
**Das Reflexions- und Resonanzverhalten
Tide-dominierter Ästuarer (RefTide)**

**Eine Analyse des Antwortverhaltens der Tideelbe auf die
Gezeitenanregung**

- Teilprojekte: Reflexion und Resonanz -

Fachlicher Schlussbericht

FACHLICHER SCHLUSSBERICHT

Das Reflexions- und Resonanzverhalten Tide-dominierter Ästuarer (RefTide)

**Eine Analyse des Antwortverhaltens der Tideelbe auf die
Gezeitenanregung**

- Teilprojekte: Reflexion und Resonanz -

Fachlicher Schlussbericht

FACHLICHER SCHLUSSBERICHT

Projektleitung (HPA): Dipl.-Ing. Thomas Strotmann

Projektbearbeitung (HPA): Sebastian Hein, M.Sc.

Projektleitung (TUHH): Prof. Dr.-Ing. Peter Fröhle

Projektmanagement (TUHH): Dr.-Ing. Edgar Nehlsen

Projektbearbeitung (TUHH): Vanessa Sohr, M.Sc.

Hamburg Port Authority

Hydrologie

Neuer Wandrahm 4

D 20457 Hamburg

Technische Universität Hamburg

Institut für Wasserbau

Denickestraße 22

D 21073 Hamburg

Hamburg, 28. Juni 2022

Kurzfassung

Für den Zeitraum 2010 – 2017 zeigte sich im Vergleich zu vorangegangenen langjährigen Mitteln des Tidehubs ein beschleunigter Anstieg des Tidehubs im Elbeästuar. Da weder in diesem Zeitraum noch in den Jahren zuvor Strombaumaßnahmen durchgeführt wurden, kommen diese nicht als Erklärung in Frage. Eine Ursache ist möglicherweise im Reflexions- und Resonanzverhalten des Elbeästuars zu finden, das aufgrund seiner Komplexität noch weitgehend unerforscht und somit unverstanden ist. Hier knüpft das Forschungsprojekt RefTide an mit einer umfassenden Analyse der Tidedynamik des Elbeästuars durch die Kombination von weiterentwickelten analytischen / systemischen Ansätzen und einer umfassenden Reflexionsanalyse der Partialtiden. In dem Vorhaben wurden die gezeitenerzeugten Schwingungen sowie der Einfluss verschiedener Faktoren (Tidehub, Tidemittelwasser, Oberwasserzufluss, Wasservolumen der Tideelbe, Sohlrauheit) auf das Schwingungssystem anhand von empirischen Untersuchungen von Wasserstands- und Strömungsdaten untersucht. Zudem wurden Verfahren zur Resonanzanalyse entwickelt und auf das Elbeästuar angewandt. Das Reflexionsverhalten von Tidewellen wurde modelltechnisch mit einem entwickelten analytischen Modell sowie einer Vielzahl an Modellversuchen mit unterschiedlichen hydrodynamisch-numerischen Modellen (Prinzipmodelle, Elbeästuarmodell) untersucht.

Die Ergebnisse der Untersuchungen erklären die Ausbildung des Schwingungssystems, verdeutlichen die Bedeutung der Reflexion und liefern Reflexions- und Dissipationsgrade für langperiodische Wellen. Zusätzlich können die Auswirkungen verschiedener Einflussfaktoren auf das Schwingungssystem erfasst und beschrieben werden. Resonanz stellt die Ausbildung eines Schwingungssystems dar, bei dem infolge einer maximal möglichen konstruktiven Überlagerung am Reflektor sich die größtmöglichen Amplituden im System einstellen. Dieser Zustand ist im Elbeästuar nicht erreicht. Allerdings gibt es Anzeichen für eine Annäherung an den Resonanzfall. Die beschleunigte Tidehubzunahme zwischen 2010 und 2017 lässt sich begründen mit einer simultan wirkenden Abnahme der Dissipation sowie einer Zunahme der Wassertiefe, des M_2 -Nodalfaktors, des Reflexionsgrades und einer Annäherung des Schwingungssystems an den Resonanzfall.

Abstract

For the period 2010 – 2017, an accelerated increase of the tidal range in the Elbe estuary was observed compared to previous long-term averages of the tidal range. Since no river engineering measures were conducted during this period or in the years before, these cannot be considered as an explanation. One possible reason is to be found in the reflection and resonance behavior of the Elbe estuary, which due to its complexity is still largely unexplored and thus not understood. This is where the research project RefTide addresses with a comprehensive analysis of the tidal dynamics of the Elbe estuary by combining advanced analytical / systemic approaches and a comprehensive reflection analysis of the partial tides. In the project, the tide-generated oscillations as well as the influence of different factors (tidal range, tidal mean water, river discharge, water volume of the Tidal Elbe, bottom roughness) on the oscillation system were investigated by empirical studies of water level and flow data. In addition, methods for resonance analysis were developed and applied to the Elbe estuary. The reflection behavior of tidal waves was investigated model-based using a developed analytical model as well as a large number of model tests with different hydrodynamic-numerical models (principle models, Elbe estuary model).

The results of the investigations explain the formation of the oscillatory system, clarify the importance of reflection and provide reflection and dissipation coefficients for long-period waves. In addition, the effects of various influencing factors on the oscillatory system can be recorded and described. Resonance represents the formation of an oscillatory system in which, as a result of a maximum possible constructive superposition at the reflector, the largest possible amplitudes occur in the system. This condition has not been reached in the Elbe estuary. However, there are signs of an approach to the resonance case. The accelerated tidal range increase between 2010 and 2017 can be explained by a simultaneous decrease in dissipation as well as an increase in water depth, M_2 nodal factor, reflectivity and an increasing tendency of the oscillation system to approach the resonance case.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	8
1.1	Motivation.....	8
1.2	Zielsetzung.....	9
2	Systematische Vorbetrachtungen zur Veränderung der Tidewelle in Ästuaren.....	11
2.1	Ästuarsystem	11
2.1.1	Einteilung von Ästuaren	11
2.1.2	Systemvorstellungen für Ästuar.....	12
2.2	Kinematik und Dynamik der Tidewelle.....	14
2.2.1	Tide und Partiaaltiden	14
2.2.2	Reflexion und Resonanz von Wasserwellen.....	15
2.3	Charakterisierung des Elbeästuars.....	21
2.3.1	Topografie des Elbeästuars.....	21
2.3.2	Reflexion und Reflexionspunkte im Elbeästuar.....	22
2.3.3	Bestimmung der Systemwellenlängen.....	23
3	Datengrundlage.....	26
4	Empirische Untersuchungen des Schwingungsverhaltens des Elbeästuars (Teilprojekt: Resonanz, HPA).....	27
4.1	Weiterentwicklung der Harmonic Analysis Method of Least Squares (HAMELS) 27	
4.1.1	Gegenüberstellung HAMELS/Fourier-Analyse	28
4.1.2	Partiaaltidenberechnung	30
4.1.3	Nodalkorrekturen.....	33
4.2	Gezeitenschwingungen	33
4.2.1	Beschreibung nachgewiesener partiell stehender Wellen.....	33
4.2.2	Halbmonatliche Ruhewasserspiegelvariationen	40
4.2.3	Analyse der Strömungsgeschwindigkeiten	42
4.3	Einflussfaktoren auf das Schwingungssystem	48
4.3.1	Eingehender Tidehub	48
4.3.2	Tidemittelwasser	51
4.3.3	Oberwasserzufluss.....	56
4.3.4	Wasservolumen der Tideelbe.....	66
4.3.5	Sohlräuheitsindikator.....	68
4.4	Resonanzanalysen.....	74
4.4.1	Anwendung des Quarter-Wavelength Kriteriums.....	74
4.4.2	Bestimmung der Eigenfrequenz des Elbeästuars mittels Lorentz-Funktion	75

4.4.3	Anzeichen zunehmender Resonanz.....	77
4.4.4	Zusammenfassung.....	81
5	Modelluntersuchungen eines Schwingungssystems (Teilprojekt: Reflexion, TUHH).....	82
5.1	Prozessbasierte Beschreibung eines Schwingungssystems.....	82
5.2	Pegeldatenbasierte Reflexionsanalysemethode.....	85
5.3	Analytisches Modell RT-A.....	87
5.3.1	Berechnung des Reflexionskoeffizienten an abrupten bathymetrischen Änderungen.....	88
5.3.2	Querschnittskonvergenz (Greensche Gesetz).....	92
5.3.3	Mathematische Beschreibung der Dissipation.....	93
5.3.4	Herleitung eines Gleichungssystems zur Berücksichtigung mehrfacher Reflexionen an mehreren – hier zwei – Teilreflektoren und einem Totalreflektor.....	93
5.3.5	Beschreibung der Modellannahmen und grundsätzliche Validierung des analytischen Modells.....	96
5.3.6	Kalibrierung des analytischen Modells anhand der Messwerte im Elbeästuar	100
5.4	Hydrodynamisch-numerische Modellierung.....	102
5.4.1	Berechnungsgrundlage des verwendeten hydrodynamisch numerischen Modellierungssystems.....	102
5.4.2	Reflexionsuntersuchungen in einem hydrodynamisch numerischen Prinzipmodell.....	102
5.4.3	Dissipationsuntersuchungen in einem hydrodynamisch numerischen Prinzipmodell.....	125
5.4.4	Elbeästuar-Modell.....	129
6	Syntheseuntersuchungen.....	136
6.1	Beschreibung der Synthesepotentiale.....	136
6.2	Ergebnisse der Syntheseuntersuchungen.....	136
6.2.1	Einflussfaktorenanalyse.....	137
6.2.2	Resonanzfrequenzuntersuchung.....	143
6.2.3	Partialtidenanalyse.....	146
7	Diskussion ausgewählter Aspekte.....	148
7.1	Beschreibung des Schwingungssystems in Ästuaren mit Bezug zur Tideelbe.....	148
7.2	Einflüsse auf Resonanz.....	149
7.3	Beschleunigte Tidehubentwicklung 2010-2017.....	151
7.4	Projektion der erzielten Ergebnisse auf mögliche (zukünftige) Entwicklungen des Systems.....	152
7.4.1	Auswirkungen einer Variation des Tidemittelwassers.....	153
7.4.2	Qualitative Beschreibung der Auswirkung einer Querschnittsvergrößerung in der mittleren/unteren Tideelbe.....	153

7.4.3	Regime Shift nach Winterwerp (2013)	154
7.4.4	Theoretische Ansätze zur Tidehubreduktion	155
8	Zusammenfassung und Ausblick	159
8.1	RefTide-A: Reflexion	159
8.2	RefTide-B: Resonanz	160
8.3	Schlussfolgerungen	162
8.4	Ausblick	163
	Literaturverzeichnis	165
	Abbildungsverzeichnis	172
	Tabellenverzeichnis	182
	Anhang	183
	A.1 Mathematische Herleitung der nodalen Korrektur Elemente	183
	A.2 Sohlrauheitsindikator	185
	A.3 Gleichungssystem des analytischen Modells	186

1 Einleitung

1.1 Motivation

Das Elbeästuar zwischen dem Wehr in Geesthacht und der Mündung bei Cuxhaven, die sogenannte Tideelbe, ist ein wertvoller und geschützter Naturraum sowie Heimat und Wirtschaftsraum für rund 3,6 Mio. Menschen. Rund 100 km stromauf der Mündung liegt der Hamburger Hafen. Dieser ist der größte und wichtigste Hafen Deutschlands und sichert bundesweit direkt und indirekt über 600.000 Arbeitsplätze (Zeit Online 2022). Nicht nur die Bedingungen der ästuartypischen Arten und Lebensräume, sondern auch die wirtschaftliche Nutzbarkeit der Tideelbe als Zufahrt zum Hamburger Hafen wird dabei in hohem Maße von hydrologischen Größen wie den Strömungen und dem Tidehub bestimmt.

Die Tideelbe hat sich seit Mitte des 20. Jahrhunderts stark verändert, sowohl durch menschliche Eingriffe als auch durch ihre natürliche Dynamik. Insbesondere die wiederholte Anpassung der Fahrrinne an den Schiffsverkehr, die großflächigen Eindeichungen und der Bau des Wehres in Geesthacht, aber auch Veränderungen der Rinnen im Bereich der Mündung sind hier zu nennen. In der Folge hat sich der Tidehub in Hamburg um rund 1,5 m erhöht, und auch die Strömungsgeschwindigkeiten haben vor allem im Bereich der Fahrrinne zugenommen. Dies hat nicht nur nachteilige Folgen für Bauwerke, den Hochwasserschutz oder die Natur, sondern auch für die Erreichbarkeit des Hamburger Hafens: zum einen aufgrund gestiegener nautischer Herausforderungen, zum anderen aufgrund höherer Sedimentationen und damit einer Zunahme der Baggerbedarfe.

An den Pegeln im oberen Abschnitt der Tideelbe zwischen Brokdorf und dem Wehr Geesthacht wird seit Jahrzehnten ein annähernd stetiger Anstieg des Tidehubs registriert. Während der Tidehub in Hamburg in den ersten 10 Jahren nach Fertigstellung der Fahrrinnenanpassung von Unter- und Außenelbe im Jahr 1999 mit durchschnittlich rd. 0,75 cm/a etwa in der gleichen Geschwindigkeit wie vor dem Ausbau anstieg, hat sich der jährliche Anstieg des Tidehubs in den Jahren 2010 bis 2017 um den Faktor 4 auf rd. 3 cm/a beschleunigt (Abbildung 1). Nahliegende Erklärungen für diese Beobachtungen gab es zu Beginn des Vorhabens RefTide nicht.

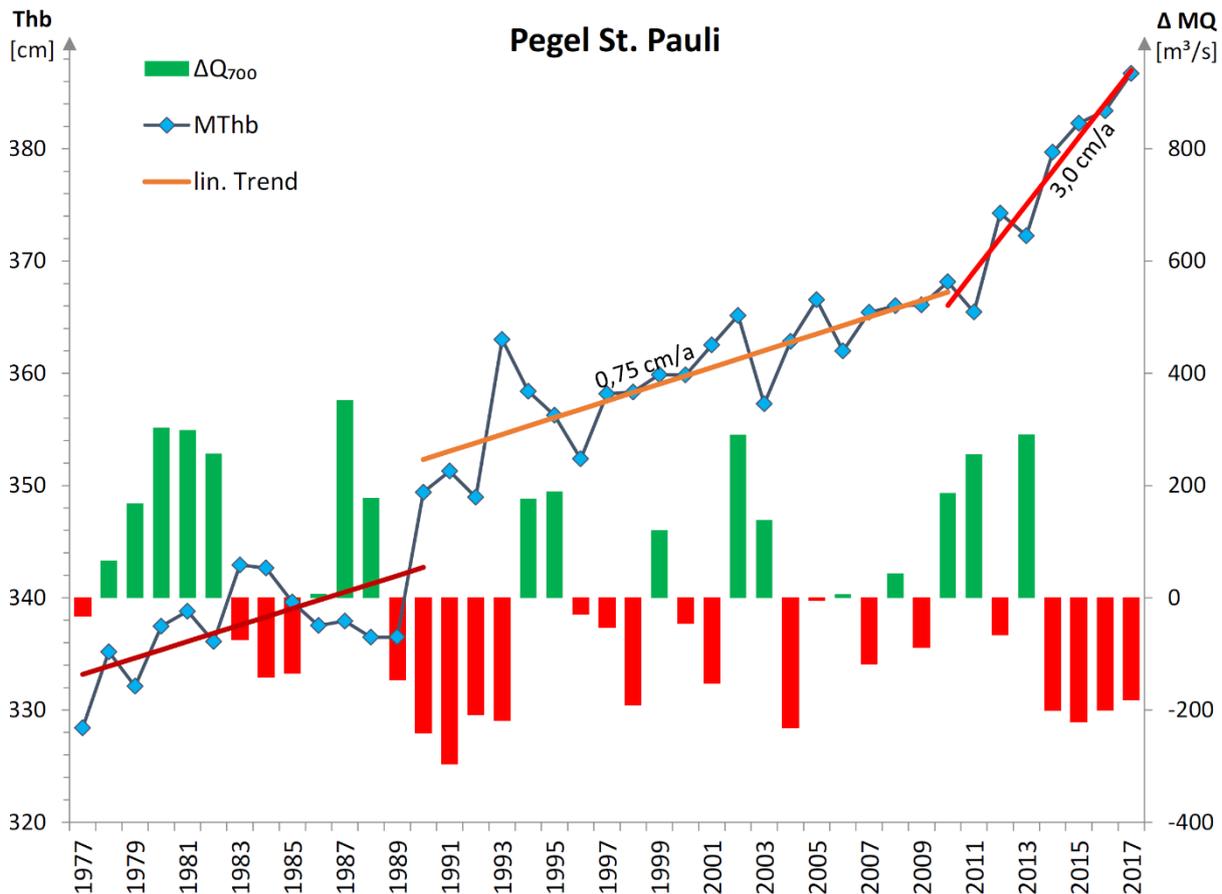


Abbildung 1: Entwicklung des Tidehubs (Thb) am Pegel St. Pauli sowie Abweichungen des jährlichen mittleren Oberwasserzuflusses in die Tideelbe gemessen bei Neu Darchau vom langjährigen Mittelwert (ΔMQ).

Die Zunahme des Tidehubs stellt nicht nur für das Ökosystem eine Belastung dar, sondern ist auch von besonderer volkswirtschaftlicher Bedeutung. Besorgniserregend ist hierhingehend auch die nach dem Durchlauf der Hochwasserwelle im Juni 2013 seit Anfang 2014 sprunghaft angestiegene Schwebstoffkonzentration, die seitdem sowohl in der Trübungszone als auch im Hamburger Hafen auf einem nahezu doppelt so hohen Niveau wie zuvor verharrt. Erhöhte Schwebstoffgehalte können beispielsweise negative Auswirkungen für anadrome Wanderfische haben durch Verschlammung von Laichgründen (Bonne 1900) oder Beeinträchtigung bei der Nahrungsaufnahme (Hasenbein et al. 2013). In ökonomischer Hinsicht sind die Kosten für die Wassertiefeninstandhaltung allein im Hamburger Hafen in den Jahren 2014 bis 2017 auf rd. 100 Mio. €/a angestiegen.

Die Klärung der Ursachen für diese als insgesamt besorgniserregende Entwicklung des Tideregimes des Elbeästuars und darauf aufbauende nachhaltige Konzepte und Managementpläne, die einer weiteren Verschlechterung entgegenwirken können, sind daher sowohl von hohem volkswirtschaftlichen als auch gesellschaftspolitischen Interesse.

1.2 Zielsetzung

Übergeordnetes Ziel des Projekts ist es, einen Beitrag zur Verbesserung des System- und Prozessverständnisses durch die Kombination von zu verbessernden analytischen / systemischen Ansätzen und einer umfassenden Reflexionsanalyse der Partialtiden (Wasserspiegelauslenkung und Strömungsgeschwindigkeiten) von der Nordsee (Bake A)

bis zum Wehr Geesthacht zu liefern. Letztere dienen der Identifizierung der Eigenfrequenz des Schwingungsraumes Tideelbe, des Einflusses von Oberwasserzufluss (Abfluss an der Tidegrenze eines Ästuars (BAWiki der Bundesanstalt für Wasserbau 2017)), Gewässermorphologie und Ruhewasserspiegelvariationen sowie den Reflexionsgraden der beiden Hauptreflexionsstellen (Sohlsprung bei den Elbbrücken und Wehr Geesthacht). Alle zuvor genannten Parameter variieren mit den jeweils vorherrschenden hydrologischen und meteorologischen Randbedingungen, sodass für eine möglichst realitätsnahe Nutzung Spektrogramme benötigt werden. Da die analytischen Modellansätze die grundlegenden Zusammenhänge zwar beinhalten, systemimmanent aber von starken Vereinfachungen ausgehen (Geometrie, physikalische Prozesse), sind diese im Rahmen des Projektes durch die Einbeziehung der durch eine Reflexionsanalyse gewonnenen elbespezifischen Systemparameter und ihrer Variationen zu verbessern.

Ein hierdurch verbessertes System- und Prozessverständnis ist eine wichtige Grundlage, um zukünftige, u. a. auch durch die Folgen des Klimawandels absehbare Entwicklungen der äußeren Randbedingungen in ein adaptives Handeln auf flussgebietsübergreifender Ebene einfließen zu lassen. Bereits heute lassen sich die zu erwartenden Erkenntnisse in ein optimiertes Management der Tideelbe einbeziehen, sowohl in naturschutzfachlichen Fragestellungen als auch im Hinblick auf die Wassertiefeninstandhaltung. Überdies soll es dazu dienen, die bestehenden hydronumerischen Modelle noch weiter zu verbessern nicht nur an der Tideelbe, sondern auch an anderen Flussmündungen mit ausgeprägtem Gezeiteneinfluss.

Im Teilprojekt-A Reflexion liegt der Fokus auf den Prozessen Reflexion und Dissipation von Tidewellen in Ästuaren. Hierzu wurden verschiedene Methoden unterschiedlicher Komplexität verwendet, die von analytischen Ansätzen bis zu räumlich hochauflösenden numerischen Modellen reichen. Anhand der durchgeführten Systemstudien wurden detaillierte Erkenntnisse hinsichtlich der Ausbildung des Schwingungssystems gewonnen.

Das Teilprojekt-B Resonanz fokussiert auf die Erweiterung der Systemvorstellungen zur Entwicklung von Resonanz in tidedominierten Ästuaren und setzt dabei die Schwerpunkte im Bereich der Datenprozessierung auf die Pegelraten und im Bereich der Werkzeugentwicklung auf die harmonische Analyse von Partialtiden mittels der HAMELS-Methode (Harmonic Analysis Method of Least Squares). Da die Entwicklung von Resonanz neben der Systemlänge primär von der wassertiefen- und reibungsabhängigen Gezeitenwellenlänge bestimmt ist, fokussieren sich die Untersuchungen auf Veränderungen der morphologischen Beschaffenheit des Flussbettes, des Tidemittelwassers und des Oberwasserzuflusses als charakteristische Kenngrößen für das Schwingungsverhalten des Ästuars und seiner Dämpfung.

2 Systematische Vorbetrachtungen zur Veränderung der Tidewelle in Ästuaren

2.1 Ästuarsystem

Für die Definition des Begriffes Ästuar besteht eine Vielzahl an Definitionsmöglichkeiten. Perillo (1995) analysierte mehr als 40 verschiedene Definitionsmöglichkeiten von Ästuaren aus unterschiedlichen Disziplinen und definierte unter der Berücksichtigung der geomorphologischer, physikalischer, chemischer und biologischer ästuarinen Forschung Ästuarie wie folgt:

"An estuary is a semi-enclosed coastal body of water that extends to the effective limit of tidal influence, within which sea water entering from one or more free connections with the open sea, or any other saline coastal body of water, is significantly diluted with fresh water derived from land drainage, and can sustain euryhaline biological species from either part or the whole of their life cycle." (Perillo 1995)

2.1.1 Einteilung von Ästuaren

Die Gesamtheit der weltweit vorhandenen Ästuarie lässt sich klassifizieren anhand vergleichbarer dominierender Einflussfaktoren oder ähnlicher Eigenschaften und Formen. Eine ausführliche Beschreibung hierzu befindet sich u. a. in Dyer 1997; Savenije 2012; Prandle 2009; Fairbridge 1980.

Savenije (2012) stellt verschiedene Klassifikationsmöglichkeiten für Ästuarie vor. Unter die verschiedenen Klassifikationsfaktoren fallen:

- a) Form: Erfolgt eine Einordnung nach der Topographie lassen sich Ästuarie als prismatisch, Deltas, trichter- oder trompetenförmig, Fjorde und Buchten einordnen. Für einen Überblick über die verschiedenen Klassen sei hier auf Savenije (2012) oder Dyer (1997) verwiesen.
- b) Gezeiteneinfluss: Ist der Tidehub ein guter Indikator für die in der Flussmündung abgegebene Gezeitenenergie und Form, kann folgende häufig verwendete Klassifizierung nach Davies (1964) bzw. Hayes (1975) verwendet werden:
 - Microtidal: Tidehübe sind kleiner als 2 m,
 - Mesotidal: Tidehübe zwischen 2 m und 4 m sowie
 - Macrotidal: Tidehübe größer als 4 m.
 - Dyer (1996) ergänzt diese Klassifikation um eine weitere Kategorie: Hypertidal (Tidehübe größer als 6 m).

Neben den absoluten Tidehüben können auch die relativen Tidehübe entlang eines Längsschnittes eines Ästuarie für eine Klassifizierung verwendet werden: Während in einem idealen Ästuarie der Tidehub entlang der Ästuarieachse konstant bleibt (Menge an Energie pro Breitereinheit, die durch Reibung verloren geht ist gleich der gewonnenen Energie aus dem Zusammenlaufen des Flussbettes (engl. *bank convergence*), synchronous), nimmt der Tidehub in einem amplifizierten Ästuarie flussaufwärts zu (geringere Reibung gegenüber dem Zusammenlaufen des Flussbettes, hypersynchronous), in einem gedämpften Ästuarie ab (hyposynchronous) (Savenije 2012; Nichols und Biggs 1985).

- c) Oberwassereinfluss: Während fluviale Ästuarie durch den Flusszustrom (Oberwasser und Sedimente), Süßwasser und durch eine propagierende Tidewelle

geprägt sind, überwiegen in einem marin geprägten Ästuar die Meeresinflüsse (salines Wasser, kaum (Sediment-)Zufluss von flussaufwärts). (Savenije 2012)

- d) Geologie: Ästuare können in Abhängigkeit ihrer geologischen Geschichte eingeordnet werden. Je nachdem, wie hoch der Grad der Alluvialität in einem Ästuar ist, ist eine Unterteilung in Festbettmündungen, kurzen alluvialen Ästuaren sowie langen alluvialen bzw. Küstenästuaren möglich. (Savenije 2012)
- e) Salzgehalt: Nach Savenije (2012) sind "positive/normale" Ästuare, solche, in denen der Salzgehalt in flussaufwärts gerichtete Richtung allmählich abnimmt, da es einen signifikanten Flusseintrag gibt. In "negativen oder hypersalinen" Ästuaren nimmt der flussaufwärts zu, da durch eine flache Bathymetrie die Verdunstung die Niederschläge übersteigt und somit die Menge des Süßwassereintrags zu gering ist, um den Unterschied auszugleichen.

2.1.2 Systemvorstellungen für Ästuare

Ästuare sind hochkomplexe Systeme, in denen eine Vielzahl interner und externer Einflüsse interagieren. Im Folgenden werden einige der wichtigsten Einflussfaktoren kurz beschrieben (eine detaillierte Abhandlung für die Analysen ausgewählter Einflussfaktoren erfolgt im Kapitel 4.3.).

Gezeiten:

Mündet ein Fluss in ein mesotidales bis hypertidales Meer (Tidehöhe von 2 – 4 m), ist das System nach der Definition von Galloway (1975) in der Regel ein gezeitendominiertes Ästuar. Ist der Gezeiteneinfluss gering, kann es sich, je nach primären Einflussfaktor, auch um ein wellendominiertes oder flussdominiertes Ästuar handeln. Ist die Wellenaktivität und der Oberwasserzufluss gering, können auch mikrotidale Ästuare gezeitendominiert sein (Perillo 1995). Der Einfluss der Tidewelle nimmt flussaufwärts des Ästuars mit Entfernung zur Mündung ab und wird vom Oberwasserzufluss als dominierender Faktor abgelöst. Gezeitendominierte Ästuare bilden eine typische Trichtermündung aus (Seybold et al. 2007). Flut- und Ebbströme formen stromparallele Sandbarren, die vornehmlich seitwärts migrieren. Ist der Gezeiteneinfluss im Ästuar durch ein Wehr begrenzt oder treten abrupte Querschnittsverengungen auf, werden die Gezeitenwellen reflektiert und es bildet sich ein komplexes Schwingungssystem aus, in dem sich einlaufende und (re-)reflektierte Wellen gegenseitig überlagern.

Meeresspiegelanstieg:

Der globale Meeresspiegel steigt aktuell um ca. 3,3 mm/a (Chen et al. 2017). Regional kann der Anstieg aufgrund verschiedener geologischer Prozesse, hauptsächlich tektonischer Subsidenz und Isostasie, unterschiedlich ausfallen. Wird der Anstieg des mittleren Meeresspiegels nicht durch diese Prozesse oder Sedimentation ausgeglichen, führt die erhöhte Wassertiefe in küstennahen Flachwasserbereichen und den Ästuaren zu einer geringeren Dissipation der Gezeitenwelle. Die Folge sind u.a. ein erhöhter Tidehub sowie stärkere Gezeitenströmungen innerhalb des Ästuars. Zudem verschiebt sich die Tidegrenze in Richtung stromauf, sofern dies nicht durch Bauwerke verhindert wird. Du et al. (2018) untersuchten die Reaktion der Gezeitenschwingung in Ästuaren auf den Meeresspiegelanstieg und zeigten, dass es abhängig von der Länge, der Konvergenz und der Querschnittsgeometrie eines Ästuars, auch zu einer Abnahme des Tidehubs mit steigendem Meeresspiegel kommen kann.

Oberwasserzufluss:

Der Oberwasserzufluss in einem Ästuar staut sich während der Flut auf und fließt mit dem Ebbstrom ab, was im Vergleich zu einem Ästuar ohne signifikanten Oberwasserzufluss für eine seewärtige Verschiebung der Flutstromgrenze sorgt. Auch die Brackwassergrenze sowie die Trübungszone verlagern sich bei erhöhtem Oberwasserzufluss stromab (Kappenberg und Fanger 2007). Ein erhöhter Oberwasserzufluss kann auch für einen erhöhten Ruhewasserspiegel sorgen, mit einem Gradienten, der von der Tidegrenze bis hin zur Flussmündung abnimmt. Höhere Oberwasserzuflüsse sorgen für steilere Gradienten. Die Abnahme des Gradienten ist durch die typische Aufweitung des Ästuars hin zur Mündung begründet. Auch die Tidewelle wird direkt durch den Oberwasserzufluss beeinflusst. Der Oberwasserzufluss verkürzt den Flutstrom und verlängert den Ebbstrom, wodurch es zu einer mit zunehmenden Oberwasserzufluss steigenden Tideasymmetrie der Wasserstände und besonders der Strömungen kommt. Zudem hat der Oberwasserzuflusses diverse verstärkende als auch dämpfende Einflüsse auf die Tidewelle, die u.a. von der lokalen Gewässergeometrie abhängen. Der Oberwasserzufluss in einem Ästuar weist häufig saisonale Variationen mit erhöhten Oberwasserabflüssen im Winterhalbjahr auf und kann somit zu unregelmäßigen und saisonalen Variationen der Wasserstände und Strömungsverhältnisse führen.

Windeinfluss:

Der Einfluss des Windes verhält sich übergeordnet saisonal, mit stärkeren Winden in den Wintermonaten. Sind der Fetch (die Länge des Windeinflusses), die Geschwindigkeit und die Dauer des Windes groß genug, kann es zu einem erheblichen oberflächennahen Wassermassentransport kommen. An den Küsten sind die Becken landseitig begrenzt, sodass ein lateraler Wassermassentransport nur eingeschränkt möglich ist und eine vertikale Auslenkung der Wasseroberfläche eintritt. Dies führt zu signifikanten Tidemittelwasservariationen an den Küsten und den angeschlossenen Ästuaren, die bei dynamischer Staugenerierung durch die Trichterformen noch verstärkt werden. Bei aufländigem Wind wird das Wasser an der Küste angestaut, was als Windstau bezeichnet wird. Bei ablandigem Wind entsteht Windsunk, dem Absinken des Tidemittelwassers aufgrund des seewärtigen Transports der Wassermassen. In beiden Fällen bildet sich ein Wasserspiegelgradient mit Anstieg in Windrichtung aus, der linear mit der Fetchlänge und quadratisch mit der Windgeschwindigkeit zunimmt. (Malcherek 2018)

Morphologie und Geometrie:

Ästuare sind im Vergleich zu offenen Meeren und Ozeanen lateral wie in der Tiefe begrenzt, wodurch die Geometrie und auch die Sohlmorphologie des Ästuars zu wichtigen Einflussfaktoren werden. Gemäß der Energieerhaltung muss die Energie einer einlaufenden Welle bei Vernachlässigung von Dissipation entlang des Längsschnittes konstant bleiben. Bei einer abnehmenden Querschnittfläche aufgrund der trichterförmigen Verjüngung erhöht sich die Energiedichte, was zu einer Energiebündelung führt. Da die Wellenenergie proportional zum Quadrat der Wellenamplitude ist, nimmt somit auch die Wellenhöhe, sprich der Tidehub, zu. Wie groß diese Zunahme des Tidehubs ausfällt, hängt vom Maß der Verjüngung ab und vom Energieverlust durch dissipative Effekte. Überwiegt der Effekt der Konvergenz dem des Reibungsverlustes, wird die Tidewelle stromauf amplifiziert und man spricht von einem hypersynchronem Ästuar (Nichols und Biggs 1985). Der Sohlreibungswiderstand ist wiederum abhängig von der Wassertiefe sowie der Sohlrauheit. Die Wassertiefe bestimmt auch die Wellengeschwindigkeit (Wright et al. 1999). Ist die Gezeitenwellenhöhe im Flachwasser nicht viel geringer als die Wassertiefe, bewegt

sich der Wellenberg (Tidehochwasser), schneller als das Wellental (Tideniedrigwasser). Hierdurch kommt es in Ästuaren zu einem typischen steileren Flutstromast und einem längeren und flacheren Ebbstromast. In Extremfällen kann dies dazu führen, dass es zu einer Gezeitenbrandungswelle kommt, auch *Bore* genannt (Parker 2007).

2.2 Kinematik und Dynamik der Tidewelle

Tidewellen sind Gravitationswellen, welche durch die Einwirkung von Sonne und Mond entstehen. Durch die wechselnden gravitationsbedingten Effekte des Mondes und der Sonne, welche sich relativ zur rotierenden Erde verändern, entsteht eine periodische Bewegung des Wassers auf dem Meer (Lamb 1932; Parker 2007).

Die Wellenlängen von Tidewellen sind vergleichsweise lang und betragen mehrere hundert Kilometer. Tidewellen haben eine geringe Wellensteilheit, sodass die lineare Relation zwischen den harmonischen Wellensignalen und den nichtlinearen Einflüssen vernachlässigt werden kann. Daher können die Tidewellen aus mehreren oszillatorischen Gezeitenwellenkomponenten überlagert werden, welche wiederum durch die lineare Wellentheorie als Flachwasserwelle beschrieben werden.

Die Gleichungen zur Beschreibung der Bewegung der Tidewelle und deren Energie finden sich in einschlägiger Fachliteratur des Küsteningenieurwesens, u. a. Ippen und Harleman (1966), Coastal Engineering Research Center und Department of the Army: Waterways Experiment Station - Corps of Engineers (1984), Dean und Dalrymple (1991) oder den Empfehlungen des Arbeitsausschusses Küste (EAK) (2002), u.v.m.

