht hinsichtlich der Frage, inwieweit sich die ermittelten Wasserstände aus der statistischen Analyse der beobachteten Wasserstände von denjenigen aus den Windstaudaten unterscheiden. Der Vergleich ist in Tabelle 21 und Abbildung 44 dargestellt. Dabei ist auffällig, dass die größten Abweichungen im Bereich der eher größeren Wahrscheinlichkeiten – für diese Untersuchungen nicht von Relevanz – auftreten, und mit

abnehmender Wahrscheinlichkeit relativ gute Übereinstimmungen zu erzielen sind. So beträgt zum Beispiel die Streubreite der drei Ergebnisse beim  $2,5 \cdot 10^{-4}$ - und  $1,0 \cdot 10^{-4}$ -Ereignis nur 20 cm.

Tabelle 21: Vergleich der Wasserstände aus Wasserstandsanalyse und Windstauanalyse

Pegel:	Cuxhaven		
Wahrscheinlichkeit $P_U$	Wasserstand aus Wasserstandsanalyse [cmNN]	Wasserstand aus Windstauanalyse um Tnw [cmNN]	Wasserstand aus Windstauanalyse um Thw [cmNN]
$1,00 \cdot 10^{-2}$	505	557	521
$5,00 \cdot 10^{-3}$	525	569	535
$2,00 \cdot 10^{-3}$	550	582	552
$1,00 \cdot 10^{-3}$	567	591	564
$2,50 \cdot 10^{-4}$	599	604	584
$1,00 \cdot 10^{-4}$	618	611	598

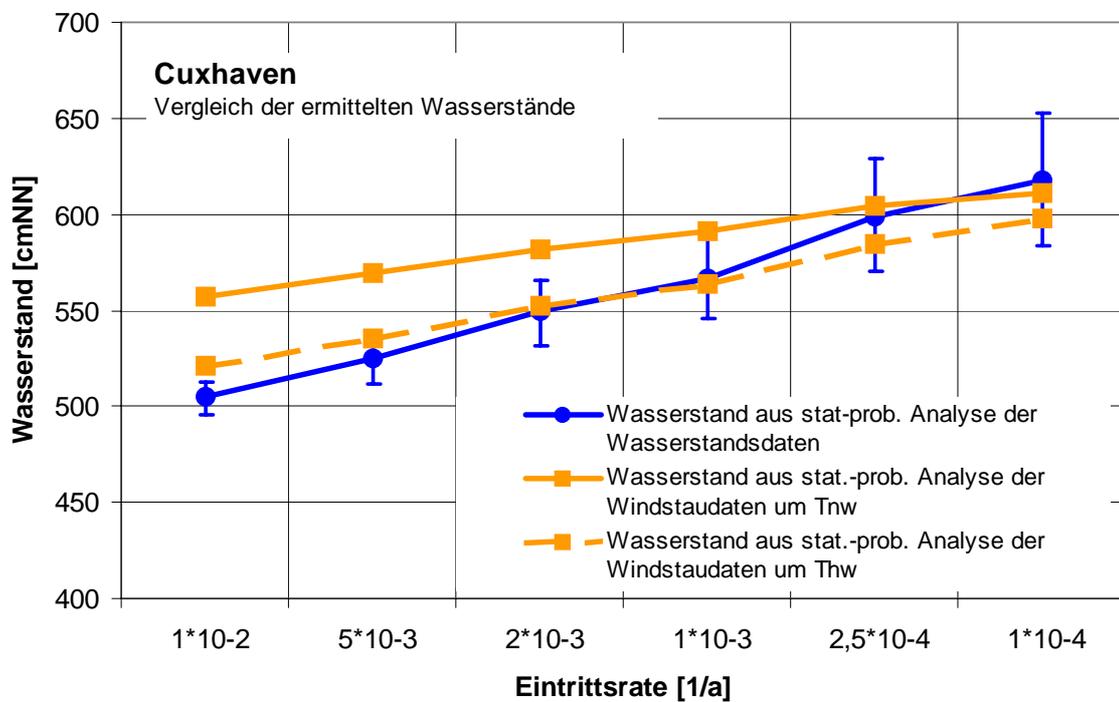


Abbildung 44: Vergleich der Wasserstände zum einen aus der statistischen Analyse der Wasserstände und zu anderen aus der statistischen Analyse der Windstaudaten zzgl. des MThw

Aus rein statistischen Gründen ist die Analyse der Windstaudaten zu befürworten, da diese im wesentlichen den stochastischen Anteil des Wasserstandes darstellen. Bei der Rückführung der Windstaudaten auf resultierende Wasserstände bestehen große Unsicherheiten, so dass die Aussageunschärfen bei den daraus resultierenden Wasserständen deutlich größer sind, als die Aussageunschärfen bei den Wasserständen, die aus der direkten Analyse der beobachteten Wasserstandsdaten erfolgen. Es wird zum gegenwärtigen Zeitpunkt daher empfohlen, die statistische Analyse der beobachteten Wasserstände zu bevorzugen.

## 10 Monte-Carlo-Simulationen

Im Rahmen einer statistischen Untersuchung von Zeitreihen wird oft die Frage der Stationarität und der anthropogenen Beeinflussung der zu untersuchenden Zeitreihen diskutiert. Für eine statistische Analyse sind dies elementare Fragen, da zuverlässige statistische Aussagen nur beim Vorliegen einer stochastisch stationären Zeitreihe möglich sind. In der Regel genügen jedoch alle Zeitreihen, und hier insbesondere Pegelzeitreihen, diesen Anforderungen nicht, weshalb diese im Vorfeld der Analysen normiert werden müssen. Dies geschieht in der Regel durch eine lineare Trendbereinigung oder durch verschiedene Tiefpassfilter. Nach der Normierung wird vorausgesetzt, dass die Zeitreihen den Anforderungen an eine statistische Extremwertanalyse genügen, auch wenn nicht nachgewiesen werden kann, dass keinerlei anthropogene Beeinflussungen mehr enthalten sind.

Diese Vorgehensweise ist auch in der vorliegenden Untersuchung herangezogen worden und stellt eine praxisgerechte Lösung dar. Trotzdem bleibt die Frage von großer Bedeutung, was für eine natürliche Variabilität eine stochastisch stationäre Zeitreihe besitzt. Eine vorhandene beobachtete Zeitreihe stellt im statistischen Sinn nur eine Stichprobe aus einer Grundgesamtheit dar. Hier schließt sich die Frage an, in welcher Art und Weise weitere Stichproben aus dieser Grundgesamtheit aussehen würden und ob sich aus diesen Stichproben extreme Wasserstände mit ähnlichen Eintrittsraten ermitteln lassen würden. Diese Fragen können mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen beantwortet werden.

Zitat [web 1]: *"Der Begriff "Monte Carlo-Methode" entstand in den 1940er Jahren, als man im Zusammenhang mit dem Bau der Atombombe die Simulation von Zufallsprozessen erstmals in größerem Stil einsetzte, um die Wechselwirkung von Neutronen mit Materie theoretisch vorherzusagen. Die Bezeichnung ist eine Anspielung auf den für Glücksspiele bekannten Ort Monte Carlo, da die Grundlage des Verfahrens Zufallszahlen sind, wie man sie auch mit einem Roulette-Rad erzeugen könnte. Schon damals wurde eine ganze Reihe von grundlegenden Verfahren entwickelt, und heute zählen Monte Carlo (MC)-Methoden zu den wichtigsten numerischen (und auch nicht-numerischen) Verfahren, die sich auf viele naturwissenschaftliche, technische und medizinische Probleme mit großem Erfolg anwenden lassen. Dabei ist es gleichgültig, ob das Problem ursprünglich statistischer Natur war oder nicht, sondern man wendet die Bezeichnung auf alle Verfahren an, bei denen die Verwendung von Zufallszahlen eine entscheidende Rolle spielt. [...]"*

Das hier verwendete Verfahren basiert auf der Erzeugung von Zufallszahlen zwischen 0 und 1. Diese Zufallszahlen stellen die Eintrittsraten dar, die mit Hilfe der zuvor berechneten ProMUSE-Verteilungsfunktion in zugehörige Wasserstände umgerechnet werden können. Damit erhält man beliebig viele und beliebig lange Zeitreihen, die alle aus der Grundgesamtheit der zuvor ermittelten Verteilungsfunktion stammen.

Dieses Verfahren bietet viele Möglichkeiten, hat aber auch Grenzen der Aussagefähigkeit, da immer beachtet werden muss, dass die Grundgesamtheit der Pegelwasserstände nicht direkt bekannt ist, sondern erst durch eine Extremwertanalyse aus der beobachteten Zeitreihen ermittelt werden muss.

Beispiel: Für den Fall, dass eine beobachtete Zeitreihe sehr gut mit einer Verteilungsfunktion beschrieben wird und beispielsweise der 50. Rang einen Wert von 400 cmNN hat, so ist vorgegeben, dass das Mittel des 50. Ranges aller Stichproben genau diesem Wert von 400 cmNN entspricht. Ebenso ist es zwingend, dass das Mittel aller Mittelwerte der Stichproben dem Mittelwert der beobachteten Zeitreihe entspricht, da dieser Wert als Erwartungswert der Verteilungsfunktion in die Berechnungen eingeht.

Die Monte-Carlo-Simulationen wurden für die Zeitreihe des Pegels Cuxhaven durchgeführt. In der vorangegangenen statistisch-probabilistischen Analyse wurde die ProMUSE-Verteilungsfunktion des Pegels Cuxhaven ermittelt, die sich in der allgemeinen Form ergibt zu (siehe Abschnitt 6.2):

$$\lambda \cdot t = (f_1 - f_2 \cdot \frac{x - \mu}{\sigma})^{\frac{1}{\tau}} \quad \text{Gleichung 36}$$

und in der speziellen Form für die HThw<sub>(1849-2004)</sub>-Zeitreihe des Pegels Cuxhaven zu (siehe Abschnitt 8.3.1):

$$\lambda \cdot t = (0,9567 - 0,1009 \cdot \frac{x - 358,8156}{51,4710})^{1/0,0870}$$

Aus dieser Verteilungsfunktion wurden 1000 stochastische Zeitreihen der Länge  $n=156$  Jahre ermittelt. In Abbildung 45 sind die HThw-Originalzeitreihe des Pegels Cuxhaven und drei zufällig ausgewählte stochastisch ermittelte Zeitreihen (A,B,C) der 1000 Realisationen dargestellt. Aus diesen 1000 Zeitreihen wurden wiederum 50 Zeitreihen stochastisch ausgewählt und jede Zeitreihe wurde der gleichen statistisch-probabilistischen Analyse unterzogen, wie die beobachtete Zeitreihe. Auf diese Weise kann ein Vergleich zwischen den Ergebnissen der  $10^{-2}$ - bis  $10^{-4}$ -Wasserstände aus der ProMUSE-Funktion und den GEV-Funktionen erstellt werden. Bei dieser Analyse sind jedoch nur die Varianzen in den Ergebnissen von Bedeutung und nicht der Mittelwerte der Wasserstände. Der Mittelwert des  $10^{-4}$ -Ereignisses aller stochastischen Zeitreihen der ProMUSE-Funktion muss aus statistischen Gründen dem der beobachteten Zeitreihe entsprechen.

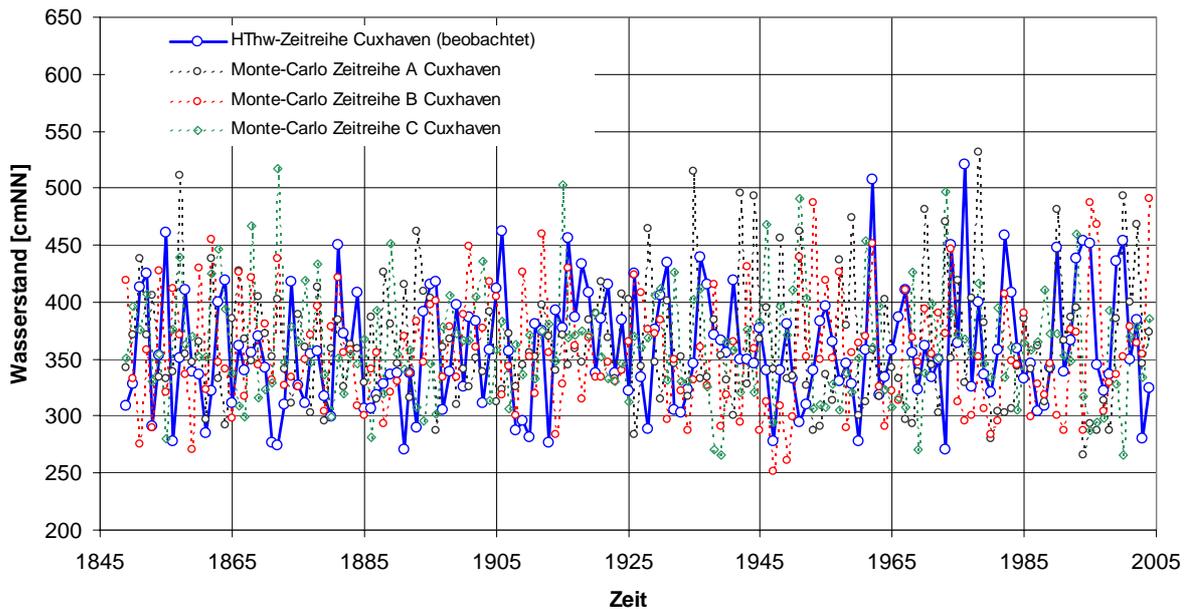


Abbildung 45: HThw-Datenreihe Cuxhaven (beschickt) und 3 zufällig ausgewählte zugehörige Monte-Carlo-Zeitreihen

Die Ergebnisse (Abbildung 47) zeigen, dass die mittels ProMUSE-Funktion ermittelten Wasserstände der stochastischen Zeitreihen nur sehr eng um den Wert der beobachteten Zeitreihe variieren. Im Gegensatz dazu schwanken die Ergebnisse aus den GEV-Funktionen sehr stark um den Wert der beobachteten Zeitreihe.