2.2.1 Tide und Partialtiden

Die beobachteten halbtägigen Gezeiten lassen sich als resultierende Wellen aus hunderten überlagerten Partialtiden beschreiben. Jede Partialtiden ist gemäß der linearen Wellentheorie eine harmonische Welle mit ihrer eigenen Amplitude und Frequenz. Partialtiden können anhand zweier Kriterien gruppiert werden: Zum einen erfolgt die Einteilung von Partialtiden nach der Kraftursache in i) lunare und ii) solare Hauptpartialtiden, sowie iii) Flachwasserpartialtiden, die die Verformung der Tidewelle infolge nichtlinearer Flachwassermechanismen beschreiben (ausführliche Erläuterung in den Kapiteln 2.3.2 und 7.6 von Parker (2007)). Zum anderen werden Partialtiden anhand ihrer Frequenz gruppiert in langzeitige (z. B. MSf), ganztägige (z. B. O_1), halbtägige (z. B. M_2) und $1/x$ -tägige Partialtiden (z. B. M_4).

Die Winkelpositionen der Partialtiden können anhand von fünf lunaren und solaren astronomischen Elementen bestimmt werden (Tabelle 1): Die Variation der lunaren Deklination s hat eine Periode von 27,32 Tagen und wird auch tropischer Monat genannt. Diese Zeit benötigt der Mond, um die Erde in Relation zum Frühlingsäquinoktium zu umkreisen. Das Frühlingsäquinoktium ist der Knoten zwischen Ekliptik und der Äquatorialebene. h steht für die Variation der solaren Deklination über eine Periode, die gleich des tropischen Jahres von 365,24 Tagen ist und während der Periode die Erde einmal um die Sonne in Relation zum Frühlingsäquinoktium kreist. Da die elliptische Form der Umlaufbahn des Mondes variiert, ändert sich auch die Position des Mond-Perigäums über eine Periode von 8,85 Jahren, was durch p berücksichtigt wird. N steht für die Periode von 18,613 Jahren, in der der aufsteigende Mondknoten auf der Raumebene der Ekliptik einmal in westlicher Richtung um die Erde wandert. Der Longitudinalwinkel des aufsteigenden Mondknotens wird in Relation zum Frühlingsäquinoktium gemessen. Über die gleiche Periode variiert auch die Inklination des Mondorbits zur Äquatorialebene

zwischen $28,5^\circ$ (der aufsteigende Mondknoten liegt im Frühlingsäquinoktium) und $18,5^\circ$ (der absteigende Mondknoten liegt im Frühlingsäquinoktium). Das Element p' beschreibt die Positionsänderung des Periheliums (nächster Punkt der Erde zur Sonne) aufgrund der Variation der elliptischen Umlaufbahn der Erde um die Sonne. Die Periode des Elements p' beträgt 20940 Jahre. (Schureman 1958; Parker 2007)

Diese fünf astronomischen Elemente setzen sich wiederum zusammen aus den fünf Orbitalparametern der mittleren Elongation des Mondes (D), der mittleren Anomalie der Sonne (M), der mittleren Anomalie des Mondes (M'), dem mittleren Argument des Perigäums (F) und der mittleren Länge des aufsteigenden Knotens der Mondbahn (Ω).

Tabelle 1: Die fünf astronomischen Elemente und deren Zusammensetzung aus den fünf zugrundeliegenden Orbitalelementen.

BESCHREIBUNG	PERIODE	ZUSAMMENSETZUNG
Lunare Deklination (s)	27,32158226 d	$F + N$
Solare Deklination (h)	365,2421891 d	$F - D + N$
Lunares Perigäum (p)	8,847310062 a	$F - M' + N$
Regression des Mondknotens (N)	18,61281593 a	Ω
Perihelium (p)	20942 a	$F - D + N - M$

In der Tabelle 2 sind zehn der größten Partialtiden im Elbeästuar zusammengefasst. Die genauere Berechnung der Partialtiden ist im Kapitel 4.1.2 beschrieben. Eine detaillierte Erläuterung der Gezeitenkräfte und -potentiale ist beispielsweise Doodson (1921), Schureman (1958), Dietrich et al. (1975a), Parker (2007), oder auch Goffinet (2018) zu entnehmen.

Tabelle 2: Zehn der größten Partialtiden im Elbeästuar und deren Zusammensetzung aus der Cartwright Nummer.

	FREQUENZ (CPD)	PERIODE (HRS)	ZUSAMMENSETZUNG NACH SCHUREMAN (1958)
GANZTÄGIGE PARTIALTIDEN			
Q_1	0,89324406	26,8684	1 T - 3 s + 1 h + 1 p
O_1	0,92953571	25,8193	1 T - 2 s + 1 h
P_1	0,99726209	24,0659	1 T - 1 h
K_1	1,00273791	23,9345	1 T + 1 h
HALBTÄGIGE PARTIALTIDEN			
μ_2	1,86454723	12,8718	2 T - 4 s + 4 h
N_2	1,89598197	12,6583	2 T - 3 s + 2 h + 1 p
M_2	1,93227362	12,4206	2 T - 2 s + 2 h
λ_2	1,96370835	12,2218	2 T - 1 s + 1 p
S_2	2	12,0000	2 T
K_2	2,00547582	11,9672	2 T + 2 h

2.2.2 Reflexion und Resonanz von Wasserwellen

Trifft eine Welle auf ein Hindernis, wird die Welle partiell oder total reflektiert. Ein Maß für den Reflexionsgrad einer einlaufenden Welle an dem Hindernis wird durch den Reflexionskoeffizient C_r angegeben. Der Reflexionskoeffizient setzt die Größe der reflektierten Welle (beispielsweise durch die Wellenhöhe H_r oder die Amplitude der Welle a_r) in ein Verhältnis zur Größe der einlaufenden Welle (Wellenhöhe H_i oder Wellenamplitude a_i), sodass gilt:

$$C_r = \frac{H_r}{H_i} = \frac{a_r}{a_i} \quad (2.1)$$

Ein Reflexionskoeffizient $C_r = 0$ bedeutet, dass keine Reflexion auftritt. Beträgt der Reflexionskoeffizient $C_r = 1$ bedeutet dies eine Totalreflexion, d.h. 100 % der Welle wird an dem Hindernis zurückgeworfen. Ist der Reflexionskoeffizient $0 < C_r < 1$, so wird nur ein Teil der einlaufenden Welle reflektiert und der andere Teil der Welle wird transmittiert. Der Transmissionskoeffizient ist als das Verhältnis der Größe der transmittierten zur einlaufenden Welle definiert.

In der Abbildung 2 ist eine synthetisch generierte Wasserspiegelauslenkung eines Gesamtwellenfeldes einer stehenden Welle (im Folgenden auch Clapotis genannt) über die Zeit-Ort-Achse aufgetragen, welche aus der Überlagerung der einlaufenden (Abbildung 2a) mit der teilreflektierten (Abbildung 2b) Welle ohne Berücksichtigung der Dissipation oder nichtlinearer Effekte resultiert. In der Abbildung 2c) wird die Bildung von Schwingungsbäuchen (Maxima der zeitlichen Wasserspiegelauslenkung des resultierenden Wellenfeldes; konstruktive Überlagerung) und Schwingungsknoten (Positionen, an denen die Wasserspiegelauslenkung des Gesamtwellenfeldes minimal wird; destruktive Überlagerung) dargestellt.

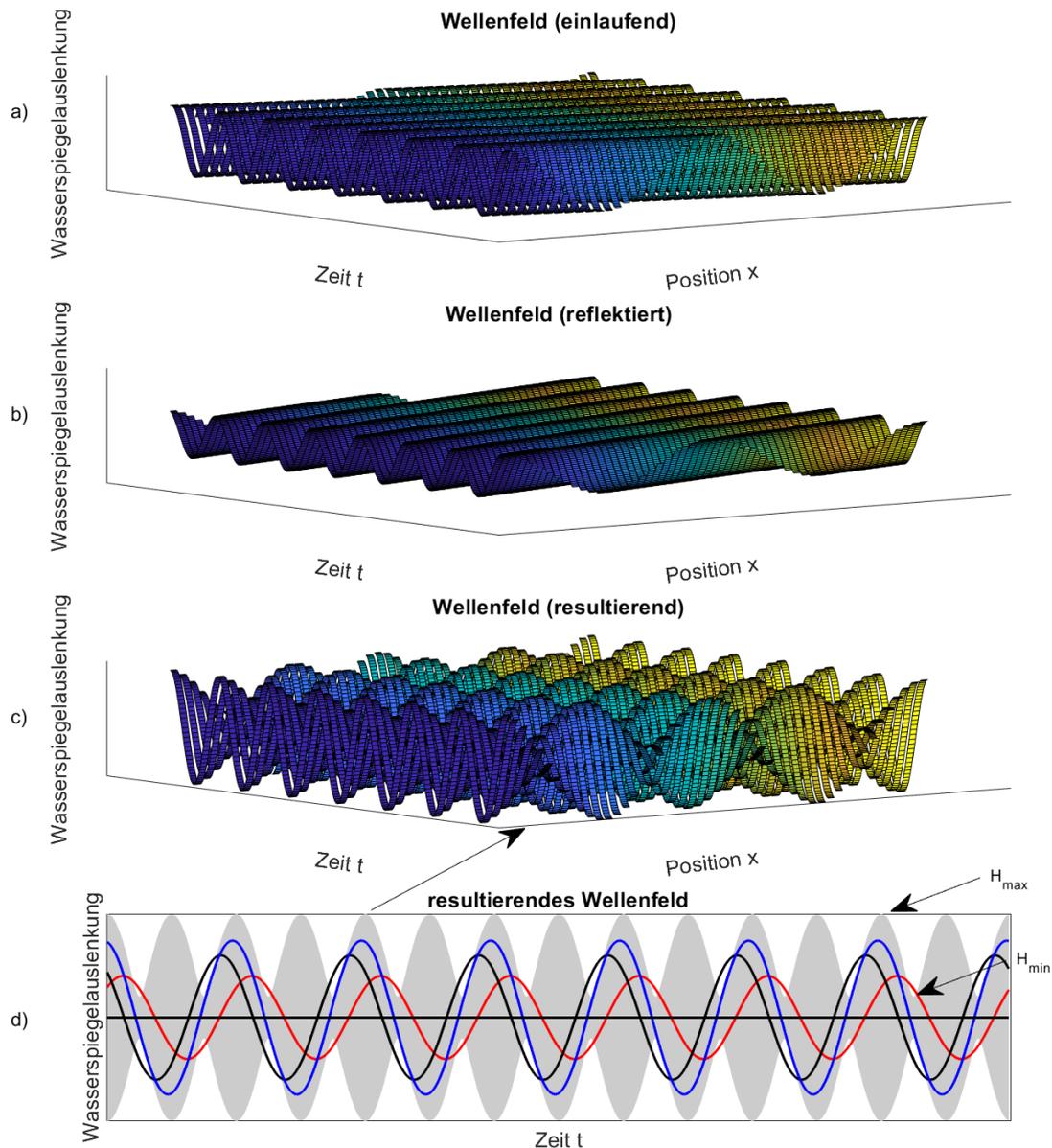


Abbildung 2: Örtliche und zeitliche Darstellung einer Wasserwelle. a) einlaufendes Wellenfeld, b) reflektiertes Wellenfeld, c) resultierendes Wellenfeld aus der linearen Überlagerung von a) und b), d) an der Position x_1 über die Zeit dargestelltes Gesamtsignal (schwarz: einlaufende Welle, rot: reflektierte Welle, blau: resultierende Welle, grau: Einhüllende).

Aus der zeitlichen Darstellung der Gesamtwelle an einer Position (Abbildung 2d) kann die maximale und minimale Wellenhöhe aus der Einhüllenden abgelesen werden. Die maximale Wellenhöhe liegt vor, wenn sich die einlaufende mit der reflektierten Welle konstruktiv überlagern, d. h.

$$H_{max} = H_i + H_r \quad (2.2)$$

gilt. Die minimale Wellenhöhe liegt vor, wenn sich die einlaufende Welle mit der reflektierten Welle destruktiv überlagert, d. h.

$$H_{min} = H_i - H_r \quad (2.3)$$

gilt. Zurückrechnen auf den Reflexionsgrad C_r (Gleichung (2.1)) ergibt:

$$C_R = \frac{H_r}{H_i} = \frac{H_{max} - H_{min}}{H_{max} + H_{min}} \quad (2.4)$$

In diesem Zusammenhang wird auch häufig das Standing Wave Ratio (SWR) für die Abschätzung des Reflexionsgrades für rechteckige Querschnitte bei Vernachlässigung von u. a. allmählichen Querschnittsänderungen, Reibung oder Interaktionen mit einer Gegenströmung genutzt. Das SWR ist das Verhältnis der maximalen Wellenhöhe zur minimalen Wellenhöhe der Gesamtwelle ($SWR = H_{max}/H_{min}$). Durch Einsetzen in Gleichung (2.4) und umformen ergibt sich:

$$C_R = \frac{H_{min} \cdot SWR - H_{min}}{H_{min} \cdot SWR + H_{min}} = \frac{SWR - 1}{SWR + 1} \quad (2.5)$$

Tideresonanz bezeichnet ein maximal konstruktiv überlagertes Schwingungssystem, welches sich infolge der Reflexion für ein bestimmtes Systemlängen-Wellenlängen-Verhältnis ausbildet und ist eine der Hauptursachen für extreme Tidehübe in Nebenmeeren und Ästuaren (Dietrich et al. 1975a). Allgemein versteht man in der Physik Resonanz als das verstärkte Mitschwingen eines schwingfähigen Systems bei einer Anregung mit der Erregerperiode T_e gleich der Eigenperiode T_s des Systems. Die Eigenperiode eines vereinfachten ungedämpften einseitig geschlossenen Beckens/Kanals von gleichbleibender Breite und Tiefe mit einem Totalreflektor an seinem geschlossenen Ende hängt von der Erdbeschleunigung g , seiner Länge l und Tiefe h ab:

$$T_s = \frac{4l}{\sqrt{g \cdot h}} \quad (2.6)$$

wobei der Term im Nenner der Wellengeschwindigkeit c gemäß der linearen Wellentheorie nach Airy entspricht, die für Gezeitenwellen in flachen Gewässern gilt, in denen die Tiefe h weniger als ein Zwanzigstel der Wellenlänge L beträgt:

$$c = \sqrt{g \cdot h}; h < \frac{L}{20} \quad (2.7)$$

Die Periode T_e einer Welle, die als Erreger mit einer Wellenlänge L wirkt, lässt sich wie folgt berechnen:

$$T_e = \frac{L}{\sqrt{g \cdot h}} \quad (2.8)$$

Im Fall von Gezeitenwellen ist die Periode allerdings astronomisch bestimmt, sodass lediglich die Gezeitenwellenlänge mit der Tiefe variieren kann. Die Erreger- und die Eigenperiode sind gleich und Resonanz tritt ein, wenn die Länge des Beckens ein Viertel der Wellenlänge der Gezeiten beträgt:

$$T_s = \frac{4 \cdot l}{\sqrt{g \cdot h}}; l = \frac{L}{4} \quad (2.9)$$

$$T_s = \frac{4 \cdot \frac{L}{4}}{\sqrt{g \cdot h}}; L = T_e \cdot \sqrt{g \cdot h}$$

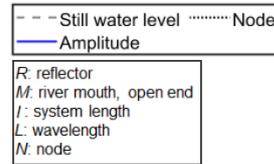
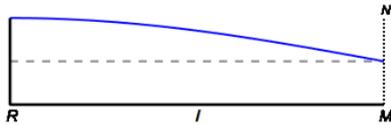
$$T_s = \frac{4 \cdot \frac{T_e \cdot \sqrt{g \cdot h}}{4}}{\sqrt{g \cdot h}} \rightarrow T_s = T_e$$

Daher wird diese Bedingung für Resonanz oft als Quarter-Wavelength Kriterium bezeichnet. Dieses Kriterium kann auf weitere Bedingungen für ungerade Vielfache eines Viertels des Verhältnisses erweitert werden (Roos 1997):

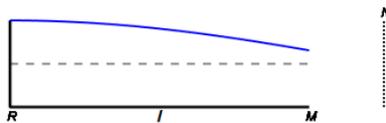
$$l = \frac{n}{4} \cdot L; n \in 2\mathbb{N} + 1 \quad (2.10)$$

In diesen Fällen gleicht die Erregerschwingung einer ungeraden Harmonischen der Eigenschwingung, sprich, die Erregerfrequenz ist gleich einem ungeraden Vielfachen der Eigenfrequenz. Bei einer Reflexion am losen Ende befinden sich die Schwingungsknoten einer resultierenden stehenden Welle im Abstand $n/4$; $n \in 2\mathbb{N} + 1$ der Wellenlänge vom Reflektor entfernt. Ist das Quarter-Wavelength Kriterium erfüllt und das offene Ende des Schwingungssystems ist $1/4$ der Wellenlänge vom geschlossenen Ende (Totalreflektor) entfernt, so befindet sich der erste Schwingungsknoten am offenen Ende in der Mündung (Abbildung 3 a): Läuft die Welle ein und wird nach einem Viertel der Wellenlänge reflektiert, so hat die Welle nach der halben Wellenperiode beim Erreichen der Mündung eine halbe Wellenlänge zurückgelegt, was der Entfernung zwischen Wellental und Wellenberg entspricht. Folglich treffen an der Mündung zeitgleich das Wellental der einlaufenden Tidewelle und der Wellenberg der bereits reflektierten Welle aufeinander und überlagern sich destruktiv zu null. Auch bei den Systemlängen-Wellenlängen-Verhältnissen von ungeraden Vielfachen eines Viertels befindet sich ein zweiter, dritter (und so weiter) Knoten am offenen Ende (Abbildung 3 d) und Resonanz tritt auf. Die Eigenschwingung des Systems und die erzwungene Erregerschwingung sind im Resonanzfall synchron. Die Eigenschwingung und die Erregerschwingung wirken also am Reflektor simultan in die gleiche Richtung auf die Auslenkung des Wasserspiegels und überlagern sich konstruktiv, wodurch die Amplitude erhöht wird. Aus Formel (2.6) ist zu erkennen, dass die Eigenperiode direkt abhängig von der Länge des Ästuars und negativ abhängig von der Quadratwurzel der Wassertiefe ist. Die Länge des Ästuars ist der dominierende der beiden Einflussparameter für das Quarter-Wavelength Kriterium (Parker 2007). In einem reibungsfreien System mit erfüllttem Quarter-Wavelength Kriterium geht die Amplifizierung zwischen Reflektor (Schwingungsbauch) und offenem Ende gegen unendlich, da die Amplitude im Schwingungsknoten null beträgt.

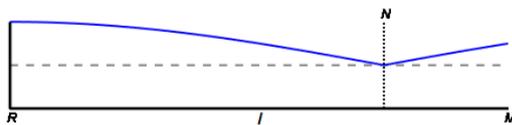
a) Quarter wave length criterion met: $l = 1/4 L$



b) Node outside estuary: $l = 1/5 L$



c) Node inside estuary: $l = 1/3 L$



d) Extended quarter wave length criterion met: $l = 3/4 L$

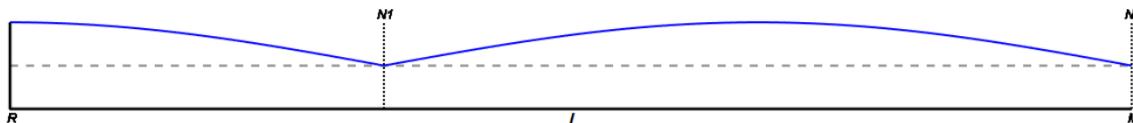


Abbildung 3: Prinzipdarstellung des Quarter-Wavelength Kriteriums mit Ausbildung der typischen stehenden Wellen bei verschiedenen Verhältnissen der Systemlänge l zur Tidewellenlänge L .

Das Schwingungssystem verhält sich nicht binär, d.h. es gibt nicht nur die Zustände voll etablierte Resonanz mit maximaler konstruktiver Überlagerung und keine Resonanz. Vielmehr erhöht sich die Amplifizierung zwischen Schwingungsbauch und offenem Ende mit Annäherung an das Quarter-Wavelength Kriterium fließend. Auch die absolute Amplitude im Schwingungsbauch nimmt mit Annäherung an das Quarter-Wavelength Kriterium zu, aufgrund zunehmender konstruktiver Überlagerung der Erregerschwingung und der Eigenschwingung, d. h. der einlaufenden und der re-reflektierten Wellen (siehe hierzu auch die Ergebnisse des analytischen Modells in Abbildung 67). Die geringste systeminterne Amplifizierung und geringsten absoluten Amplituden im Schwingungsbauch treten hierbei bei einem System-Wellen-Längenverhältnis von $1/2$ und dessen Vielfachen auf. Befindet sich das Schwingungssystem nicht in voller Resonanz, ist aber aufgrund der Nähe der Erregerperiode zur Eigenperiode bereits verstärkt, wird dies im Folgenden als „latente Resonanz“ bezeichnet, bzw. die Annäherung an den Resonanzfall als Zunahme latenter Resonanz.

Tritt in dem System Reibung auf, entsteht nicht eine reine Clapotis, sondern eine partielle Clapotis, also die Überlagerung einer stehenden und progressiven Welle, deren Anteil an stehender Welle mit zunehmender Reibung abnimmt. Die Amplitude im Schwingungsknoten ist nicht gleich null, sondern minimal aufgrund maximal destruktiver Überlagerung einlaufender und (re-)reflektierter Wellen, die durch das Vorhandensein weiterer Reflektoren zusätzlich verändert werden können. Bei einer partiellen Clapotis treten Hoch- und Niedrigwasser – entgegen des Falles bei einer reinen Clapotis – nicht

überall zeitgleich auf, sondern setzen stromauf des Ästuars zunehmend später ein (s. a. Abbildung 7.8 in Parker (2007)). Die Reibung wirkt sich auch auf die räumliche Verteilung der Amplifizierung der partiell stehenden Welle entlang des Ästuars aus, da sie neben der Energiedissipation auch die Wellenlänge und -geschwindigkeit modifiziert (Parker (2007), Kapitel 7.4.1, s. a. Gleichung (5.12)). Die Amplituden zeigen für einen geringfügig gedämpften Zustand eine ausgeprägte stehende Welle. Nimmt der Reibungskoeffizient zu, verkürzt sich die Tidewellenlänge, der Schwingungsknoten wandert in Richtung des geschlossenen Endes und das SWR nimmt ab. Bei einer sehr starken Dämpfung nimmt die Amplitude kontinuierlich von der Mündung zum Reflektor hin ab (s. a. Abbildung 7.9 in Parker (2007)). Auch Schuttelaars und De Swart (2000) äußern diesbezüglich, dass Gezeitenresonanz in reibungsbeeinflussten Systemen bei einem Verhältnis der Systemlänge zur reibungsfreien Wellenlänge auftritt, das leicht unterhalb von $\frac{1}{4}$ liegt, in ihren Untersuchungen bei 0,2. Im Übrigen trägt die Reibung auch ihren Teil zur Limitierung der maximalen Amplifizierung bei, da mit zunehmender Amplitude auch die induzierte Strömungsgeschwindigkeit unter der Tidewelle beschleunigt wird (Malcherek 2018) und sich somit die dissipative Wirkung durch die Sohlereibung erhöht.

2.3 Charakterisierung des Elbeästuars

2.3.1 Topografie des Elbeästuars

Nach der Definition von Perillo (1995) erstreckt sich ein Ästuar landeinwärts bis zum effektiven Limit des Gezeiteneinflusses. Das Ästuar der Elbe, die sogenannte Tideelbe, ist landeinwärts durch das Wehr in Geesthacht begrenzt, außer bei Sturmfluten, wenn das Wehr gelegt wird. Die seeseitige Grenze liegt in Anlehnung an Perillo (1995) an der salzhaltigen Nordsee. Boehlich (2003) definiert die seeseitige Grenze der Tideelbe in etwa bei den Großbaken A und Z nördlich des Scharhörnriffs. Rolinski und Eichweber (2000) setzen die seeseitige Grenze der Tideelbe nahe dem Elbkilometer 745. Für die hydrodynamisch numerischen Modelluntersuchungen im Forschungsprojekt RefTide wird die seeseitige Grenze ca. bei Cuxhaven (Stromkilometer 730) bei der maximalen Aufweitung gesetzt.

In der Abbildung 4 ist das digitale Geländehöhenmodell der Tideelbe aus dem Jahr 2016 dargestellt. Die Bathymetrie-Daten stammen aus den alle vier Jahre stattfindenden Vermessungen der Wasser- und Schifffahrtsämter, sowie im Hamburger Hafenbereich durch die Hamburg Port Authority. Die Daten sind öffentlich zugänglich über www.kuestendaten.de verfügbar.

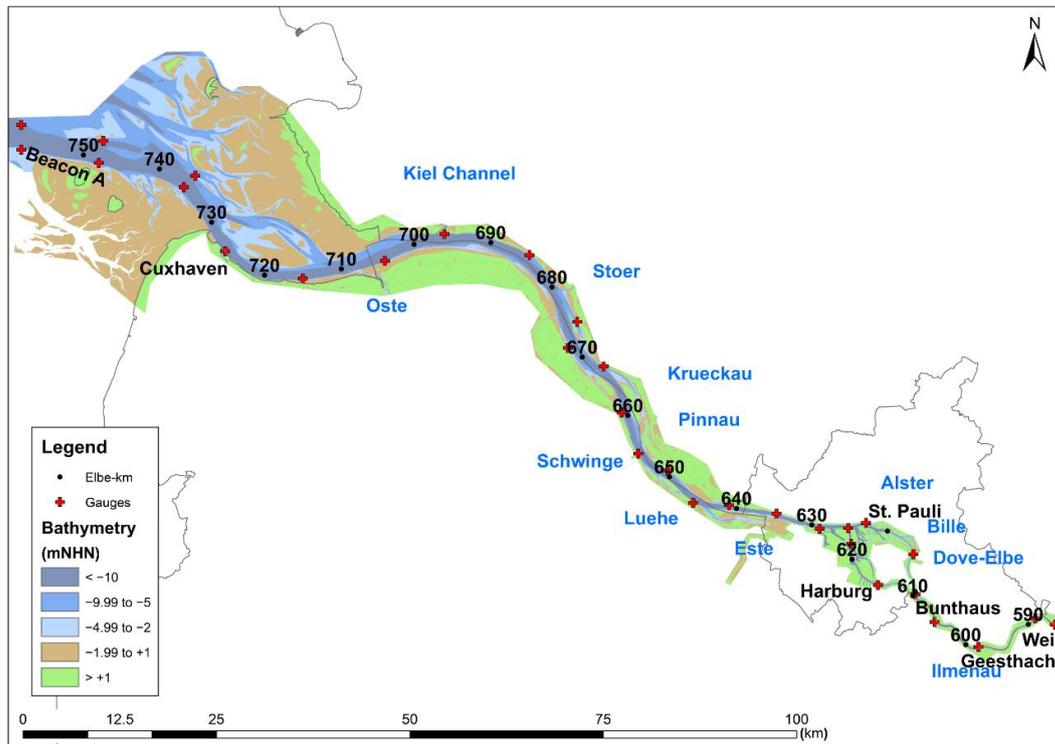


Abbildung 4: Übersichtskarte der Pegelmessstationen in der Tideelbe mit Bathymetrie-Daten des DGM-W von 2016. Quelle: Hein et al. (2021)

Die obere Tideelbe zwischen dem Wehr Geesthacht (Elbe-km 586) und dem Pegel Bunthaus (Elbe-km 610) ist meist weniger als 10 m tief und hat eine Breite von 300 m bis 500 m. Zwischen Bunthaus und Flusskilometer 626 verzweigt sich die Elbe in die Norder- und Süderelbe. Die Norderelbe ist zwischen 200 m und 400 m breit und weist in der Fahrrinne bei Elbe-km 620 einen Sohl sprung von -6 m NHN (Normalhöhen null) flussaufwärts auf -17 m NHN flussabwärts auf. Die Süderelbe ist 200 m bis 300 m breit und weist bei Elbe-km 615 eine ähnliche bathymetrische Veränderung auf. Die Sohle der Fahr rinne der Unterelbe liegt zwischen Elbe-km 626 und 724 bei Cuxhaven zwischen $-16,6$ m NHN und -25 m NHN. Bei Elbe-km 633 verbreitert sich die Unterelbe von 500 m auf 2,5 km bei Flut und 1,5 km bei Ebbe. Die Mündung weitet sich zwischen Elbe-km 695 und 724 auf eine Breite von 17,5 km. Außerhalb der Mündung verläuft die Fahr rinne 30 km durch das Wattenmeer. (Boehlich und Strotmann 2008)

2.3.2 Reflexion und Reflexionspunkte im Elbeästuar

Reflexion tritt in Bereichen mit stark ungleichförmiger Geometrie auf, also dort wo sich der Fließquerschnitt abrupt in der Tiefe und/oder Breite ändert. Im Elbeästuar ist dies der Fall im Mündungsbereich, in der Süderelbe bei Stromkilometer 615 und in der Norderelbe bei Kilometer 620. Diese Querschnittsverengungen wirken als Teilreflektoren. Das in den 1960er Jahren erbaute Wehr in Geesthacht bei Elbe-km 586 wirkt als Totalreflektor. Neben den Reflektoren innerhalb des Ästuars, stellt auch der Mündungsbereich einen Teilreflektor dar. Allerdings ist die Analyse des Reflexionsverhaltens der Tidewelle im Mündungsbereich und damit die Quantifizierung der Teilreflexion durch die stark ausgeprägte Morphodynamik schwierig. Hinsichtlich der Morphodynamik im Mündungsbereich sei auf Forschungsvorhaben verwiesen, die sich mit dieser Thematik detaillierter auseinandergesetzt haben, siehe hierzu u. a. in Liebermann und Albers (2006-2009), Böker und Plüß (2010) und Milbradt und Plüß (2012).

2.3.3 Bestimmung der Systemwellenlängen

Die Bestimmung der Systemwellenlängen der in Ästuaren auftretenden Partialtiden stellt einen zentralen Punkt in der Analyse des Schwingungssystems (z. B. bei der Erfüllung des Resonanzkriteriums, oder als Eingangsgröße in die Reflexionsanalyse) dar. Da das Ästuar über eine komplexe Geometrie und damit nicht über eine konstante Tiefe verfügt, werden mehrere Ansätze zur Berechnung der Systemwellenlänge vorgestellt, exemplarisch für die M_2 -Partialtide berechnet und mit den Ergebnissen anderer Autoren verglichen.

Die fließquerschnittsabhängigen Berechnungen der Tidewellenlänge werden beispielhaft für ein Querschnittsprofil beim Pegel Seemannshöft (Elbe-km 628,90) durchgeführt (Abbildung 5). Die Wellenlänge der M_2 -Partialtide (Wellenperiode: $T = 12,42$ Stunden) kann über die Zusammenhänge der linearen Wellentheorie ($L = \sqrt{g \cdot h} \cdot T$) berechnet werden, worin g die Erdbeschleunigung und h die Wassertiefe ist. Wird die maximale Wassertiefe ($h_{max} = 19,32$ m) für die Berechnung der Wellenlänge genutzt, beträgt die Wellenlänge der M_2 -Tidewelle ca. 616 km. In der Mitte der Fahrrinne ($h_{Fahrinne} = 17,12$ m) ergibt sich eine Wellenlänge von ca. 580 km. Mit einer (wasserstandsabhängigen) Flächenmittelung ($h = A/b$) kann die effektive Wassertiefe von ca. 13,4 m bei einem mittleren Wasserstand von 0 m NHN und die Wellenlänge von ca. 513 km berechnet werden.

Der hydraulische Radius wird in der Hydromechanik zur Abflussberechnung in offenen Gerinnen verwendet und ist der Quotient aus der Fließfläche A und dem benetzten Umfang l_u (s. a. Bollrich (2013)). Am Beispiel des Profils Seemannshöft beträgt die benetzte Fläche ca. 7381 m^2 und der benetzte Umfang ca. 557 m unter Annahme eines Wasserstandes von 0 m NHN. Für das Profil bei Seemannshöft ergibt sich der hydraulische Radius von 13,3 m und damit eine Wellenlänge für die M_2 Gezeit von ca. 510 km.

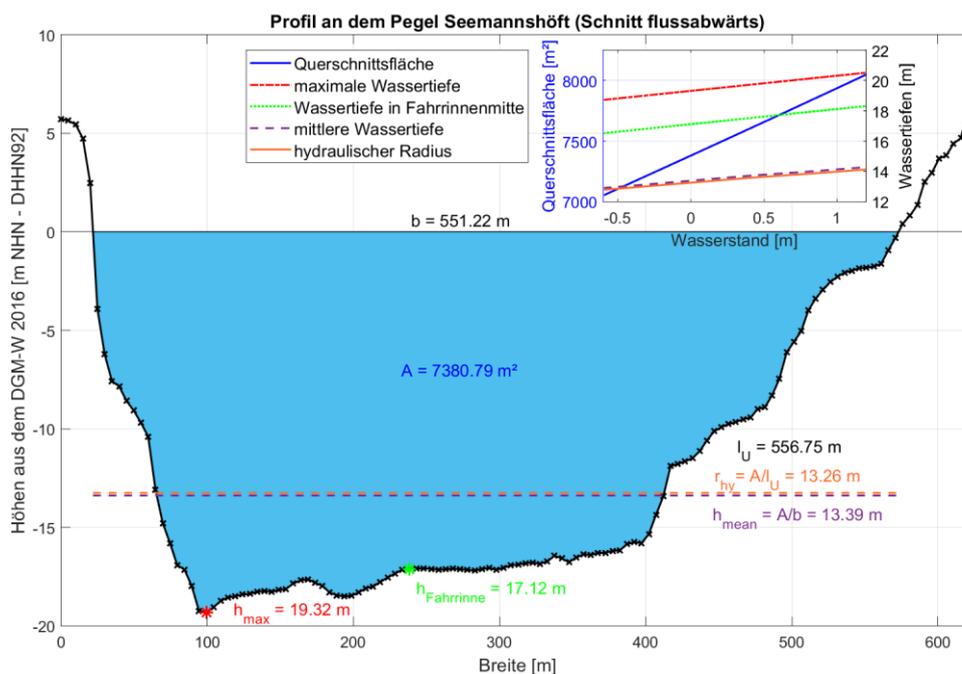


Abbildung 5: Darstellung des Profils Seemannshöft (erstellt aus dem DGM-W von 2016) mit den Wassertiefen bei einem Wasserstand von 0 m NHN und wasserstandsabhängigen Parametern (oben rechts).

In Hartwig (2016) wird aus experimentellen Abschätzungen eine Wellenlänge der Tidewelle im gesamten Elbeästuar von 420 km ermittelt. Mit dieser Approximation lassen sich die gemessenen mittleren Tidehübe durch ein analytisches Modell im Wesentlichen reproduzieren (Hartwig 2016).