Dieses Verhalten ist ein typisches Verhalten für Verteilungsfunktionen, die keinen oberen Grenzwert berücksichtigen. Extremwertanalysen ohne Berücksichtigung eines oberen Grenzwertes reagieren sehr sensibel auf das Vorhandensein ein oder mehrerer Extremwerte. Dies kann im Einzelfall dazu führen, dass durch das Hinzufügen eines einzelnen Extremwertes die Verteilungsfunktion eine signifikant andere Krümmung erfährt und sich somit die gesamten statistischen Daten ändern. Dieser problematische verfahrensbedingte Sachverhalt konnte z.B. im Jahr 2002 an einigen Pegeln im Elbegebiet nach dem katastrophalen Augusthochwasser beobachtet werden. SCHUMANN (2004) führt dazu z.B. aus, dass die statistische Einordnung des Augusthochwassers ohne Berücksichtigung des Wertes in die Datenreihe an einigen Pegeln eine rechnerische Überschreitungswahrscheinlichkeit von  $P_{\bar{U}}=10^{-5}$  ergibt. Werden die Datenreihen um den Wert des Augusthochwassers ergänzt und eine neue statistische Einordnung vorgenommen, so erhöht sich die Überschreitungswahrscheinlichkeit in vielen Fällen bis auf  $P_{\bar{U}}=2 \cdot 10^{-3}$ , so dass SCHUMANN zu dem Ergebnis kommt (Zitat SCHUMANN 2004): "[...] Aus diesen Unterschieden der statistischen Einordnung lässt sich bereits erkennen, dass die Veränderung der Pegelstatistik durch die Einbeziehung dieses Hochwassers gravierend ist.[...]"

Dieses grundsätzlich sensible Verhalten der Verteilungsfunktionen führt neben fachlich durchaus problematischen Konsequenzen zusätzlich zu einer subjektiven Ablehnung der statistischen Verfahren, da dieser Sachverhalt wenig plausibel erscheint.

Dieses Verhalten kann nur durch Verteilungsfunktionen eingeschränkt werden, die im Bereich der sehr seltenen Ereignisse zusätzliche Stützstellen besitzen, jedoch müssen diese Zusatzinformationen vielfach abgesichert sein. Durch das vorliegende ProMUSE-Verfahren und die Untersuchungen von KOZIAR UND RENNER (2005) und BORK UND MÜLLER-NAVARRA (2005) liegen für den Bereich der Deutschen Nordseeküste solche Informationen vor.

Das verwendete ProMUSE-Verfahren erlaubt auf dieser Basis eine verbesserte Aussage der statistischen Eintrittswahrscheinlichkeiten von extremen Sturmflutereignissen, was mit Hilfe der durchgeführten Monte-Carlo-Simulationen gezeigt werden kann. Gleichzeitig müssen die Informationen über maximal mögliche Wasserstände an der Deutschen Küste weiter untersucht werden, um ggf. auch Einflüsse und Eintrittswahrscheinlichkeiten von Tsunamis o.ä. in Zukunft abschätzen zu können.

In Abbildung 46 sind die Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Auswertungen der Monte-Carlo-Zeitreihen mit ProMUSE-Verfahren zu sehen. Als gerade Linie ist jeweils der Wasserstand mit gleicher Eintrittswahrscheinlichkeit eingezeichnet, der sich aus der statistisch-probabilistischen Analyse der beobachteten HThw-Zeitreihe des Pegels Cuxhaven ergibt. Es ist zu erkennen, dass die jeweiligen Einzelergebnisse relativ dicht um den Wert aus der beobachteten Zeitreihe streuen.

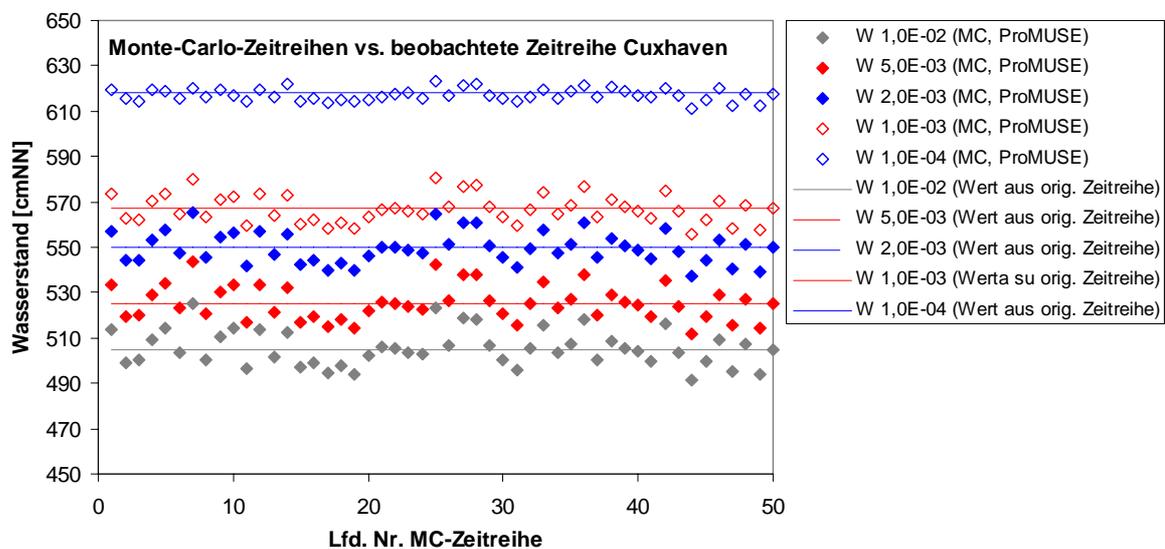


Abbildung 46: Statistisch-probabilistische Auswertung der Monte-Carlo-Zeitreihen mit ProMUSE-Verfahren

In Abbildung 47 sind exemplarisch die  $10^{-4}$ -Ereignisse aufgetragen, jedoch wurden die Monte-Carlo-Zeitreihen zusätzlich mit dem GEV-Verfahren analysiert. Dabei ist auffällig, dass die Ergebnisse des GEV-Verfahrens signifikant stärker um den Wert aus der beobachteten Zeitreihe schwanken, als die Ergebnisse aus dem ProMUSE-Verfahren. Daraus kann abgeleitet werden, dass das ProMUSE-Verfahren unempfindlicher auf eine bestimmte Stichprobe reagiert. Dies ergibt in der Praxis den Vorteil, dass sich die Ergebnisse durch das Hinzufügen eines weiteren Extremwertes nicht signifikant ändern.

Mit dem GEV-Verfahren ergeben sich je nach vorliegender Stichprobe Unterschiede im  $10^{-4}$ -Ereignis von bis zu 3 m. Je nachdem, welche Stichprobe die beobachtete Zeitreihe repräsentiert, können sich im Bereich der sehr seltenen Wahrscheinlichkeiten große Über- oder Unterschätzungen der entsprechenden Wasserstände mit dem GEV-Verfahren ergeben.

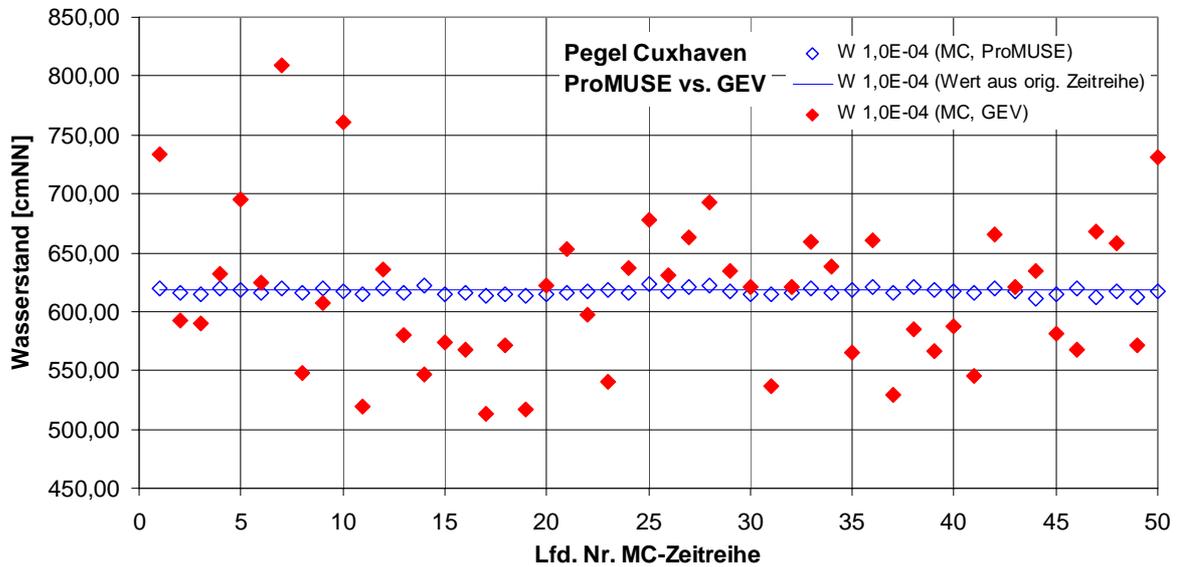


Abbildung 47: Statistisch-probabilistische Auswertung der Monte-Carlo-Zeitreihen – ProMUSE- vs. GEV-Verfahren

Die Standardabweichungen der Analysen mit dem ProMUSE-Verfahren und den GEV-Verfahren aus den Monte-Carlo-Zeitreihen sind in Tabelle 22 angegeben.

Tabelle 22: Standardabweichungen der Extremwertanalysen aus Monte-Carlo-Zeitreihen

$P_0$	Wert aus ProMUSE-Verfahren	Standardabweichung aus ProMUSE-Verfahren	Standardabweichung aus GEV-Verfahren (PWM)	Standardabweichung aus GEV-Verfahren (MLE)
$1 \cdot 10^{-2}$	505 cmNN	7,96 cm	20,46 cm	19,86 cm
$5 \cdot 10^{-3}$	525 cmNN	7,63 cm	26,21 cm	25,38 cm
$2 \cdot 10^{-3}$	550 cmNN	6,87 cm	34,68 cm	33,46 cm
$1 \cdot 10^{-3}$	567 cmNN	6,10 cm	41,65 cm	40,07 cm
$1 \cdot 10^{-4}$	618 cmNN	2,72 cm	67,57 cm	64,48 cm

Zusammenfassend lässt sich erkennen, dass die statistische Analyse von Extremwertzeitreihen mit Verfahren die keine obere Grenze berücksichtigen nur sehr unzureichende Aussagen über Ereignisse mit kleinen Eintrittswahrscheinlichkeiten erlaubt. Je nach vorliegender Stichprobe (hier: Zeitreihe) können sich große Unterschiede in den Ergebnissen darstellen.

Lassen sich dagegen Verfahren anwenden, die eine obere Grenze berücksichtigen, so können auch singuläre Extremereignisse besser statistisch eingeordnet werden, ohne dass sich die Zuordnung von Eintrittswahrscheinlichkeiten der bisher aufgetretenen Ereignisse stark verändert.

# 11 Diskussion der Ergebnisse

## 11.1 Extremwasserstände

Die Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der Wasserstandsdaten sind in Abbildung 48 und Tabelle 23 dargestellt. Bei der Darstellung der Wasserstände ist unmittelbar zu erkennen, dass die Wasserstände an den Inselpegeln signifikant niedriger ausfallen, als an den Festlandpegeln. Dies ist durch die größeren Wassertiefen vor den Inseln zu erklären und ist physikalisch bedingt.

Weiterhin ist zu erkennen, dass die modellierten Wasserstände des BSH jeweils über dem  $10^{-4}$ -Ereignis der Pegel liegen, was auch durch den Grundsatz des statistischen Verfahrens begründet ist, da diese Werte Wahrscheinlichkeiten im Bereich von  $P_0=1,5 \cdot 10^{-5}$  zugewiesen bekommen haben.

Die Wahrscheinlichkeit des bisher höchsten beobachteten Wasserstands an den Pegeln (HHThw) liegt bei allen Pegeln im Bereich von  $10^{-2}$  bis  $5 \cdot 10^{-3}$ .

Die Wasserstände an den vier zentralen Festlandpegeln Bremerhaven, Cuxhaven, Husum und Büsum liegen in etwa auf einem Niveau, wobei die beiden äußeren Pegel Dagebüll und Emden ein etwas geringeres Wasserstandsniveau aufweisen. Dies ist plausibel, da die sturmflutträchtige Windrichtung von ca.  $295^\circ$  zu maximalen Wasserständen im zentralen Bereich der Deutsche Bucht führt und die Wasserstände nach Norden bzw. Süd-Westen hin abfallen.

In Abbildung 49 sind für die  $10^{-4}$ -Ereignisse die Streubreiten der Ergebnisse durch Fehlerbalken angegeben. Dabei ist zu erkennen, dass der maximal modellierte Wert in der Regel noch innerhalb dieses Streubereiches liegt. Diese Aussageunschärfe lässt sich mit den bisher möglichen Verfahren nicht weiter einschränken und bedarf einer pragmatischen Entscheidung bei der Verwendung dieser Werte für konkrete Planungsmaßnahmen.

In Abbildung 50 sind zum Vergleich die  $10^{-4}$ -Ereignisse aus dem ProMUSE-Verfahren und dem GEV-Verfahren aufgetragen. Dabei ist ersichtlich, dass an einigen Pegeln die Ergebnisse sehr eng zusammen liegen und an anderen Pegel große Differenzen vorhanden sind. Dieses Ergebnis ergab sich auch aus den Regionalisierungen der Wasserstände in Abschnitt 8.3. Von besonderem Interesse sind jedoch die Differenzen zwischen den beobachteten Höchstwerten (HHThw) und den  $10^{-4}$ -Ereignissen. Während diese Differenzen beim ProMUSE-Verfahren an allen Pegeln nahezu konstant bleiben, ergeben sich beim GEV-Verfahren signifikante Unterschiede. Hier sind insbesondere die Ergebnisse an den Pegeln Emden und List von Bedeutung, für die keine physikalische Begründung angegeben werden kann. Es erscheint nicht plausibel, warum am Pegel Büsum die Differenz zwischen dem HHThw und dem  $10^{-4}$ -Ereignis aus dem GEV-Verfahren ca. 70 cm und am Pegel List ca. 170 cm beträgt. Hier liefert das ProMUSE-Verfahren konsistentere Ergebnisse.

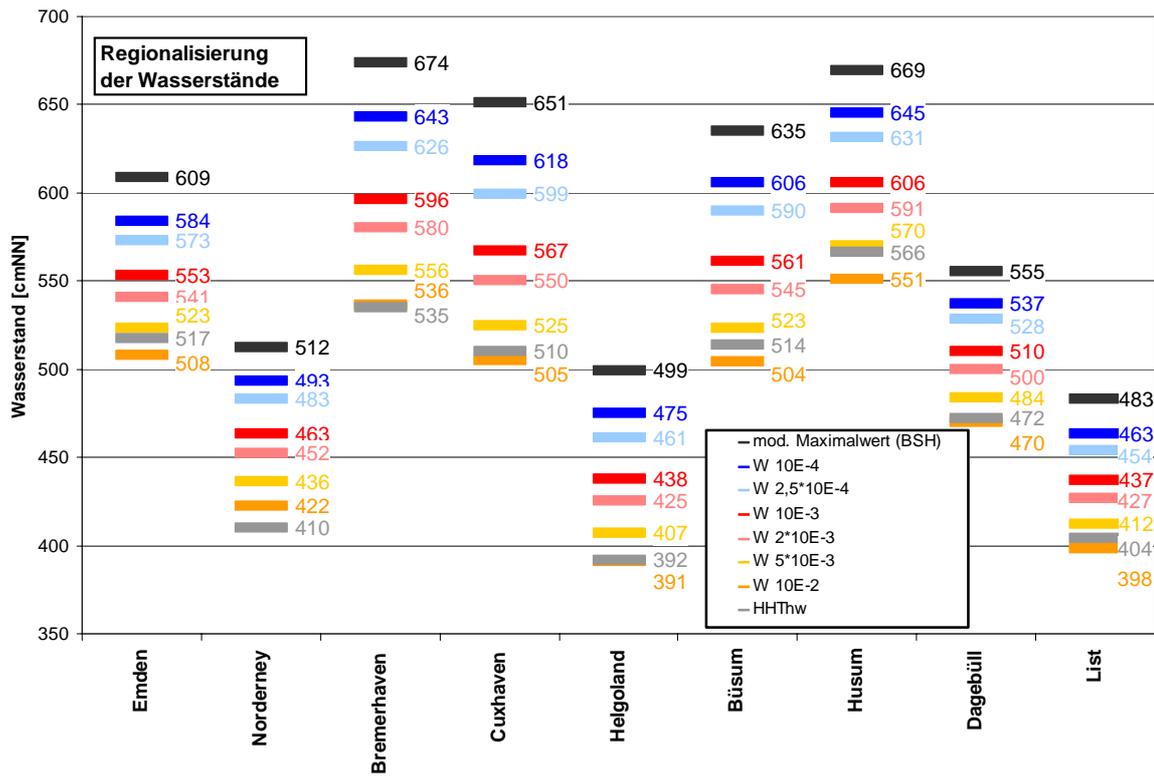


Abbildung 48: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse aller untersuchten Nordseepegel

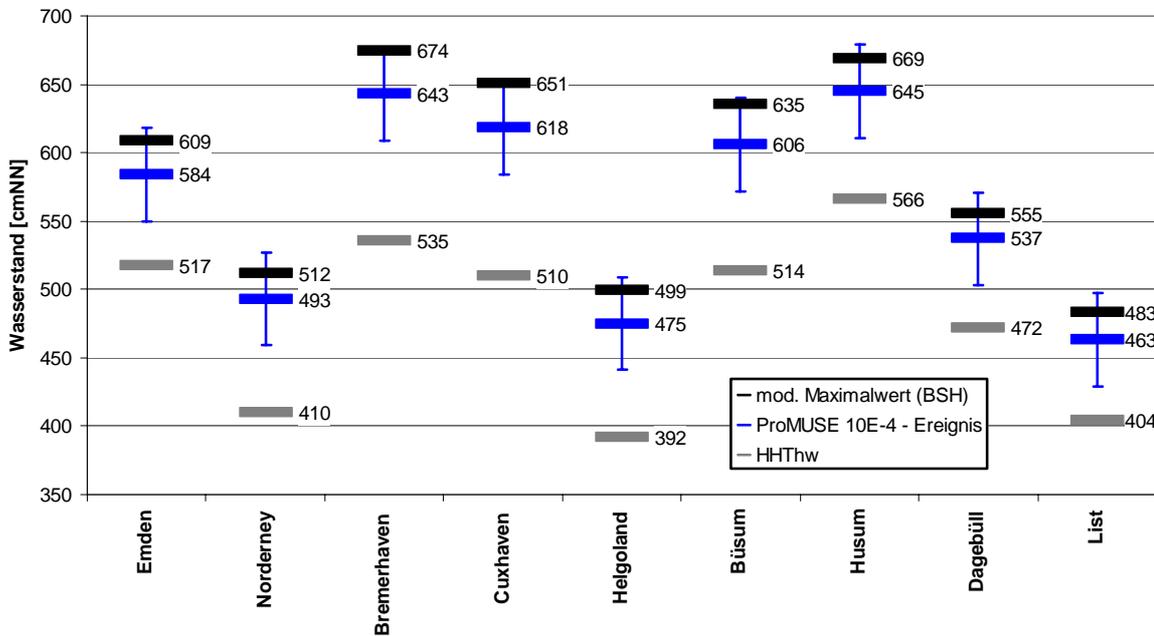


Abbildung 49: Ergebnisse der 10<sup>-4</sup>-Ereignisse mit den HHThw und modellierten maximalen Wasserständen

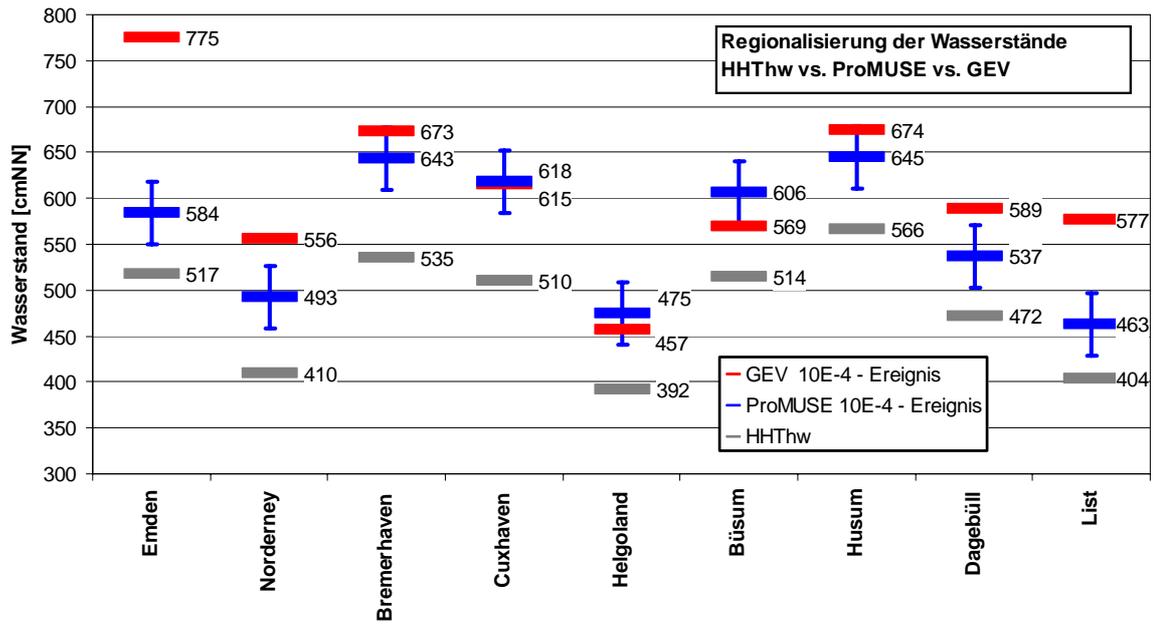


Abbildung 50: Vergleich 10<sup>-4</sup>-Ereignisse ProMUSE- und GEV-Verfahren

Nach Deutung der Ergebnisse nach Abbildung 50 sind die Wasserstände nach GEV-Verfahren aufgrund der nicht plausiblen Einbindung im Vergleich zu den HHThw-Werten zu verwerfen und die Ergebnisse der ProMUSE-Berechnungen zu bevorzugen.

Tabelle 23: Ergebnisse der statistisch-probabilistischen Analyse der Wasserstandsdaten

Pegel	Zeitspanne	HHThw	HHThw (beschickt auf Jahr 2004)	mod. Maximal- wert BSH	$P_{\bar{U}}$ [cmNN]	$P_{\bar{U}}$ 1 · 10 <sup>-2</sup>	$P_{\bar{U}}$ 5 · 10 <sup>-3</sup>	$P_{\bar{U}}$ 2 · 10 <sup>-3</sup>	$P_{\bar{U}}$ 1 · 10 <sup>-3</sup>	$P_{\bar{U}}$ 2,5 · 10 <sup>-4</sup>	$P_{\bar{U}}$ 1 · 10 <sup>-4</sup>
<b>Emden</b>	1901 - 2004	517 <sup>1906</sup>	535 <sup>1906</sup>	609 (570 ... 639)	[cmNN]	508 (499 ... 516)	523 (511 ... 534)	541 (524 ... 557)	553 (533 ... 574)	573 (544 ... 603)	584 (550 ... 618)
<b>Norderney</b>	1901 - 2004	410 <sup>1962</sup>	420 <sup>1962</sup>	512 (475 ... 537)	[cmNN]	422 (413 ... 430)	436 (424 ... 447)	452 (435 ... 468)	463 (443 ... 484)	483 (454 ... 513)	493 (459 ... 527)
<b>Bremerhaven</b>	1901 - 2003	535 <sup>1962</sup>	548 <sup>1962</sup>	674 (629 ... 697)	[cmNN]	536 (527 ... 544)	556 (544 ... 567)	580 (563 ... 596)	596 (576 ... 617)	626 (597 ... 656)	643 (609 ... 677)
<b>Cuxhaven</b>	1849 - 2004	510 <sup>1976</sup>	521 <sup>1976</sup>	651 (603 ... 672)	[cmNN]	505 (496 ... 513)	525 (513 ... 536)	550 (533 ... 566)	567 (547 ... 588)	599 (570 ... 629)	618 (584 ... 652)
<b>Helgoland</b>	1911 - 2004	392 <sup>1962</sup>	400 <sup>1962</sup>	499 (461 ... 521)	[cmNN]	391 (382 ... 399)	407 (395 ... 418)	425 (408 ... 441)	438 (418 ... 459)	461 (432 ... 491)	475 (441 ... 509)
<b>Büsum</b>	1871 - 2004	514 <sup>1976</sup>	526 <sup>1976</sup>	635 (585 ... 655)	[cmNN]	504 (495 ... 512)	523 (511 ... 534)	545 (528 ... 561)	561 (541 ... 582)	590 (561 ... 620)	606 (572 ... 640)
<b>Husum</b>	1868 - 2004	566 <sup>1976</sup>	581 <sup>1976</sup>	669 (609 ... 691)	[cmNN]	551 (542 ... 559)	570 (558 ... 581)	591 (574 ... 607)	606 (586 ... 627)	631 (602 ... 661)	645 (611 ... 679)
<b>Dagebüll</b>	1874 - 2004	472 <sup>1982</sup>	484 <sup>1982</sup>	555 (513 ... 576)	[cmNN]	470 (461 ... 478)	484 (742 ... 495)	500 (483 ... 516)	510 (490 ... 531)	528 (499 ... 558)	537 (503 ... 571)
<b>List</b>	1931 - 2004	404 <sup>1982</sup>	414 <sup>1982</sup>	483 (442 ... 506)	[cmNN]	398 (389 ... 406)	412 (400 ... 423)	427 (410 ... 443)	437 (417 ... 458)	454 (425 ... 484)	463 (429 ... 497)

## 11.2 Windstaudaten

Die statistische Analyse der Windstaudaten ist aus mathematischen Gründen der statistischen Analyse von Wasserständen durch die Betrachtung der stochastischen Eigenschaften vorzuziehen. Bei der notwendigen Übertragung der Windstauergebnisse auf Wasserstände ergeben sich jedoch noch Fragen, die zum gegenwärtigen Zeitpunkt nicht zufrieden stellend beantwortet werden können. Es ist nicht eindeutig zu klären, welcher Basiswasserstand zum Windstau zu addieren ist, um zugeordnete Sturmflutwasserstände zu erhalten. Darüber hinaus führen die sehr unterschiedlichen Definitionen des Begriffs Windstau zu weiteren Unsicherheiten.

Die Berechnung von extremen Wasserständen aus der Windstauanalyse führt in der Summe zu größeren Ungenauigkeiten, als die Analyse der Wasserstandsdaten selbst, so dass letztere bevorzugt empfohlen wird. Hinsichtlich der Analyse der Windstaudaten besteht Forschungsbedarf, um die Anteile des Windstaus und die Überlagerung dieser mit der astronomisch bedingten Tidewelle detaillierter darstellen zu können.

## 12 Vergleich mit niederländischen Wasserständen

Bei der statistisch-probabilistischen Analyse der Wasserstände an der Deutschen Nordseeküste bietet sich im Grenzgebiet der Niederlande und Deutschland ein Vergleich der ermittelten Wasserstände an, da in den Niederlanden schon seit längerer Zeit die Wasserstände statistisch ausgewertet werden.