Backhaus (2015) berechnet die Dauer von 4 Stunden, die eine Tidewelle für eine Distanz von 130 km von der Mündung bis zum gezeitenbeeinflussten Ende benötigt. Dies führt auf eine integrale Phasengeschwindigkeit von ca. 9 m/s. Die Laufzeittiefe bestimmt sich nun über die Phasengeschwindigkeit der Flachwasserwelle $h = c^2/g$ zu ca. 8,5 m für die Tideelbe. Für die M_2 Gezeit würde hiermit die Wellenlänge 408 km betragen. Mit einer Tiefe von 10,5 m (berechnet bei einer Annahme der Elbvertiefung um 2 m) würde die Wellenlänge der M_2 453 km betragen. (Backhaus 2015)

Boehlich (2003) hat die Tidelaufzeiten in Abhängigkeit verschiedener Oberwassermengen von Bake A (Elbe-km 755) bis Over (Elbe-km 605) aufgetragen. Wird der Mittelwert aus der Scheitellaufzeit der Tidehochwasserstände (HW) und der Tideniedrigwasserstände (NW) genommen, so könnte eine Scheitellaufzeit von 325 min abgeschätzt werden. Die Fortschrittsgeschwindigkeit beträgt damit ca. 7,69 m/s. Die Wellenlänge würde sich über $L = c \cdot T$ zu ca. 344 km berechnen. Die effektive Wassertiefe beträgt ca. 6 m.

In Voruntersuchungen der Hamburg Port Authority wurden über die Spektralanalyse analysierte Phasenwinkel an den Pegeln über den Längsschnitt analysiert. Die Phasengeschwindigkeit ist der Quotient aus der Distanz zwischen zwei Pegelorten und der Zeitdifferenz. Die Zeitdifferenz ist wiederum der Quotient aus dem Phasenwinkel zur Frequenz. Aus einer Verfolgung der Phasengeschwindigkeit über den Längsschnitt konnte die Fortschrittsgeschwindigkeit der M_2 Gezeit von 7,54 m/s und daraus eine (nicht konstante) Wellenlänge von 337,2 km bestimmt werden. (Strotmann 2012)

Die Wellenlänge der Gezeitenwellen können auch mit Hilfe der hydrodynamisch-numerischen Modellierung bestimmen werden, indem die Querschnittsprofile unmittelbar im Unterstrom der jeweiligen Reflektoren (Elbe-km 628 und Elbe-km 587) in einem Modell approximiert und im Längsschnitt auf eine nahezu unendliche Kanallänge ausgedehnt werden. Anschließend wird seeseitig eine M_2 -Tidewelle eingesteuert, Reibung wird vernachlässigt. Über die örtliche Darstellung der Simulationsergebnisse wird schließlich die Wellenlänge bestimmt. Mit dieser Methode wurde für das Profil im Unterstrom des Teilreflektors im Hamburger Hafenbereich bei Seemannshöft eine Wellenlänge von ca. 500 km und für das Profil im Unterstrom des Totalreflektors bei Geesthacht eine Wellenlänge von ca. 230 km bestimmt. Die mit dem HN Modell ermittelten Wellenlängen liegen damit innerhalb der Bandbreite der Ergebnisse aus den zuvor genannten Ansätzen.

Unter Berücksichtigung der Geometrie des Elbeästuars und der Reibung im HN Elbmodell kann der Eintrittszeitpunkt der unreflektierten, propagierenden Tidewelle analysiert werden. Für den Bereich von Cuxhaven bis in den Hamburger Hafenbereich beträgt die Fortschrittsgeschwindigkeit der Tidewelle ca. 9,6 m/s, von dem Hamburger Hafenbereich bis nach Geesthacht beträgt die Fortschrittsgeschwindigkeit der Tidewelle ca. 6,8 m/s. Über die Fortschrittsgeschwindigkeit $c = L/T$ für die bekannte Periode der M_2 Gezeit kann die Wellenlänge von ca. 430 km (mittlere/untere Tideelbe) bzw. ca. 300 km (obere Tideelbe) berechnet werden. Die effektiven Wassertiefen betragen ungefähr 9,3 m für die mittlere/untere Tideelbe und 4,7 m für die obere Tideelbe.

Es wird deutlich, dass verschiedene Berechnungsmöglichkeiten verschiedene Systemwellenlängen der M_2 -Partialtide liefern. In der Abbildung 6 sind neben den

fließquerschnittsabhängigen Berechnungsmethoden für einen einheitlichen Wasserstand von 0 m NHN die berechneten Wellenlängen für die M_2 -Gezeit aus den o. g. Veröffentlichungen aufgetragen:

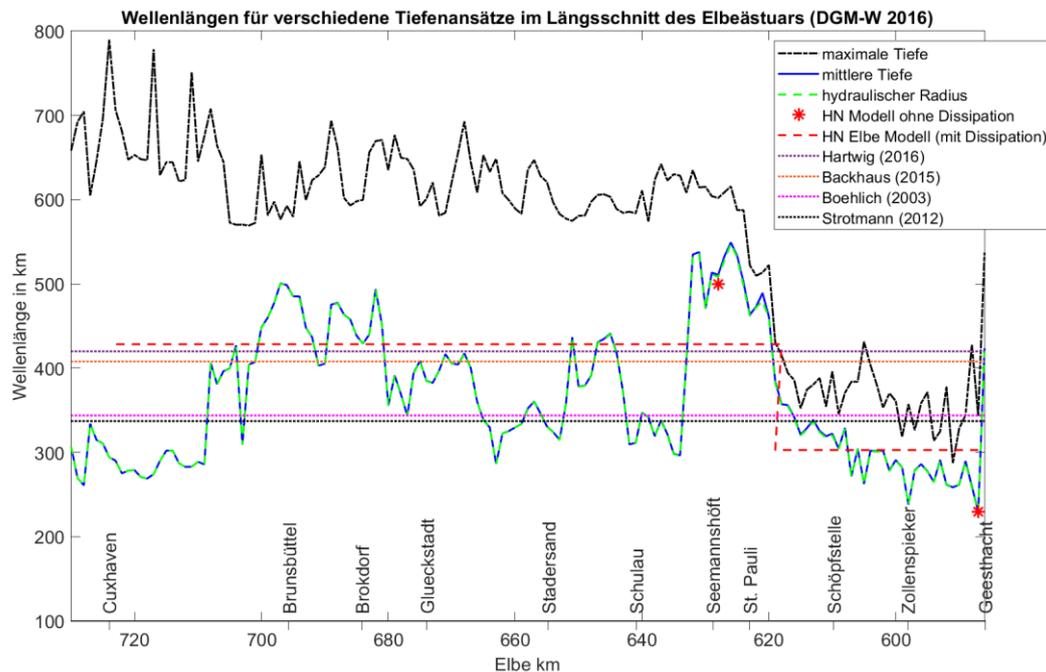


Abbildung 6: Darstellung der Wellenlängen berechnet über die lineare Flachwassertheorie für unterschiedliche Wassertiefenansätze über den Längsschnitt des Elbeästuars im Vergleich zu aus Literaturwerten abgeleiteten Wellenlängen.

Aus der Abbildung 6 ist zu erkennen, dass Wellenlängen a) über den Längsschnitt variieren, b) jeder der genannten Ansätze für bestimmte Abschnitte des Ästuars mit den tiefengemittelten Ansätzen übereinstimmen und c) Wellenlängen von ca. 200 km bis ca. 800 km berechnet wurden. Die Wellenlängen, die sich aus den Simulationen mit dem HN Modell ohne Dissipation ergeben, stimmen gut mit den Ergebnissen den fließquerschnittsgemittelten Ansätzen überein. Aus den Simulationsergebnisse des HN Elbe Modells mit berücksichtigter Dissipation wurden für eine unreflektierte propagierende Tidewelle eine effektive Wassertiefe sowie eine Wellenlänge in derselben Größenordnung wie in Backhaus (2015) und Hartwig (2016) abgeleitet. Daraus wird geschlossen, dass die Wellenlänge in der unteren bzw. mittleren Tideelbe ca. 430 km und in der oberen Tideelbe ca. 300 km beträgt.

3 Datengrundlage

Das projektinterne Datenmanagement erfolgte zentral über die Datenbank KueDaDe des Instituts für Wasserbau der Technischen Universität Hamburg. Im Rahmen des Projekts wurden keine eigenen Messdaten erhoben.

Wasserstände

Die verwendeten Wasserstandsdaten der Pegel an der Tideelbe und von der Insel Helgoland in der Deutschen Bucht sind auf der ZDM-Portalseite der Wasserstraßen- und Schifffahrtsverwaltung des Bundes (WSV) unter www.kuestendaten.de abrufbar. Die zeitliche Auflösung der Ganglinien beträgt 1 min.

Die Pegeldaten wurden durch die HPA plausibilisiert. Dabei wurden kürzere Datenlücken (bis 120 Minuten) mittels Polynom-Spline und längere Datenlücken mittels einer 3-Pegel-Korrelation mit den um die jeweilige Laufzeit verschobenen Ganglinien verfügbarer Nachbarpegel ergänzt. Spikes werden durch eine Tiefpass-Filterung im Frequenzspektrum der Zeitreihe bereinigt. Digitale Zeitreihen stehen für die Pegel an der Tideelbe – mit Ausnahme der Pegel im Amtsbereich des WSA Lauenburg (Tideelbe oberhalb Hamburgs) – beginnend mit dem gewässerkundlichen Jahr 1998 zur Verfügung, die Daten oberhalb Hamburgs beginnen 1 Jahr später. Eine längere Datenlücke von knapp 2 Jahren (2012 – 2013), die nicht geschlossen werden konnte, besteht am Pegel Otterndorf.

Strömungen

Für die Analysen der Fließgeschwindigkeit wurden Daten der Dauermessstation Nienstedten/Teufelsbrück der HPA (Elbe-km 630,8) und der Dauerströmungsmessstationen D1 (Elbe-km 643,0), D2 (Elbe-km 651,32), D3 (Elbe-km 664,67) und D4 (Elbe-km 676,46) der Wasserstraßen- und Schifffahrtsverwaltung des Bundes (WSV) berücksichtigt. Bei den Dauerströmungsmessstationen der WSV handelt es sich um oberflächennahe Strömungsdaten der Punktmessstationen. Die Dauermessstation Nienstedten/Teufelsbrück der HPA misst die mittlere Strömung über ein horizontales Querprofil auf Höhe -4,6 m NHN. Die Strömungszeitreihen der WSV sind mit einer Messfrequenz von $1/5 \text{ min}^{-1}$ aufgenommen, die der HPA mit 1 min^{-1} .

Oberwasserzufluss

Die mittleren täglichen Oberwasserzuflüsse der Elbe werden am vom Wasserstraßen- und Schifffahrtsamt Elbe betriebenen Pegel Neu Darchau bei Elbe-km 536,4 gemessen. Die hier gemessenen Abflüsse erreichen das Hamburger Hafengebiet in etwa einen Tag später, wobei größere Oberwasserabflüsse mit kürzerer Verzögerung eintreffen. Zwischen Neu Darchau und der Tideelbe kommt es zu keinen signifikanten Zuflüssen in die Elbe.

Bathymetrien

Die bathymetrischen Daten (digitale Geländehöhenmodelle des Wasserlaufes, kurz: DGM-W aus den Jahren 2010 & 2016) stammen aus dem Portal Küstendaten der Wasserstraßen- und Schifffahrtsverwaltung des Bundes, aufgerufen über www.kuestendaten.de. Zudem stellte die WSV den Projektpartnern Fahrrinnen- und Gesamtflussbettpeilungsdaten zur Verfügung.

4 Empirische Untersuchungen des Schwingungsverhaltens des Elbeästuars (Teilprojekt: Resonanz, HPA)

4.1 Weiterentwicklung der Harmonic Analysis Method of Least Squares (HAMELS)

Das zur Spektralanalyse der Gezeitenwellen verwendete Analysewerkzeug ist die „**H**armonic **A**nalysis **M**ethod of **L**east **S**quares“, kurz HAMELS. Die HAMELS löst simultan nach allen ausgewählten harmonischen Partialtiden auf, deren Frequenzen vorgegeben wurden. Es werden die harmonischen Konstanten – Amplituden und Phasen – der Partialtiden ermittelt, für die die Summe der quadrierten Residuen (h_i) minimal ist. Die Residuen sind die Differenzen zwischen den originalen gemessenen Wasserständen (h) und der über die ermittelten harmonischen Konstanten rekonstruierten Wasserstandsganglinie. Diese Residuen resultieren aus nicht berücksichtigten Partialtiden und den nicht astronomischen Anteilen wie beispielsweise meteorologische Einflüsse. Zur mathematischen Beschreibung wird die allgemeine Wellengleichung herangezogen, wobei N die Anzahl der Datenpunkte, H_0 der Ruhewasserstand, ω_i die Frequenz der i -ten Partialtide mit Anzahl n , t die Zeit und c_i und s_i die Amplituden der Kosinus- bzw. Sinus-Funktionen der i -ten Partialtide sind:

$$h(t) = H_0 + \sum_{i=1}^n c_i \cos(\omega_i t) + \sum_{i=1}^n s_i \sin(\omega_i t) + h_r(t) \quad (4.1)$$

Die Formel für jeden k -ten Datenpunkt ist dann:

$$h_k = H_0 + \sum_{i=1}^n c_i \cos(\omega_i t_k) + \sum_{i=1}^n s_i \sin(\omega_i t_k) + h_{rk} \quad (4.2)$$

Die Summe der quadrierten Residuen berechnet sich aus

$$e^2 = \sum_{k=1}^N h_{rk}^2 = \sum_{k=1}^N \left\{ h_k - \sum_{i=1}^n [c_i \cos(\omega_i t_k) + s_i \sin(\omega_i t_k)] \right\}^2 \quad (4.3)$$

Um das Minimum von e^2 zu finden, wird die Gleichung partiell nach c_i und s_i abgeleitet und gleich null gesetzt, sodass man die Kosinus- und Sinusfunktionen der einzelnen Partialtidenfrequenzen erhält. Die Lösungen werden in einer $2n^*N$ -Matrix notiert.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \cos(\omega_1 t_1) & \sin(\omega_1 t_1) & \cdots & \cos(\omega_n t_1) & \sin(\omega_n t_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos(\omega_1 t_k) & \sin(\omega_1 t_k) & \cdots & \cos(\omega_n t_k) & \sin(\omega_n t_k) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Das selbstprogrammierte HAMELS-Tool bietet einige Vorteile gegenüber bereits verfügbaren Werkzeugen: Die exakten Winkelpositionen aller betrachteten Partialtiden (s. Kapitel 4.1.2) einschließlich ihrer Nodalkorrekturen werden für jeden Messzeitpunkt berechnet und in der multiplen linearen Regression direkt berücksichtigt, was die Genauigkeit der berechneten Amplituden und Phasen erhöht. Darüber hinaus wird durch die Berücksichtigung der Nodalkorrekturen in der multiplen linearen Regression die Unterscheidung zwischen Haupt- und Flachwasserpartialtiden auf gemeinsamen Frequenzen ermöglicht (siehe Kapitel 4.1.2.1 Analyse von Flachwasserpartialtiden).

Zur Berücksichtigung der Nodalkorrekturen sind zwei Ergänzungen notwendig: Ist die nodale Phasenkorrektur erwünscht, so werden den Kosinus- und Sinusargumenten der Partialtiden die partialtidenspezifische Phasenkorrektur $u(t)$ dazu addiert. Ist die nodale Amplitudenkorrektur erwünscht, müssen die Kosinus- und Sinusfunktionen mit den partialtidenspezifischen Nodalfaktoren $f(t)$ multipliziert werden, wie am Beispiel einer Kosinusfunktion gezeigt, bei ebenfalls berücksichtigter Phasenkorrektur:

$$f_i(t_k) \cdot \cos(\omega_i t_k + u_i(t_k)) \quad (4.5)$$

Im nächsten Schritt wird die Matrix mit ihrer transponierten Matrix multipliziert und die Inverse dieses Matrizenprodukts gebildet, die wiederum mit dem Produkt der transponierten Matrix der Matrix A und der Wasserstandsganglinie multipliziert wird:

$$\begin{bmatrix} H_0 \\ c_1 \\ s_1 \\ \vdots \\ c_i \\ s_i \end{bmatrix} = (A^T \cdot A)^{-1} \cdot (A^T \cdot \vec{h}) \quad (4.6)$$

Der resultierende Vektor liefert den Ruhewasserstand H_0 sowie die Kosinus- (c_i) und Sinus- (s_i) Argumente der Partialtiden.

Die Amplituden der Partialtiden a_i ergeben sich dann aus

$$a_i = (c_i^2 + s_i^2)^{1/2} \quad (4.7)$$

und die Phase φ_0 zum Zeitpunkt 0 (01.01.2000 12:00:00 UTC) der jeweiligen Partialtide aus

$$\varphi_{0_i} = \arctan2(s_i, c_i) \quad (4.8)$$

Zur Verifikation wurden mit dem entwickelten Tool ausgewählte Zeitreihen analysiert und mit den Ergebnissen anderer harmonischer Analysewerkzeuge abgeglichen. Zudem wurden Tests an synthetischen Datenreihen mit bekannten Wellenparametern durchgeführt, welche die HAMELS korrekt bestimmen konnte.

Ergänzende Literatur zur harmonischen Analyse von Tidewellen liefern beispielsweise Matte et al. (2013), Pawlowicz et al. (2002) und Mahmoudof et al. (2012).

4.1.1 Gegenüberstellung HAMELS/Fourier-Analyse

Die HAMELS wird zunehmend für Spektralanalysen von Gezeitenwellen verwendet, denn sie hat diverse Vorteile gegenüber einer Fourier-Analyse. So werden bei der HAMELS im Gegensatz zur diskreten Fourier-Transformation (DFT) keine kontinuierlichen Datenreihen mit äquidistanten Zeitpunkten benötigt. Stattdessen können die Datenreihen große Lücken aufweisen, die zufällig über den Untersuchungszeitraum verteilt sein können. Hieraus ergibt sich der wesentliche Vorteil, dass die Daten selektiv analysiert werden können. Dadurch können beispielsweise Phasen vordefinierter Rahmenbedingungen (bestimmte Oberwasserzuflüsse, Tidemittelwasserstände u. a.) ausgewählt werden. Ein Test zur Validierung von Analysen lückenbehafteter Zeitreihen wurde durchgeführt. Hierfür wurde eine synthetische Ganglinie mit der Länge eines Nodalzyklus aus zehn der energiereichsten ganz- und halbtägigen Partialtiden erzeugt ($Q_1, O_1, P_1, K_1, \mu_2, N_2, M_2, \lambda_2, S_2, K_2$). Die eingesteuerten Amplituden und Phasen wurden zuvor an einer einen Nodalzyklus umfassenden Ganglinie, gemessen am Pegel Helgoland, bestimmt. Im nächsten Schritt

wurden für die in Abbildung 7 gezeigten Datenlückenanteil zwischen 1 % und 99 % jeweils 1000 Ganglinien mit unterschiedlichen zufällig verteilten, nicht überlappenden, 24-stundenlangen Datenlücken bestückt. Diese Ganglinien wurden dann mittels HAMELS mit nur ausgewählter M_2 -Partialtide analysiert (werden alle zehn eingesteuerten Partialtiden berücksichtigt, kommt auch bei 99 % Datenlücke exakt die eingesteuerten Amplituden und Phasen heraus). Die Ergebnisse zeigen, dass die HAMELS äußerst robust gegenüber Datenlücken ist (Abbildung 7). Selbst bei 99 % Datenlücken liegt die Abweichung der M_2 -Amplitude vom eingesteuerten Wert bei einem Gesamtzeitraum von 18,613 Jahren unter 6 %.

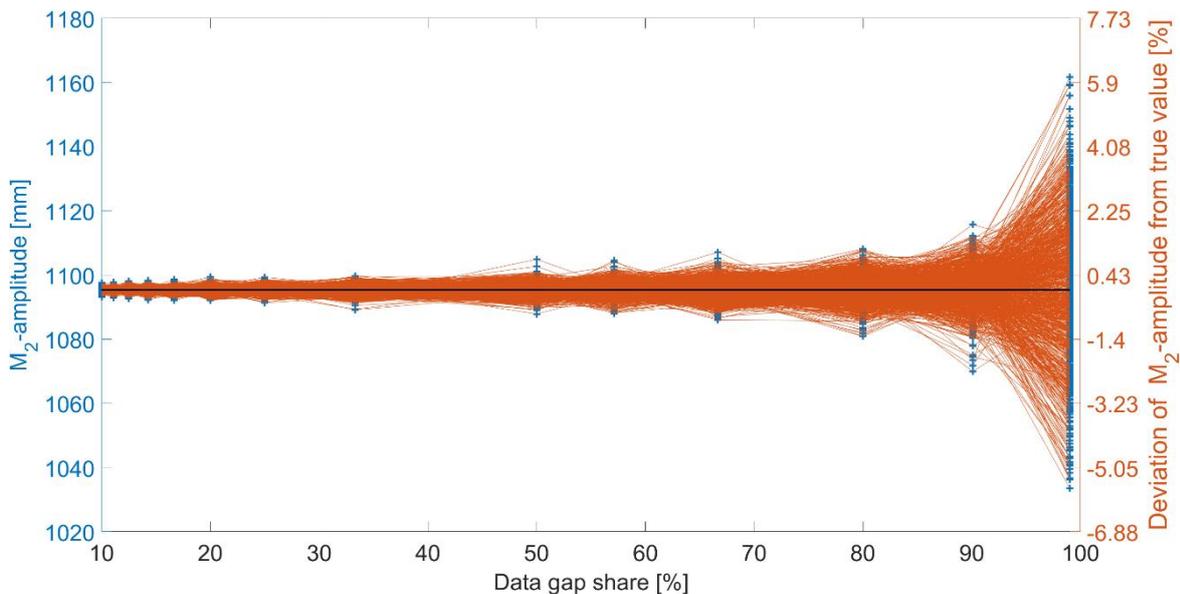


Abbildung 7: Abweichungen der mittels HAMELS bestimmter M_2 -Amplituden einer lückenhaften 18,613 Jahre langen synthetischen Ganglinie von der tatsächlichen M_2 -Amplitude des synthetischen Signals (schwarze Linie). Anzahl der Analysen pro Anteil zufällig generierter Datenlücken beträgt jeweils 1000.

Die synodische Periode T_{syn} ist die Mindestlänge, die nötig ist um zwei ausgewählte Partialtiden zu trennen und entspricht dem Kehrwert der Frequenzdifferenz der ausgewählten Partialtiden (Parker 2007):

$$T_{syn} = \left(\frac{1}{|f_1 - f_2|} \right) \quad (4.9)$$

Die höchstmögliche Frequenzauflösung entspricht also dem Kehrwert der Länge des Untersuchungszeitraumes. Partialtiden, deren Frequenzdifferenz kleiner ist, können nicht differenziert abgebildet werden. Diese Regel wird auch Rayleigh-Kriterium (Godin 1972) nach Lord Rayleigh genannt, welcher in der Optik tätig war. Bei der Verwendung der HAMELS ist die Einhaltung des Rayleigh-Kriteriums nicht zwingend notwendig, um aussagekräftige Ergebnisse zu erzielen: In der Praxis reichen laut Parker (2007) 365 Tage aus. Mahmoudof et al. (2012) kamen zu dem Ergebnis, dass selbst 135 Tage stündlicher Wasserstände ausreichen, um 68 Hauptpartialtiden mit „exzellenter Genauigkeit“ zu bestimmen. Bei der DFT muss hingegen noch das zusätzliche Kriterium erfüllt sein, dass die Messdauer für eine Frequenzanalyse einem gemeinsamen Vielfachen der synodischen Perioden aller im Signal enthaltenen Frequenzen entsprechen, damit die Frequenzstützstellen des resultierenden Spektrums mit diesen Frequenzen übereinstimmen. Enthält das Signal Frequenzen, die nicht in den Frequenzstützstellen abgebildet werden, „verschmiert“ die Energie auf die benachbarten Stützstellen (Brandt

2011). Für die rechenoptimierte Fast-Fourier-Transformation (FFT) nach Cooley und Tukey (1965) muss zudem die Anzahl der Datenpunkte einer Zweierpotenz entsprechen.

Des Weiteren werden bei der HAMELS nur Partialtiden berücksichtigt, die zuvor ausgewählt wurden. Dies hat den Vorteil, dass nachvollzogen werden kann, wie einzelne Partialtiden die Varianz zwischen der gemessenen Wasserstandsganglinie und der auf Grundlage der HAMELS-Ergebnisse rekonstruierten Wasserstandsganglinie reduziert.

Die ermittelten Phasen werden bei der HAMELS einem genauen Zeitpunkt zugeordnet (Hier dem 01.01.2000 12:00:00 UTC). Diese Tatsache erleichtert die Bestimmung der Laufzeiten der Partialtiden wesentlich.

Ein weiterer nicht unerheblicher Vorteil ist die direkte Berücksichtigung der Nodal Korrektur in der multiplen Regression. Hierdurch können auch kürzere Zeiträume miteinander verglichen werden, ohne den Einfluss unterschiedlicher nodaler Modulationen zu vernachlässigen. Bei der Fourier-Analyse sorgen die nodalmodulationsbedingten Variationen in der Winkelgeschwindigkeit, also der Frequenzen, für ein „Verschmieren“ des resultierenden Amplitudenspektrums: Die Gezeitenenergie kann keiner exakten Frequenzstützstelle zugeordnet werden, da die Frequenzen über die Zeit variiert. Um diese nodale Variation abbilden zu können, benötigt die Fourier-Analyse einen ganzen Nodalzyklus von 18,613 Jahren. Steht dieser zur Verfügung, bildet das resultierende Amplitudenspektrum für jede Partialtide sogenannte Satelliten-Partialtiden ab, die sich in sehr geringem Abstand (z. B. bei der M_2 0,0027°/h oder 0,0015 cpd) zu den Partialtidenfrequenzen befinden.

Ein Vorteil und häufiger Anwendungsfall der Fourier Analyse ist die mathematisch exakte Zurückrechnung der harmonischen Anteile aus dem Gesamtsignal. Insbesondere bei noch unbekanntem Frequenzen (beispielsweise in der Seegangsauswertung) kann die FFT für Identifikation von Frequenzstützstellen und somit für die spektrale Auswertung der Messdaten verwendet werden. Über die Nutzung der sog. Fensterfunktionen können Effekte, die bei der Analyse von beispielsweise Zeiträumen, die nicht einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenperiode entsprechen, auftreten, reduziert werden. Für nähere Informationen hierzu, sei auf Butz (2011) verwiesen.

4.1.2 Partialtidenberechnung

Zur exakten Berechnung der Partialtiden müssen zuvor die astronomischen Elemente (Tabelle 1) der untersuchten Zeitpunkte t gemäß der International Astronomical Union – Standards of Fundamental Astronomy (IAU SOFA Board 2018) anhand der folgenden fünf Orbitalelemente berechnet werden:

- Mittlere Elongation des Mondes (D)

$$D(t) = (1072260,703692 + 1602961601,209 \cdot t - 6,3706 \cdot t^2 + 0,006593 \cdot t^3 - 0,00003169 t^4) \cdot \pi/648000 \quad (4.10)$$

- Mittlere Anomalie der Sonne (M)

$$M(t) = (1287104,793048 + 129596581,0481 \cdot t - 0,5532 t^2 + 0,000136 \cdot t^3 - 0,00001149 \cdot t^4) \cdot \pi/648000 \quad (4.11)$$

- Mittlere Anomalie des Mondes (M):

$$M'(t) = (485868,249036 + 1717915923,2178 \cdot t + 31,8792 \cdot t^2 + 0,051635 \cdot t^3 - 0,0002447 \cdot t^4) \cdot \pi/648000 \quad (4.12)$$

- Mittleres Argument des Perigäums (F):

$$F(t) = (335779,526232 + 1739527262,8478 \cdot t - 12,7512 \cdot t^2 - 0,001037 \cdot t^3 + 0,00000417 \cdot t^4) \cdot \pi/648000 \quad (4.13)$$

- Mittlere Länge des aufsteigenden Knotens der Mondbahn (Ω):

$$\Omega(t) = (450160,398036 - 6962890,5431 \cdot t + 7,4722 \cdot t^2 + 0,007702 \cdot t^3 - 0,00005939 \cdot t^4) \cdot \pi/648000 \quad (4.14)$$

Die Konstanten sind bezogen auf die Standardepoche J2000.0 (01.01.2000 12:00 TDB) und die Zeit t wird in Jahrhunderten seit J2000.0 angegeben.

Zur Berechnung der astronomischen Elemente in Abhängigkeit der Zeit gilt:

$$s(t) = F(t) + N(t) \quad (4.15)$$

$$h(t) = F(t) - D(t) + N(t) \quad (4.16)$$

$$p(t) = F(t) - M'(t) + N(t) \quad (4.17)$$

$$N(t) = \Omega(t) \quad (4.18)$$

$$p'(t) = F(t) - D(t) + N(t) - M(t) \quad (4.19)$$

Jede Partialtide hat eine eigene Cartwright-Nummer, welche die genaue Zusammensetzung aus den astronomischen Elementen wiedergibt. Die Cartwright-Nummer beinhaltet 6 Ziffern und entspricht im Grunde der Doodson-Nummer (Doodson 1921), nur ohne die Addition der letzten fünf Ziffern mit fünf, die bei den Doodson-Nummern das Auftreten negativer Zahlen verhindert. Die letzten fünf Ziffern sind die Multiplikatoren für die fünf astronomischen Elemente. Dem vorangestellt ist der Multiplikator für den ergänzenden Term $w = h-s$, welcher die Zugehörigkeit zu den Partialtidengruppen anzeigt (1 \triangleq ganztägigen Tiden, 2 \triangleq halbtägigen Tiden, u. s. w.) Nachzuschlagen sind die Doodson-Nummern beispielweise in der Tabelle der IHO - International Hydrographic Organization (2006). Diese Methode wurde gemäß Schureman (1958) leicht dahingehend abgewandelt, dass die erste Ziffer in der sechsstelligen Cartwright-Nummer nicht $w = h-s$ repräsentiert, sondern den Stundenwinkel der mittleren Sonne T (Periode = 24 h). Die h - und s -Bestandteile wurden auf die zugehörigen Cartwright-Ziffern aufaddiert bzw. subtrahiert.

Aus der herkömmlichen Cartwright Nummer [2,0,0,0,0,0] für die M_2 wird somit [2,-2,2,0,0,0] und es ergibt sich:

$$M_2 = 2T - 2s + 2h \quad (4.20)$$

Neben den einfachen Hauptpartialtiden gibt es Flachwasserverbundtiden, die aus mehreren Hauptpartialtiden zusammengesetzt sind. Ein Beispiel ist die $4MN_6$: Für deren Berechnung gilt, dass die letzte Zahl des Namens einer Flachwasserpartialtide die Anzahl der Tageszyklen wiedergibt. Alle anderen Zahlen im Namen sind Faktoren, die den nachstehenden Hauptpartialtiden zuzuordnen sind. Die Partiaaltiden und deren Cartwright-Nummern werden aufsummiert. Sollten die so aufsummierten Tageszyklen jedoch nicht dem hinten anstehenden Index entsprechen, muss im Term beginnend von rechts nach links der Additions-Operator durch einen Subtraktions-Operator ersetzt werden, wie im folgenden Beispiel veranschaulicht. Durch das Aufsummieren ergeben sich für die $4MN_6$ zehn Tageszyklen statt der im Index angegeben sechs:

$$4 \cdot M_2 + N_2 \triangleq 10 \text{ cpd} \quad (4.21)$$

Daher folgt die Abänderung zu

$$4MN_6 = 4 \cdot M_2 - N_2 \triangleq 6 \text{ cpd} \quad (4.22)$$

4.1.2.1 Analyse von Flachwasserpartiaaltiden

In flachen Gewässern werden Gezeitenwellen von nichtlinearen Flachwassermechanismen beeinflusst (ausführliche Erläuterung in den Kapiteln 2.3.2 und 7.6 von Parker (2007)). Deren Auswirkungen zeigen sich in einer zunehmenden Asymmetrie der Tidewelle. Die zunehmende Nichtlinearität geht einher mit einem Energietransfer von den Hauptpartiaaltiden zu ihren Harmonischen (auch Obertiden genannt) und von interferierenden Hauptpartiaaltiden zu neu erzeugten Flachwasserverbundtiden. Flachwasserpartiaaltiden können die gleiche Cartwright-Nummer / mittlere Frequenz haben wie astronomische Hauptpartiaaltiden. Aufgrund ihrer unterschiedlichen Zusammensetzung haben sie jedoch oftmals unterschiedliche Nodalkorrekturen. Für den Fall, dass die Hauptpartiaaltide und die Flachwasserpartiaaltide die gleiche Nodalkorrektur haben, ist es für die Analyse irrelevant, welche der beiden Partiaaltiden ausgewählt wird. Hier muss dem Anwender nur bewusst sein, dass die Amplitude nicht nur aus einer, sondern aus mehreren Partiaaltiden resultiert. Hat die neugenerierte Flachwasserpartiaaltide hingegen eine andere Nodalkorrektur als die Hauptpartiaaltide mit der gleichen Cartwright-Nummer, müssen die verschiedenen Nodalkorrekturen berücksichtigt werden. Bei angewandter nodaler Phasenkorrektur (u) unterscheiden sich die Frequenzen aufgrund der abweichenden Phasenkorrekturwerte. Bei ausreichend langen Untersuchungszeiträumen sind die Frequenzunterschiede aufgrund der Phasenkorrektur groß genug, um das Rayleigh-Kriterium zu erfüllen und zwischen beiden Partiaaltiden zu differenzieren. Ist eine Auswahl für eine einzige Partiaaltide auf der Frequenz nötig, kann es hilfreich sein, anhand der Amplifizierung entlang des Ästuars auszumachen, ob die Hauptpartiaaltide oder die Flachwasserpartiaaltide dominiert. Parker (2007) gibt hierzu ein Beispiel zur Hauptpartiaaltide L_2 und der Flachwasser-generierten $2MN_2$ (beide $f = 1,96856526 \text{ cpd}$). Eine L_2 -Amplifizierung größer der M_2 -Amplifizierung deutet ihm nach auf eine Dominanz der $2MN_2$ auf der Frequenz hin. Die reine Hauptpartiaaltide L_2 würde ungefähr die gleiche Amplifizierung wie die M_2 erfahren, da die Frequenzen nah beieinander liegen und somit das Maß der Amplifizierung ähnlich ist. Im Falle der $2MN_2$ ist die Amplifizierung größer als die der M_2 , da nichtlineare Flachwasser-Mechanismen Energie von der M_2 auf die $2MN_2$ transferieren. Ist die Energie auf einer Frequenz mehreren Partiaaltiden mit unterschiedlichen Nodalkorrekturen zuzuordnen, sollte theoretisch eine neue zusammengesetzte Nodalkorrektur berechnet werden, deren Anteile den Verhältnissen der

jeweiligen zuzuordnenden Amplitude entsprechen. Hierbei ist jedoch anzumerken, dass zu erwarten ist, dass dieses Verhältnis nicht über die Tideelbe konstant ist, sondern sich der Anteil der Flachwasserpartialtide aufgrund der Erhöhung der Nichtlinearität in Richtung Stromauf erhöht.