Zum Vergleich wurden drei niederländische Pegel herangezogen (Abbildung 51): Delfzijl, Eemshaven (beides Küstenpegel) und Huibertgat (Inselpegel).



Abbildung 51: Pegelstandorte der niederländischen Vergleichspegel

Die entsprechenden Daten für die niederländischen Pegel sind unter [web 4] abrufbar. Beispielfhaft ist das verfügbare Datenblatt des Pegels Delfzijl abgebildet (Abbildung 52).

In Tabelle 24 sind die Wasserstände für vier verschiedene Überschreitungswahrscheinlichkeiten getrennt nach Insel- und Küstenpegeln angegeben.



*Slotgemiddelden 1991.0*

**Algemene gegevens**

1827      Aanvang waarnemingen  
 1877      Peilschrijver geplaatst  
 1 jan 1987      DNM geplaatst

**Gemiddelde waterstanden**

type tij	HW-stand cm + NAP	LW-stand cm + NAP	tijverschil cm
gemiddeld tij	135	-164	299
springtij	151	-180	331
doodtij	116	-140	256
gem. waterstand	7		

**Gemiddelde havengetallen waarden maansverloop**

type tij oq grootheid	HW-tijd u:min	tijd u:min	LW-tijd u:min
gemiddeld tij	11:05		17:32
springtij	11:12		17:48
doodtij	10:51		17:12
duur rijzing		5:58	
duur daling		6:27	

**Gemiddelde over- en onderschrijdings frequentie per jaar**

overschrijding hoogwaterstanden		overschrijding laagwaterstanden	
frequentie	stand in cm + NAP	frequentie	stand in cm + NAP
1x per 10.000 jaar	620	1x per 100 jaar	-375
1x per 4.000 jaar	600	1x per 10 jaar	-330
1x per 1.000 jaar	560	1 x per jaar	-285
1x per 100 jaar	495		
1x per 50 jaar	470	LLWS 1985.0	-207
1x per 20 jaar	435		
1x per 10 jaar	410		
1x per 5 jaar	385		
1x per 2 jaar (grenspeil)	350		
1x per jaar	325		
2x per jaar	300		
5x per jaar	260		

Abbildung 52: Datenblatt des Pegels Delfzijl [web 4]

Tabelle 24: Vergleich der offiziellen statistischen Wasserstände an niederländischen Pegelstandorten und den ermittelten Wasserständen an den Pegeln Norderney und Emden

Pegel	$P_0$ $1 \cdot 10^{-2}$ [cmNN]	$P_0$ $1 \cdot 10^{-3}$ [cmNN]	$P_0$ $2,5 \cdot 10^{-2}$ [cmNN]	$P_0$ $1 \cdot 10^{-4}$ [cmNN]
<b>Inselpegel</b>				
Norderney (D)	422	463	483	493
Huibertgat (NL)	362	417	--	472
<b>Küstenpegel</b>				
Emden (D)	508	553	573	584
Delfzijl (NL)	497	562	602	622
Eemshaven (NL)	442	507	547	567

Der Vergleich der Wasserstände zeigt, dass die Differenzen zwischen Delfzijl und Emden mit abnehmender Überschreitungswahrscheinlichkeit größer werden. Die maximale Differenz zwischen diesen beiden Pegeln beträgt somit beim  $10^{-4}$ -Ereignis 38 cm.

An den Inselpegeln Norderney und Huibertgat beträgt die Differenz beim  $10^{-4}$ -Ereignis 21 cm, jedoch wird diese Differenz mit zunehmender Überschiebungswahrscheinlichkeit größer.

Insgesamt kann festgestellt werden, dass die Werte recht ähnlich sind. Die vorhandenen Unterschiede ergeben sich zum einen aus den unterschiedlichen Datensätzen und zum anderen aus der verwendeten Verteilungsfunktion. Aus den vorhandenen Daten konnte nicht geklärt werden, welche Verteilungsfunktion den niederländischen Daten zugrunde liegt, jedoch werden in den Niederlanden für diese Zwecke oftmals die Allgemeine Extremwertverteilung oder die Gumbel-Extremwertverteilung (Typ1) verwendet (DILLINGH ET AL. 1993).

## 13 Zusammenfassung

Sturmfluten sind Naturereignisse, die wegen der intensiven Nutzung des Küstenraumes zu schweren Schäden führen können. Sowohl der Küstenschutz als auch die Katastrophenabwehr basieren auf der Analyse extremster Fluten. Aufgrund zunehmender Verstädterung, Besiedelung und Industrialisierung exponierter Regionen sind weltweit die volkswirtschaftlichen Schäden bei Naturkatastrophen in den letzten Jahrzehnten um ein Vielfaches gestiegen (KRON 2005).

Ausgelöst durch das Sturmtief Anatol im Dezember 1999 und den katastrophalen Sturmfluten in den vergangenen Jahrzehnten (z.B. in den Jahren 1962 und 1976) sind aktuell wieder Fragen nach maximalen Höhen von Sturmfluten laut geworden.

Das Ziel des Vorhabens „Modellgestützte Untersuchung von Sturmflutwasserständen mit sehr geringen Eintrittswahrscheinlichkeiten (MUSE)“ ist die numerische Berechnung von physikalisch möglichen Wetterlagen bzw. Windfeldern, die zu extremen Sturmflutereignissen an der Deutschen Nordseeküste führen können und die Zuordnung von resultierenden Wasserständen in der Deutschen Bucht sowie die statistisch-probabilistische Einordnung dieser Ergebnisse hinsichtlich der Eintrittswahrscheinlichkeiten.

Die statistische Einordnung von extremen Ereignissen beruht auf der Analyse mittels Extremwertverteilungen und deren Extrapolation. Dabei ist bei üblichen statistischen Verfahren die Extrapolationszeitspanne auf das 2- bis 3-fache der Beobachtungszeitspanne begrenzt. Darüber hinaus ergeben sich große Unsicherheiten in den Ergebnissen, wodurch eine Abschätzung von Ereignissen mit Überschreitungswahrscheinlichkeiten  $< 2 \cdot 10^{-3}$  nur sehr unzureichend möglich ist. Liegen jedoch Informationen über die Höhe sehr extremer Ereignisse und deren Eintrittswahrscheinlichkeit durch numerische Simulationen vor, so können diese in der statistischen Analyse berücksichtigt werden.

In der vorliegenden Arbeit wird dazu ein modifiziertes Verfahren der Allgemeinen Extremwertverteilung (*engl.: GEV*) verwendet, bei dem eine obere Grenze vorgegeben werden kann; dieses Verfahren wird mit ProMUSE-Verfahren bezeichnet.

Mit den vorliegenden Daten konnten die Überschreitungswahrscheinlichkeiten der Wasserstände von 9 deutschen Nordseepegeln im Bereich von  $P_{\bar{U}} = 10^{-2}$  bis  $10^{-4}$  angegeben werden.

Die Ergebnisse zeigen, dass die bisher aufgetretenen Höchstwasserstände (HHThw) jeweils im Bereich von etwa  $P_{\bar{U}} = 10^{-2}$  einzuordnen sind und die Wasserstände mit einer Überschreitungswahrscheinlichkeit von  $P_{\bar{U}} = 10^{-4}$  60 bis 110 cm über diesen Werten liegen.

Ergänzende Monte-Carlo-Simulationen zeigen, dass eine Auswertung mit dem ProMUSE-Verfahren auch beim Vorhandensein singulärer Extremereignisse belastbare Ergebnisse liefert.

Neben der Analyse der aufgetretenen Wasserstände wurden Windstauwerte statistisch ausgewertet. Prinzipiell eignet sich das ProMUSE-Verfahren auch sehr gut für diese Analyse, jedoch ergeben sich bei der Rückführung der Windstauergebnisse auf extreme Scheitelwasserstände bisher noch nicht ausreichend beantwortete Fragen, so dass für praktische Anwendungen die statistische Analyse der beobachteten Wasserstände bevorzugt wird.

Die Ergebnisse des Forschungsvorhabens MUSE bilden eine wesentliche Grundlage für viele Fragen des Küsteningenieurwesens, da die Überschreitungswahrscheinlichkeiten der Eingangsbelastungsgröße Wasserstand für viele Küstenorte nun basierend auf physikalischen Prinzipien angegeben werden können.

Innerhalb der zur Verfügung stehenden Projektlaufzeit konnten jedoch nicht alle Fragen zu extremen Sturmflutereignissen an der Deutschen Nordseeküste bearbeitet und beantwortet werden. Die vielen Diskussionen innerhalb und auch außerhalb der Projektgruppe zeigten, dass die Erforschung der verschiedenen Einflussfaktoren und deren Wirkung auf das Sturmflutgeschehen noch nicht abgeschlossen ist und weiterhin Forschungsbedarf vorhanden ist.

## 14 Danksagung

Die Verfasser danken allen Projektbeteiligten für die konstruktive und vertrauensvolle Zusammenarbeit. Ein besonderer Dank geht an das Kuratorium für Forschung im Küsteningenieurwesen (KFKI) für die fachliche Begleitung und dem Projektträger Jülich (PTJ) für die administrative Begleitung.

## 15 Literatur

- Ashkar, F.: On the statistical frequency analysis of hydrological extremes, *Surface-Water Hydrology*, S. 485-503, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, 1996
- Bardossy, A. und Pakosch, S.: Wahrscheinlichkeiten extremer Hochwasser unter sich ändernden Klimaverhältnissen, *Wasserwirtschaft*, Heft 7-8, Wiesbaden, 2005
- Bardsley, W.E.: Against objective statistical analysis of hydrological extremes, *Journal of Hydrology*, S. 429-431, Elsevier Science Publisher B.V., Amsterdam, 1994
- Bork, I. und Müller-Navarra, S.: Modellgestützte Untersuchungen zu Sturmfluten mit sehr geringen Eintrittswahrscheinlichkeiten (MUSE) – Teilprojekt 2: Sturmflutsimulationen, Abschlussbericht zum bmbf-Forschungsvorhaben 03KIS039 (KFKI Fördernummer 78), Bundesamt für Seeschifffahrt und Hydrographie (BSH), Hamburg, 2005
- Chow, V.T.: *Handbook of Applied Hydrology*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1964
- Clarke, R.T.: Estimating trends in data from the Weibull and a generalized extreme value distribution, *Water Resources Research* Vol. 38, No. 6, S. 25/1-25/9 American Geophysical Union, 2002
- Dick, S. und Müller-Navarra, S. H.: Die Sturmflut am 3. Dezember 1999 - Fallstudien mit dem Windstaumodell des BSH. Vortrag auf dem Sturmflut-Workshop der Bundesanstalt für Wasserbau (BAW), 2000
- Dillingh, D., de Haan, L., Helmers, R., Können, G.P. und van Malde, J.: De basispeilen langs de Nederlandse kust – Statistisch onderzoek, Ministerie van Verkeer en Waterstaat – Directoraat-Generaal Rijkswaterstaat, Den Haag, 1993
- DIN 19700: Stauanlagen DIN 19700-10 bis DIN 19700-13, Normenausschuss Wasserwesen (NAW) im DIN, Beuth-Verlag, 2004
- DVWK: Statistische Analyse von Hochwasserabflüssen, DVWK-Merkblatt 251/1999, Kommissionsvertrieb Wirtschafts- und Verlagsgesellschaft Gas und Wasser mbH, Bonn, 1999a
- DVWK: Hochwasserabflüsse, DVWK-Schrift 124, Kommissionsvertrieb Wirtschafts- und Verlagsgesellschaft Gas und Wasser mbH, Bonn, 1999b
- Dyck, S. und Peschke, G.: *Grundlagen der Hydrologie*, Verlag für Bauwesen, 3. Aufl., Berlin, 1995
- EAK 2002: Empfehlungen für Küstenschutzwerke (EAK 2002), DIE KÜSTE, Heft 65, Kuratorium für Forschung im Küsteningenieurwesen, Boysen & Co., Heide, 2002
- Giszas, H.: Sturmflutschutz: Herausforderung und Sicherheitskonzepte, HANSA, 141. Jahrgang, Nr. 2, Februar 2004, Hamburg, 2004
- Gönnert, G.: Sturmfluten und Windstau in der Deutschen Bucht – Charakter, Veränderungen und Maximalwerte im 20. Jahrhundert, Habilitationsschrift, 2003
- Gramlich, G. und Werner, W.: *Numerische Mathematik mit Matlab*, dpunkt.verlag, Heidelberg, 2000

- Gumbel, E.J.: Statistics of Extremes, Columbia University Press, New York. 1958
- Harris, R.I.: Gumbel re-visited – a new look at extreme value statistics applied to wind speeds, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 59 (1996) p. 1-22
- Jensen, J. und Mudersbach, Ch.: Analyses of Variations in Water Level Time-Series at the North Sea Coastlines, Proceedings 7th Littoral 2004-Conference, Aberdeen (UK), 2004
- Jensen, J. und Frank, T.: Abschätzungen von Sturmflutwasserständen mit sehr kleinen Überschreitungswahrscheinlichkeiten, Verein zur Förderung der wissenschaftlichen Weiterbildung, Universität Siegen, fww Bd. 11, 2002
- Jensen, J. und Frank, T.: Abschätzung von Sturmflutwasserständen mit sehr kleinen Überschreitungswahrscheinlichkeiten, Die Küste, Heft 67, 2003
- Jensen, J., Frank, T., Zimmermann, C., Mai, St., Rosenhauer, W., Meiswinkel, R. und Barg, G.: Neue Verfahren zur Abschätzung von seltenen Sturmflutwasserständen, HANSA, Nr. 11, 140. Jahrgang, Hamburg, 2003
- Jensen, J.: Änderungen der mittleren Tidewasserstände an der Nordseeküste, Mitteilungen Leichtweiß-Institut der TU Braunschweig, Heft 83, 1984
- Jensen, J.: Über instationäre Entwicklungen der Wasserstände an der deutschen Nordseeküste. Mitteilungen Leichtweiß-Institut der TU Braunschweig, Heft 88, 1985
- Jensen, J., Frank, T., Mudersbach, C. und Blasi, C.: Statistical Analysis of Extreme Hydrological Data, Proceedings of the 7. International MEDCOAST 2005-Conference, Kusadasi, Turkey, 2005
- Jensen, J. und Mudersbach, Ch.: Untersuchungen zur Wasserstandsentwicklung an der Deutschen Nord- und Ostseeküste bis 2001, Bericht im Auftrag der Bundesanstalt für Gewässerkunde (bfg), unveröffentlicht, 2003
- Katz, R.W., Parlange, M.B. und Naveau, P.: Statistics of extremes in hydrology, Advances in water resources 25, S. 1287-1304, Elsevier, 2002
- Koopmann, G.: Wasserstandserhöhungen in der Deutschen Bucht infolge von Schwingungen und Schwallerscheinungen und deren Bedeutung bei der Sturmflut vom 16./17. Februar 1962, Dt. Hydrogr. Z. 15, S. 18-198, 1962
- Koziar, Ch. und Renner, V.: Modellgestützte Untersuchungen zu Sturmfluten mit sehr geringen Eintrittswahrscheinlichkeiten (MUSE) – Teilprojekt 1: Numerische Berechnung physikalisch konsistenter Wetterlagen mit Atmosphärenmodellen, Abschlussbericht zum bmbf-Forschungsvorhaben 03KIS039 (KFKI Fördernummer 78), Deutscher Wetterdienst (DWD), Offenbach, 2005
- Kron, Wolfgang: Hochwasser, in: Wetterkatastrophen und Klimawandel – Sind wir noch zu retten?, Münchener Rück, München, 2005
- Kunz, H.: Sturmflutschutz und Küstenschutzmanagement – HTG-Kongress 2003, HANSA, 141. Jahrgang, Nr. 2, Februar 2004, Hamburg, 2004
- Martins, E.S. und Stedinger, J.R.: Generalized maximum-likelihood generalized extreme-value quantile estimators for hydrologic data, Water Resources Research Vol. 38, No. 4, S. 737-74, American Geophysical Union, 2000

- Madsen, H., Rasmussen, P.F. und Rosbjerg, D.: Comparison of annual maximum series and partial duration series methods for modeling extreme hydrologic events 1. At-site modeling, *Water Resources Research* Vol. 33, No. 4, S. 747-757, 1997 A
- Madsen, H., Rasmussen, P.F. und Rosbjerg, D.: Comparison of annual maximum series and partial duration series methods for modeling extreme hydrologic events 2. Regional modeling, *Water Resources Research* Vol. 33, No. 4, S. 759-769, 1997 b
- Maniak, U.: *Hydrologie und Wasserwirtschaft*, 2. Aufl. Springer-Verlag, Berlin, 1992
- Müller-Navarra, S. H. und Giese, H.: Improvements of an Empirical Model to Forecast Wind Surge in the German Bight, *Dt. Hydrogr. Z.* 51, S. 385-405, 1999
- Philippart, M.E., Dillingh, D., Pwa, S.T.: De basispeilen langs de Nederlandse Kust – de ruimtelijke verdeling en overschrijdingslijnen, rapport RIKZ-95.008 Ministerie van Verkeer en Waterstaat, Direktorat-Generaal Rijkswaterstaat, Rijkinstituut voor Kust en Zee (RIKZ), 1995
- Plate, E. J.: *Statistik und angewandte Wahrscheinlichkeitslehre für Bauingenieure*, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1993
- Powell, M. D., Vickery, P. J., Reinhold, T. A.: Reduced drag coefficient for high wind speeds in tropical cyclones. *Nature*, 422, 279-283, 2003
- Rosenhauer, W. und Mai, S.: Anwendung probabilistischer Erdbebenmethoden auf Tidehochwasserstände, Bericht im Auftrag der E.ON Kernkraft GmbH, unveröffentlicht, Rösrath, 2003
- Rosenhauer, W.: Benutzungsanleitung für das Extremwertstatistik-Programm GUMBEL, Bericht im Auftrag des RWE, unveröffentlicht, Rösrath, 1998
- Rosenhauer, W. and Ahorner, L.: Spezielle Untersuchungen zur Magnituden-Häufigkeits-Relation für die seismische Risikoanalyse. Kolloquium Erdbeben-Ingenieurwesen, Nationale Gruppe für Erdbebeningenieurwesen, Telegrafenberg, Potsdam und Deutsche Gesellschaft für Erdbeben-Ingenieurwesen und Baudynamik e.V. (DGEB), Potsdam, 1991
- Schumann, A.: Das hydrologische Risiko bei der Bemessung und der Bewirtschaftungsplanung von Talsperren, in: *Risiken bei der Bemessung und Bewirtschaftung von Fließgewässern und Stauanlagen*, Hrsg. H.-B. Horlacher und H. Martin, Technische Universität Dresden, Institut für Wasserbau und Technische Hydromechanik, Dresdner Wasserbauliche Mitteilungen, Heft 27, 2004
- Smith, R.L.: Extreme value theory based on the  $r$  largest annual events, *Journal of Hydrology*, S. 27-43, Elsevier Science Publisher B.V., Amsterdam, 1986
- Stupczewski, W.G., Sing, V.P. und Feluch, W.: Non-stationary Approach to at-site Flood Frequency Modelling I. Maximum Likelihood Estimation. *Journal of Hydrology*, 248, 123-142, 2002
- Tomczak, G.: Der Einfluss der Küstengestalt und des vorgelagerten Meeresbodens auf den windbedingten Anstau des Wassers, betrachtet am Beispiel der Westküste Schleswig-Holsteins, *Dt. Hydrogr. Z.* 5, S. 114-131, 1952

[web 1] <http://www.exp.univie.ac.at>, 2005

[web 2] <http://www.wikipedia.de>, 2005

[web 3] <http://www.informatik.uni-mainz.de/deutsch/schueler/studiinfo/Studienfuehrer/mathematik/node37.html>, 2005

[web 4] <http://www.waternormalen.nl>, 2005

# 16 Appendix

## 16.1 MatLab-Einführung

Die Analysen und Berechnungen in der vorliegenden Arbeit wurden mit der Software MATLAB (Version 7.0.4) erstellt. MATLAB ist ein leistungsfähiges Softwaresystem für technische Berechnungen. Der Name MATLAB kommt von Matrix-Laboratory und verweist auf zwei Überlegungen, die bei der Entwicklung eine Rolle gespielt haben. Grundelemente sind Matrizen und ihre Manipulation, die in numerischen Verfahren optimal eingesetzt werden können, gleichzeitig verfolgt man über Laboratory den Gedanken der Entwicklung und Erweiterung (GRAMLICH UND WERNER 2000).

Die drei Hauptkomponenten von MATLAB sind:

- Programmierung
- Berechnung
- Visualisierung

Die Steuerung des Programms erfolgt über die Kommandozeile oder die Erstellung von Skripten (m-File) in der MATLAB eigenen Programmiersprache, die Ähnlichkeiten zu FORTRAN oder C/C++ aufweist.

Bei der Arbeit mit MATLAB kann auf umfangreiche interne und externe Skript-Bibliotheken, sowie zahlreiche zusätzliche kostenpflichtige Toolboxes zurückgegriffen werden oder es können eigene Programme geschrieben werden. Ein großer Vorteil sind die weit entwickelten Möglichkeiten zur Datenvisualisierung, die wiederum in großem Umfang vom Nutzer beeinflusst werden können. Weitere Informationen über MATLAB sind zu finden unter [www.mathworks.de](http://www.mathworks.de) oder z.B. bei GRAMLICH UND WERNER (2000) (Abbildung 53).

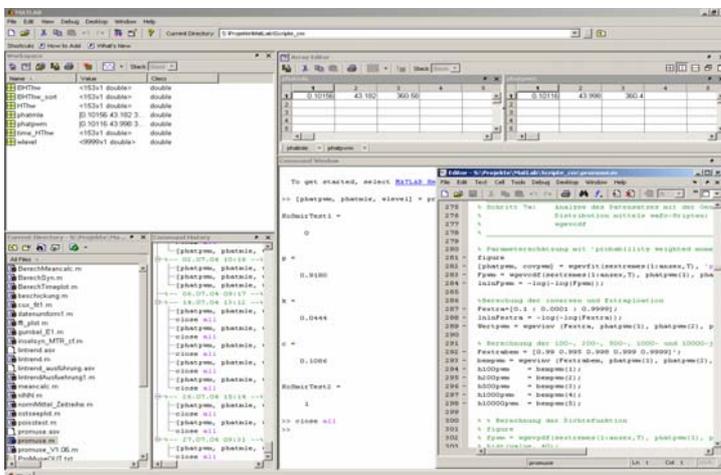


Abbildung 53: Screenshot der Matlab 7.0-Benutzeroberfläche Programm dokumentation ProMUSE

Im Folgenden ist das Programm PromUSE detailliert dokumentiert. Das Programm liegt in der aktuellen Version 1.08 vor und unterliegt einem ständigen Ergänzungsprozess; deshalb hat die folgende Dokumentation nur für die oben angegebene Versionsnummer Gültigkeit. Das Programm PromUSE besteht aus einem Hauptprogramm und mehreren Unterprogrammen, die aus dem Hauptprogramm heraus aufgerufen werden können. Der Quelltext ist im Anhang abgedruckt.

### 16.1.1 Programmaufruf und Programmkopf

Das Programm PromUSE wird aufgerufen mit der Syntax:

```
>> [= promuse (time, value, valueM, T, trend, Jahr, valueBSH, pvalueBSH,
probuservalue);
```

In der eckigen Klammer können keine bis beliebig viele Outputvariablen stehen. In der Regel müssen dort keine Outputvariablen definiert werden, da alle relevanten Daten in einer separaten Output-Datei (s.u.) gespeichert werden. In der runden Klammer nach dem Programmnamen werden die erforderlichen Inputvariablen übergeben. Dabei sind:

Tabelle 25: Erläuterung der Inputvariablen

Inputvariable	Erläuterung
<b>time</b>	Zeitvektor der zu analysierenden Daten (lückenlos)
<b>value</b>	Wertevektor der zu analysierenden Daten (1-jährliche Extremwerte, lückenlos)
<b>valueM</b>	Wertevektor der Daten zur Homogenisierung von value (z.B MThw)
<b>T</b>	Wahl der auszuwertenden Extremwerte (1-, 2-, ...T-jährliche Extremwerte)
<b>trend</b>	Parameter zur Wahl der Trendkorrektur; 1: linear, 2: 19-jährliches gleitendes Mittel
<b>Jahr</b>	Bezugsjahr der Trendkorrektur
<b>valueBSH</b>	modellierter Wert des BSH
<b>pvalueBSH</b>	abgeschätzte Wahrscheinlichkeit des modellierten Extremwertes des BSH
<b>probuservalue</b>	Eingabe eines Wertes, für den die Wahrscheinlichkeit explizit ausgegeben wird

Der Programmkopf ist so gestaltet, dass die wesentlichen Informationen zu dem Programm mit folgendem Befehl aufgerufen werden können:

```
>> help promuse
```

### 16.1.2 Eingabe des Pegel- und Parameternamens

Nach dem Programmaufruf wird der Nutzer aufgefordert zunächst den Namen des Pegels und anschließend den Namen des zu analysierenden Parameters einzugeben. Diese Angaben werden benötigt, um die erzeugten Diagramme und Outputdateien korrekt zu bezeichnen.

### 16.1.3 Ermittlung der Länge der Zeitreihe

Die Länge des Vektors wird bestimmt und anschließend die Anzahl der auszuwertenden Daten berechnet. Falls 1-jährliche Daten ausgewertet werden sollen, ist die Anzahl der auszuwertenden Daten gleich der Anzahl der Daten im Vektor.

### 16.1.4 Histogramm

Auf Grundlage der eingelesenen Daten wird ein Histogramm mit 40 gleichverteilten Klassen erzeugt und grafisch dargestellt (Abbildung 54).

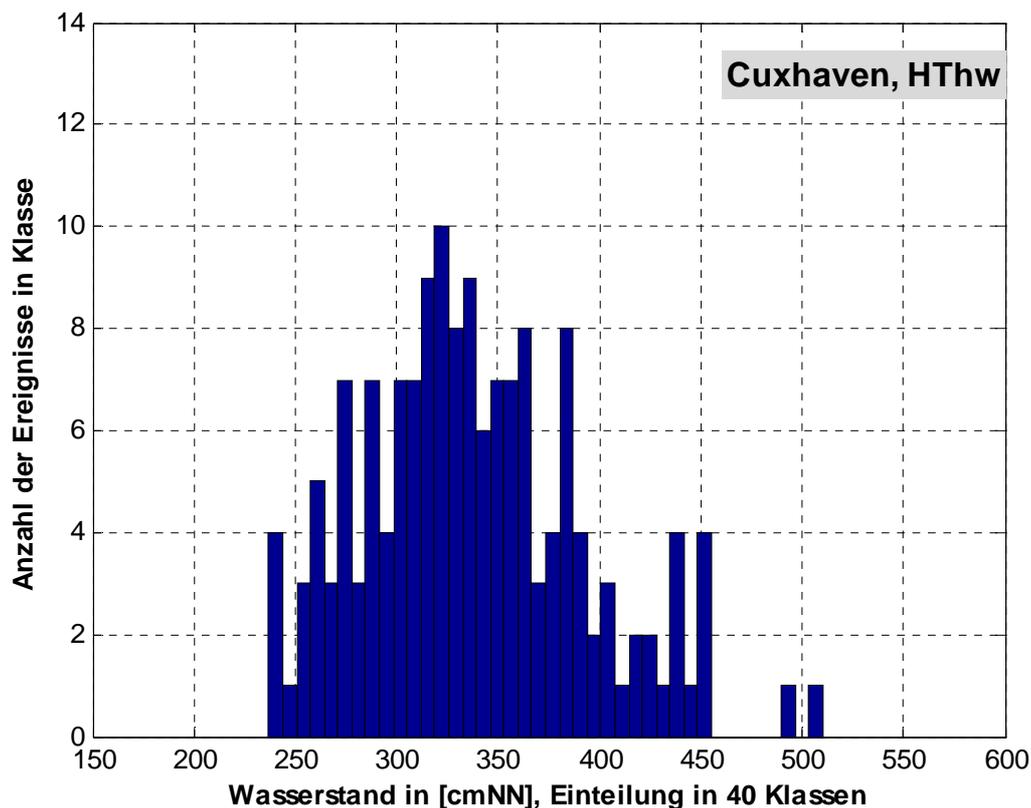


Abbildung 54: Histogramm der auszuwertenden Daten (Beispiel)

### 16.1.5 Trendbereinigung

Beim Programmaufruf kann der Anwender die Art der Trendbereinigung wählen. Es kann entweder ein linearer Trend oder ein 19-jähriges gleitendes Mittel (JENSEN 1984, JENSEN 1985,

JENSEN UND MUDERSBACH 2003) verwendet werden. Die Homogenisierung des Vektors **value** erfolgt dabei durch den Trend oder das gleitende Mittel des Wertevektors **valueM**. Dazu wird in diesem Schritt zunächst das Unterprogramm **trendkorr** aufgerufen, welches den linearen Trend der eingelesenen Daten bestimmt und die Zeitreihe auf das angegebene Bezugsjahr korrigiert (Abbildung 55). Das Unterprogramm **trendkorr** wird immer aufgerufen, um den linearen Trend der Zeitreihe zu bestimmen, auch wenn dieser nicht weiter verwendet wird.