4.1.3 Nodalkorrekturen

Nodalkorrekturen berücksichtigen die lunaren Modifikationen, die die potentiellen Gezeitenkräfte über einen Zyklus von 18,613 Jahren verändern (ausführliche Erläuterungen beispielweise in Schureman (1958) und Parker (2007)). Nodalkorrekturen ermöglichen somit den Vergleich von Tideamplituden und -phasen unterschiedlicher Zeiträume, da sie das Ergebnis um den Anteil der nodalen Variation korrigieren. Eine Besonderheit der weiterentwickelten HAMELS ist die für jeden Messzeitpunkt explizit berechnete nodale Phasen- und Amplitudenkorrektur. Die nodale Phasenkorrektur u wird nach Schureman (1958) über die nodalen Korrektur Elemente ξ und ν , ν' , ν'' , R , R_a und Q berechnet, wobei ν' , ν'' , R , R_a und Q jeweils nur zur Berechnung der K_1 , K_2 , M_1 und L_2 und diese beinhaltenden Verbundtiden benötigt werden. Für jede berücksichtigte Partialtide liefert Schureman die spezifischen Faktoren dieser Korrektur Elemente. Die Erläuterung zur Berechnung der nodalen Korrektur Elemente (s. Anhang A.1) kann Schureman (1958) entnommen werden. Die Nodalfaktoren f können ebenfalls über diese Korrektur Elemente berechnet werden unter weiterer Berücksichtigung des Winkels I zwischen der Ebene der Mondumlaufbahn und der Ebene des Erdäquators. I kann gemäß der Formeln (65) bis (72) und die Nodalfaktoren über die Formeln (73)-(80), (141)-(150), (215), (227) und (235) aus Schureman (1958) berechnet werden. Zur Berechnung der Nodalkorrekturen für Verbundtiden werden die Faktoren der Nodalparameter gleich dem Vorgehen zur Berechnung der Winkelpositionen aufsummiert, bzw. subtrahiert. Die Nodalfaktoren werden stets multipliziert.

4.2 Gezeitenschwingungen

4.2.1 Beschreibung nachgewiesener partiell stehender Wellen

Partialtiden können in langperiodische, ganztägige, halbtägige und $1/n$ -tägige Gezeitenwellen unterteilt werden (Doodson 1921). Die folgende Untersuchungen, welche teils bereits in Hein et al. (2021) veröffentlicht sind, konzentrieren sich hauptsächlich auf die energiereichsten ganztägigen, halbtägigen, vierteltägigen und sechsteltägigen Partialtiden (Gönnert et al. 2004). Es wird ein Überblick über die partialtidenspezifische Oszillation in gezeitenreflexionsbeeinflussten Ästuaren und der elbeästuarspezifische Zustand der Gezeitenschwingung zwischen 2000 und 2018 gegeben. Die HAMELS-Analysen wurden auf 25 Pegel über einen ganzen Nodalzyklus (1. Januar 2000 12:00:00 UTC bis 13. August 2018 23:00:00 UTC) angewendet. Dieser Zeitraum liegt zwischen den Fahrrinnenanpassungen 1999 und 2020/2021, zwischen denen keine größeren Strombaumaßnahmen stattfanden.

4.2.1.1 Partialtidengruppenspezifisches Schwingungsverhalten

Jede Partialtidengruppe hat ihr eigenes spezifisches Schwingungsverhalten, wie die berechneten Amplituden, aufgetragen gegen die Pegelstandorte in der Tideelbe, zeigen (Abbildung 8). Die Wellenformen zeigen einen deutlichen Reflexionseinfluss. Die ganztägigen Tiden haben in der Regel annähernd konstante Amplituden entlang des Elbeästuars mit nur einem schwach ausgeprägten Schwingungsbauch am Teilreflektor im Hamburger Hafen. Stromaufwärts vom Teilreflektor nehmen die Amplituden stetig ab. Die

halb-tägigen bis sechsteltägigen Gezeiten zeigen markante Ausbildungen partieller Clapotis mit ausgeprägten Schwingungsknoten und -bäuchen. Es handelt sich hierbei um partielle und nicht vollausgebildete Clapotis, da nicht nur ein Totalreflektor, sondern ein Total- und mehrere Teilreflektoren vorliegen und die Gezeitenwellen dissipativen Einflüssen unterliegen. Einfachheitshalber werden dennoch die Begriffe Schwingungsknoten und -bauch verwendet. Alle Partialtidengruppen haben einen Schwingungsbauch am Teilreflektor. Die Anzahl der Schwingungsbäuche(/-knoten), welche in einem idealen Schwingungsraum gleichbleibender Tiefe und ohne Reibung einen Abstand von einer halben Wellenlänge hätten, nehmen im unteren Elbeästuar mit der Frequenz zu: Die halbtägigen Gezeiten zeigen die Form einer uninodalen partiellen Clapotis, die vierteltägigen Partialtiden die Form einer binodalen partiellen Clapotis und die sechsteltägigen Partialtiden deuten mit ihren drei Schwingungsbäuchen auf eine trinodale partielle Clapotis hin. Der Abstand zwischen den Schwingungsbäuchen und -knoten nimmt mit der Frequenz ab: Da die Wellengeschwindigkeit im Flachwasser nur von der Wassertiefe abhängt, müssen sich theoretisch alle Partialtiden mit der gleichen Geschwindigkeit fortbewegen. Wenn die Wellengeschwindigkeit gleichbleibt, aber die Frequenz sich verdoppelt, muss sich folglich die Wellenlänge halbieren, was in etwa der Fall ist. Abweichungen kommen aufgrund der Reibung, und der multiplen Reflektoren im Elbeästuar (s. Kapitel 2.3.2) zustande. Vierteltägige und sechsteltägige Gezeiten verstärken sich im Ästuar etwa doppelt so stark wie die halbtägigen Gezeiten. Ein Phänomen, das nur bei den vierteltägigen Partialtiden auftritt, ist die weitere Zunahme der Amplitude stromaufwärts des Teilreflektors.

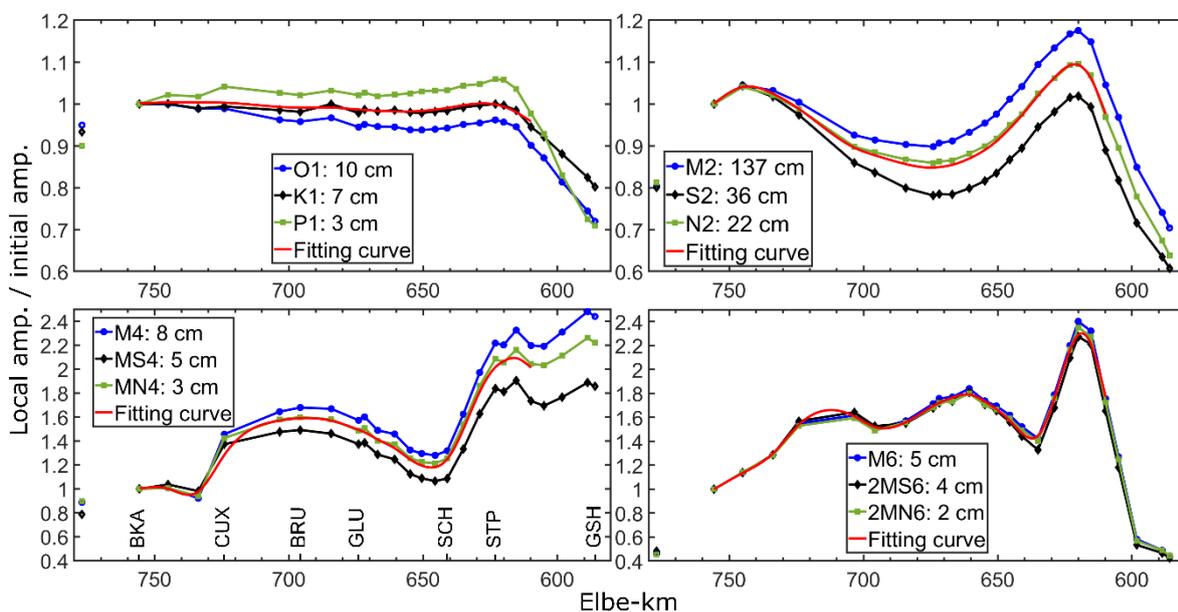


Abbildung 8: Typische Formen der partiellen Clapotis der ganztägigen, halbtägigen, vierteltägigen und sechsteltägigen Partialtiden im Elbeästuar. Die Zentimeterangabe in der Legende gibt die Amplitude am Pegel Bake A im Mündungsgebiet an, auf die die gezeigten Amplituden normiert worden. Gesonderte Punktwerte zeigen den Pegel Helgoland in der Deutschen Bucht. Die Harmonische Analyse Methode der kleinsten Fehlerquadrate (HAMELS) wurde angewandt auf Zeitreihen eines kompletten Nodalzyklus beginnend am 1. Januar 2000 12:00:00 UTC. Zur Orientierung wurden folgende Pegelstandorte markiert: BKA - Bake A, CUX - Cuxhaven, BRU - Brunsbüttel, GLU - Glückstadt, SCH - Schulau, STP - St. Pauli, GSH - Geesthacht. Quelle: Modifiziert nach Hein et al. (2021)

Die beobachteten partiellen Clapotis stimmen mit den Beobachtungen von Redfield (1950) überein, der überlagerte Tidewellen in gezeitengetriebenen Buchten analysierte. Nach Redfield liegt der Knoten außerhalb des Systems, wenn die Länge einer Bucht kürzer ist

als $\frac{1}{4}$ der erregenden Tidewellenlänge. Die Amplitude nimmt dann zum landseitigen Ende der Bucht hin zu. Ist die Bucht länger als $\frac{1}{4}$ der Tidewellenlänge, treten die Knoten innerhalb der Bucht auf, wie es im Elbeästuar der Fall ist.

Die Existenz partieller Clapotis wird auch durch die Ergebnisse von Eichweber und Lange gestützt, die eine harmonische Analyse auf der Grundlage räumlich gut verteilter Strömungsganglinien aus der ELBEX-Messkampagne von 1992 durchführten (Eichweber und Lange 1996, 1998). Sie detektierten stehende Wellenmuster, die damals jedoch nicht durch Modelle bestätigt werden konnten (Rolinski und Eichweber 2000). Zusammen mit dieser Arbeit belegen nun sowohl die Strömungsgeschwindigkeitsdaten als auch die gemessenen Wasserstände die Existenz von partiell stehenden Wellen im Elbeästuar. Diese partiellen Clapotis erstrecken sich über – und beeinflussen somit – das gesamte Ästuar signifikant.

Hinsichtlich eventueller Phasensprünge während der Reflexion an den Reflektoren zeigen die Modellergebnisse aus Teilprojekt Reflexion keine Phasensprünge bei Querschnittsverengungen, was konform geht mit diesbezüglichen Ergebnissen eines 2D-numerischen Elbeästuarmodell von Hartwig (2016).

Die doppelt so hohe Amplifizierung der viertel- und sechsteltägigen Partialtiden im Vergleich zu den halbtägigen widerspricht auf dem ersten Blick der physikalischen Gegebenheit, dass höherfrequente Wellen stärker gedämpft werden (Godin 1991). Das höhere Maß der Amplifizierung resultiert jedoch aus der Tatsache, dass im Flachwasser aufgrund nichtlinearer Flachwassermechanismen ein Energietransfer von halbtägigen Partialtiden auf die viertel- und sechsteltägigen Flachwasserpartialtiden erfolgt (Parker 1999; Parker 2007). Der Energieverlust der halbtägigen Gezeiten zu höheren Frequenzen stromaufwärts des Ästuars geht mit einer zunehmenden Nichtlinearität der auflaufenden Gezeitenwelle mit steileren Flutgradienten und flacheren Ebbgradienten einher (Boehlich und Strotmann 2008), was die Beobachtungen von Aubrey und Speer bestätigen (Aubrey und Speer 1985; Speer und Aubrey 1985). Der weitere Anstieg der vierteltägigen Gezeitenamplituden stromauf des Reflektors deutet darauf hin, dass der stärkere Einfluss fluvialer Gegenströmungen in diesem Bereich die Energieübertragung auf vierteltägige Gezeitenkomponenten erhöht und damit die nichtlineare Asymmetrie der Gezeitenwellen verstärkt. Eine solche Zunahme der Asymmetrie kann im Elbeästuar beobachtet werden (Boehlich 2003). Folglich verlieren die halbtägigen Partialtiden stromauf und vor allem im obersten Teil des tidebeeinflussten Flusses an Dominanz. Auswertungen von Strömungsdaten (Kapitel 4.2.3) bestätigen diese Beobachtungen: Die M_4/M_2 -Amplitudenverhältnisse der Strömungsgeschwindigkeit nehmen mit zunehmendem Oberwasserzufluss zu, und das Maß dieser Zunahme steigt mit der Nähe zum Wehr an. Diese Beobachtungen werden von Parker (1984) bestätigt, der in einem numerischen Modell des Delaware Flusses und der Bucht (USA) ebenfalls steigende M_4/M_2 -Amplitudenverhältnisse mit zunehmendem Abfluss beobachtete. Studien von Hunt (1964) zeigen ebenfalls eine abnehmende Dominanz der halbtägigen Gezeitenanteile im obersten Teil des Themse-Ästuars in Großbritannien.

4.2.1.2 Partialtidengruppeninterne Unterschiede im Amplifizierungsmaß

Obwohl die Frequenzgruppen gemeinsame partielle Clapotisformen aufweisen, wurden gruppeninterne Unterschiede zwischen den Partialtiden hinsichtlich des Amplifizierungsgrades festgestellt. Die beiden energiereichsten Partialtiden M_2 und S_2 unterscheiden sich deutlich (Abbildung 8): S_2 wird deutlich weniger amplifiziert als M_2 , obwohl sich ihre Frequenzen nur um 0,0677 cpd unterscheiden.

Eine mögliche Ursache ist, dass höherfrequente Tidewellen eine größere Dämpfung erfahren. Die Tatsache, dass nicht immer die Partialtide mit der höchsten Frequenz die geringste Amplifizierung aufweist, zeigt, dass dies nicht der dominante Einflussfaktor sein kann. So wird die M_2 beispielweise trotz höherer Frequenz als die N_2 stärker amplifiziert. Auch Godin (1991) äußert, dass aufgrund der geringen Frequenzunterschiede dieser Einfluss innerhalb einer Gruppe nur minimal ist.

Ein weiterer Grund für eine geringere Verstärkung der S_2 im Vergleich zur M_2 ist die Reibung: Zwei sich überlagernde Gezeitenkomponenten, wie M_2 und S_2 , die den Spring-Nipp-Zyklus verursachen, gehen über einen Zyklus, dessen Periode der Kehrwert der Frequenzdifferenz ist (in diesem Beispiel 14,77 d), in und aus der Phase. Wenn beide Gezeitenkomponenten in Phase sind, ist der Tidehub verstärkt. Mit zunehmendem Tidehub ist auch die induzierte Strömungsgeschwindigkeit unter der Tidewelle beschleunigt (Malcherek 2018). Da der Energieverlust durch die Reibung proportional zum Quadrat der Strömungsgeschwindigkeit ist, ist der Energieverlust der interferierenden Partialtiden größer, als würden sie für sich alleine schwingen (Pugh 1996). Dabei ist die relative Dämpfung der Partialtide S_2 mit der kleineren Amplitude größer als die der größeren Partialtide M_2 , da die relative Zunahme der Strömungsgeschwindigkeit größer ist (Parker 2007).

Um weitere Gründe für die unterschiedliche Amplifizierung der ähnlichen Partialtidenfrequenzen in Schwingungssystemen wie dem Elbeästuar zu analysieren, muss berücksichtigt werden, dass eine astronomisch gegebene Frequenz nicht nur durch eine Hauptpartialtide, sondern durch zusätzliche Flachwasserverbundtiden belegt sein kann. Ein Anzeichen für die Existenz mehrerer Partialtiden auf der gleichen Frequenz liefert eine Analyse der S_2 am Pegel Bake A in der äußeren Flussmündung und am Pegel Helgoland in der Deutschen Bucht (Abbildung 9 und Abbildung 10). Da die S_2 eine rein solare Partialtide ist, erfährt sie keine Nodalmodulation. Dennoch zeigen schrittweise harmonische Analysen über 365,25 Tage, verschoben um zwei Spring-Nipp-Zyklen (29,5 Tage), über 22 Jahre eine periodische Amplitudenschwankung über einen Nodalzyklus. Diese Beobachtung lässt sich auf die zusammengesetzte Flachwasserpartialtide KP_2 mit derselben mittleren Frequenz von 2 cpd und ihrer Nodalmodulation zurückführen. Die KP_2 ist die Verbundtide aus K_1 und P_1 . Da die P_1 eine solare Tide ist und keine Nodalmodulation erfährt, sind f und u von KP_2 gleich f und u von K_1 (IHO - International Hydrographic Organization 2006). Die beobachtete Amplitudenschwankung auf der gemeinsamen 2-cpd-Frequenz entspricht ca. 33 % von $f(K_1)$, was darauf hindeutet, dass ein Drittel der Energie auf die zusammengesetzte Flachwasserpartialtide zurückzuführen ist. Die Phase folgt jedoch nicht der nodalen Phasenkorrektur der KP_2 , sondern bleibt trotz einiger geringfügiger Schwankungen nahezu konstant (Abbildung 10).

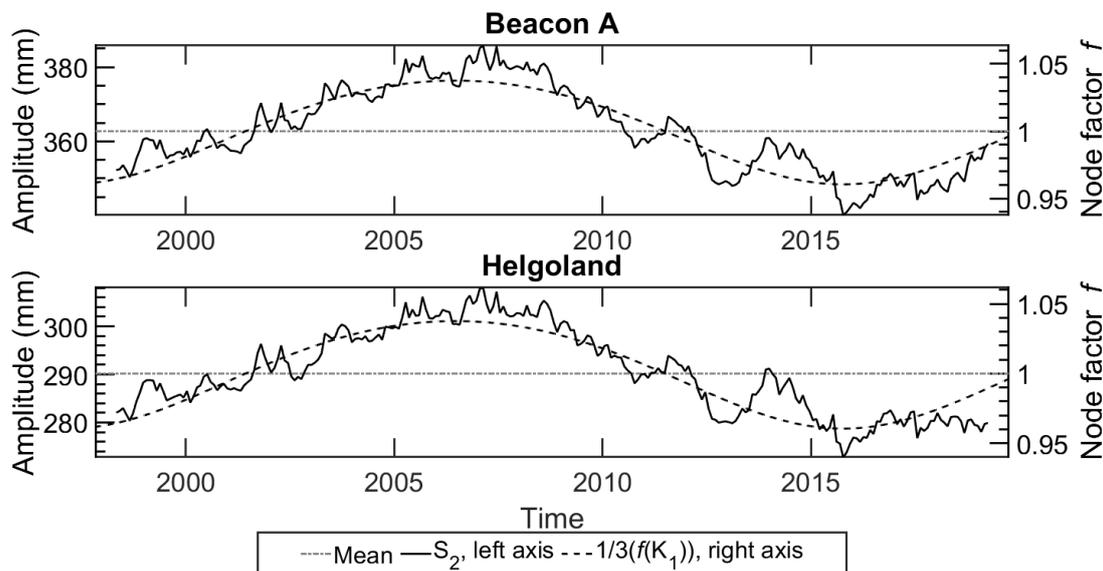


Abbildung 9: Amplitude auf der S_2 -Frequenz, ermittelt für 365,25 d-Intervalle, verschoben um 29,5 d, dargestellt zusammen mit einem Drittel der nodalen Amplitudenmodulation f der K_1 ($f(K_1) = f(KP_2)$). (Hein et al. 2021)

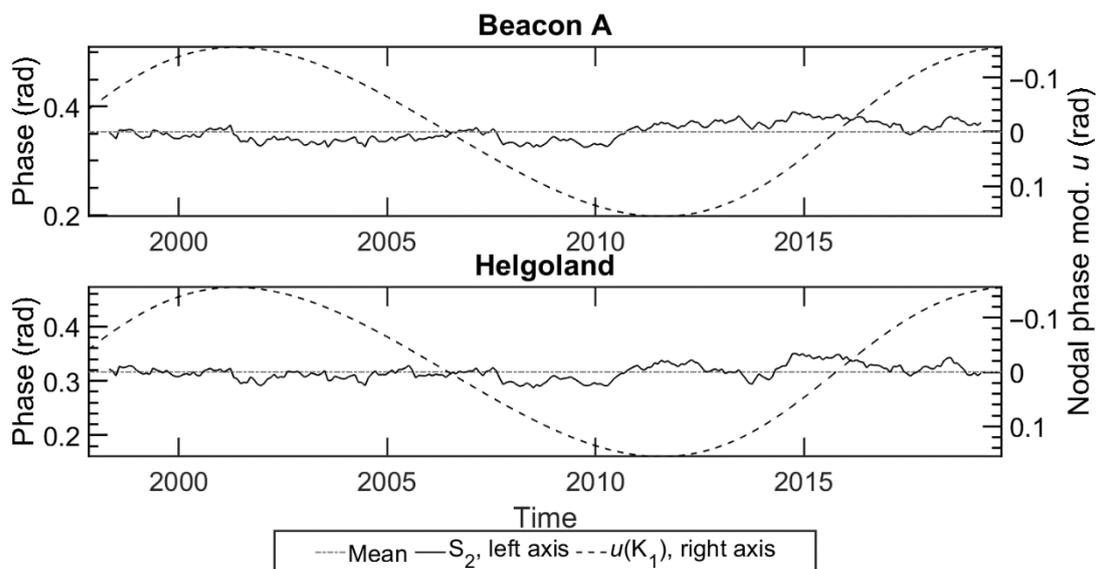


Abbildung 10: Phase auf der S_2 -Frequenz, ermittelt für 365,25 d-Intervalle, verschoben um 29,5 d, dargestellt zusammen mit der nodalen Phasenkorrektur u der K_1 ($u(K_1) = u(KP_2)$). (Hein et al. 2021)

Es wurden zwei HAMELS-Analysen für einen ganzen Nodalzyklus von 18,613 Jahren durchgeführt, eine mit aktivierter f - und u -Korrektur und eine mit nur aktivierter f -Korrektur (Hierbei ist das Rayleigh-kriterium nicht mehr erfüllt, die Singularität der Funktionen wird in der multiplen Regression der HAMELS jedoch nicht verletzt, da die f -Faktoren unterschiedlich sind). Die Analysen mit beiden Korrekturen ergeben KP_2 zu S_2 Amplitudenverhältnisse von 42:325 mm (11,4 % KP_2) an der Bake A und 35:257 mm (12 % KP_2) am Pegel Helgoland. Wird nur die Amplitudenkorrektur aktiviert, beträgt das Verhältnis von KP_2 zu S_2 146:236 mm (38 % KP_2) an der Bake A und am Pegel Helgoland 104:193 mm (35 % KP_2). Der letztgenannte Fall mit nur aktivierter Amplitudenkorrektur stimmt besser mit den beobachteten 33 % der K_1 -Modulation überein. Darüber hinaus zeigen Fast-Fourier-Transformationen der Residuen, dass eine künstliche Satellitentide bei der

Frequenz S_2 plus N ($2 + 0,0001$ cpd) erzeugt wird, wenn auch die Phasenkorrektur aktiviert ist, während die Analyse nur mit der nodalen Amplitudenkorrektur die Energie in diesem Frequenzband vollständig erklären kann. Diese Ergebnisse zeigen weiter, dass nicht nur im Ästuar und an der Küste Flachwasserverbundtiden erzeugt werden, sondern auch in der Deutschen Bucht, wo die Wassertiefen größer sind und bis zu 56 m erreichen.

Einen alternativen Erklärungsansatz für die Amplitudenvariation der solaren S_2 im Verlauf des Nodalzyklus liefern Feng et al. (2015), der auch von Hagen et al. (2021) in ihren Untersuchungen der nodalen Tidemodulation in der Nordsee übernommen wurde: In diesem Ansatz wird die Modulation der S_2 Amplitude durch die Interferenz mit der M_2 erklärt. Aufgrund nichtlinearer Flachwassermechanismen wird Energie von den interagierenden Hauptpartialtiden M_2 und S_2 zu deren höherfrequenten Flachwasserverbundtiden MS_4 und $2MS_6$ transferiert. Wenn aufgrund der nodalen Amplitudenmodulation die M_2 -Amplitude um theoretisch bis zu 3,7 % erhöht ist, ist auch der gemeinsame Energietransfer zu den Flachwasserpartialtiden erhöht, und die S_2 verliert somit mehr Energie und die Amplituden sind verringert. Die S_2 Amplitudenvariation ist also gegenläufig der der M_2 , was auch die hier untersuchten Daten zeigen. Da aber auch die nodale Amplitudenmodulation der hier als Ursache angenommenen KP_2 (bzw. der zugrundeliegende K_1) gegenläufig zur Amplitudenmodulation der M_2 ist, kann hierüber nicht ausgemacht werden, welche Hypothese zutrifft. Da beide Ansätze physikalisch herleitbar (Parker 2007; Feng et al. 2015) und plausibel sind, ist anzunehmen, dass beide Ursachen anteilig für die S_2 Amplitudenmodulation verantwortlich sind.

Da die Hauptpartialtiden ihre Frequenzen im flachen Wasser mit Verbundtiden teilen, könnte die Quelle der Unterschiede in der Amplifizierung im Ästuar auch in den Verbundtiden liegen. Wir bleiben beim Beispiel der S_2 und KP_2 . Die KP_2 resultiert aus einer nichtlinearen Energieübertragung von den ganztägigen Gezeiten K_1 und P_1 und könnte daher eine Form der partiellen Clapotis haben, die weniger der typischen halbtägigen Form entspricht mit ihrer hohen Amplifizierung am Reflektor, sondern mehr der ganztägigen Kurvenform ähnelt. Ein möglicher Grund für die geringere Verstärkung der gemeinsamen S_2 und KP_2 Frequenz im Vergleich zur M_2 und KO_2 Frequenz könnte also der beobachtete höhere Energieanteil der KP_2 11,4 % im Vergleich zum KO_2 Anteil von 8 % sein (berechnet für Bake A mit aktivierter f und u Korrektur). Wenn sowohl die Amplituden- als auch die Phasenkorrekturen aktiviert sind, könnte man einen abnehmenden Trend der KP_2 stromaufwärts der Elbmündung interpretieren, aber die Amplifizierung folgt der Form einer halbtägigen Tide mit ihren beiden Schwingungsbäuchen und die Amplifikation am Pegel STP ist sogar höher als die der S_2 (Abbildung 11). Man beachte, dass S_2 und KP_2 nicht in Phase sind, aber die Differenz beträgt nur $43,26^\circ$ bei Elbe-km 620, wo die KP_2 -Amplitude maximal ist, so dass die Interferenz konstruktiv ist. Berücksichtigt man nur die nodale Amplitudenmodulation der KP_2 , so zeigt die KP_2 -Amplitude entlang des Ästuars eine deutliche Abnahme (Abbildung 12). Die S_2 -Amplitude wird am Reflektor deutlich stärker amplifiziert. Folglich könnten diese Ergebnisse zumindest einen Teil der geringeren S_2 -Amplitudenverstärkung im Vergleich zu M_2 erklären, wenn die Flachwasserverbundtiden auf den beiden Frequenzen nicht berücksichtigt werden. Dass die Amplitude auf der gemeinsamen S_2 - und KP_2 -Frequenz teilweise durch den KP_2 -Nodalfaktor moduliert wird, aber keine KP_2 -Phasenmodulation erfolgt, ist zumindest teils dadurch zu erklären, dass besonders in Randgewässern die Phasen der Partialtiden nicht rein astronomisch bestimmt sind und von der theoretischen Equilibrium Tide abweichen.

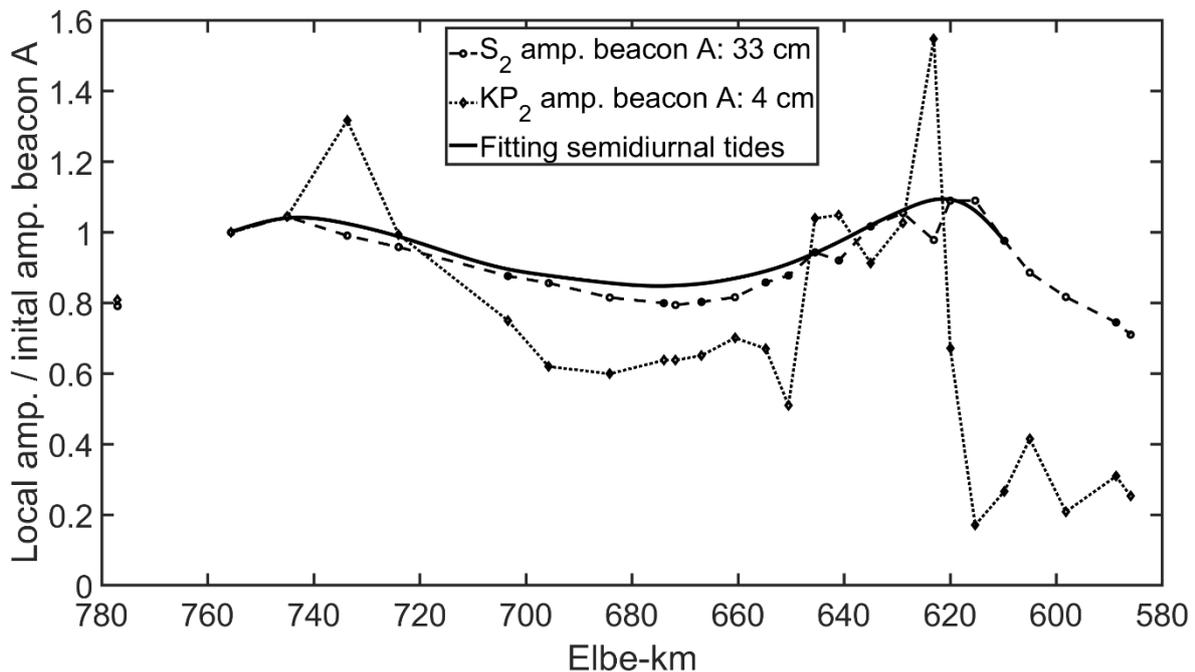


Abbildung 11: Die Partialtide S_2 und die Flachwasserverbundtide KP_2 , bei berücksichtigter nodaler Amplitudenkorrektur f und Phasenkorrektur u . Die Ausgleichskurve umfasst die Amplituden von M_2 , S_2 und N_2 einer HAMELS-Analyse des gleichen Datensatzes ohne Berücksichtigung der Verbundtiden. Quelle: Hein et al. (2021)

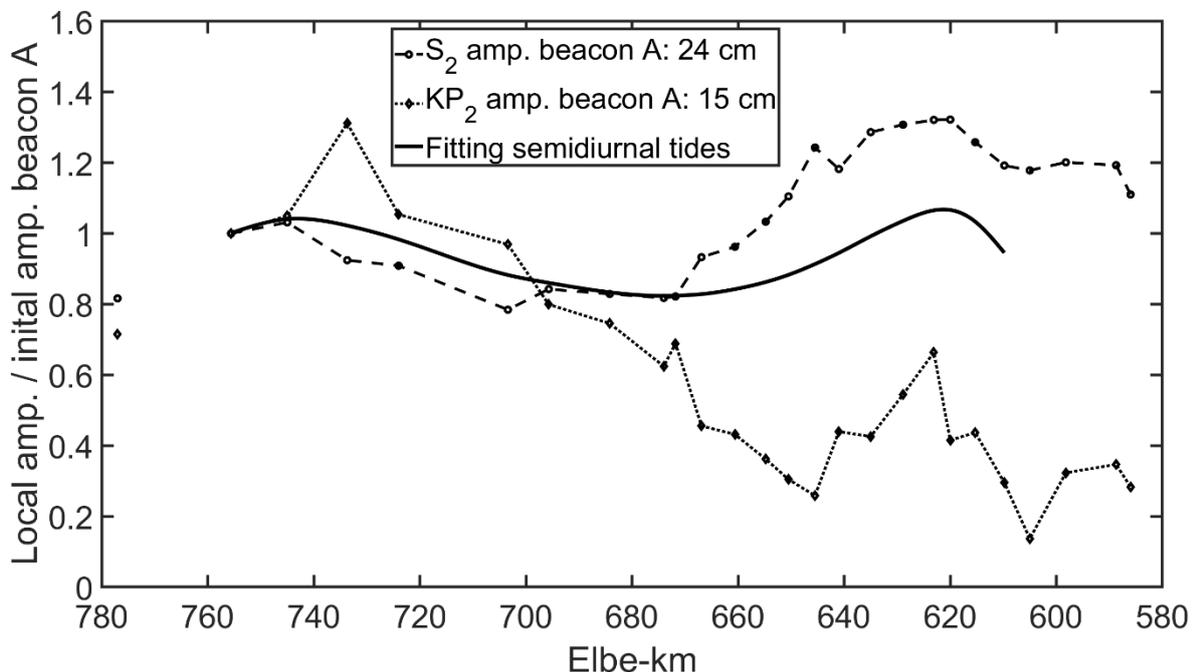


Abbildung 12: Die Partialtide S_2 und die Flachwasserverbundtide KP_2 , bei nur berücksichtigter nodaler Amplitudenkorrektur f ohne Phasenkorrektur u . Die Ausgleichskurve umfasst die Amplituden von M_2 , S_2 und N_2 einer HAMELS-Analyse des gleichen Datensatzes ohne Berücksichtigung der Verbundtiden. (Hein et al. 2021)

4.2.1.3 Entwicklung der dominierenden M_2 -Partialtide

Die lunare Hauptpartialtide M_2 ist die dominierende Partialtide in der Nordsee und ihren Randgewässern. Die Entwicklung der partiellen Clapotis der M_2 über die gewässerkundlichen Jahre (auch hydrologisches Jahr genannt, beginnend am 01.11. des Vorjahres bis zum 31.10.) 2000 bis 2018 ist in Abbildung 13 dargestellt. Übersichtshalber

sind die Jahre 2000 bis 2013 anhand der Spannweite und dem Mittelwert der normierten Amplitude dargestellt. Während die Amplitude im Mündungsgebiet bei Pegel Bake A über die Jahre nur leicht zwischen 135 cm und 139 cm variierte nahmen die relativen Amplituden stromauf des Schwingungsknotens signifikant zu: Am Pegel Harburg nahm die Amplifizierung von ca. 1,13 in den frühen 2000ern auf eine maximale Amplifizierung von 1,26 im Jahr 2017 zu. Die nicht gezeigte Variation der M_2 -Amplifizierung im Hamburger Hafengebiet über die Jahre 2000 bis 2013 ist geringer als in den folgenden Jahren, zeigen aber ebenfalls eine fluktuierende Zunahme der Amplifizierung im Verhältnis zum Pegel Bake A von 1,13 auf 1,17. Mit der steigenden Amplifizierung der M_2 oberhalb des Schwingungsknotens deutet sich auch eine seewärtige Migration des Knotens an. Dies weist auf eine Annäherung an das Quarter-Wavelength Kriterium und somit eine Zunahme der latenten Resonanz hin (siehe Kapitel 2.2.2). Diesbezüglich weiterführende Untersuchungen erfolgen im Kapitel 4.4.3.

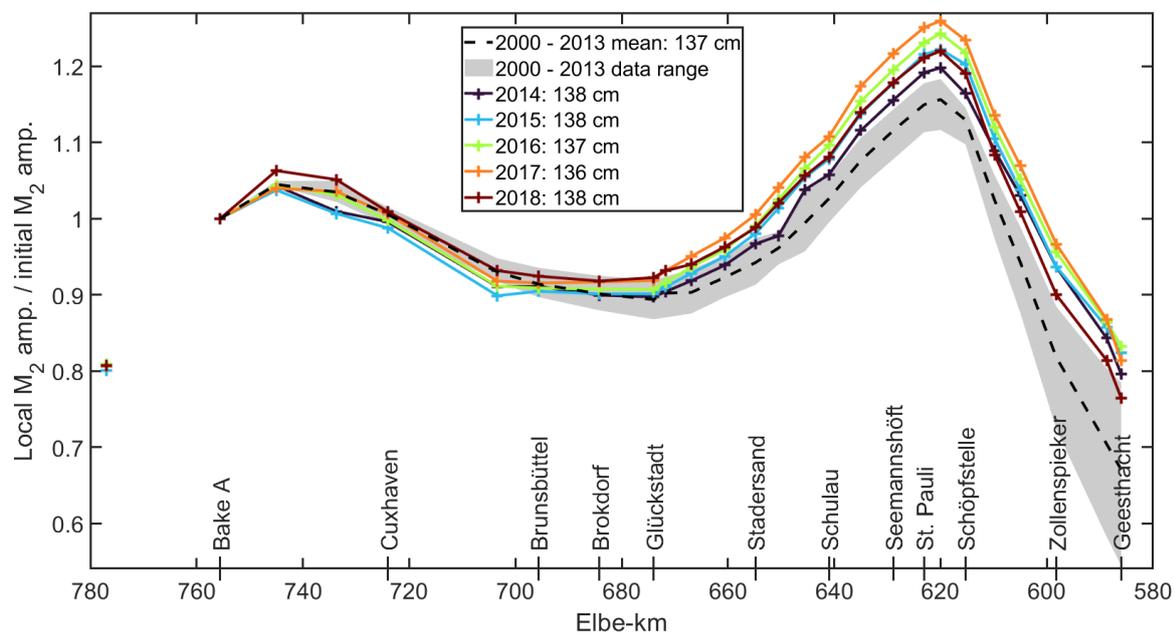


Abbildung 13: Auf Pegel Bake A normierte M_2 -Amplituden der gewässerkundlichen Jahre. Die Zentimeterangabe in der Legende gibt die Amplitudenhöhe am Pegel Bake A an. Isolierte Punktwerte zeigen den Pegel Helgoland in der Deutschen Bucht.

4.2.2 Halbmonatliche Ruhewasserspiegelvariationen

Untersuchungen der halbmonatlichen MS_f -Partialtide mit der Frequenz des Spring-Nipp-Zyklus von 14,77 cpd über den Untersuchungszeitraum von 18,613 Jahren beginnend am 01.01.2000 12:00:00 UTC ergeben eine Amplifizierung im Elbeästuar von über Faktor 17 im Verhältnis zur Mündung bei Bake A (Abbildung 14). Der Anstieg der Amplitude ist über das Ästuar nicht kontinuierlich, sondern teilt sich auf zwei Bereiche auf. Von der Mündung bis Brokdorf nimmt die Amplitude stark zu und steigt auf einer Strecke von fast 100 km von 5 mm auf das ca. Zehnfache von 50 mm an. Zwischen den Teilreflektoren bei St. Pauli bzw. Harburg und Zollenspieker nimmt die Amplifizierung weiter stark zu.

Die hier beobachteten empirischen Ergebnisse mit der zunehmenden und anschließend im Bereich vor den Reflektoren konstanten MS_f -Amplitude stimmen überein mit analytische Modellanalysen von Garel et al. (2021), welche diese Form mit der Reflexion am Reflektor begründen.

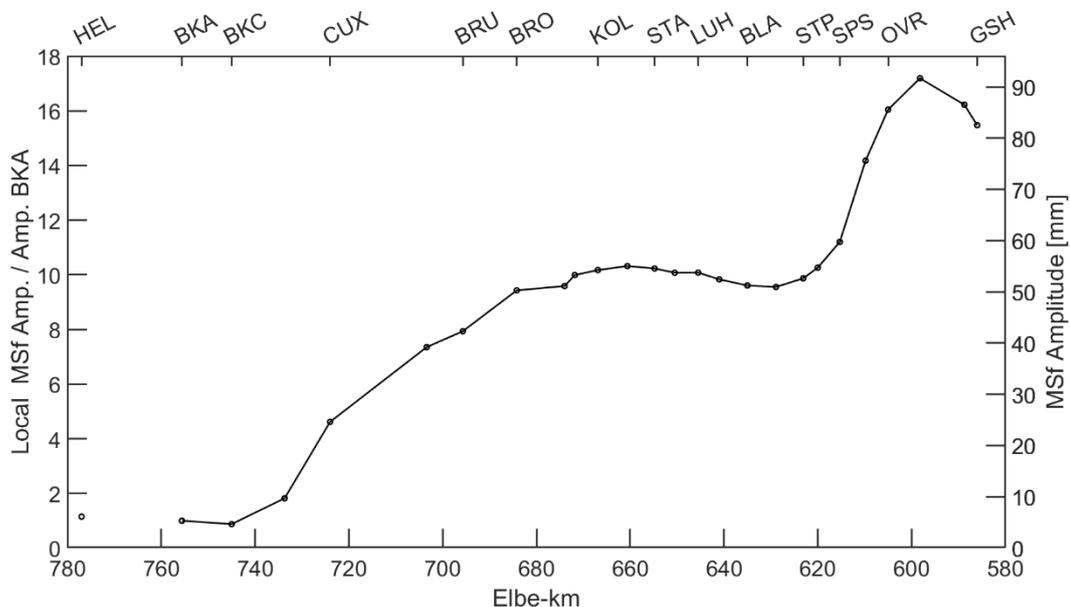


Abbildung 14: Abgebildet sind die über einen gesamten Nodalzyklus ermittelten auf Helgoland Bake A im Mündungsbereich normierten MSf-Amplituden entlang der Tideelbe und Helgoland. Zur Orientierung wurden folgende Pegelstandorte markiert: HEL – Helgoland, BKA - Bake A, CUX - Cuxhaven, BRU - Brunsbüttel, BRO – Brokdorf, KOL – Kollmar, STA – Stadersand, LUH - Lühort, BLA – Blankenese, STP - St. Pauli, SPS – Schöpfstelle, OVR – Over, GSH - Geesthacht.

Die Maxima / Minima der detektierten MSf überlagern sich im Ästuar zeitlich mit den Springtiden / Nipptiden, resultierend aus der M_2 plus S_2 Interferenz (Abbildung 15).

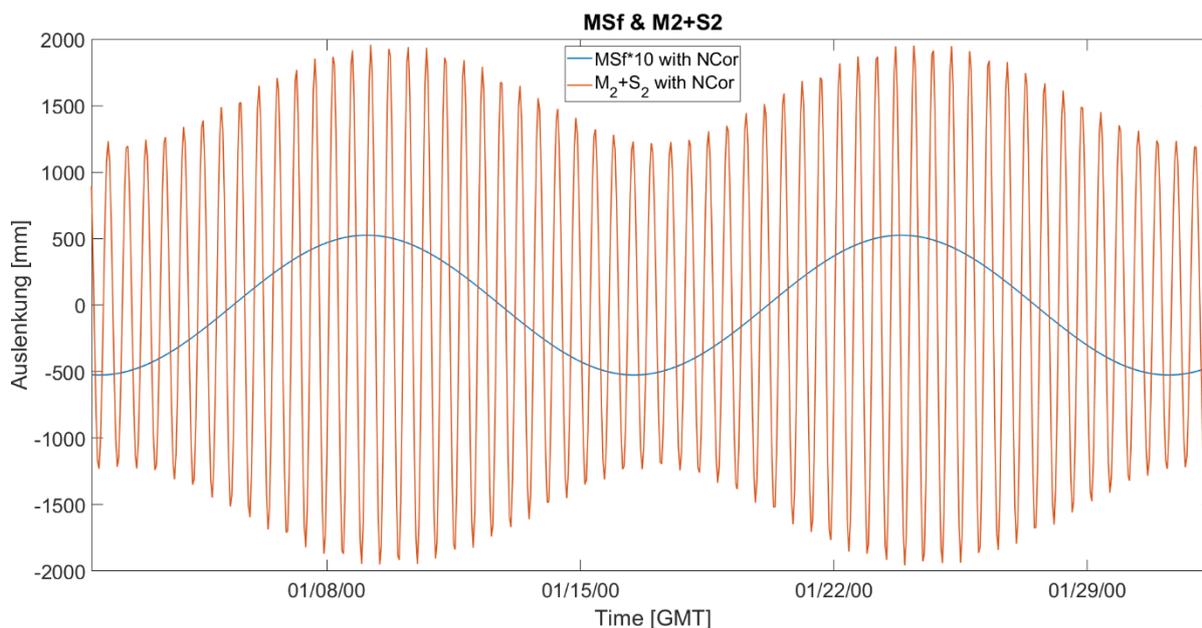


Abbildung 15: Auslenkung der additiven Überlagerung der rekonstruierten Ganglinien der Partialtiden M_2 und S_2 sowie die detektierte MSf am Pegel St. Pauli. Die Amplitude der MSf ist mit Faktor 10 überhöht dargestellt.

Auch aufgrund der detektierten hohen Amplifizierung im Ästuar ist anzunehmen, dass die hohen Amplituden auf der MSf-Frequenz im Ästuar nicht aus dem geringen astronomisch bedingten Gezeitenpotential resultieren, sondern ihre Energie aus der Interferenz der S_2

und M_2 beziehen, wobei deren Schwebungsfrequenz der der MS_f entspricht. Die MS_f -Amplitude am Pegel Helgoland in der Deutschen Bucht beträgt lediglich 6 mm. Zudem weicht die Phase der am Pegel Helgoland in der Deutschen Bucht detektierten MS_f 77° von der im Ästuar detektierten Phase auf der Frequenz ab. Innerhalb des Ästuars sind die Phasen der MS_f -Frequenz über die Pegel stabil. Diese beobachteten Differenzen in Amplitude und Phase zwischen dem angrenzenden Meer und dem Ästuar ist konform zu den Beobachtungen der Studie über nichtlineare Ausbreitung von Gezeiten in flachen ästuarinen Systemen von Aubrey und Speer (1985), die ebenfalls zu dem Schluss kommen, dass es sich bei der im Ästuar detektierten MS_f um die aus S_2 und M_2 generierte Flachwassertide handelt.

Die über das Ästuar bis auf 9 cm anwachsende Amplitude zeigt eine Ruhewasserspiegelvariation im Spring-Nipp Zyklus von 14,77 Tagen an, mit erhöhten Ruhewasserspiegeln stromauf des Ästuars während der Springtiden und verringerten Ruhewasserspiegeln während Nipptiden. Dieses Phänomen wurde auch schon in anderen Ästuaren beobachtet (Aubrey und Speer 1985; Buschman et al. 2009; Jay et al. 2014; Garel et al. 2021). Ursächlich ist die Reibungsasymmetrien zwischen Spring- und Nipptiden aufgrund der Veränderung der Gezeiteninduzierten Strömungsgeschwindigkeiten zwischen Spring- und Nipptiden (LeBlond 1979) und der nichtlinearen Tiefenabhängigkeit der Reibung von der Wassertiefe, die das Gleichgewicht zwischen Ebbe- und Flutabflüssen bei Springtiden stärker beeinflusst als bei Nipptiden (Garel et al. 2021). Verstärkend wirken auf die periodischen Ruhewasserspiegelvariationen durch die MS_f zum einen der Oberwasserzufluss und zum anderen die Reflexion. Die durch den Oberwasserzufluss verursachte Strömung erhöht die nichtlineare quadratische Reibung, die auf die Gezeitenwellen wirken. Die Asymmetrie zwischen Flut und Ebbstrom verstärkt sich, und somit auch der Wassermassentransport stromauf des Ästuars. Giese und Jay (1989) und Buschman et al. (2010) betrachten daher die MS_f als repräsentativ für die Gezeiten-Abfluss Interaktion.

Garel et al. (2021) führen an, dass allgemein solch Ruhewasserspiegelvariationen in Ästuaren für die Navigation bedeutend sein können und unterschiedliche Überflutungszeiten der intertidalen Flächen über den Spring-Nipp Zyklus zur Folge haben, was Auswirkungen auf das Ökosystem haben kann. Eine Reduzierung der MS_f -Amplitude und somit der zeitlichen Variation des Ruhewasserspiegelgradienten über den Spring-Nipp Zyklus kann laut Garel et al. (2021) durch eine Vertiefung als auch durch eine Verkürzung des Systems erreicht werden. Die MS_f -Amplitude im Elbeästuar beträgt jedoch nur bis zu 9 cm und die Ruhewasserspiegelvariation über einen Spring-Nipp Zyklus in der oberen Tideelbe somit nur 18 cm. Da die genannten Gegenmaßnahmen zugleich auch die Eigenfrequenz des Systems den halbtägigen Erregerfrequenzen annähern und somit die Tidehübe im Hamburger Hafengebiet aufgrund zunehmender latenter Resonanz erhöhen würden (siehe Kapitel 2.2.2), wären die Negativfolgen voraussichtlich überwiegend.

4.2.3 Analyse der Strömungsgeschwindigkeiten

Im Zuge des Projekts wurden auch Spektralanalysen der Strömungsgeschwindigkeiten durchgeführt und Rückschlüsse auf die Tidedynamik in der Tideelbe erarbeitet. Voruntersuchungen zeigten, dass die Ganglinien der Strömungsgeschwindigkeiten in der Tideelbe ein unterschiedlichen Kurvenverlauf im Vergleich zu den Wasserstandsganglinien mit einem höheren Maß der Asymmetrie aufweisen (Abbildung 16). In diesem Zusammenhang wurden die Gezeitenwellenspektren der Strömungs- und

Wasserstandsganglinien verglichen und der Einfluss des Oberwasserzuflusses auf die Harmonischen M_4 und M_6 der M_2 untersucht.

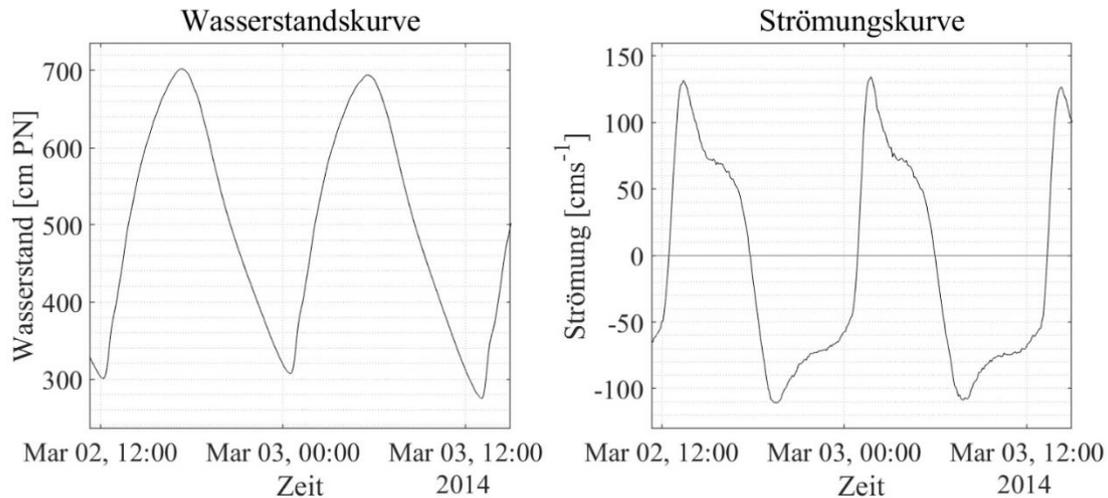


Abbildung 16: Vergleich der Wasserstands- und Strömungsganglinie bei Pegel Seemannshöft und DS Teufelsbrück. Quelle: Michalzik (2020)

Die harmonischen Analysen mittels FFT zeigen die Unterschiede der Wellenspektren (Abbildung 17), welche auf die Amplitude der dominierenden M_2 -Partialtide normiert wurden: Die Wasserstandsspektren haben wesentlich höhere Amplitudenanteile im Langzeitfrequenzbereich <1 cpd als die der Strömungsgeschwindigkeiten. Zum einen liegt bei den Wasserstandsspektren mehr Energie auf astronomisch bedingten Partialtiden wie beispielsweise der MS_f (0,067 cpd), zum anderen zeigt sich hier ein größeres Rauschen: Die Wasserstände sind stärker beeinflusst durch Einflussfaktoren, die größtenteils meteorologischer Natur sind. Innerhalb der halbtägigen Partialtidengruppe ist die relative Amplitudenverteilung sehr ähnlich. Im höherfrequenten Bereich zeigen die Strömungsgeschwindigkeiten hingegen wesentlich größere Amplitudenanteile. Besonders die sechstel-, achtel- und zehntel-tägigen Partialtidengruppen aber auch die vierteltägigen Partialtiden weisen bei den Strömungsgeschwindigkeiten größere normierte Amplituden auf. Auch im noch höherfrequenten Bereich treten messbare Amplituden bei den Strömungsgeschwindigkeitsspektren um die Harmonischen der M_2 auf, diese nehmen aber mit steigender Frequenz ab. Der größere Energieanteil auf höheren Frequenzen begründet sich in der größeren Nichtlinearität der Ganglinien der Strömungsgeschwindigkeiten bzw. vice versa. Der Anteil an Energie auf höheren Frequenzen nimmt stromauf der Tideelbe gemeinsam mit der Asymmetrie der gezeitenerzeugten Strömungsganglinien zu, so steigt beispielsweise die M_6 -Amplitude von ca. 10 % der M_2 -Amplitude bei Messtation D1 (Elbe-km 643) auf 17 % bei Teufelsbrück (Elbe-km 630,8) an.

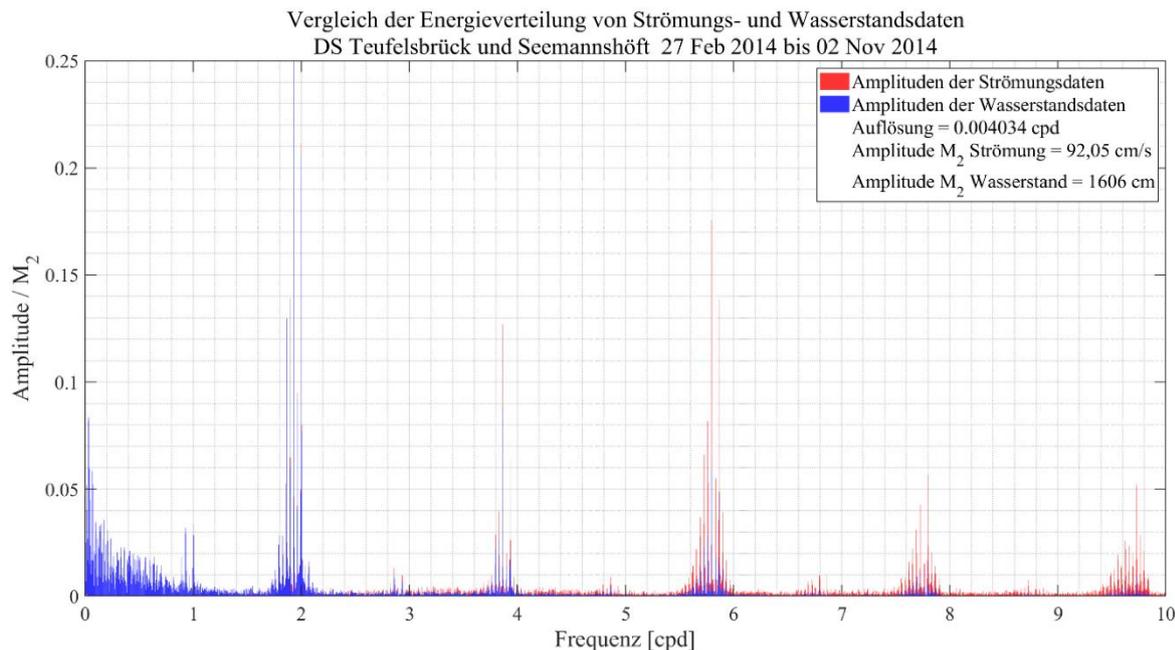


Abbildung 17: Vergleich der Wellenspektren der Strömungsdaten von Messstation DS Teufelsbrück und der Wasserstandsdaten von Pegel Seemannshöft. Die Amplituden sind auf die jeweils größte Amplitude der M_2 -Partialtide normiert. Quelle: Michalzik (2020)

In der Strömungsgeschwindigkeitganglinie zeigt sich die Nichtlinearität auch in Form einer Berme im ansteigenden Ast, welche sich zunehmend stärker ausprägt von D4 bei Elbe-km 676,5 (Abbildung 18) stromauf nach Teufelsbrück bei Elbe-km 630,8 (Abbildung 19). Mit ursächlich ist hier auch eine örtliche Veränderung der Phasendifferenz zwischen M_2 und M_6 . Während bei D4 sich das Maximum der M_6 noch annähernd mit dem Minimum der M_2 überlagert, nimmt die Phasendifferenz dieser beiden Extrema zu, wodurch das Maximum der M_6 vom Bereich des Minimums der M_2 in den ansteigenden Ast der M_2 im Bereich der Berme verlagert. Die Amplitude der M_4 nimmt ebenfalls stromauf der Tideelbe zu, zusammen mit dem Oberwassereinfluss auf die Tidewelle.

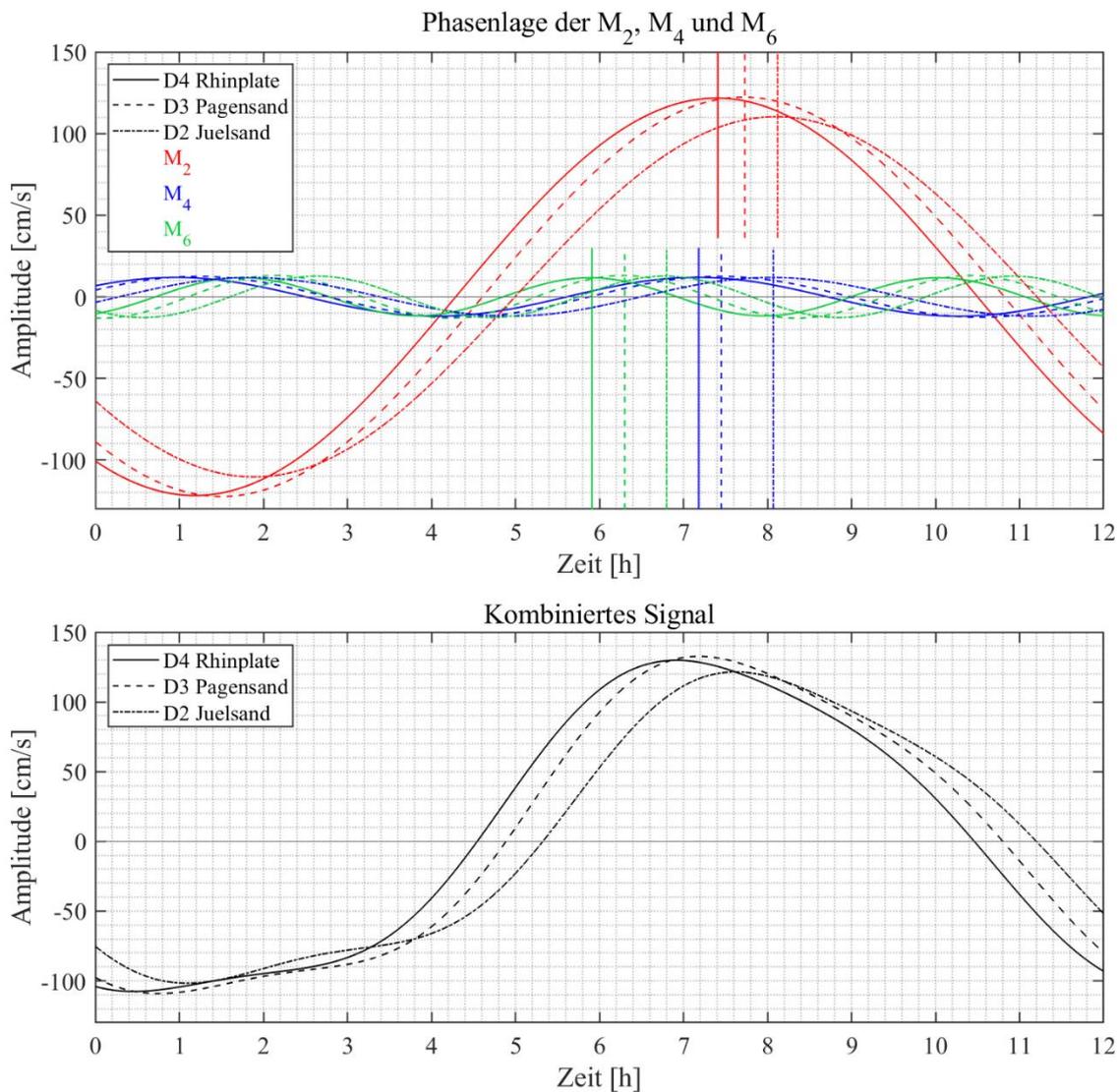


Abbildung 18: Vergleich der Phasenlagen und des resultierenden Gesamtsignals der M_2 und ihrer ersten zwei Obertiden M_4 und M_6 an den Standorten D4 (Elbe-km 676,46), D3 (Elbe-km 664,67) und D2 (Elbe-km 651,32).
 Quelle: Michalzik (2020)

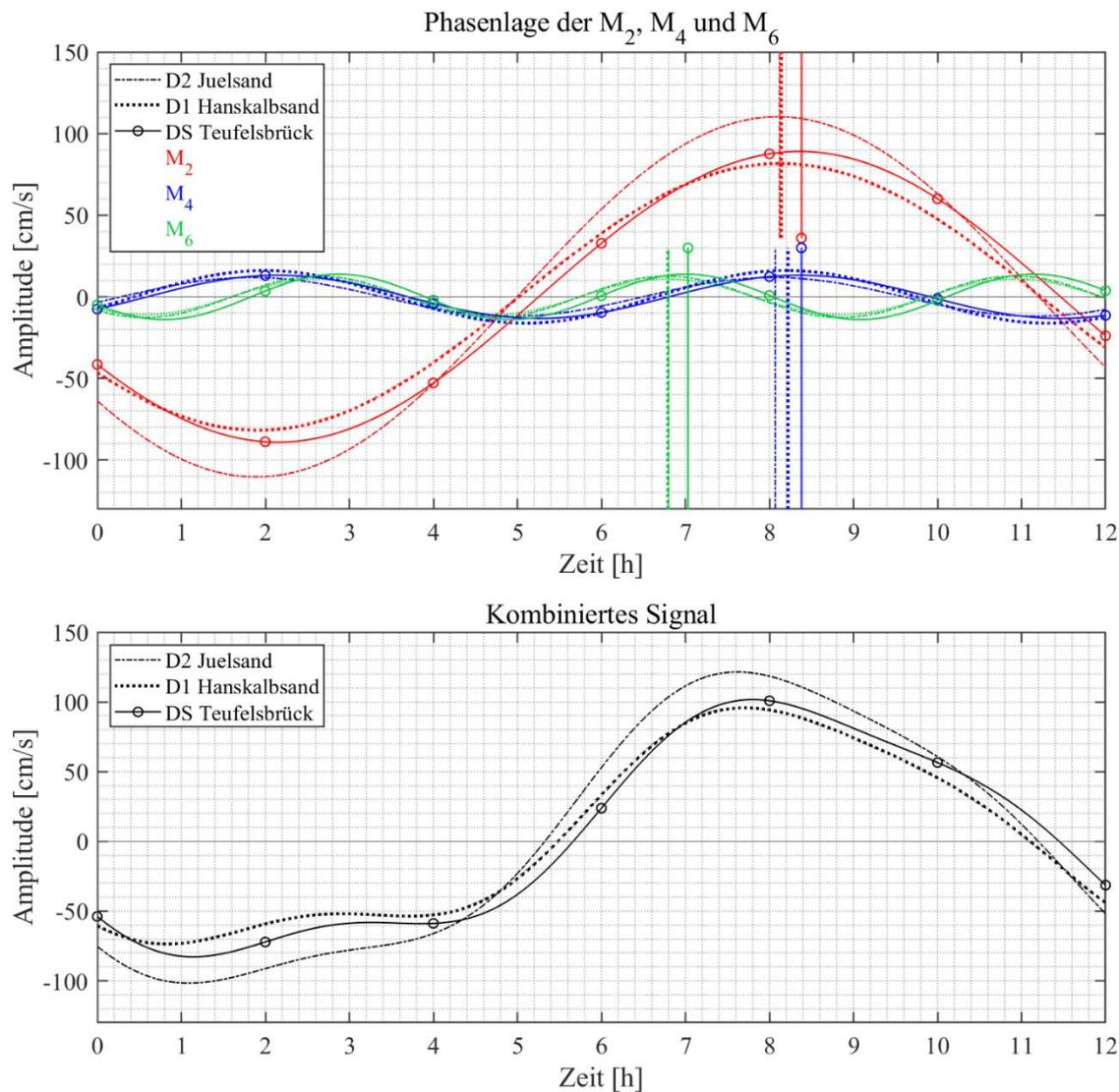


Abbildung 19: Vergleich der Phasenlagen und des resultierenden Gesamtsignals der M_2 und ihrer ersten zwei Obertiden M_4 und M_6 an den Standorten D2 (Elbe-km 651,32), D1 (Elbe-km 643,0) und Teufelsbrück (Elbe-km 630,8). Quelle: Michalzik (2020)

Der Einfluss des Oberwasserzuflusses in die Tideelbe auf die Strömungsgeschwindigkeiten wurde unter Berücksichtigung der kürzeren analysierten Zeitabschnitte und des Rayleigh-Kriteriums (siehe Kapitel 4.1.1) mit Fokus auf der M_2 -Partialtide und deren Harmonischen M_4 und M_6 untersucht. Hierfür wurden sechs Größenklassen des Oberwasserzuflusses, gemessen bei Neu Darchau (Elbe-km 536,4), von 0 bis $>3000 \text{ m}^3/\text{s}$ in $500 \text{ m}^3/\text{s}$ Schritten definiert und die Zeiträume entsprechend gruppiert. Die berechneten absoluten Amplituden sind in Abbildung 20 dargestellt. Die auf die M_2 normierten Amplituden samt linearer Regressionsgerade sind in Abbildung 21 dargestellt. Die M_4 -Amplitude nimmt mit zunehmendem Oberwasserzufluss stark zu: die relative Amplitude verdoppelt sich von der geringsten zur höchsten Oberwasserzuflussklasse. Dies ist zurückzuführen auf die Verkürzung und Verlangsamung des Flutstroms sowie der Verlängerung und Beschleunigung des Ebbstroms bei erhöhten Oberwasserverhältnissen (Parker 2007). Die oberwasserzuflussabhängige Zunahme der M_4 -Amplitude nimmt stromauf der Tideelbe von D4 bei Rhinplate zur Dauerströmungsmessanlage bei Teufelsbrück zu (Abbildung 22). Der

Oberwassereinfluss nimmt mit Nähe zum Wehr zu. Dies wiederum begründet sich in der Konvergenz und der abnehmenden Wassertiefe über die Tideelbe hin zum Wehr. Die M_6 hingegen zeigt meist eine negative Korrelation. Lediglich bei der Messstation Rhinplate (hier nicht gezeigt) weist die M_6 eine leicht steigende Amplitude mit zunehmendem Oberwasserstrom auf.

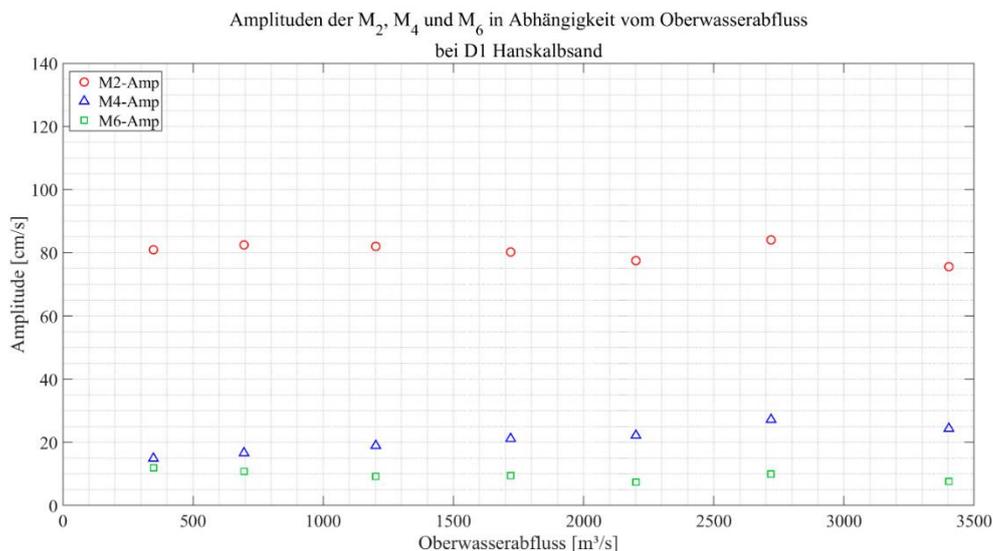


Abbildung 20: Amplituden der M_2 , M_4 und M_6 in Abhängigkeit des Oberwasserzuflusses bei D1 Hanskalbsand. Die Abszissen entsprechen dem arithmetischen Mittelwert des Oberwasserzuflusses der jeweiligen Größenklasse. Quelle: Michalzik (2020)

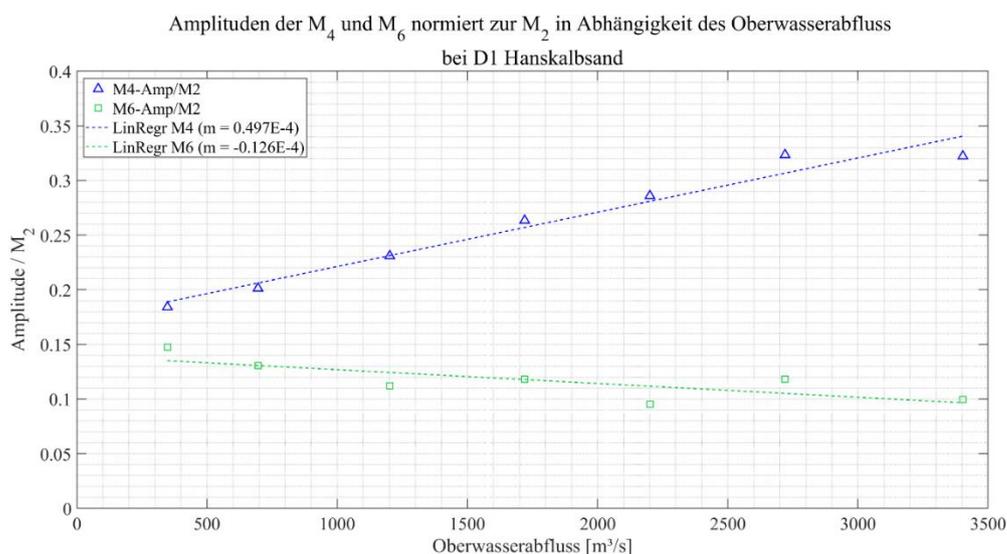


Abbildung 21: Auf die M_2 -Amplitude normierten Amplituden der M_4 und M_6 in Abhängigkeit des Oberwasserzuflusses bei D1 Hanskalbsand. Die Abszissen entsprechen dem arithmetischen Mittelwert des Oberwasserzuflusses der jeweiligen Größenklasse. Quelle: Michalzik (2020)

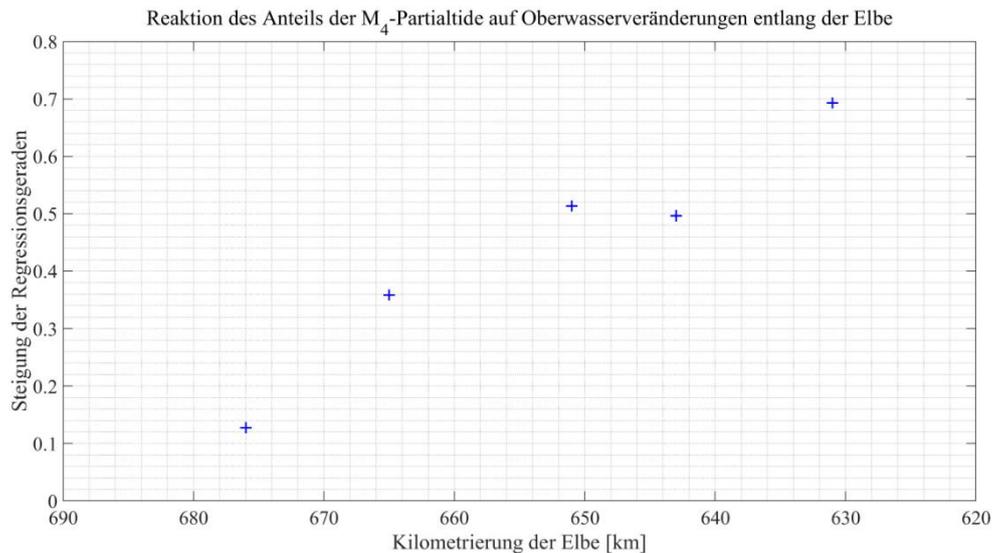


Abbildung 22: Reaktion des Anteils der M_4 -Partialtide auf Oberwasseränderungen entlang der Elbe. Die Abszissen entsprechen dem arithmetischen Mittelwert des Oberwasserzuflusses der jeweiligen Größenklasse. Quelle: Michalzik (2020)

4.3 Einflussfaktoren auf das Schwingungssystem

Im Rahmen des Projekts wurden die Einflüsse der Faktoren ins Ästuar eingehender Tidehub, Oberwasserzufluss, Tidemittelwasser, Wasservolumen und die Sohlmorphologie anhand eines Sohlrauheitsindikators auf die Gezeitenschwingung im Elbeästuar untersucht. Hierbei wurden primär Amplifizierungsmaße also auf äußere Pegel normierte Werte statt absoluter Amplituden- bzw. Tidehubwerte betrachtet. Hierdurch werden bei der differenzierten Analyse der einzelnen Faktoren die Einflüsse weiterer gleichzeitig wirkender Faktoren, wie die Variation einlaufender Tidehübe, auf die Ergebnisse verringert. Die durchgeführten Korrelationstests zur qualitativen Abschätzung der Abhängigkeiten erfolgten nach Pearson. Als Signifikanzlevel wird ein α -Wert von 0,05 verwendet, ist der p-Wert niedriger, ist die detektierte Korrelation als signifikant anzunehmen. Das Bestimmtheitsmaß R^2 gibt an, wie viel Streuung in den Werten durch das lineare Regressionsmodell des Korrelationstests erklärt werden kann. Bei der Interpretation der Größe der Bestimmtheitsmaße muss berücksichtigt werden, dass die simultan wirkenden und auch interagierenden Einflüsse trotz Normierung nicht gänzlich separiert betrachtet werden können. Ein Bestimmtheitsmaß nahe 100 % für einen einzelnen Einflussfaktor ist demnach schon phänomenologisch unwahrscheinlich.