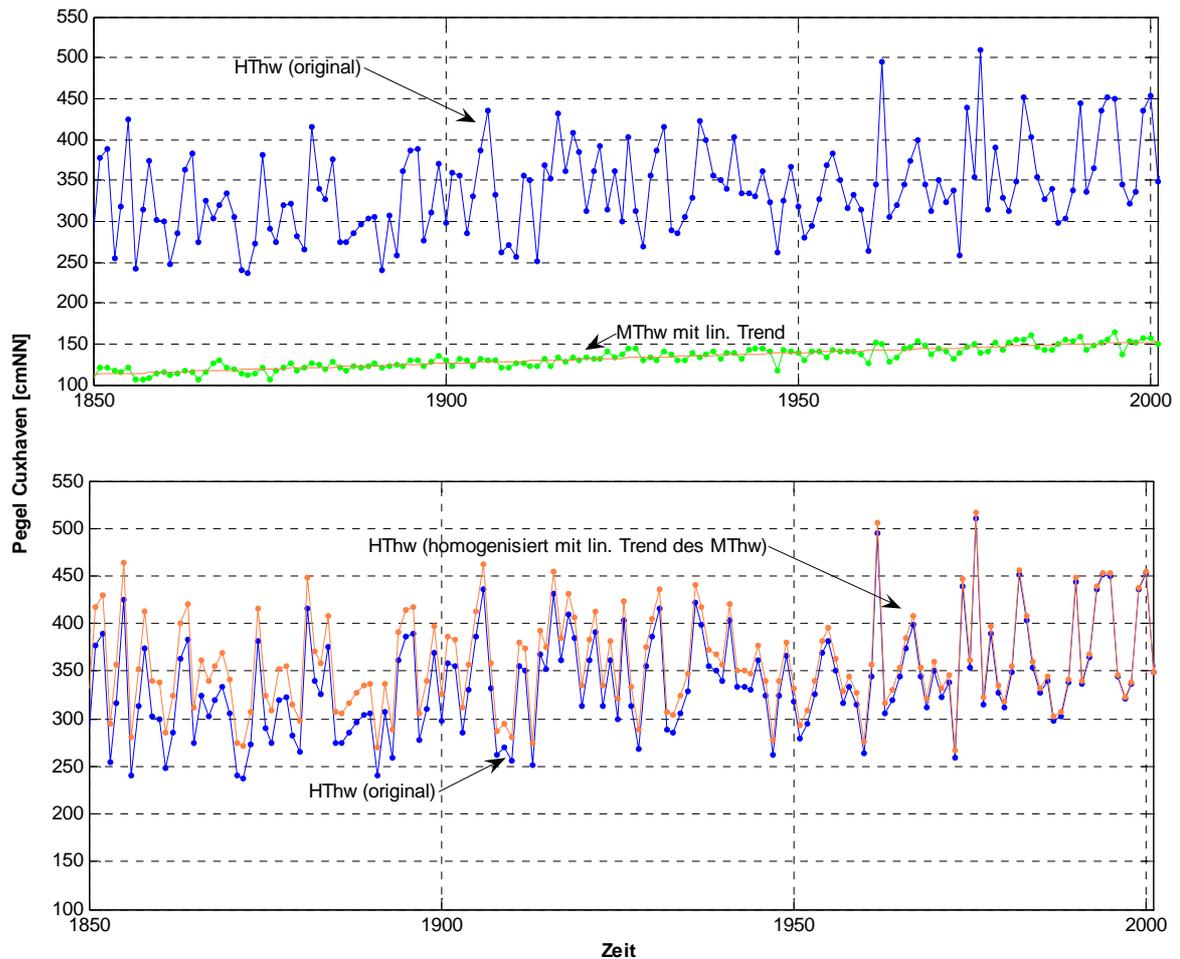


Abbildung 55: Trendkorrektur der auszuwertenden Daten mit linearem Trend (Beispiel)

Falls der Anwender eine Trendbereinigung mit einem 19-jährigen gleitenden Mittel wünscht, wird das Unterprogramm **trend\_ma** aufgerufen, welches die Originalzeitreihe auf das angegebene Bezugsjahr mit dem 19-jährigen gleitenden Mittel des Vektors **valueM** entsprechend korrigiert (Abbildung 56).

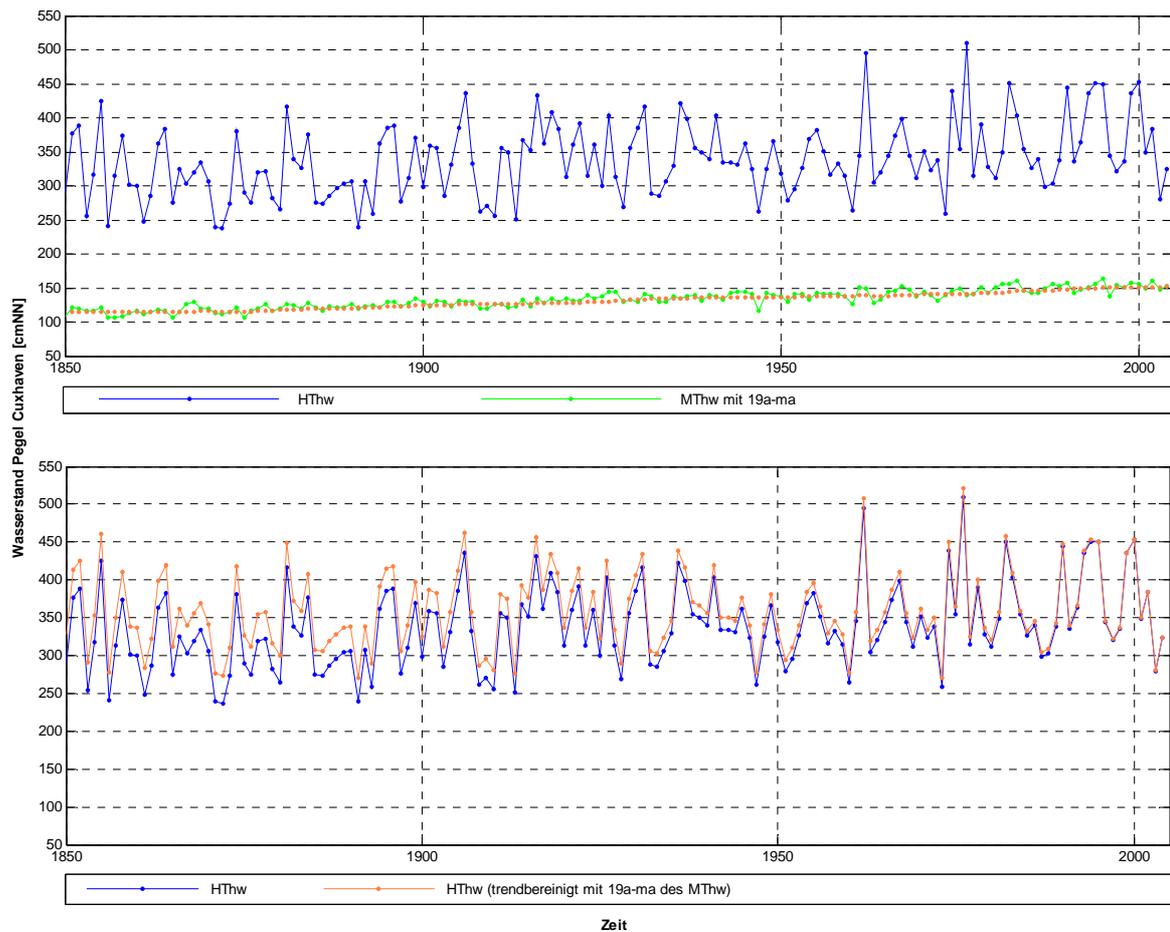


Abbildung 56: Trendkorrektur der auszuwertenden Daten mit 19-jährigem gleitenden Mittel (Beispiel)

Die Unterschiede der beiden Verfahren zur Trendbereinigung sind stark von den auszuwertenden Daten abhängig und können von wenigen Millimetern bis hin zu Dezimetern reichen.

### 16.1.6 Berechnung der auszuwertenden Daten

Der Anwender kann bei Programmaufruf entscheiden, welche Daten ausgewertet werden sollen. Er kann wählen, ob 1-jährliche, 2-, 3-,... i-jährliche Extremwerte analysiert werden sollen. Es können maximal 50-jährliche Extremwerte ( $i < 50$ ) analysiert werden, jedoch muss der Nutzer in jedem Einzelfall entscheiden, welcher Datenumfang noch sinnvoll ist; bei der Auswertung einer Zeitreihe über 100 Jahre und der Analyseauswahl von 50-jährlichen Extremwerten ergibt sich eine zu analysierende Zeitreihe mit nur 2 Werten. In der Regel werden 1- oder 2-jährliche Extrema betrachtet. Dazu wird eine große Matrix mit dem Namen **extremes** mit 50 Spalten erzeugt. In den Spalten sind jeweils die n-jährlichen Extremwerte enthalten.

Die Matrix **extremes** wird spaltenweise der Größe nach aufsteigend sortiert und in einer neuen Matrix mit Namen **sextremes** gespeichert (Abbildung 57).

Die weiteren Analysen in ProMUSE beziehen sich jeweils nur auf die gewählten n-jährlichen Extrema. Dazu wird die jeweilige Spalte der Matrix **sextremes** mit dem Befehl **sextremes (1:anzex,T)** extrahiert.

Der Maximalwert der auszuwertenden Datenreihe wird bestimmt und unter **maxobsv** abgespeichert.

Es wird ein Rangvektor **rank** von 1 aufsteigend bis zur Anzahl der vorhandenen Extremwerte gebildet.

n	Extremwerte									...
	1-jährlich	2-jährlich	3-jährlich	4-jährlich	5-jährlich	6-jährlich	7-jährlich	8-jährlich	9-jährlich	
1	270,1	276,3	318,6	328,5	337,7	337,6	381,1	369,9	337,7	...
2	271,2	295,6	337,6	337,7	359,7	369,9	396,2	381,1	396,2	...
3	273,6	306,8	337,7	346,4	361,9	381,1	397,4	396,2	417,6	...
4	276,1	308,4	340,4	346,4	369,9	392,9	408,1	397,4	417,8	...
5	276,3	310,1	342,0	356,9	377,3	396,2	410,5	417,6	418,8	...
6	277,5	316,9	343,0	361,5	381,0	397,4	415,0	417,8	419,5	...
7	278,1	322,5	345,3	361,9	381,1	411,1	417,6	418,8	424,8	...
8	278,2	323,6	346,4	369,9	396,2	417,6	417,8	419,5	439,1	...
9	280,5	324,0	346,4	377,3	397,4	417,8	418,8	424,8	448,0	...
10	281,2	326,8	350,2	381,0	399,5	418,8	419,5	439,1	449,7	...
11	284,5	327,5	356,9	381,1	408,1	419,5	434,5	448,0	450,0	...
12	287,2	328,5	358,2	384,6	411,1	424,8	439,1	449,7	453,4	...
13	289,0	328,5	359,7	386,4	415,0	425,5	449,7	453,4	456,6	...
14	289,5	333,5	361,9	396,2	417,6	434,5	450,0	456,6	461,5	...
15	291,5	334,3	369,9	397,4	417,8	439,1	453,3	458,2	461,6	...
16	294,6	336,6	375,7	399,9	418,8	448,0	453,4	461,5	507,9	...
17	295,6	337,0	377,3	410,5	419,5	449,7	456,6	461,6	520,6	...
18	299,4	337,6	381,0	411,1	424,8	450,0	458,2	507,9	NaN	...
19	302,9	337,7	381,1	415,0	425,5	453,3	461,5	520,6	NaN	...
20	304,4	338,5	384,6	415,9	434,5	453,4	461,6	NaN	NaN	...
21	305,8	339,2	386,4	417,6	439,1	456,6	507,9	NaN	NaN	...
22	305,8	340,6	392,9	417,8	448,0	458,2	520,6	NaN	NaN	...
23	306,3	346,4	396,2	418,8	449,7	461,5	NaN	NaN	NaN	...
24	306,8	346,4	397,4	419,5	453,3	461,6	NaN	NaN	NaN	...
25	308,4	349,4	399,5	424,8	453,4	507,9	NaN	NaN	NaN	...
26	308,5	349,7	399,9	425,5	456,6	520,6	NaN	NaN	NaN	...
27	309,8	353,5	408,1	433,7	458,2	NaN	NaN	NaN	NaN	...
28	310,1	355,5	410,5	434,5	461,5	NaN	NaN	NaN	NaN	...
29	311,3	356,9	411,1	439,1	461,6	NaN	NaN	NaN	NaN	...
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	...