4.3.1 Eingehender Tidehub

Die Amplifizierung der Gezeitenwellen innerhalb der Tideelbe ist maßgeblich geprägt durch die Höhe des eingehenden Tidehubs. Die im Rahmen des KFKI-Projekts ALADYN (Jensen et al. 2020) ausgemachte Zunahme des Tidehubs in der deutschen Bucht gab Anlass die Abhängigkeit der Amplifizierung vom initialen Tidehub zu untersuchen. Die Ergebnisse zeigen, dass das Maß der Amplifizierung zwischen den äußeren Tidehüben bei Helgoland bzw. Cuxhaven und den maximalen Tidehüben in der Tideelbe bei Harburg mit zunehmendem Tidehub der einlaufenden Gezeitenwelle exponentiell abnimmt (Abbildung 23 und Abbildung 24).

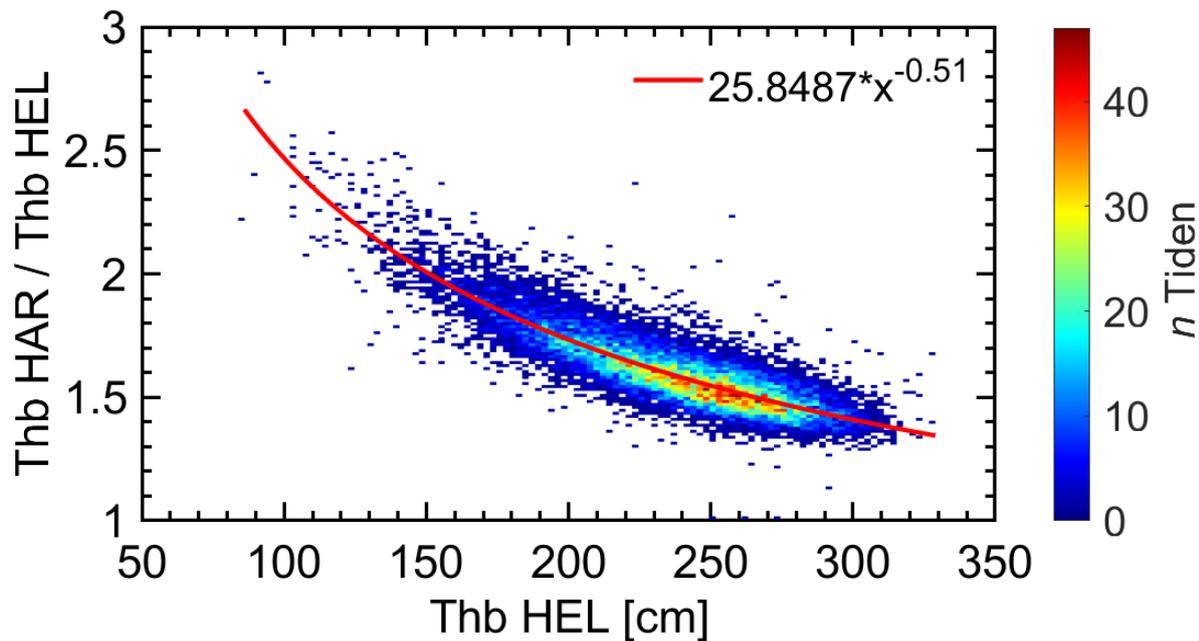


Abbildung 23: Beziehung zwischen der Amplifizierung des Tidehubs im Hamburger Hafen am Pegel Harburg und dem Offshore-Pegel bei Helgoland in der Deutschen Bucht aufgetragen gegen den Tidehub der jeweiligen Tide bei Helgoland. Zeitraum: gewässerkundlichen Jahre 1998 bis 2021.

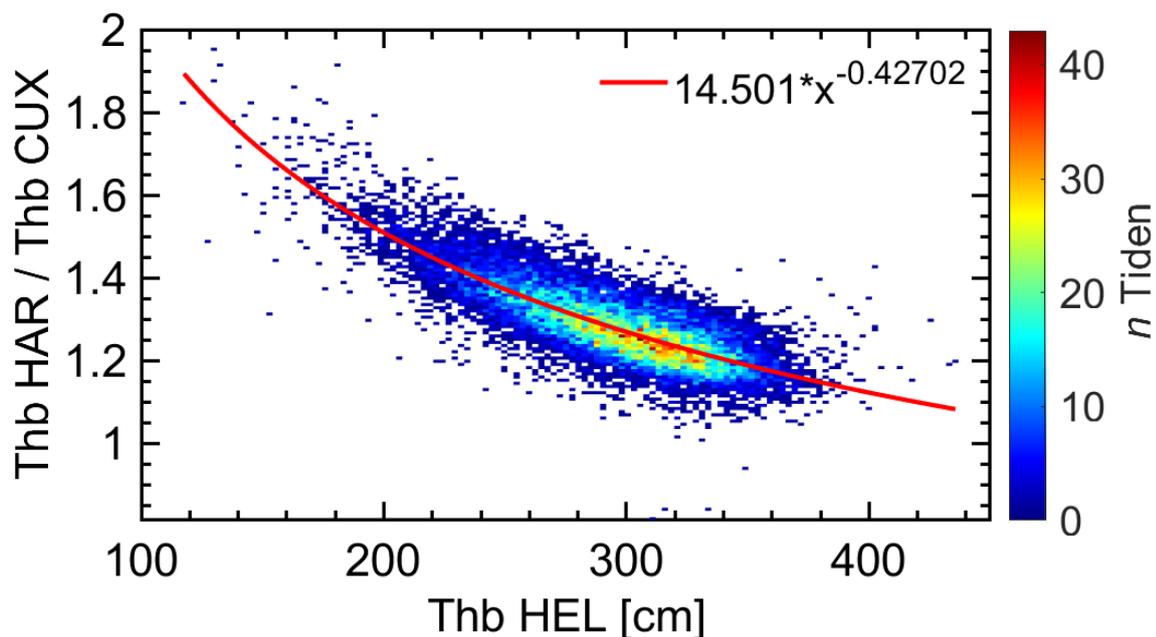


Abbildung 24: Beziehung zwischen der Amplifizierung des Tidehubs im Hamburger Hafen am Pegel Harburg und dem HPA-eigenen Pegel bei Cuxhaven im Mündungsgebiet aufgetragen gegen den Tidehub der jeweiligen Tide bei Cuxhaven. Zeitraum: gewässerkundlichen Jahre 1998 bis 2021.

Ursächlich für die negative Abhängigkeit ist zum Teil der Reibungseinfluss, da aus größeren Tidehüben größere Strömungsgeschwindigkeiten im Ästuar resultieren, die mit einer höheren Dissipation einhergehen (Gesetz der quadratischen Reibung in Gleichung (4.23), mit Schubspannung τ , Wasserdichte ρ , Reibungskoeffizient C_f und der Geschwindigkeit an der Sohle u) (Hsiao und Shemdin 1978).

$$\vec{\tau} = \rho C_f |\vec{u}| \vec{u} \quad (4.23)$$

Eine Berechnung der Tidehübe, die sich aus der Interferenz, der den Spring-Nipp-Zyklus verursachenden Haupttiden M_2 und S_2 ergeben, zeigt zudem, dass auch die geringere Amplifizierung der S_2 dazu beiträgt, dass die Amplifizierung von Springtiden geringer ausfällt als die von Nipptiden (Tabelle 3). Wobei einer der Gründe der geringeren Amplifizierung der S_2 die Interferenz selbst ist, da die relative Dämpfung der kleineren Partiaaltide S_2 größer als die der größeren Partiaaltide M_2 ist, aufgrund der größeren relativen Geschwindigkeitszunahme (Parker 2007). Als weiterer Grund ist anzuführen, dass nach Giese und Jay (1989) die stärkere Nichtlinearität der höheren Springtiden erhöhte Dissipation bewirkt und der Energietransfer von den halbtägigen Partiaaltiden auf höhere und niedrigere Frequenzen verstärkt ist.

Tabelle 3: M_2 - und S_2 -Amplituden sowie aus M_2 - und S_2 -Interferenz resultierender Spring- und Nipptidehub für die Pegel Helgoland (HEL), Bake A (BKA) und St. Pauli (STP) sowie die Amplifizierungsverhältnisse zwischen STP und den beiden anderen Pegeln. Quelle: Hein et al. (2021)

Composition	HEL [cm]	BKA [cm]	STP [cm]	STP / HEL	STP / BKA
Amp. M_2	110	137	160	1,45	1,17
Amp. S_2	29	36	37	1,28	1,03
Neap: $2 \cdot (M_2 - S_2)$	162	246	246	1,52	1,22
Spring: $2 \cdot (M_2 + S_2)$	278	394	394	1,42	1,14

Eine Untersuchung der zeitlichen Entwicklung der Amplifizierung zeigt, dass die Amplifizierung seit dem gewässerkundlichen Jahr 1998 zugenommen hat (Abbildung 25). Dies ist konform mit den im KFKI-Projekts ALADYN (Jensen et al. 2020) beobachteten abnehmenden Tidehüben am Pegel Cuxhaven und Helgoland seit den 70er bzw. 90er Jahren des letzten Jahrhunderts. Ursächlich für die zunehmende Amplifizierung sind zudem die Entwicklungen der Einflussfaktoren, die in den folgenden Kapiteln geschildert werden.

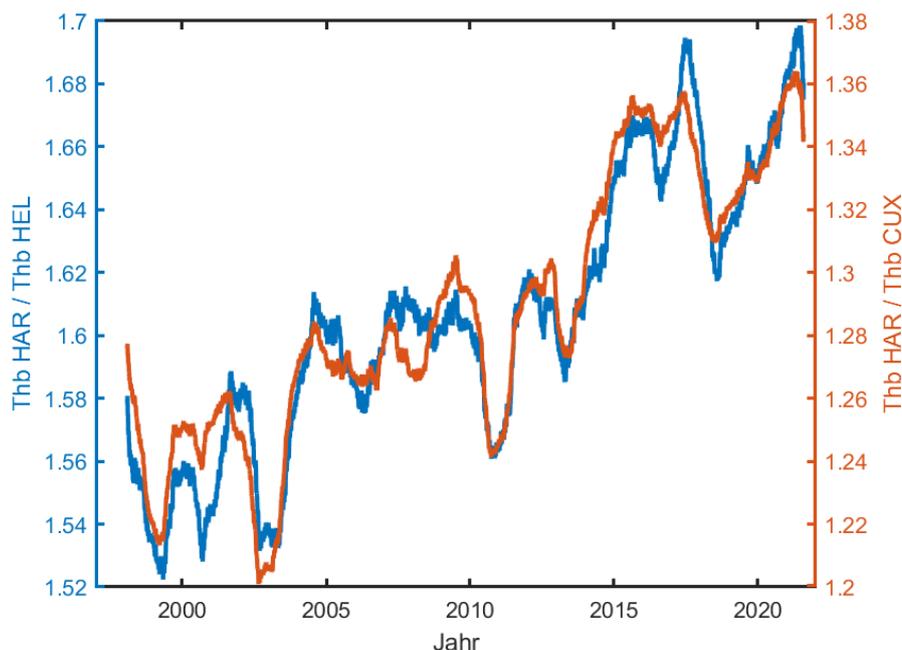


Abbildung 25: Gleitender Mittelwert über 705 Tiden (1 Jahr) der Amplifizierungsmaße der Tidehübe zwischen Harburg und Helgoland (blau) bzw. Cuxhaven (orange) für die gewässerkundlichen Jahre 1998 bis 2021.

4.3.2 Tidemittelwasser

4.3.2.1 Theoretischer Hintergrund

Das Tidemittelwasser (Tmw) in der Tideelbe variiert aufgrund diverser Einflüsse: Der relative Meeresspiegelanstieg in der Deutschen Bucht und dem angeschlossenen Elbeästuar beträgt ca. 2 mm/a (Jensen et al. 2014; Dangendorf et al. 2015). Ein weiterer Einfluss ist die halbmonatliche Ruhewasserspiegelvariation im Spring-Nipp-Zyklus mit erhöhten Ruhewasserspiegeln während der Springtiden (Kapitel 4.2.2). Der Einfluss weist einen Gradienten auf, mit stärker erhöhten Tmw hin zum oberen Ästuar (Abbildung 14). Ein Einfluss auf das Tmw ist auch dem Oberwasserzufluss zuzuschreiben. Der Einfluss erstreckt sich über das gesamte Ästuar, weist aber einen in Richtung Wehr zunehmenden Gradienten auf (Abbildung 31): Die Zunahme des Tmw durch eine Zunahme des Oberwasserzuflusses von 350 m³/s auf 1500 m³/s nimmt von nahezu 0 cm in der Mündung bei Elbe-km 750 auf ca. 23 cm bei Elbe-km 615 (Pegel Schöpfstelle) zu. In der oberen Tideelbe ist der Gradient wesentlich steiler: Die oberwasserbedingte Differenz des Tmw zwischen den beiden Oberwasserzuflussmengen nimmt linear zu auf bis zu plus 180 cm am Wehr Geesthacht. Der Einfluss des Tmw ist somit räumlich variabel. Hinzukommt die natürliche zeitliche Variabilität der Oberwasserzuflussmengen, beispielsweise infolge der Saisonalität (Kapitel 4.3.3). Der Haupteinflussfaktor auf die hier untersuchten Tmw-Klassen, festgelegt am Pegel Cuxhaven, kann dem Windstau bei Westwindlagen und Windsunk bei Ostwindlagen zugeschrieben werden. Auch bei Windstau kommt es zu einem Gradienten mit höherer Tmw-Zunahme stromauf der Tideelbe.

Generell wirkt sich ein erhöhtes Tmw primär amplifizierend auf die Gezeitenwellen aus. Bei größeren Wassertiefen ist die Dissipationswirkung der Sohlreibung auf die höhere Wassersäule verringert. Weiterhin vergrößert der Ruhewasseranstieg den Stromquerschnitt, was für eine Verringerung der induzierten Strömungsgeschwindigkeiten sorgt und somit die Schubspannung verringert (Gleichung (4.23)). Zudem sorgt die erhöhte Wassertiefe nach Airys Flachwassergleichung für eine größere Tidewellengeschwindigkeit und da die Periode astronomisch bestimmt ist, auch für eine längere Tidewellenlänge. Die Zunahme der Wellenlänge sorgt für eine Annäherung an das Quarter-Wavelength Kriterium und somit eine Zunahme der latenten Resonanz, welche im Bereich der Schwingungsbäuche die Amplifizierung verstärkt.

Den amplifizierenden Prozessen stehen jedoch auch diverse dämpfende Einflüsse eines erhöhten Tmw gegenüber: Durch die größere Wassertiefe erhöhen sich die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit und -amplitude und folglich auch die Strömungsgeschwindigkeiten. Dies sorgt auch für größere sohlreibungsbedingte Dissipation durch größere Schubspannung (Gleichung (4.23)). Dies geht auch einher mit einer Zunahme der Asymmetrie der Tidewelle, d. h. mit einem erhöhten Energieverlust der M_2 aufgrund des Energietransfers zu Flachwasserpartialtiden. Ein weiterer Einfluss ist die Verringerung des Reflexionskoeffizienten am Teilreflektor im Hamburger Hafen. Steigt das Tidemittelwasser im Ästuar an, verringert sich das Verhältnis der Wassertiefe unterhalb des Reflektors zur Wassertiefe oberhalb, bzw. der Anteil des Sohlspunges an der Wassersäule. Resultierend nimmt der Reflexionskoeffizient ab, die reflektierte Welle ist niedriger und somit auch die Amplituden im Schwingungsbauch (die Amplituden im Schwingungsknoten, wo sich die reflektierte Welle destruktiv mit der einlaufenden Welle überlagert, werden hingegen erhöht). Ein weiterer dämpfender Einfluss erhöhten Tmw ist die einhergehende mittlere Querschnittsverbreiterung, die infolge der Energieerhaltung für eine geringere Wellenhöhe sorgt. Ein erhöhter Ruhewasserspiegel bzw. erhöhtes Tmw in Bereichen unbefestigter Ufer kann für eine Verformung der Tidewelle durch ufernahe

Flachwasserbereiche sorgen, aufgrund der längeren Überflutungsdauer. Hierdurch wird der Energietransfer von halbtägigen Hautpartialtiden zu Flachwassertiden verstärkt.

4.3.2.2 Methodik

Für die Analyse des Tmw-Einflusses auf die Gezeitenschwingung in der Tideelbe wurde über den Zeitraum eines Nodalzyklus vom 01.01.2000 bis zum 13.08.2018 harmonische Analysen von nach Tmw klassifizierten Zeiträumen durchgeführt. Um den Einfluss der Nodalmodulation bei eventuell über den Nodalzyklus ungleichmäßig verteilte Tiden auszuschließen, wurde die Analyse mit aktivierter Nodalkorrektur durchgeführt. Die Wasserstandsganglinien der Pegel wurden nach Oberwasserverhältnissen vorselektiert, um den beschriebenen räumlich und zeitlich variablen Einfluss des Oberwassers auf das Tmw (siehe auch Kapitel 4.3.3) möglichst gering zu halten: In die Analyse gehen nur Tiden ein, deren Tidehochwasser auf Tage fallen, an denen der Oberwasserzufluss zwischen 250 m³/s und 700 m³/s lagen. Die weitere Einteilung der verbleibenden Tiden nach Tidemittelwasserständen erfolgte anhand des Pegels Cuxhaven, da dieser im Mündungsraum liegt und somit die am offenen Systemende vorliegende Randbedingung wiedergibt. Für diesen Pegel werden auch in dem Elbeästuar-Modell aus Kapitel 5.4.4 die äußere Randbedingung, wie eben das Tmw, eingesteuert. Zudem wirkt an diesem Pegel noch nicht die Ruhewasserspiegelvariation im Spring-Nipp Zyklus (siehe Kapitel 4.2.2). Den von der Deutschen Bucht zum Wehr propagierenden Tidewellen wurden Nummern zugeteilt, um deren an den Pegeln zu unterschiedlichen Zeiten auftretenden Wellental und -berg dem gleichen Tidezyklus zuordnen zu können. Die Tiden wurden anhand dieser Tidenummern in Tmw-Klassen unterteilt (Tabelle 4). Die Tmw-Klassen decken eine Spannweite von 170 cm um das mittlere Tidemittelwasser (MTmw) ab, welches über den Untersuchungszeitraum am Pegel Cuxhaven (MTmw) 518 cm PN beträgt. Aufgrund der Selektion von Tiden kommt es zu lückenhaften Zeitreihen, die mit der HAMELS jedoch analysiert werden können. Die Ergebnisse der HAMELS sind robust gegenüber Datenlücken wie in Kapitel 4.1.1 Abbildung 7 gezeigt.

Tabelle 4: Tidemittelwasserklassen mit jeweiligem mittleren Tidemittelwasser (Tmw) bezogen auf Pegelnull, deren Abweichungen vom mittleren Tidemittelwasser (MTmw) des Gesamtuntersuchungszeitraumes und Anzahl der berücksichtigten Tiden.

Tmw-Mittelwert [cm PN]	MTmw-Relation	N Tiden
445	- 75 ± 10	92
458	- 60 ± 5	78
469	- 50 ± 5	168
479	- 40 ± 5	292
489	- 30 ± 5	635
499	- 20 ± 5	1030
508	- 10 ± 5	1396
MTmw: 518	± 5	1360
528	+ 10 ± 5	970
538	+ 20 ± 5	696
548	+ 30 ± 5	448
558	+ 40 ± 5	261
568	+ 50 ± 5	177
578	+ 60 ± 5	119
592	+ 75 ± 10	134

4.3.2.3 Ergebnisse

Die auf Helgoland normierten M₂-Amplituden der Tmw-Klassen sind in Abbildung 26 dargestellt. Es zeigt sich ein übergeordneter Trend positiver Abhängigkeit der normierten M₂-Amplituden vom Tmw.

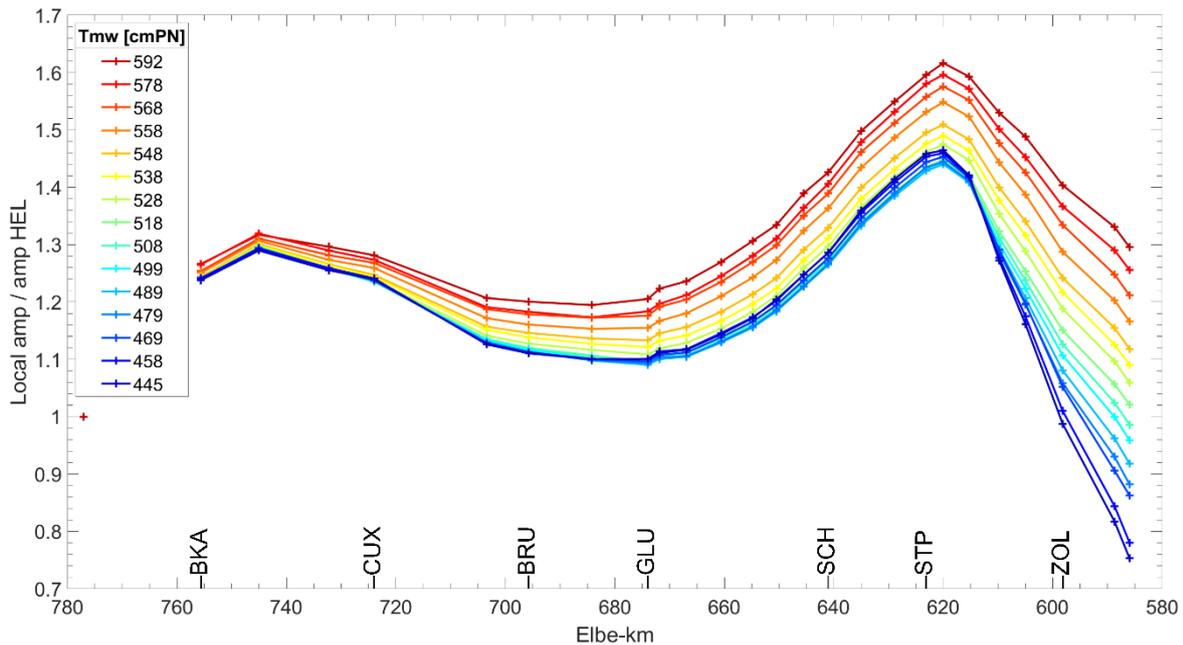


Abbildung 26: Pegelspezifische auf Pegel Helgoland normierte M_2 -Amplituden der unterschiedlichen Tidemittelwasserklassen. In der Legende aufgetragen ist der Mittelwert des Tidemittelwassers bei Cuxhaven der jeweiligen Klasse. Zur Orientierung wurden folgende Pegelstandorte markiert: BKA - Bake A, CUX - Cuxhaven, BRU - Brunsbüttel, GLU - Glückstadt, SCH - Schulau, STP - St. Pauli, ZOL - Zollenspieker.

Im Bereich des Schwingungsbauch am Teilreflektor bis zum Schwingungsknoten ist eine Besonderheit zu erkennen. Hier tritt die geringste Amplifizierung bei einem Tmw von 489 cm (MTmw – 30 cm) auf. Von dieser Klasse aus nehmen die normierten M_2 -Amplituden sowohl mit zunehmenden als auch mit abnehmenden Tmw zu, wie anhand des Pegels Harburg im Detail veranschaulicht (Abbildung 27). Ausgehend vom MTmw bei Cuxhaven zeigt sich in der Abbildung auch eine Zunahme der Amplifizierung der M_2 -Amplitude von Pegel Helgoland zum Pegel Harburg am Reflektor um 2,4 Prozentpunkte pro 10 cm Tmw-Zunahme am Pegel Cuxhaven, oder anders ausgedrückt: Die Amplifizierung nimmt ausgehend von der Amplifizierung von 1,45 bei MTmw um 1,65 % pro 10 cm Tmw-Zunahme zu. Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, dass eine quantitative Übertragung auf Meeresspiegelanstieg bedingte Tmw-Erhöhung nicht zulässig ist, da sich eine solche Tmw-Zunahme anders auswirken würde als die hier betrachteten Tmw-Variationen die hauptsächlich aus Windstau resultieren. Der Windstau wirkt sich nicht gleich auf Hoch- und Niedrigwasser aus: Der Windstau bei Niedrigwasser ist höher als bei Hochwasser, da der Rückstrom am Boden mit abnehmender Wassertiefe zunehmend gehemmt ist. Der Niedrigwasserscheitel wird also stärker angehoben als der Hochwasserscheitel. Die absoluten M_2 -Amplituden in der hier durchgeführten Analyse nehmen hierdurch oberhalb des MTmw mit zunehmenden Tmw ab, wobei die Amplituden bei Helgoland stärker abnehmen (hier nicht gezeigt). In der Abnahme der absoluten Amplituden begründet sich ein Anteil der zunehmenden Amplifizierung, da mit abnehmendem initialem Tidehub das Maß der Amplifizierung innerhalb des Ästuars ansteigt, wie in Kapitel 4.3.1 gezeigt. Des Weiteren sorgen anhaltende Meeresspiegelanstieg bedingte Tmw-Erhöhrungen für langfristige morphodynamische Veränderungen, die die hier betrachteten Tidemittelwasserklassen aufgrund ihrer kurzen Verweilphasen nicht bewirken.

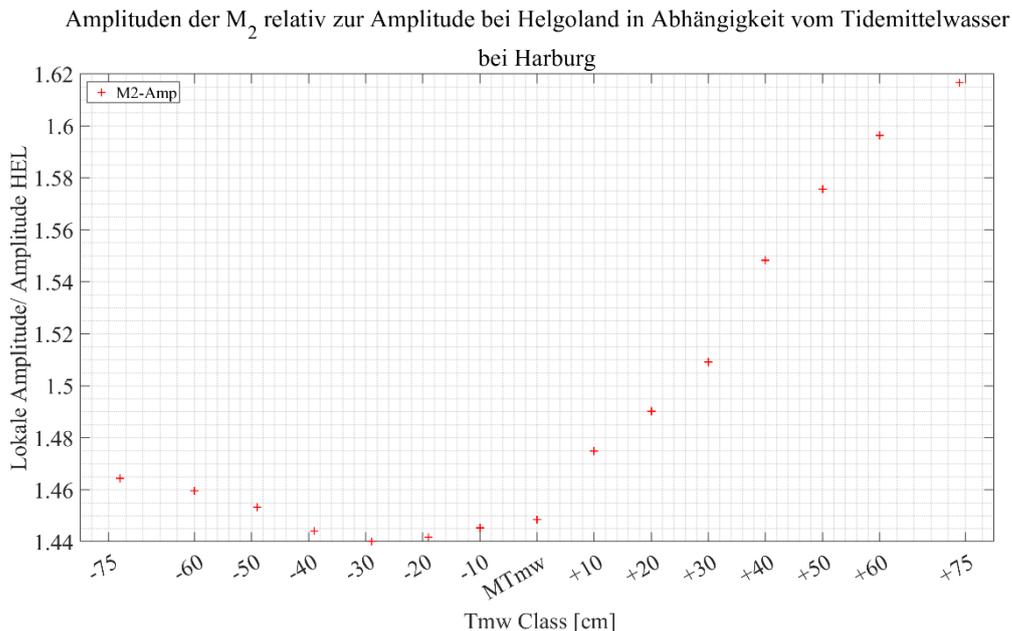


Abbildung 27: Auf Pegel Helgoland normierte M_2 -Amplituden der unterschiedlichen Tidemittelwasserklassen am Pegel Harburg.

Das Standing Wave Ratio (SWR, s. Gleichung (2.5)) nimmt von der Tmw-Klasse 508 cm PN mit abnehmenden als auch zunehmenden Tmw zu, was für eine Verstärkung des reflexionsbedingten Schwingungssystems spricht (Abbildung 28).

SWR der M_2 -Amplitude zwischen HAR bzw. STP und Glueckstadt

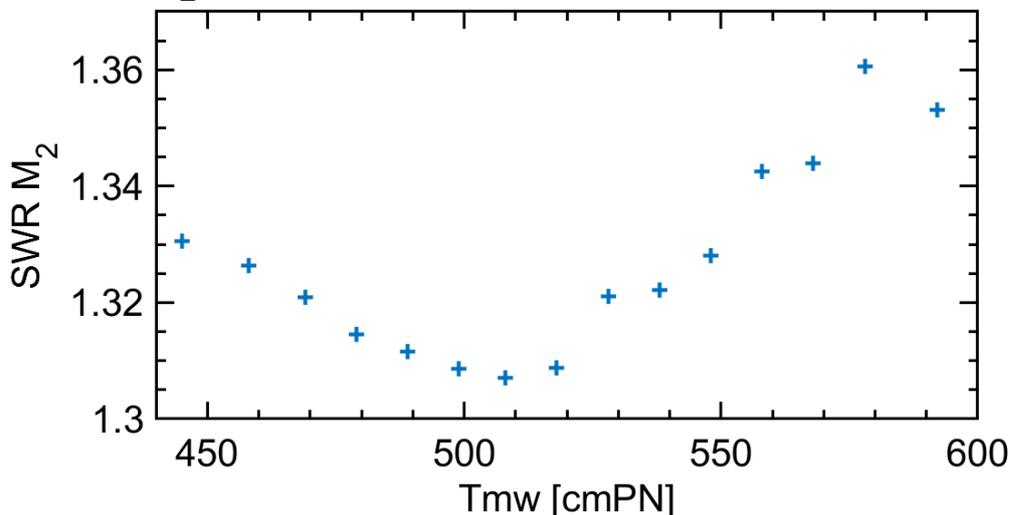


Abbildung 28: Standing Wave Ratio der M_2 -Amplitude zwischen dem Schwingungsbauch am Teilreflektor im Stromspaltungsgebiet und dem Schwingungsknoten im Bereich Glückstadt und Brunsbüttel.

Die erhöhten normierten M_2 -Amplituden und die Verstärkung der Schwingung, angezeigt durch das zunehmende SWR, oberhalb des MTmw von 518 cm PN ist erklärbar durch die amplifizierenden Wirkungen größerer Wassertiefen. Durch die größere vertikale Wassersäule wirkt die dissipative Sohreibung weniger auf die Welle und auch die reibungsbedingten lineare Flachwassermechanismen, welche die Energie weg von den halbtägigen Partialtiden transferieren, wirken schwächer. Theoretisch sorgt die

Wassertiefenzunahme auch für verlängerte Tidewellenlänge im System Tideelbe und somit für eine Annäherung an das Quarter-Wavelength Kriterium, also für eine Zunahme der latenten Resonanz. Zudem sorgt die abnehmende Wirkung der Sohlreibung auf eine höhere Wassersäule theoretisch ebenfalls für eine Migration des Schwingungsknotens zur Mündung (Parker 2007). Eine solche seewärtige Knotenmigration mit zunehmendem Tidemittelwasser um bis zu 10 km deutet sich in Abbildung 26 an und kann mit dem analytischen Modell in Kapitel 6.2.1 bestätigt werden. Dass unterhalb der Tmw-Klasse MTmw – 30 cm die Amplifizierung mit abnehmendem Tmw zunimmt, legt nahe, dass in diesem Tmw-Bereich weitere Einflüsse auftreten, die mit weiter abnehmenden Tmw amplifizierend wirken. Hier kommen als mögliche Ursache der verringerte Einfluss der dissipativ wirkenden flacheren Randbereiche in Abschnitten natürlicherer Uferstrukturen, durch kürzere Überflutungsdauer bei niedrigem Tmw in Betracht. Einher geht auch die Abnahme der Breite des überfluteten Flussbetts welche bei konstant bleibender Wellenenergie eine Erhöhung der Wellenhöhe bewirkt. Des Weiteren erhöht sich der Reflexionskoeffizient des Teilreflektors exponentiell mit abnehmendem Tmw. Im Resultat ist die reflektierte Welle höher und somit auch die Amplituden im Schwingungsbauch. Durch den exponentiellen Anstieg des Reflexionskoeffizient mit abnehmender Wassertiefe könnte der amplifizierende Einfluss des zunehmenden Reflexionskoeffizienten die dissipativen Wirkungen ab der Unterschreitung der Schwelle von MTmw – 30 cm dominieren.