Abbildung 57: Matrix der 1- bis 50-jährlichen Extremwerte (Beispiel)

### 16.1.7 Berechnung der Momente

Für jede Spalte der zuvor berechneten Matrix der Extremwerte werden die Momente Mittelwert, Varianz, Standardabweichung und Schiefe mit Hilfe der Momentenmethode berechnet und jeweils in einem Zeilenvektor abgelegt.

### 16.1.8 Unterprogramm GUMBEL\_E1

Nach der Berechnung der Momente wird das Unterprogramm GUMBEL\_E1 mit dem folgenden Befehl aufgerufen:

```
>> [] = gumbel_E1 (sextremes,T)
```

Dieses Unterprogramm ist zu Vergleichszwecken in ProMUSE implementiert worden und hat keinen unmittelbaren Einfluss auf die Analyseprozedur von ProMUSE. In GUMBEL\_E1 wird eine statistische Auswertung der Daten mit der Extremwertverteilung GUMBEL (Typ I) nach DVWK (1999a) und PLATE (1993) vorgenommen.

Für die auszuwertenden Daten werden zunächst die Plotting-Positionen nach vier verschiedenen empirischen Formeln berechnet (CHOW 1964):

$$PLP_{\text{Weibull}} = \frac{m}{N+1}$$

$$PLP_{\text{Hazen}} = \frac{m-0,5}{N}$$

$$PLP_{\text{Gringorton}} = \frac{m-0,44}{N+0,12}$$

$$PLP_{\text{Nguyen}} = \frac{m-0,42}{N+0,29}$$

Anschließend werden die zwei Parameter der Extremwertverteilung mit drei verschiedenen Verfahren nach DVWK 1999a bestimmt:

- Momentenmethode
- Maximum-Likelihood-Schätzung (ohne Korrektur)
- Maximum-Likelihood-Schätzung (mit Korrektur)

Mit der Schreibweise der Extremwertverteilung Typ I

$$F(x) = \exp \left[ -\exp \left( -\frac{x-c}{d} \right) \right] \quad \text{Gleichung 37}$$

ergeben sich die Parameter  $c$  und  $d$  mit der Momentenmethode zu

$$d = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \cdot \text{std} \quad \text{Gleichung 38}$$

$$c = \mu - \gamma d \quad \text{mit : } \gamma = 0,5772$$

und mit der Maximum-Likelihood-Schätzung ohne Korrektur zu

$$d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \left[ \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{d} \cdot \exp \left( -\frac{x_i}{d} \right)}{\sum_{i=1}^n \exp \left( -\frac{x_i}{d} \right)} + 1 \right]^{-1} \quad \text{iterativ nach } d \text{ auflösen!} \quad \text{Gleichung 39}$$

$$c = d \cdot \ln \frac{n}{\sum_{i=1}^n \exp\left(-\frac{x_i}{d}\right)}$$

Gleichung 40

und mit der Maximum-Likelihood-Schätzung mit Korrektur zu

$$d' = d \cdot \left(1 + \frac{0,7716}{n}\right)$$

$$c' = c - \frac{0,3698}{n} \cdot d$$

Gleichung 41

Die ermittelten Verteilungsfunktionen werden grafisch zusammen mit den Plotting-Positionen gegen die beobachteten Wasserstände aufgetragen.

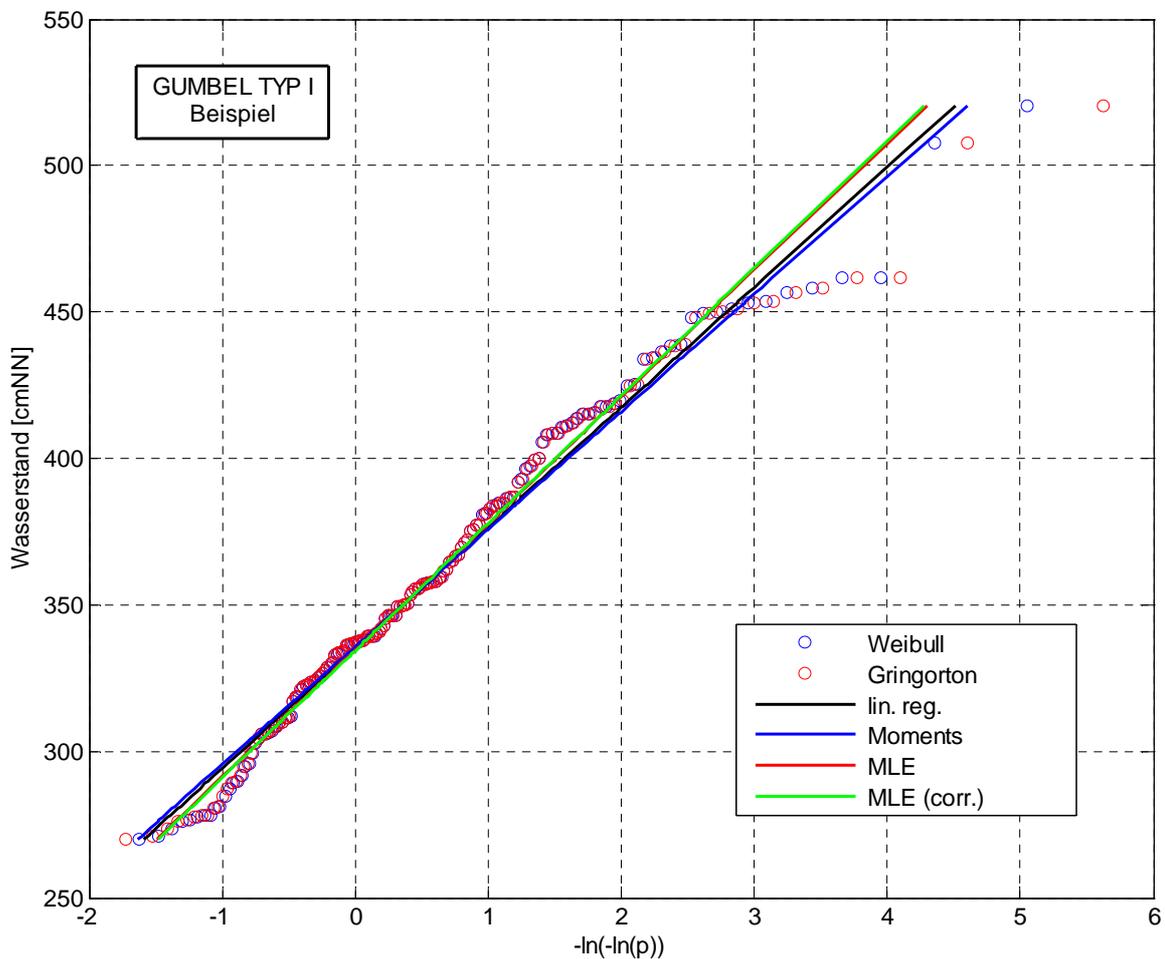


Abbildung 58: Wahrscheinlichkeitsplot des Unterprogramms GUMBEI\_\_E1 (Beispiel)

### 16.1.9 Analyse mit Generalized Extreme Value Distribution (GEV)

Die herkömmliche statistische Analyse eines Extremwertdatensatzes mit der allgemeinen Extremwertverteilung (*engl. Generalized Extreme Value Distribution (GEV)*) ist in einschlägiger

Literatur ausführlich dargelegt (z.B. DYCK 1995). Allerdings kann bei diesem Verfahren eine Obergrenze nicht explizit vorgegeben werden, jedoch ist dieses Verfahren aus Vergleichszwecken in ProMUSE implementiert, um auch den Stand der Technik ausreichend zu repräsentieren.

Zunächst werden die drei Parameter der GEV mit der wahrscheinlichkeitsgewichteten Methode und der Maximum-Likelihood berechnet. Dies wird durch den Aufruf des Unterprogramms `wgevfit` vorgenommen, bei dem durch eine entsprechende Parametereinstellung das Verfahren der Parameterschätzung gewählt werden kann. Der Programmaufruf erfolgt mit:

```
>> [] = wgevfit(sextremes(1:anzex,T), ,pwm' oder ,ml', [], 1)
```

wobei der Parameter `pwm` für die wahrscheinlichkeitsgewichtete Methode (*engl.: probability weighted moments*) und der Parameter `ml` für die Maximum-Likelihood-Schätzung stehen.

Zur Bestimmung der GEV wird danach das Unterprogramm `wgevcdf` aufgerufen und zur Extrapolation der Funktion die inverse GEV (`wgevinv`) verwendet.

In der Regel interessiert den Anwender nicht nur der gesamte Funktionsverlauf, sondern explizit bestimmte Werte mit einer zugehörigen Überschreitungswahrscheinlichkeit. Daher werden mit der Funktion `wgevinv` die Ereignisse  $H_{100}$ ,  $H_{200}$ ,  $H_{500}$ ,  $H_{1.000}$  und  $H_{10.000}$  berechnet und in einem separaten Vektor (`bempwm` bzw. `bemml`) abgelegt.

Die ermittelten Verteilungsfunktionen werden grafisch zusammen mit den Plotting-Positionen gegen die beobachteten Wasserstände aufgetragen (Abbildung 59).

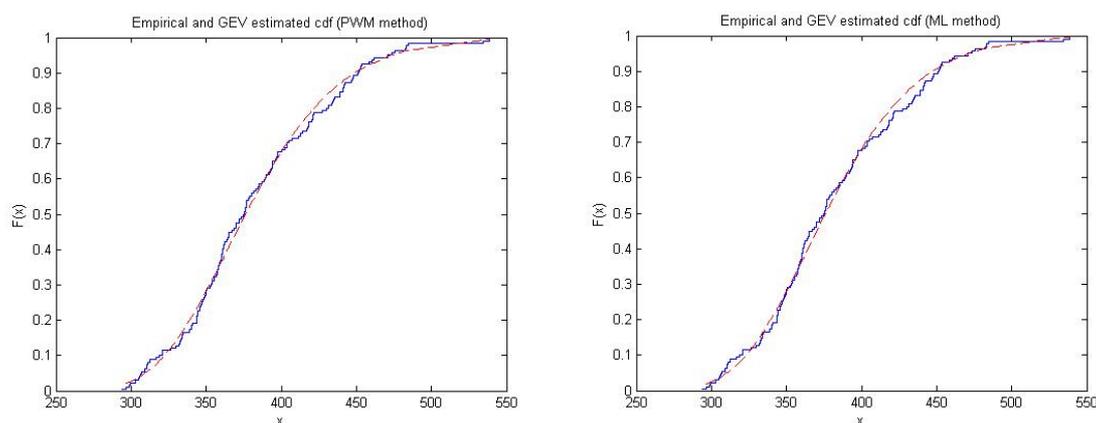


Abbildung 59: GEV-Plot für zwei Parameterschätzverfahren (Beispiel)

Die Unterschiede zwischen den Parameterschätzverfahren sind von den auszuwertenden Daten abhängig.

### 16.1.10 Q-Q-Plot

Ein Q-Q-Plot ist eine visuelle Überprüfung, ob eine angenommene Verteilungsfunktion für ein bestimmtes Datenkollektiv zutreffend ist oder nicht. Dazu werden die beobachteten Daten gegen die berechneten Daten der Verteilungsfunktion aufgetragen und eine Gerade durch die Daten gelegt. Nähern sich die aufgetragenen Datenpunkte im wesentlichen dieser Geraden an, so kann die verwendete Verteilungsfunktion als zutreffend angenommen werden.

### 16.1.11 Kolmogorov-Smirnov-Test

Der Kolmogorov-Smirnov-Test ist ein statistischer Anpassungstest, der eine Aussage darüber gibt, ob eine getroffene These mit vorgegebener Wahrscheinlichkeit angenommen oder verworfen werden kann. Er hat damit in etwa die gleiche Bedeutung wie ein Q-Q-Plot, nur dass dieser Test keine visuelle, sondern eine numerische Aussage gibt.

Wenn das Ergebnis des Tests 1 ist, so kann die angenommene Hypothese verworfen werden, ist das Ergebnis 0, so kann die angenommene Hypothese nicht verworfen werden.

Der Test wird mit einem 5%-Signifikanzniveau und der Hypothese, dass die Daten einer AE entsprechen durchgeführt und wird aufgerufen mit

```
>> [KoSmirTest1]=kstest(sextremes(1:anzex,T),[sextremes(1:anzex,T),Fmle],0.05, 0)
```

Zusätzlich wird mit einem 5%-Signifikanzniveau der Test auf Vorliegen einer Normalverteilung durchgeführt mit

```
>> [KoSmirTest2]=kstest(sextremes(1:anzex,T),[], 0.05, 0)
```

### 16.1.12 Berechnung der Plotting-Positionen

Die Berechnung der Plotting-Positionen erfolgt über eine Monte-Carlo-Simulationen (s.o.). Die Monte-Carlo-Simulationen besteht aus 10.000 Wiederholungen. Bei jeder Wiederholung wird ein Vektor **zufall** mit **anzex** gleichverteilten Zufallszahlen zwischen 0 und 1 bestimmt, wobei 0 und 1 selbst ausgeschlossen sind. Der Vektor **zufall** wird anschließend der Größe nach sortiert und doppelt logarithmiert. Diese Werte werden über die 10.000 Wiederholungen aufsummiert und das arithmetische Mittel gebildet, was dem erwartungstreuen (biasfrei) Erwartungswert entspricht. Auf gleiche Weise wird die biasfreie Standardabweichung bestimmt. Die berechneten Plotting-Positionen werden zu Vergleichszwecken mit den empirischen Plotting-Positionen nach WEIBULL und GRINGORTON grafisch aufgetragen (Abbildung 60).