Bezüglich des Einflusses des Tmw auf den Tidehub im Hamburger Hafen, zeigt sich eine amplifizierende Wirkung. Die Auftragung der normierten mittleren Tmw der gewässerkundlichen Jahre zusammen mit den auf Helgoland normierten Tidehüben bei St. Pauli und zugehöriger Pearson-Korrelation ist in Abbildung 29 gezeigt. Der normierte Tidehub zeigt eine eindeutige Zunahme über den Zeitraum. Die jährlichen Tmw fluktuieren hingegen stark, zeigen hierbei jedoch einen linearen Trend einer Zunahme von 2 mm/a. Der Korrelationstest ergibt einen mäßig bis starken Korrelationskoeffizienten von 0,48 bei einem p-Wert von 0,02 und ein Bestimmtheitsmaß von 23,07 %.

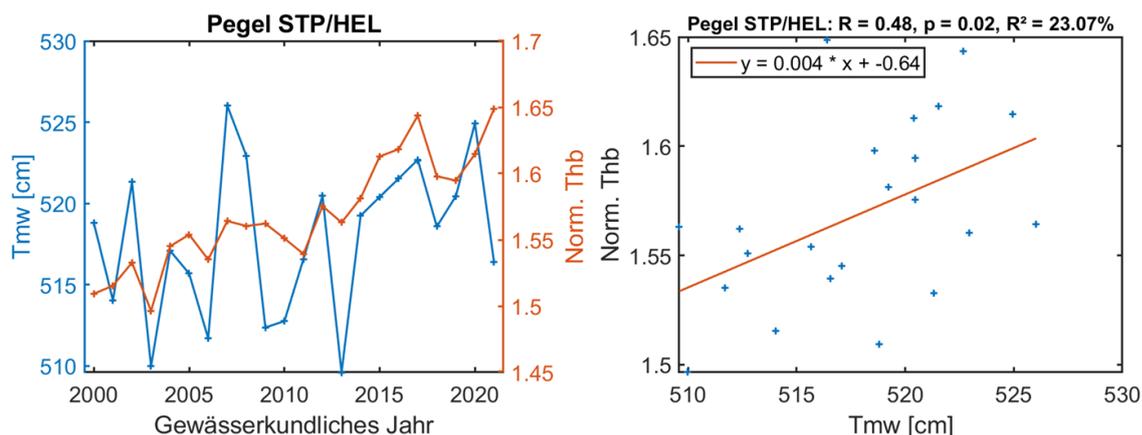


Abbildung 29: **Links:** auf der linken Ordinatenachse in blau aufgetragen sind die mittleren Tidemittelwasserstände (Tmw) der gewässerkundlichen Jahre. Auf der rechten Ordinatenachse in orange aufgetragen sind die auf Pegel Helgoland normierten Tidehübe des Pegels St. Pauli. **Rechts:** Pearson-Korrelationstest zwischen dem normierten Tidehub und den jährlichen mittleren Tmw mit Korrelationswert R, p-Wert p und dem Bestimmtheitsmaß R².

4.3.3 Oberwasserzufluss

4.3.3.1 Theoretischer Hintergrund

Der Oberwasserzufluss in die Tideelbe wird am Pegel Neu Darchau (Elbe-km 536,44) erfasst. Die wichtigsten Kennwerte des Oberwasserzufluss für den Hauptuntersuchungszeitraum von 2000 bis 2018 lauten:

Mittlerer Zufluss: 674 m³/s

Modalwert: 371 m³/s

Niedrigster beobachteter Zufluss: 162 m³/s (16. August 2015)

Mittlerer niedrigster jährlicher Zufluss: 254 m³/s

Tage mit Zufluss <350 m³/s: 1452

Höchster beobachteter Zufluss: 4080 m³/s (11. Juni 2013)

Mittlerer höchster jährlicher Zufluss: 2153 m³/s

Tage mit einem Zufluss >1500 m³/s: 447

Das 30-jährige Mittel des Oberwasserzuflusses ins Elbeästuar ist in den letzten Jahrzehnten von 744 m³/s im Jahr 1987 über 692 m³/s im Jahr 2000 auf den Tiefstand von 647 m³/s im Jahr 2020 gesunken, mit einem konstanten niedrigen Niveau von 2014 bis 2020 mit einem mittleren Oberwasserzufluss von 473 m³/s, welcher ca. 200 m³/s unter dem 30-jährigen Mittel liegt (siehe auch Weilbeer et al. (2020)). Der höchste gemessene Tageswert beträgt seit 2014 1360 m³/s am 20.01.2015. 2021 stieg der mittlere Oberwasserzufluss wieder leicht an und blieb mit 564 m³/s dennoch unter dem 30-jährigen Mittel. Die Oberwasserzuflüsse weisen saisonale Schwankungen auf. Zwischen 2014 und 2019 betrug der mittlere Oberwasserzufluss von November bis April 643 m³/s und von Mai bis Oktober 334 m³/s.

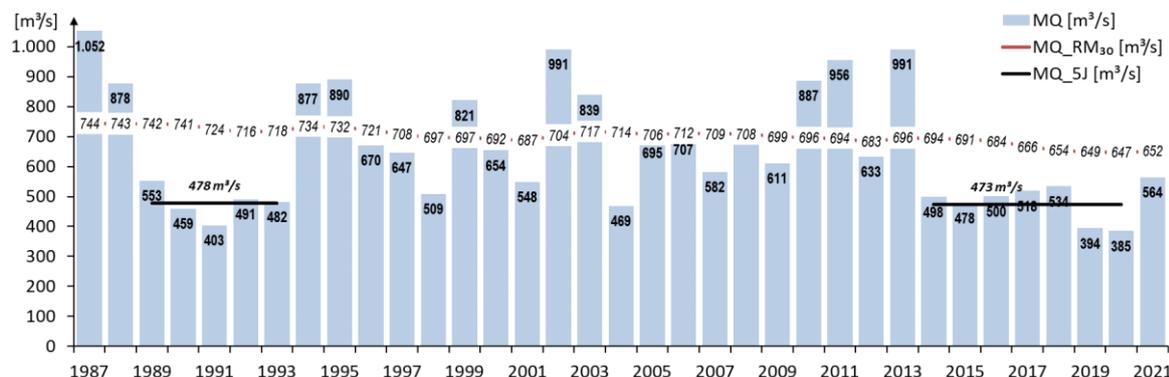


Abbildung 30: Mittlerer Oberwasserzufluss in die Tideelbe (MQ) gemessen bei Neu Darchau der gewässerkundlichen Jahre (01.11. des Vorjahres bis 31.10.) 1987 bis 2021. Quelle: HPA

Der Oberwasserzufluss beeinflusst den Ruhewasserspiegel in der Tideelbe. Der mittlere Wasserstand für Abflüsse von 350 m³/s und 1500 m³/s ist zusammen mit einem Längsschnitt durch die Fahrrinnen-Bathymetrie in Abbildung 31 dargestellt. Der Einfluss des Oberwasserzuflusses auf den Ruhewasserspiegelgradienten ist hauptsächlich auf den oberen Teil des Ästuars zwischen den Querschnittsverengungen um Elbe-km 620 und dem Wehr Geesthacht beschränkt. In der unteren bis äußeren Tideelbe ist der Einfluss des Oberwassers auf den Ruhewasserspiegel aufgrund der Aufweitung der Elbe sehr gering.

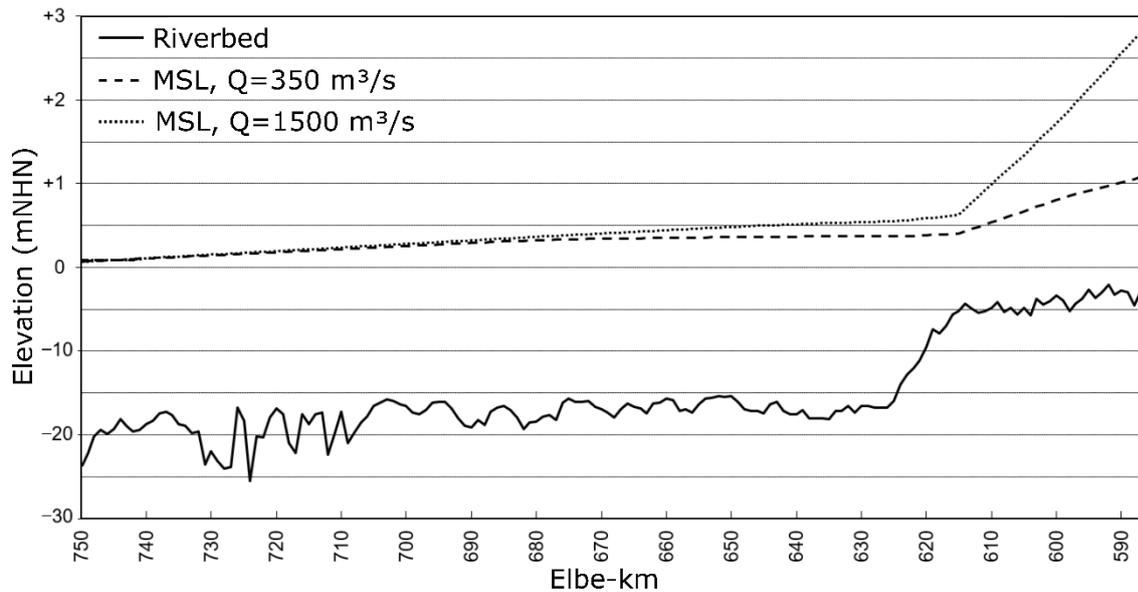


Abbildung 31: Über 1 km gemittelte, für den Untersuchungszeitraum repräsentative Fahrrinnen-Bathymetrie und mittlerer Meeresspiegel (MSL) für Oberwasserzuflüsse (Q) von 350 und 1500 m^3/s . Quelle: HPA, Hein et al. (2021)

Das Oberwasser hat mehrere Wirkungen auf die Gezeitenwellen, die in verstärkend und dämpfend unterteilt werden können. So bewirkt das Oberwasser eine räumliche Variation des T_{mw} , mit den in Kapitel 4.3.2.1 erläuterten Einflüssen. Die Wellenlängen der Tidewellen verlängern sich mit zunehmender Wassertiefe. Über diesen Wirkungspfad können größere Oberwasserzuflüsse für eine Annäherung an das Quarter-Wavelength Kriterium sorgen, also für eine Zunahme latenter Resonanz. Neben den Effekten eines erhöhten Ruhewasserspiegels hat auch die bei hohem Oberwasserzufluss zunehmende Ebbstromdominanz einen amplifizierenden Effekt. Eine länger andauernde Ebbstromdominanz forciert eine Ebb-Orientierung der Sohlstrukturen in stromab Richtung. Durch diese dem Flutstrom entgegengerichtete Orientierung verringert sich der Fließwiderstand der Sohlstrukturen auf die einlaufende Flutwelle und der Energieeintrag ins Ästuar ist erhöht (Herrling et al. 2021). Die unterschiedliche Wirkung von Sohlstrukturen in Abhängigkeit ihrer Orientierung liegt an deren asymmetrischer Geometrie mit einem flacheren Luvhang und einem steileren Leehang. Bei einer Überströmung entsprechend der Ausrichtung der Strukturen wirken auf der steilen Leeseite ein erhöhter Fließwiderstand infolge der abrupten Querschnittsaufweitung (Engelund und Fredsøe 1982) und Turbulenzen (Vanouï und Hwang 1967).

Dem Oberwasserzufluss werden auch diverse Amplituden verringernde Wirkungen zugeschrieben: Zum einen wirken die dämpfenden Prozesse der durch das Oberwasser induzierten T_{mw} -Erhöhung (Kapitel 4.3.2.1). Daneben sorgt die durch den Oberwasserzufluss induzierte seewärtige Strömung für einen verstärkten Energieabfall auf den halbtägigen Partialtiden, da der Energietransfer zu Flachwassertiden wie der Harmonischen M_4 oder der Verbundtide MS verstärkt wird. Die oberwasserinduzierte Strömung überlagert sich mit der Tideströmung und sorgt für beschleunigte Ebbströmungen und verlangsamte Flutströmungen und somit eine zunehmende Asymmetrie der Tidewelle mit steigendem Oberwasserzufluss. Da der Energieverlust durch Reibung proportional zum Quadrat der Strömungsgeschwindigkeit ist, ist die Zunahme des Energieverlust während des beschleunigten Ebbstroms größer als der Reduktion des Energieverlusts während des verlangsamten Flutstroms (Parker 2007). Gemäß Giese und Jay (1989) sorgt ein erhöhter

Oberwasserzufluss zudem für langsamer propagierende Gezeitenwellen aufgrund der erhöhten Reibung. Die einhergehende Verkürzung der Wellenlänge bedeutet eine Entfernung vom Quarter-Wavelength Kriterium und somit abnehmende latente Resonanz. Für verringerte Amplifizierung am Wehr bei extrem hohen Oberwasserverhältnissen sorgt zudem, dass bei solch Verhältnissen das Wehr gelegt wird und somit keine totale Reflexion mehr auftritt.

4.3.3.2 Methodik

Für die Analyse des Oberwassereinflusses wurde über den Zeitraum eines Nodalzyklus vom 01.01.2000 bis zum 13.08.2018 harmonische Analysen von nach Oberwasserzufluss klassifizierten Zeiträumen durchgeführt. Hierfür wurden die Zeitreihen der Wasserstandsmessungen in 13 Oberwasserklassen eingeteilt (Angaben in m^3/s): <325; 325 – 374; 375 – 499; 500 – 624; 625 – 749; 750 – 874; 875 – 999; 1000 – 1249; 1250 – 1499; 1500 – 1999; 2000 – 2499; 2500 – 2999; ≥ 3000 . Die täglichen Wasserstandsganglinien wurden anhand der täglichen mittleren Oberwasserzuflüsse, gemessen bei Neu Darchau, in die Klassen eingeteilt. Neben den absoluten Amplituden (Abbildung 32) werden vor allem die auf den in der Deutschen Bucht gelegenen Pegel Helgoland normierten Amplituden (Abbildung 33) für die Interpretation betrachtet. Hierdurch werden die Einflüsse variierender in die Tideelbe einlaufender Tidehübe und eventuell nicht gleichmäßig auf den Nodalzyklus verteilten Zeitfenster – und somit unterschiedlichen Nodalmodulationen – verringert. Zudem wurde die Analyse mit aktivierter Nodalkorrektur durchgeführt. Der Pegel Helgoland wurde gewählt, da ein Einfluss des Oberwasserzuflusses in die Tideelbe auf diesen Pegel ausgeschlossen werden kann, und der Pegel seit Beginn der digitalen Datenerhebung eine durchgängig hohe Datenqualität aufweist.

4.3.3.3 Ergebnisse

Die Analyseergebnisse des Oberwassereinflusses auf das Tidegeschehen im Elbeästuar sind in Form der absoluten M_2 -Amplitude in Abbildung 32 und der auf den Pegel Helgoland normierter Amplituden in Abbildung 33 dargestellt. Es zeigt sich, dass das Ästuar in drei Einflussbereiche unterschiedlicher Auswirkungen des Oberwasserzuflusses eingeteilt werden kann.

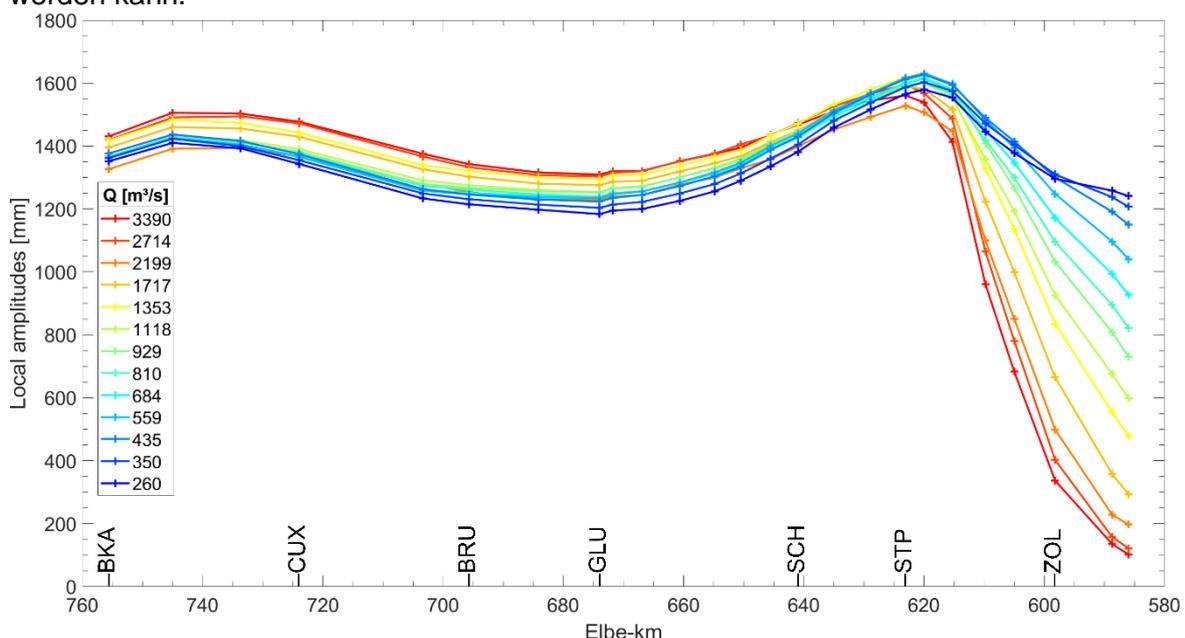


Abbildung 32: Pegelspezifische absolute M_2 -Amplituden der unterschiedlichen Oberwasserklassen. In der Legende aufgetragen ist der Mittelwert des Oberwasserzuflusses (Q) der jeweiligen Oberwasserkategorie. Zur

Orientierung wurden folgende Pegelstandorte markiert: BKA - Bake A, CUX - Cuxhaven, BRU - Brunsbüttel, GLU - Glückstadt, SCH - Schulau, STP - St. Pauli, ZOL - Zollenspieker.

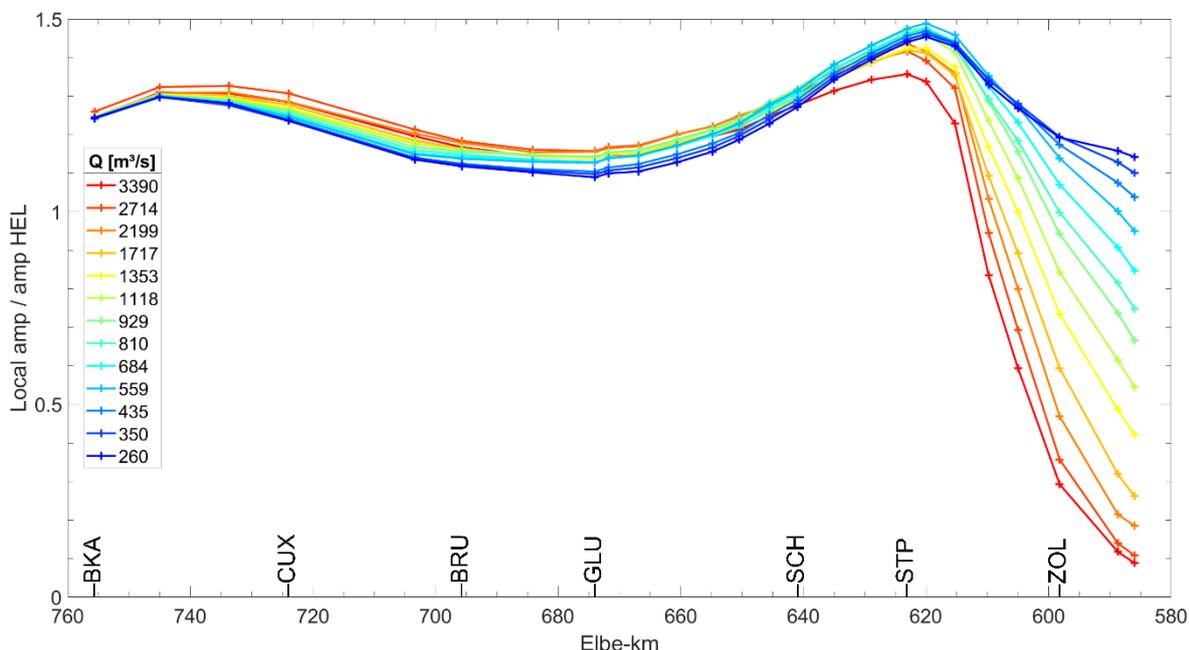


Abbildung 33: Pegelspezifische auf Pegel Helgoland normierte M_2 -Amplituden der unterschiedlichen Oberwasserklassen. In der Legende aufgetragen ist der Mittelwert des Oberwasserzuflusses (Q) der jeweiligen Oberwasserklasse. Zur Orientierung wurden folgende Pegelstandorte markiert: BKA - Bake A, CUX - Cuxhaven, BRU - Brunsbüttel, GLU - Glückstadt, SCH - Schulau, STP - St. Pauli, ZOL - Zollenspieker.

Im ersten Einflussbereich, der sich über die obere Tideelbe erstreckt, herrscht eine negative Abhängigkeit der M_2 -Amplituden vom Oberwasserzufluss. Die dissipativen Einflüsse des Oberwasserzuflusses überwiegen. Die stromauf gelegenen Pegel Altengamme (Abbildung 34) und Geesthacht weisen eine durchgängige Abnahme der absoluten und normierten M_2 -Amplituden mit zunehmendem Oberwasser über alle Klassen auf. Es stellt sich für diesen Einflussbereich eine geringer werdende Abnahme des dissipativen Einflusses mit zunehmendem Oberwasser dar (Abbildung 34). Die stromab gelegeneren Pegel der oberen Tideelbe zeigen mit Annäherung an das zweite Einflussgebiet eine zunehmende leicht positive Abhängigkeit der Amplitude vom Oberwasser über die niedrigsten Oberwasserklassen.

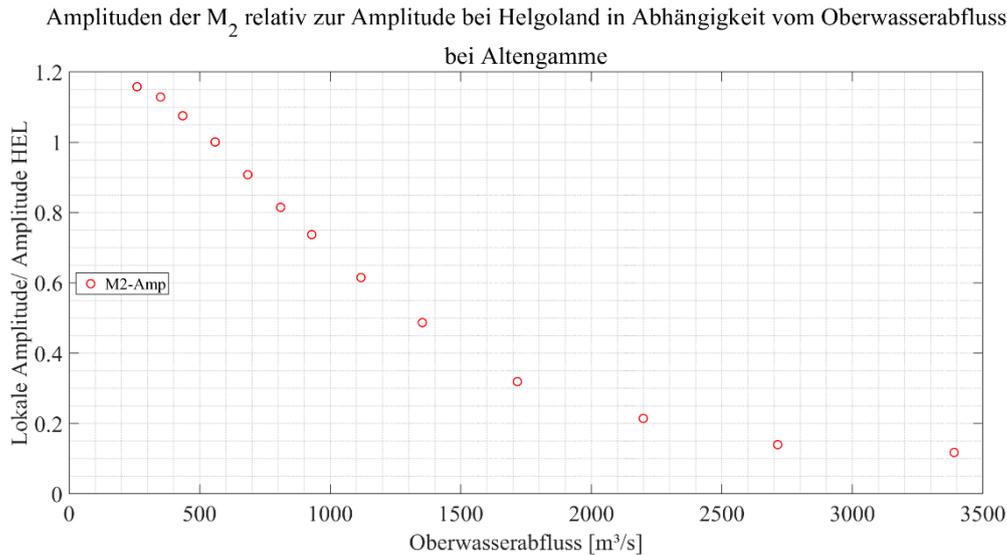


Abbildung 34: Für Einflussbereich 1 repräsentative Abhängigkeit der auf Helgoland normierten M_2 -Amplituden am Pegel Altengamme vom Oberwasserzufluss in die Tideelbe gemessen bei Neu Darchau.

Der zweite Einflussbereich deckt das Hamburger Stromspaltungsgebiet ab. Hier zeigt sich ebenfalls im übergeordneten Trend die negative Abhängigkeit der normierten M_2 -Amplituden vom Oberwasserzufluss oberhalb der Oberwasserklasse 500 – 625 m^3/s . Von der geringsten Oberwasserklasse hin zu einer maximalen Amplifizierung in der Klasse 500 – 625 m^3/s zeigt sich jedoch eine positive Abhängigkeit der Amplifizierung der M_2 -Amplituden vom Oberwasserzufluss in der Tideelbe (Abbildung 35). Ursächlich hierfür könnte sein, dass bei dieser Oberwasserzuflussmenge von 500 – 625 m^3/s die effektive Wassertiefe in der oberen Tideelbe für eine konstruktive Überlagerung der am Wehr reflektierten Tidewelle mit der am Teilreflektor auftretenden Tidewelle sorgt. Die Abnahme der Amplituden bei sehr geringen Oberwasserhältnissen könnte auch dadurch begründet sein, dass die erhöhte Flutstromdominanz die Dünenorientierung in Flutstromrichtung verstärkt, was die Dissipation auf die einlaufende Welle erhöht (Herrling et al. 2021). Damit sich solch eine Umorientierung der Sohlmorphologie etablieren kann, müssen die geringen Oberwasserbedingung längerfristig vorherrschen. Wie in Abbildung 30 zu sehen ist, herrschen solch geringe Oberwasserbedingungen seit 2014.

Des Weiteren ist eine Verlagerung des Maximums des Schwingungsbauches mit steigendem Oberwasser oberhalb der Oberwasserklasse von 1500 – 1999 m^3/s vom Pegel Harburg in der Süderelbe nach St. Pauli in der Norderelbe zu beobachten. Der Pegel Harburg liegt rund 6 km näher am Wehr als der Pegel St. Pauli. Der größere Querschnitt der Süderelbe in Zusammenhang mit größeren gemessenen oberwasserinduzierten Strömungsgeschwindigkeiten zeigen, dass der Abfluss größtenteils durch die Süderelbe erfolgt. Hierdurch wird die Tidewelle an diesem Pegel stärker durch das Oberwasser gedämpft als am Pegel St. Pauli. Dies begründet eine größere Abnahme der Amplituden am Pegel Harburg im Vergleich zu St. Pauli mit zunehmendem Oberwasser.

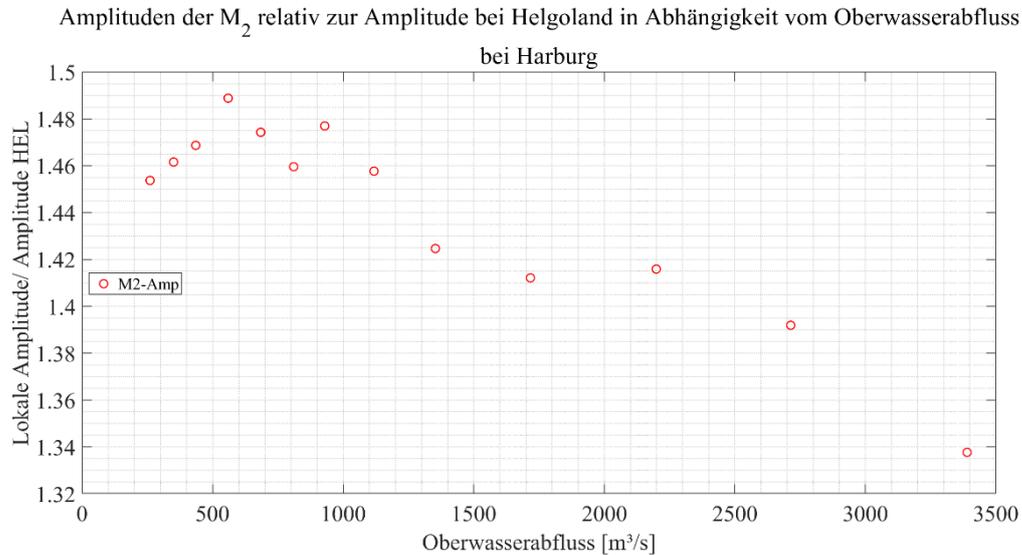


Abbildung 35: Für den Einflussbereich 2 repräsentative Abhängigkeit der auf Helgoland normierten M_2 -Amplituden vom Oberwasserzufluss am Pegel Harburg.

Für den zweiten Einflussbereich, in dem die höchsten Tidehübe auftreten und indem sich der Hamburger Hafen befindet, wurde zusätzlich die Korrelation zwischen dem auf Helgoland normierten Tidehub am Pegel St. Pauli (STP) und dem Oberwasser untersucht. Die Zeitreihen dieser beiden Variablen über die gewässerkundlichen Jahre sowie der Pearson-Korrelationstest zwischen den mittleren Oberwasserzuflüssen und normierten Tidehüben ist in folgender Abbildung 36 gezeigt. Der Korrelationskoeffizient ist mit $-0,55$ stark negativ bei einem p -Wert von $0,01$ und einem Bestimmtheitsmaß von $30,71\%$. Da die Auftragung der normierten Tidehübe über die mittleren Oberwasserzuflüsse auch eine nichtlineare Abhängigkeit vermuten lassen könnte, wurde auch der Spearman'sche Rangkorrelationskoeffizient berechnet. Dieser liegt bei $-0,60$ und ist bei einem α -Wert von $0,0025$ gemäß Zar (1984) statistisch signifikant.

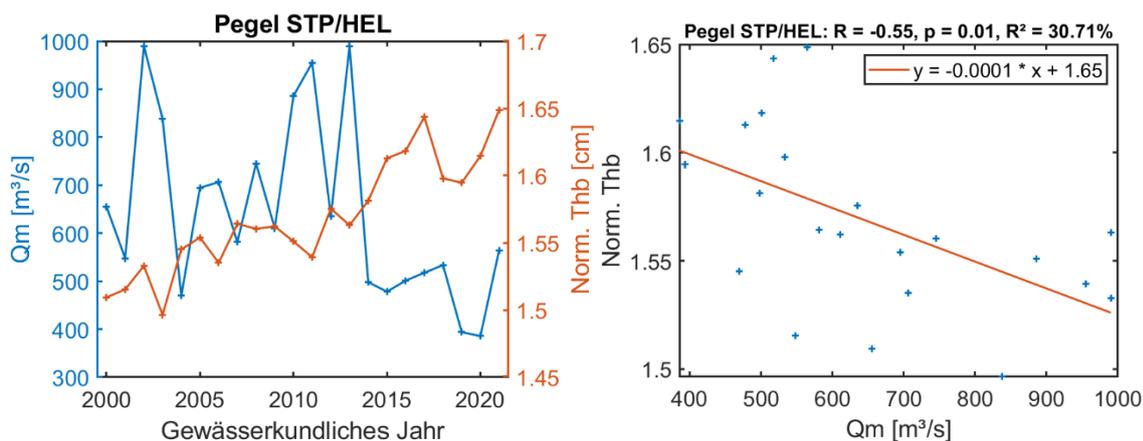


Abbildung 36: **Links:** Auf der linken Ordinatenachse in blau aufgetragen sind die mittleren Oberwasserabflüsse der gewässerkundlichen Jahre 2000 bis 2021. Auf der rechten Ordinatenachse ist in orange der auf den Pegel Helgoland normierte Tidehub bei St. Pauli aufgetragen. **Rechts:** Pearson-Korrelationstest zwischen den auf Helgoland (HEL) normierten Tidehüben (Thb) bei St. Pauli (STP) und den jährlichen mittleren Oberwasserzuflüssen mit Korrelationswert R , p -Wert p und dem Bestimmtheitsmaß R^2 .

Zwischen dem zweiten Einflussbereich und Pegel Brokdorf zeigt sich eine verändernde Abhängigkeit der M_2 -Amplituden vom Oberwasserzufluss, hin zu einer positiven Abhängigkeit der normierten M_2 -Amplituden, wie sie im dritten Einflussbereich auftritt. Dieser dritte Einflussbereich erstreckt sich über die mittlere bis äußere Tideelbe von Elbe-km 700 zwischen den Pegel Osteriff (Abbildung 37) und Brunsbüttel bis zum Mündungsgebiet. In diesem Bereich dominieren die amplifizierenden Oberwassereffekte und die auf Helgoland normierten M_2 -Amplituden nehmen mit zunehmendem Oberwasser zu (mit Ausnahme der größten Oberwasserklasse). Einer der Gründe ist, dass der Reflexionskoeffizient zusammen mit der Amplitude der reflektierten Welle mit steigendem Ruhewasserspiegel abnimmt und die aus destruktiver Überlagerung resultierende Amplitude im Schwingungsknoten folglich zunimmt.

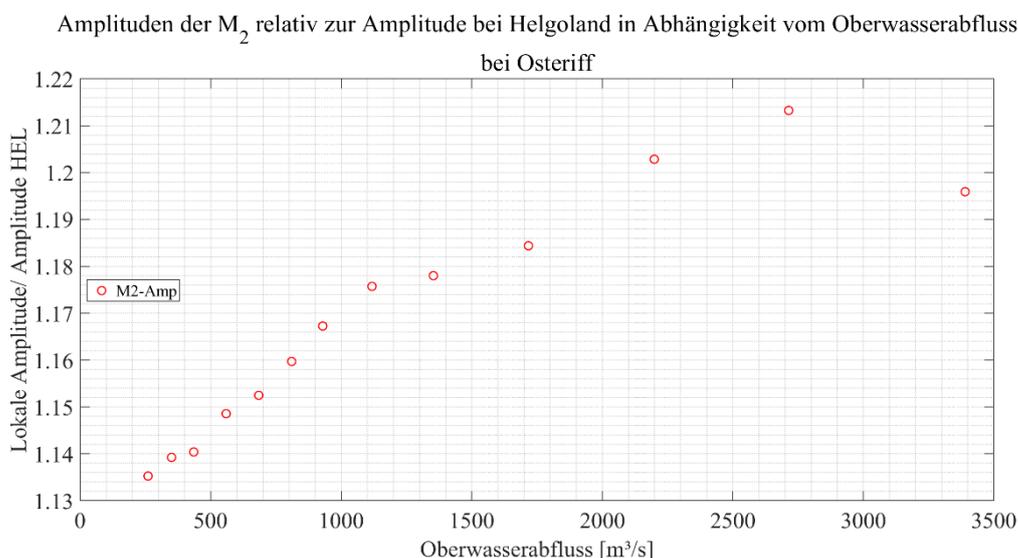


Abbildung 37: Für Einflussbereich 3 repräsentative Abhängigkeit der auf Helgoland normierten M_2 -Amplituden vom Oberwasserzufluss in die Tideelbe gemessen bei Neu Darchau am Pegel Osteriff

Die durch den Oberwasserzufluss induzierte Strömung kann aufgrund der Reibung asymmetrische Effekte hervorrufen, welche sich im Wellenspektrum durch die M_4 -Partialtide zeigen (Parker 2007). Betrachtet man die auf den Pegel Helgoland in der Deutschen Bucht normierten M_4 -Amplituden in Abbildung 38, so kann der Einfluss des Oberwassers auf die M_4 in zwei Einflussbereiche unterteilt werden. Der erste Einflussbereich erstreckt sich über die obere Tideelbe nahe des Wehrs Geesthacht, wo die normierte M_4 -Amplitude negativ korreliert mit dem Oberwasser. Im Stromspaltungsgebiet und stromab korreliert die normierte M_4 vorrangig positiv mit dem Oberwasserzufluss.