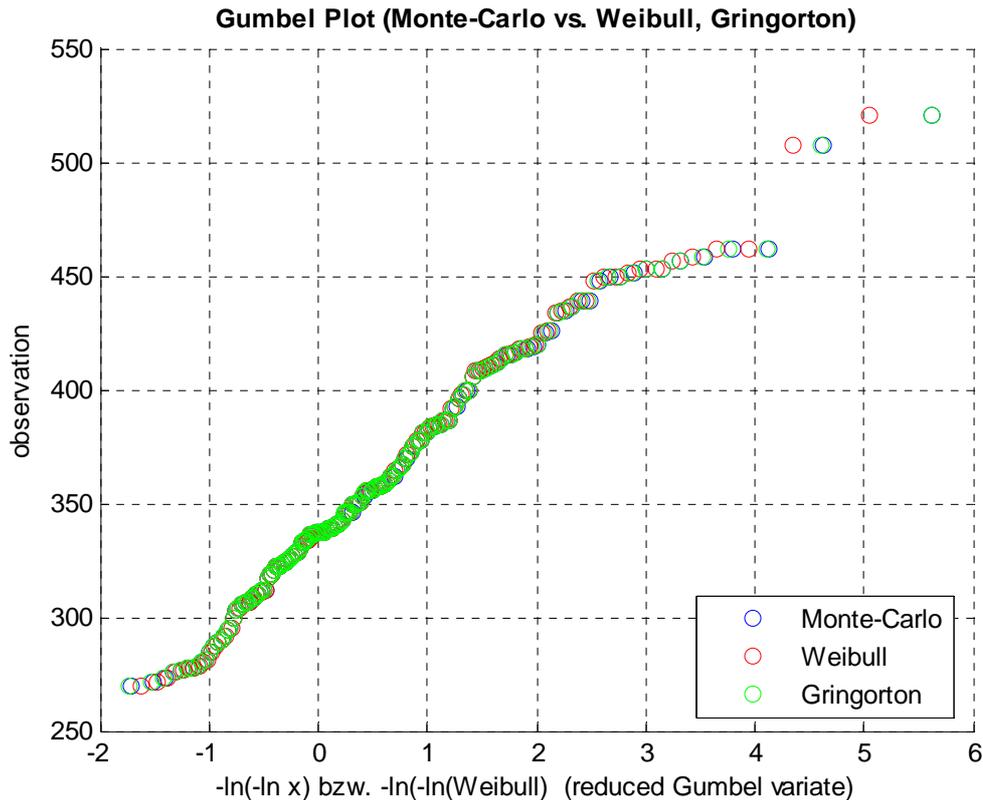


Abbildung 60: Vergleich der Plotting-Positionen (Beispiel)

Die Ergebnisse zeigen, dass die über Monte-Carlo-Simulationen bestimmten Plotting-Positionen im wesentlichen mit denen nach GRINGORTON übereinstimmen.

### 16.1.13 Berechnung des Formparameters $\tau$

Für die der Analyse zugrunde liegende dreiparametrische Verteilungsfunktion (ProMUSE-Verteilung) muss der Formparameter  $\tau$  bestimmt werden. Dieser Formparameter bestimmt maßgebend den Verlauf der Verteilungsfunktion im Bereich der sehr kleinen Wahrscheinlichkeiten.

Als erste Näherung für den Formparameter  $\tau$  wird dem ermittelten modellierten Höchstwert eine Wahrscheinlichkeit zugewiesen. Aus diesem Datenpaar wird iterativ der Formparameter  $\tau$  berechnet.

Mit Hilfe dieser ersten Schätzung für  $\tau$  wird die Obergrenze **xmax** der Verteilungsfunktion über die Funktion **limit** berechnet.

```
>> [xmax, f1, f2] = limit (avg, sigma, tau)
```

Für die zweite Schätzung des Formparameters  $\tau$  werden die logarithmierte Differenz zwischen der Obergrenze und den auszuwertenden Daten gegen die Plotting-Positionen aufgetragen und eine lineare Funktion an die Daten mit dem Unterprogramm **polyfit** angepasst. Die

Steigung der linearen Funktion ist die verbesserte Schätzung des Formparameters  $\tau$  (Abbildung 61).

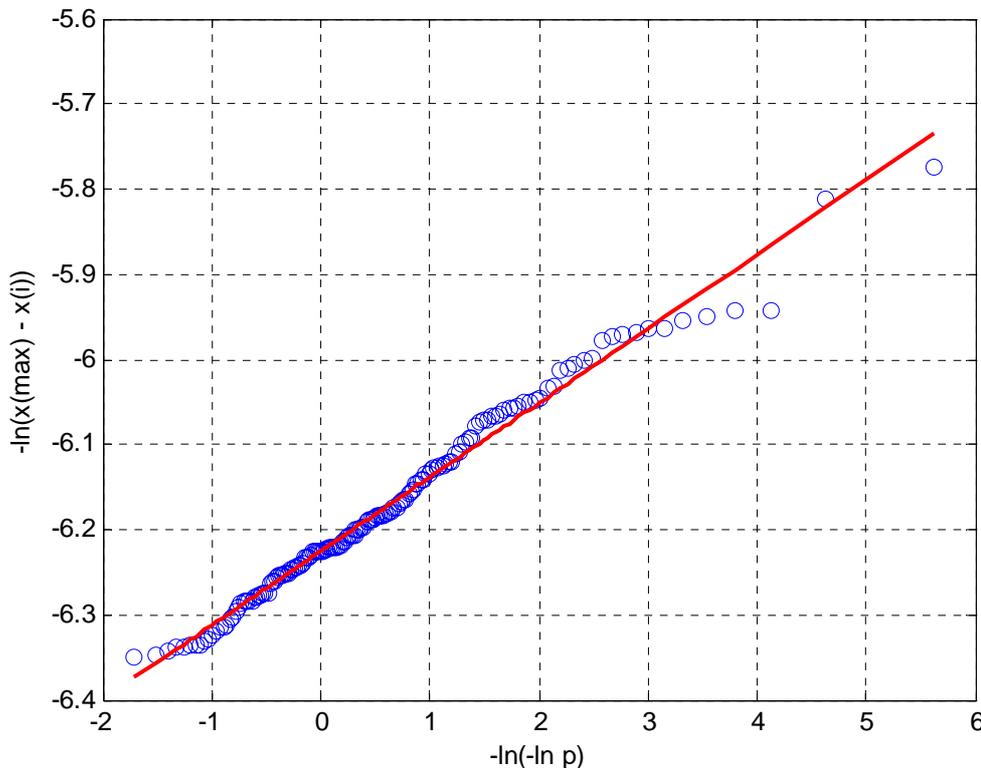


Abbildung 61: Verbesserte Schätzung des Formparameters  $\tau$  (Steigung der Geraden), (Beispiel)

#### 16.1.14 Berechnung der Terme $f_1$ und $f_2$

Die Gumbel Typ III - Verteilung enthält die zwei Terme  $f_1$  und  $f_2$  (s.o.), die gegeben sind durch

$$\begin{aligned} f_1 &= \Gamma(1 + \tau) \\ f_2 &= \sqrt{\Gamma(1 + 2\tau) - \Gamma^2(1 + \tau)} \end{aligned} \quad \text{Gleichung 42}$$

Die Terme  $f_1$  und  $f_2$  werden separat im Unterprogramm **ftau** gelöst. Zur Lösung dieser Terme muss die Gammafunktion gelöst werden, was wiederum durch das Unterprogramm **gamma** durchgeführt wird.

Das Unterprogramm **ftau** benötigt als einzigen Inputparameter die Größe **tau** und wird aufgerufen mit der Syntax

```
>> [f1neu, f2neu] = ftau (tau)
```

#### 16.1.15 Berechnung der ProMUSE-Verteilung

Mit den zuvor berechneten Parametern ist die ProMUSE-Verteilung eindeutig bestimmt und kann für die Zeitspanne der beobachteten Daten dargestellt werden. Für die vorliegende

Aufgabenstellung ist insbesondere der Bereich über die beobachtete Zeitspanne hinaus von Interesse. Dazu wird die ProMUSE-Verteilung mit einem Zeitvektor von 1 bis 100.000.000 Jahren mit der inversen ProMUSE-Verteilung extrapoliert. Damit werden die Wasserstände und Eintrittsraten bis  $\lambda = 10^{-8}$  dargestellt.

Die Ergebnisse werden in einer Grafik visualisiert, wo neben den Plotting-Positionen und der ProMUSE-Verteilung auch die ermittelten Funktionverläufe der GEV eingetragen sind. Zusätzlich sind der modellierte Wert des BSH und die Obergrenze der ProMUSE-Funktion dargestellt (Abbildung 62).

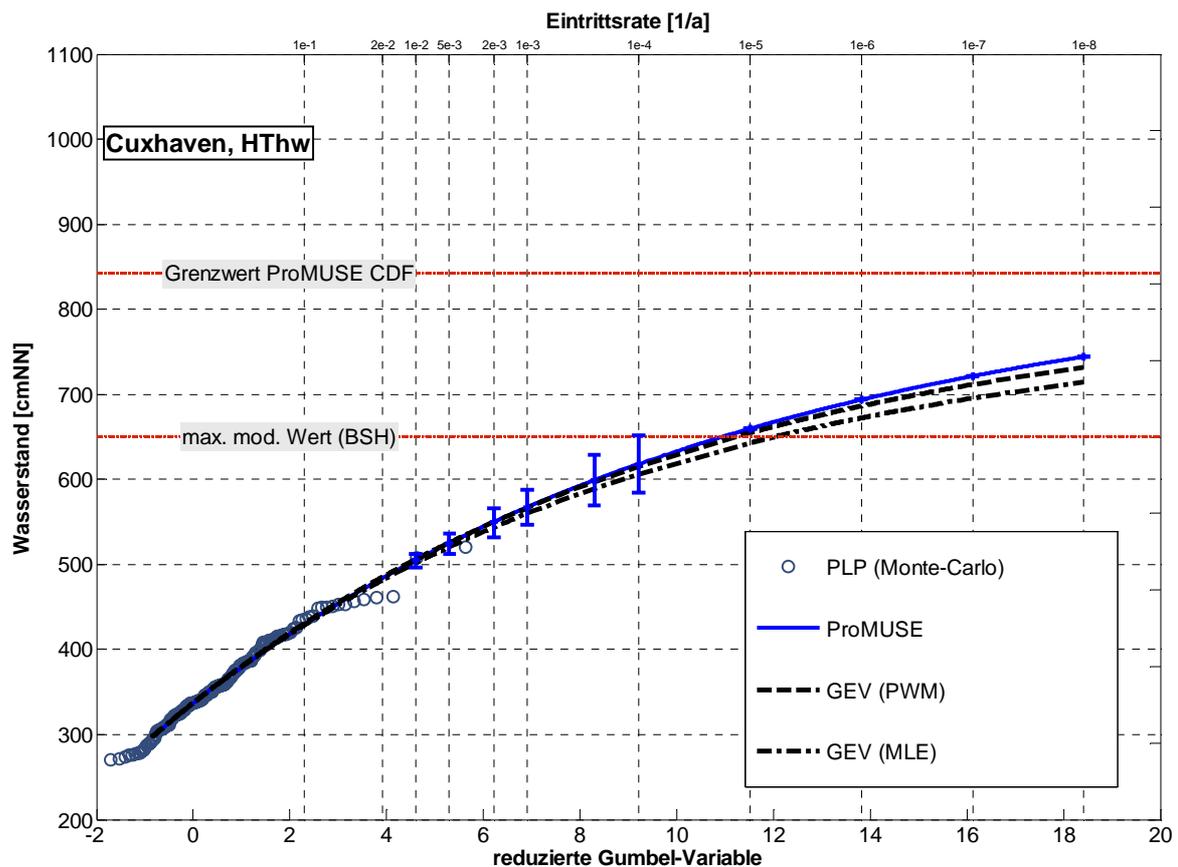


Abbildung 62: ProMUSE-Plot für Pegel Cuxhaven (Beispiel)

### 16.1.16 Berechnung der Bemessungsgrößen

Die Berechnung der gewünschten Bemessungsereignisse wird mit der inversen Extremwertfunktion durchgeführt, wobei gleichzeitig eine Extrapolation erfolgt. Es werden Ereignisse mit verschiedenen Eintrittsraten berechnet und in den Variablen  $h_{100}$ ,  $h_{200}$ ,  $h_{500}$ ,  $h_{1000}$ ,  $h_{4000}$  und  $h_{10000}$  abgespeichert.

### 16.1.17 Monte-Carlo-Simulationen

In der Software ProMUSE besteht für weitere statistische Analysen die Möglichkeit, synthetische Zeitreihen über Monte-Carlo-Simulationen zu generieren. Dazu werden aus der zuvor ermittelten ProMUSE-Verteilungsfunktion  $n$  verschiedene Stichproben vom Umfang  $m$  gezogen. Dies geschieht über den MATLAB eigenen Zufallsgenerator **rand**, der gleichverteilte Zufallszahlen zwischen 0 und 1 ausspielt.

Diese Zufallszahlen werden mit der ProMUSE-Funktion in Wasserstandsdaten transformiert und in der Variablen **zufallmc** abgespeichert. Die Datenreihen können nun für weitere statistische Analysen verwendet werden.

### 16.1.18 Output-Dateien

Nach Durchlauf aller Analyseschritte, wird zunächst eine Datei (**variable.mat**) erzeugt, die alle wesentlichen Variablen beinhaltet, um zu späteren Zeitpunkten auf Zwischen- oder Endergebnisse zurückgreifen zu können. Hier werden insbesondere auch die Monte-Carlo-Zeitreihen gespeichert, die dann für weitere Analysen zur Verfügung stehen.

Desweiteren wird eine Textdatei mit dem Namen **ProMuseOUT.txt** erzeugt, die alle wesentlichen Informationen zum Rechenlauf beinhaltet. Als besonders wichtige Informationen sind die Eingangsdatensätze, die ermittelten Parameter der Verteilungsfunktion und die Wasserstände bzw. Windstaudaten zu den zuvor definierten Wahrscheinlichkeiten enthalten.