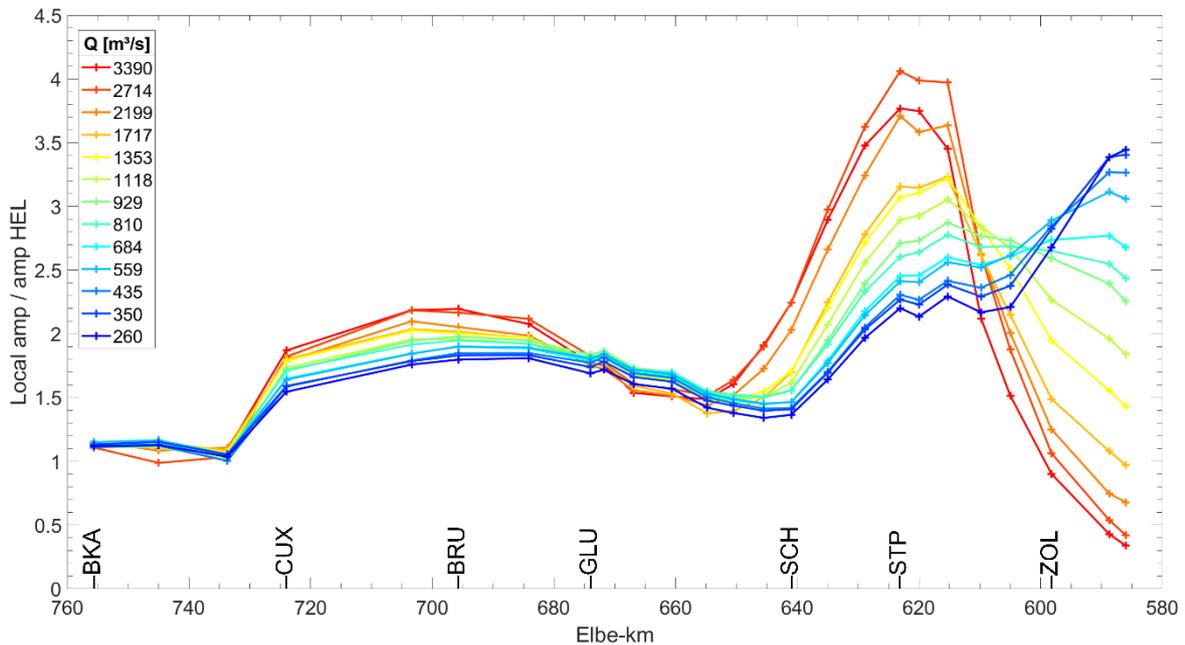


Abbildung 38: Pegelspezifische auf Pegel Helgoland normierte M_4 -Amplituden der unterschiedlichen Oberwasserklassen. In der Legende aufgetragen ist der Mittelwert des Oberwasserzuflusses (Q) der jeweiligen Oberwasserklasse. Zur Orientierung wurden folgende Pegelstandorte markiert: BKA - Bake A, CUX - Cuxhaven, BRU - Brunsbüttel, GLU - Glückstadt, SCH - Schulau, STP - St. Pauli, ZOL - Zollenspieker.

Die Darstellung der M_4/M_2 -Amplitudenverhältnisse in Abbildung 39 und die Steigungen der Regressionsgeraden durch die M_4/M_2 -Verhältnisse aufgetragen gegen die Oberwasserklassen in Abbildung 40 zeigen, dass über das Ästuar das M_4/M_2 -Verhältnis meist positiv abhängig ist vom Oberwasserzufluss.

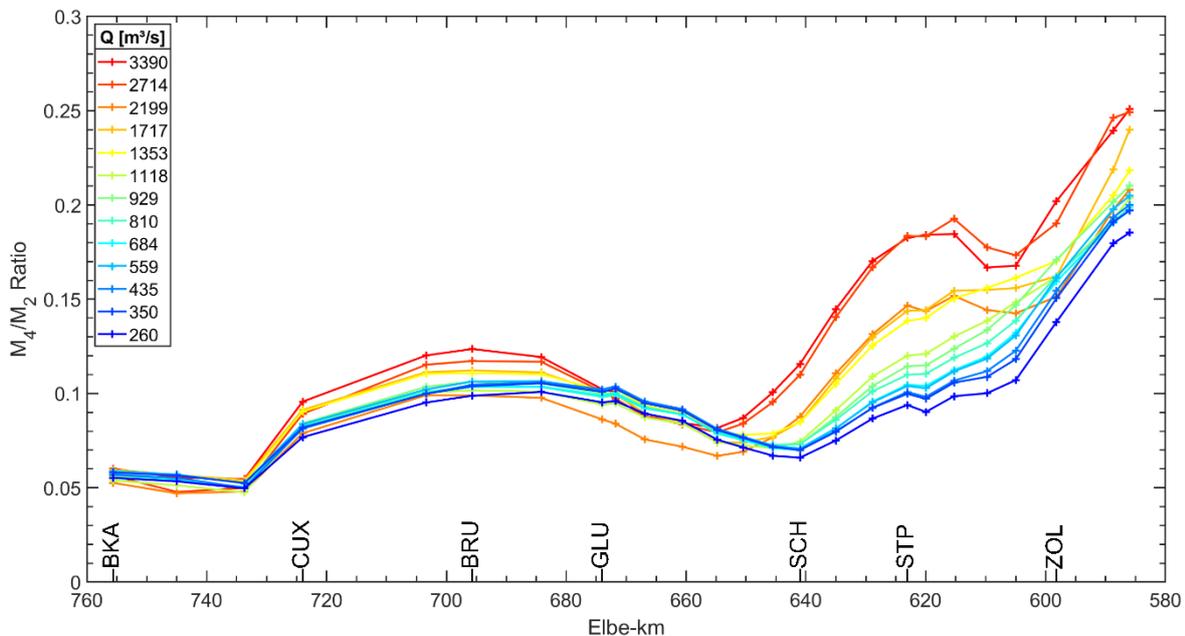


Abbildung 39: Pegelspezifische M_4/M_2 -Amplitudenverhältnisse der unterschiedlichen Oberwasserklassen. In der Legende aufgetragen ist der Mittelwert des Oberwasserzuflusses (Q) der jeweiligen Oberwasserklasse. Zur Orientierung wurden folgende Pegelstandorte markiert: BKA - Bake A, CUX - Cuxhaven, BRU - Brunsbüttel, GLU - Glückstadt, SCH - Schulau, STP - St. Pauli, ZOL - Zollenspieker.

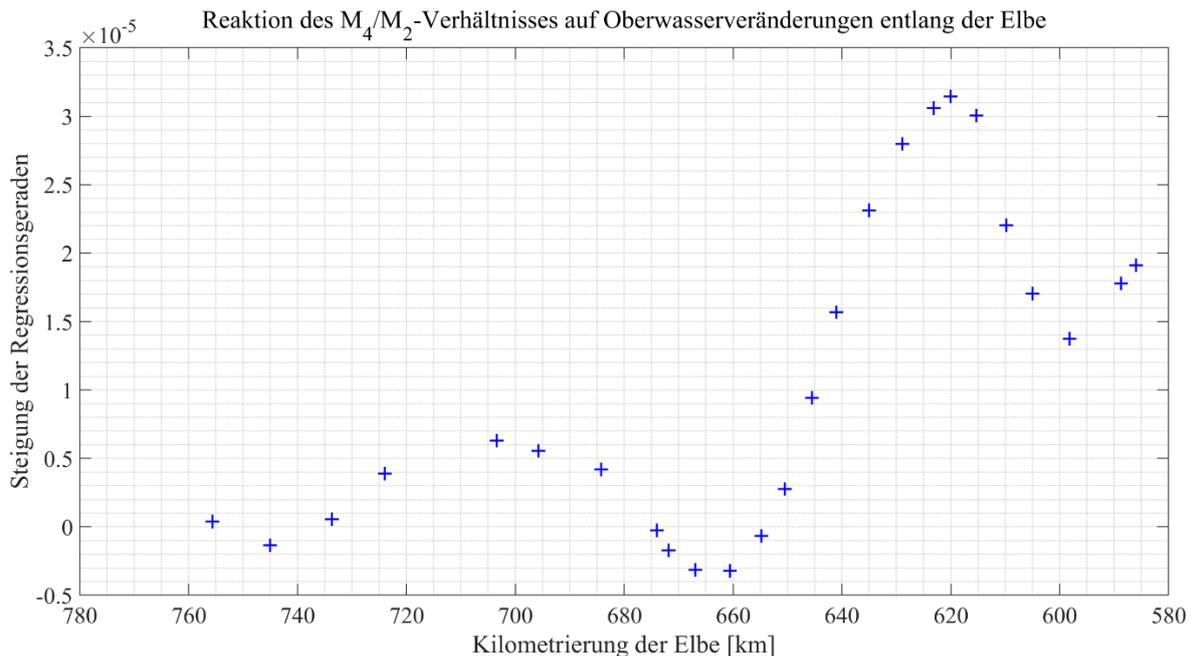


Abbildung 40: Steigungen der Regressionsgeraden der oberwasserabhängigen M_4/M_2 -Verhältnisse aufgetragen gegen die Kilometrierung der Elbe.

Um die Auswirkung des Oberwassers mit dem seit 2014 herrschenden niedrigen Niveau auf die Resonanz zu untersuchen, ist die Knotenlage hinsichtlich des Quarter-Wavelength Kriteriums ein naheliegendes Kriterium. Eine Migration des Schwingungsknotens ist aufgrund der ungenügenden räumlichen Auflösung im kritischen Bereich um Pegel Glückstadt (Elbe-km 674) für die langen Wellenlängen der halbtägigen M_2 jedoch nicht genau zu detektieren. Aufgrund der komplexen Wirkpfade des Oberwassereinflusses auf die Gezeitenschwingung ist eine Annäherung als auch Entfernung vom Resonanzfall mit zunehmendem Oberwasser denkbar: Da erhöhte Oberwassermengen auch eine Erhöhung des Ruhewasserspiegels und somit der Wassertiefen in der Tideelbe bewirken, ist ein Trend hin zu längeren Tidewellenlängen somit seewärtiger Migration des Schwingungsknotens mit steigendem Oberwassermengen theoretisch möglich. In der unteren und mittleren Tideelbe ist die Ruhewasserspiegelvariation aufgrund des Oberwasserzuflusses jedoch gering (Abbildung 31). Zudem wirkt die oberwasserinduzierte Strömung verlangsamernd auf die Tidewellenfortschrittsgeschwindigkeit was wiederum bei gleichbleibender Periode für eine Verkürzung der Tidewellenlängen also stromaufgerichtete Migration des Knotens mit zunehmendem Oberwasserzufluss sorgt. Die Ergebnisse des eindimensionalen numerischen Gerinnemodells von Backhaus (2015) zeigen eine solche stromauf gerichtete Knotenmigration von etwa 20 km mit zunehmendem Oberwasserzufluss von $0 \text{ m}^3/\text{s}$ auf $3000 \text{ m}^3/\text{s}$. Dies wird unterstützt durch die Aussage von Parker (2007) „but for higher flows there is a shortening of the M_2 wavelength“ (Kapitel 7.6.6c, S. 270), was ebenfalls eine stromauf gerichtete Knotenmigration mit zunehmendem Oberwasser bedeuten würde. Eine solche, mit erhöhtem Oberwasserzufluss abnehmende, Wellengeschwindigkeit wird von Giese und Jay (1989) wie folgt erklärt: „The tidal wave propagates more slowly during high riverflow periods for two reasons. First, friction is increased by the runoff, increasing the wavenumber for both waves. Second, the adverse riverflow increases the speed discrepancy between the incident and reflected waves“. Dass die empirischen Analysen diese Verlängerung der Tidewellen aufgrund der oberwasserbedingten Verlangsamung der Wellenfortschrittsgeschwindigkeit nicht abbilden, ist durch das geringe Maß der Verlangsamung zu erklären. So schrieb Jay (1991)

hierzu, dass der Einfluss des Oberwasserzuflusses auf die Tidewellengeschwindigkeit für gewöhnlich schwach ist, da das Verhältnis der oberwasserinduzierten Strömung zur Wellenfortschrittsgeschwindigkeit klein ist. Hinzu kommen die genannten Einflüsse, die für eine oberwasserbedingte Verlängerungen der Tidewellen sorgen, wie ein erhöhter Ruhewasserspiegel oder eine Reibungsverringerung aufgrund ebborientierter Transportkörper, sodass sich verlängernde und verkürzende Wirkungen gegenseitig aufzuheben scheinen.

Im Folgenden wird die Abhängigkeit des SWR (siehe Kapitel 2.2.2) der normierten M_2 -Amplituden vom Oberwasser betrachtet. Es zeigt sich eine durchgängig negative Abhängigkeit vom Oberwasserzufluss. Geringe Oberwasserhältnisse wie sie seit 2014 herrschen, sorgen folglich für eine verstärkte Schwingung im System Elbeästuar. Phänomenologisch lässt sich dies erklären durch eine Zunahme des Reflexionskoeffizienten des Teilreflektors, begründet in der oberwasserbedingten Abnahme der Wassertiefe besonders Oberstrom des Teilreflektors. Hierdurch nimmt das Wassertiefenverhältnis zwischen unterstrom und oberstrom des Teilreflektors zu. Die Amplitude der reflektierten Welle ist erhöht und folglich erhöht sich auch die Amplitude im Schwingungsbauch aufgrund konstruktiver Überlagerung mit der einlaufenden Welle. Die Amplitude im Schwingungsknoten verringert sich zugleich aufgrund destruktiver Überlagerung. Rechnet man mittels Formel (2.5) die Reflexionskoeffizienten des Teilreflektors über die SWR aus, so ergibt sich eine Reduktion des Reflexionskoeffizient C_r von 14,3 % bei $Q < 325 \text{ m}^3/\text{s}$ auf 8,8 % bei $Q \geq 3000 \text{ m}^3/\text{s}$. Es ist anzumerken, dass beide über das SWR berechneten Reflexionskoeffizienten kleiner sind als die in den Modellen (Kapitel 5) ermittelten Reflexionskoeffizienten, da die Berechnung über das SWR die Reflexion an einem Reflektor unter Vernachlässigung der Dissipation und Re-Reflexionen berücksichtigt.

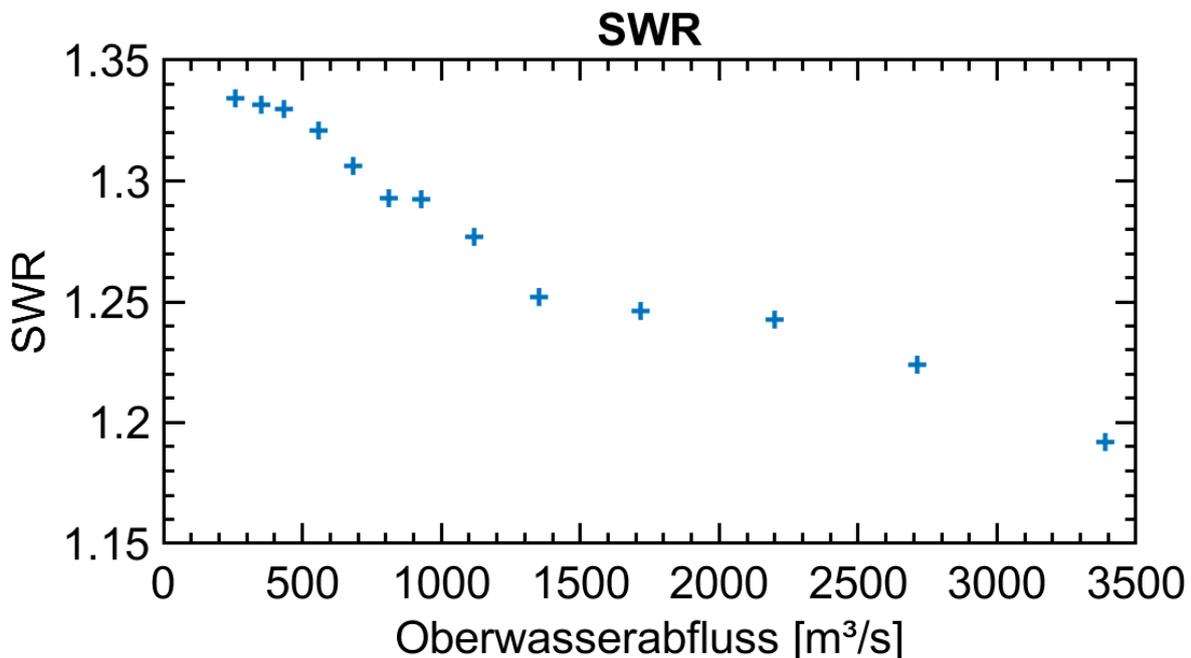


Abbildung 41: Standing Wave Ratio der M_2 -Amplitude zwischen Schwingungsbauch am Teilreflektor im Stromspaltungsgebiet und Schwingungsknoten im Bereich Glückstadt und Brunsbüttel in Abhängigkeit des Oberwasserzuflusses.

4.3.4 Wasservolumen der Tideelbe

4.3.4.1 Theoretischer Hintergrund

Bei der Betrachtung des Einflusses des Wasservolumens muss beachtet werden, dass je nach Lokation der Volumenzunahme differenziert werden muss. Es ist allgemeiner Konsens, dass eine Zunahme des Tidevolumens für eine Reduktion des Tidehubs in einem Ästuar sorgen kann. Resultiert die Volumenzunahme jedoch nicht aus seitlich angeschlossenen Ausläufern, sondern aus einer Vertiefung des Flussbettes selbst, geht mit einer Zunahme des Volumens auch eine zunehmende auf die Tidewelle wirkende effektive Wassertiefe einher. Da die Tideelbe kein gleichbleibender rechtwinkliger Kanal ist, ist die tatsächliche effektive Wassertiefe schwierig zu ermitteln. Als Indikatoren für qualitative Veränderungen der effektiven Wassertiefe kann das Wasservolumen herangezogen werden.

Eine solche Zunahme des Wasservolumens und der effektiven Wassertiefe des Hauptstroms sorgt für eine verringerte Wirkung der Sohlreibung auf die Wassersäule und eine reduzierte Schubspannung durch eine reduzierte Strömungsgeschwindigkeit aufgrund des größeren Querschnitts. Eine verringerte Sohlreibungswirkung sorgt wiederum auch für einen geringeren Energietransfer von den dominanten halbtägigen Partialetiden zu ihren Harmonischen und Flachwasserverbundtiden. Eine Verlängerung der Wellenlänge und somit einer Annäherung an das Quarter-Wavelength Kriterium, also eine Zunahme der latenten Resonanz, ist ebenfalls eine Folge der erhöhten effektiven Wassertiefe. Das Schwingungssystem wird zudem auch verstärkt, durch die Zunahme des Reflexionskoeffizienten des Teilreflektors, da eine Vertiefung der mittleren und unteren Tideelbe das Verhältnis der Wassertiefe unterstrom zu oberstrom des Teilreflektors erhöht.

Gleichzeitig sorgt die Vertiefung jedoch auch für eine Zunahme der Wellengeschwindigkeit, somit der tidalen Strömungsgeschwindigkeit und schlussendlich über diesem Wirkungspfad für eine Zunahme der turbulenten Schubspannung (Gleichung (4.23)) mit dämpfender Wirkung.

4.3.4.2 Methodik

Die bathymetrischen Daten, auf Grundlage derer das Wasservolumen unter der Kote Normalhöhennull (WVuNHN) berechnet wurden, entstammen der Beweissicherung zur Fahrrinnenanpassung 1999 sowie den digitalen Geländemodellen-Wasser (DGM-W) 2010 und 2016. Berücksichtigt wurden Jahre, deren Datensätze die gesamte Flussbettbreite der Elbe-km 631 bis 705 beinhalten.

4.3.4.3 Ergebnisse

Die Ergebnisse der Untersuchungen des Einflusses des WVuNHN auf das Schwingungsverhalten von Tidewellen sind im Folgenden dargestellt. In Abbildung 42 sind die Zusammenhänge zwischen der auf Bake A im Mündungsbereich normierten M_2 -Amplitude und dem WVuNHN präsentiert. Zwischen den gewässerkundlichen Jahren 2000 und 2010 schwankte das WVuNHN zwischen 1.186 Mio. m^3 und 1.211 Mio. m^3 , während die normierte M_2 -Amplitude fluktuierend zunahm von 1,12 auf 1,16. Zwischen 2011 und 2015 liegen keine Daten vor. Von 2010 auf 2016 nahm das Volumen um 17,9 Mio. m^3 bzw. 1,5 % auf 1,229 Mio. m^3 und die normierte Amplitude um 0,074 bzw. 6,9 % zu. Der Pearson-Korrelationstest ergibt einen stark positiven Korrelationskoeffizienten von 0,68. Der Signifikanztest ergibt einen p-Wert von 0,02 womit die statistische Signifikanz bei einem

verwendeten Signifikanzlevel von 0,05 als bewiesen betrachtet werden kann. Das Bestimmtheitsmaß beträgt 46,92 %.

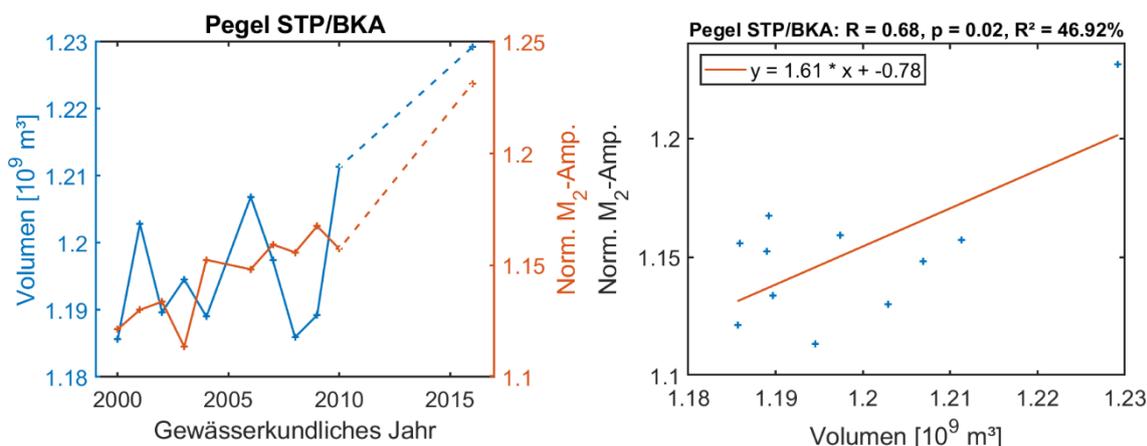


Abbildung 42: **Links:** Auf der linken Ordinatenachse (blau) sind die Wasservolumen unterhalb der Kote Normalhöhennull in Milliarden m^3 aufgetragen. Auf der rechten Ordinatenachse (orange) sind die auf Pegel Bake A normierten M_2 -Amplituden des Pegels St. Pauli dargestellt. Beide Zeitreihen sind über die Gewässerkundlichen Jahre 2000 bis 2016 aufgetragen. **Rechts:** Pearson-Korrelationstest zwischen den normierten M_2 -Amplituden und dem Gewässerörpervolumen mit Korrelationswert R , p -Wert p und dem Bestimmtheitsmaß R^2 .

Der Verlauf des auf Bake A normierten Tidehubs am Pegel St. Pauli zeigt erwartungsgemäß einen ähnlichen Verlauf zur M_2 -Amplitude (Abbildung 43). Der Pearson-Korrelationstest ergibt einen stark positiven Korrelationskoeffizienten von 0,62. Der Signifikanztest ergibt einen p -Wert von 0,04 womit die statistische Signifikanz bei einem verwendeten Signifikanzlevel von 0,05 als bewiesen betrachtet werden kann. Das Bestimmtheitsmaß beträgt 38,87 %.

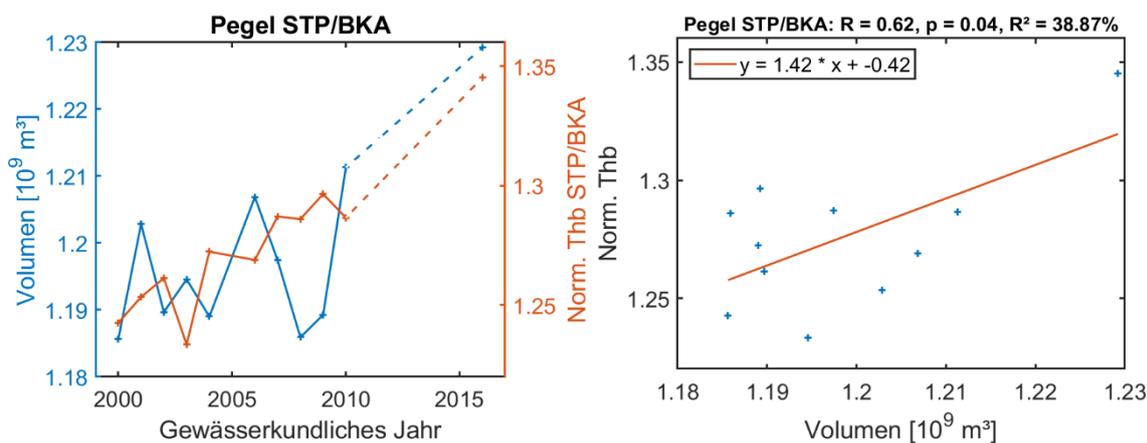


Abbildung 43: **Links:** Auf der linken Ordinatenachse (blau) sind die Wasservolumen unterhalb der Kote Normalhöhennull in Milliarden m^3 aufgetragen. Auf der rechten Ordinatenachse (orange) sind die auf Pegel Bake A normierten Tidehübe des Pegels St. Pauli dargestellt. Beide Zeitreihen sind über die Gewässerkundlichen Jahre 2000 bis 2016 aufgetragen. **Rechts:** Pearson-Korrelationstest zwischen den normierten Tidehübe und dem Wasservolumen mit Korrelationswert R , p -Wert p und dem Bestimmtheitsmaß R^2 .

Die Untersuchungen ergaben, dass die Amplifizierung der M_2 -Amplitude zwischen der Außenelbe bei Bake A und dem Hamburger Hafengebiet bei St. Pauli sowie der Tidehub positiv abhängig sind vom WVuNHN. Ursächlich ist die in Konsequenz vergrößerte effektive Wassertiefe. Abgeleitet aus der Volumenzunahme lässt sich die Vertiefung der Sohle unter

NHN resultierend aus der Morphodynamik zwischen 2000 und 2016 im Bereich Elbe-km 631 bis 705 im Mittel um 0,45 m bis 0,65 m beziffern. Berücksichtigt man die Kote -10 m NHN, um die Sohle der Fahrrinne für den gleichen Zeitraum und Bereich zu betrachten, so beläuft sich die Vertiefung über die Strecke gemittelt auf 0,15 m. Orientiert man sich an den Korrelationswerten, so scheint das Wasservolumen eine der stärksten amplifizierenden Wirkungen auf die Gezeitenschwingung in der Tideelbe zu haben.

4.3.5 Sohlrauheitsindikator

Da Reibungskoeffizienten für das Elbeästuar für den Untersuchungszeitraum nicht bekannt sind, wurde die Standardabweichung der Sohlhöhen von deren gleitendem Mittel als ein Indikator für die transportkörperbedingte Sohlrauheit berechnet.

4.3.5.1 Theoretischer Hintergrund

Die Wechselwirkung zwischen Morphologie und Tidewellen in Ästuaren ist seit Jahrzehnten ein intensiv beforschtes Thema (Engelund und Hansen 1967; Dronkers 1986; Friedrichs, Carl T und Aubrey 1988; Van Rijn, Leo C 1993; Dey 2014). Die Reibung nimmt bei der Bestimmung der Gezeiteigenschaften eines flachen Ästuars eine dominante Rolle ein, wobei die Reibungseffekte mit abnehmender Tiefe, zunehmender Gezeitenamplitude und abnehmender Tidewellenfrequenz zunehmen (Parker 1984).

Amplifizierend auf die Tidewelle wirkt hier eine Abnahme der Sohlrauheit: Eine Abnahme der Höhe und Anzahl der Transportkörper (Dünen und Großriffeln) verringert die reibungsbedingte Dämpfung der Gezeitenwellen und trägt potenziell zu höheren Tidehüben bei. Generell sorgt eine Abnahme des Reibungskoeffizienten auch für eine Verlängerung der Tidewellen (Gleichung (5.12)) und folglich für eine Annäherung an das Quarter-Wavelength Kriterium, was amplifizierend auf die Tidehübe an den Teilreflektoren im Hamburger Hafen wirkt. Bezüglich der Flachwassertiden ist mit einer Verstärkung der generierenden nichtlinearen Flachwassermechanismen mit zunehmender Sohlrauheit zu rechnen.

Eine Zunahme der Sohlrauheit wirkt dämpfend auf die Tidewelle: Reibung trägt wesentlich zur Limitierung der maximalen Amplifizierung in einem Schwingungssystem bei, da mit steigenden Tidewellenamplituden und Strömungsgeschwindigkeiten die Wirkung der Reibung zunimmt (Dietrich et al. 1975a). So erhöht sich die turbulente Schubspannung (s. Gleichung (4.23)) und die hiermit verbundene Dämpfung mit zunehmenden Strömungsgeschwindigkeiten. Des Weiteren sorgen zunehmende Gezeitenströmungen für eine verstärkte Ausbildung von Transportkörperstrukturen und eine tendenziell stromauf bzw. flutorientierte Ausrichtung dieser, was deren dämpfende Wirkung weiter erhöht. In Bezug auf Resonanz sorgt Reibung für eine kürzere Wellenlänge (Ippen und Harleman 1966; Parker 2007) und eine kleinere Eigenfrequenz des Schwingungssystems (Dietrich et al. 1975b; Gao und Adcock 2016), was im Falle des Elbeästuars eine Entfernung vom Resonanzfall bedeutet und somit potentiell geringere Amplituden am Teilreflektor im Hamburger Hafen.

Ein Aspekt der transportkörperbedingten Reibung, der vom Sohlrauheitsindikator nicht erfasst wird, vollständigshalber aber mit aufgeführt wird, ist die Orientierungsrichtung dieser Strukturen, die sich ebenfalls auf deren dissipative Wirkung auswirkt (siehe Kapitel 4.3.3.1).

4.3.5.2 Methodik

Die Veränderung der Rauheitsverhältnisse seit dem Jahr 2000 wurde an fünf Längsprofilen entlang der Unterelbe ab Elbe-km 630 bis Elbe-km 724 untersucht. Die Profile liegen in der Fahrrinnenmitte sowie beidseitig in Abständen von 50 m bzw. 100 m, wie in Abbildung 44 exemplarisch dargestellt.

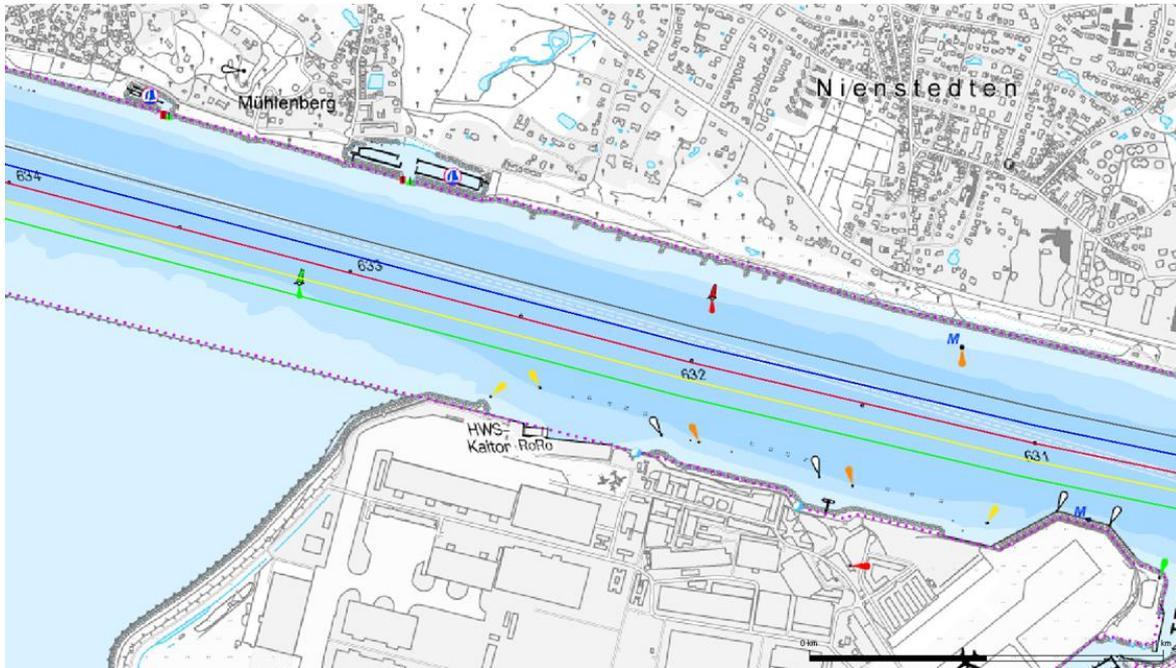


Abbildung 44: Exemplarische Darstellung der Lage der Längsprofile in der Fahrrinne. Quelle: HPA

Die Interpretation der Rauheitsverhältnisse erfolgt über eine statistische Auswertung der Höhendaten (siehe Anhang A.2, gelbe Kurve). Als Indikator für die Rauheit dient dabei die Standardabweichung ($RM^2\sqrt{s}$, grüne Kurve) der Geländehöhen vom gleitenden Mittel der Geländehöhe, gemittelt über 125 m.

Einen optischen Eindruck des Rauheitsmaßes für die gesamte Untersuchungsstrecke gibt die nachfolgende Abbildung 45. Es zeichnen sich deutlich Bereiche ab, in denen die Standardabweichungen im Vergleich zum restlichen ganzheitlichen Bereich der Unterelbe höher sind. Zudem sind in diesen Teilgebieten Glückstadt, Kollmar und Riffelstrecke die zeitlichen Variationen deutlich größer. Die Standardabweichungen der fünf Längsprofile in der Fahrrinne wurden für die drei Bereiche für die Jahre gemittelt. Diese bereichsspezifischen Werte wurden faktorisiert, indem sie mit der Stromlänge des jeweiligen Teilgebiets multipliziert wurden. Die Summe dieser faktorisierten bereichsspezifischen Werte sind die jahresspezifischen Sohlrauheitsindikatorwerte, wie sie in Abbildung 46 aufgetragen sind.

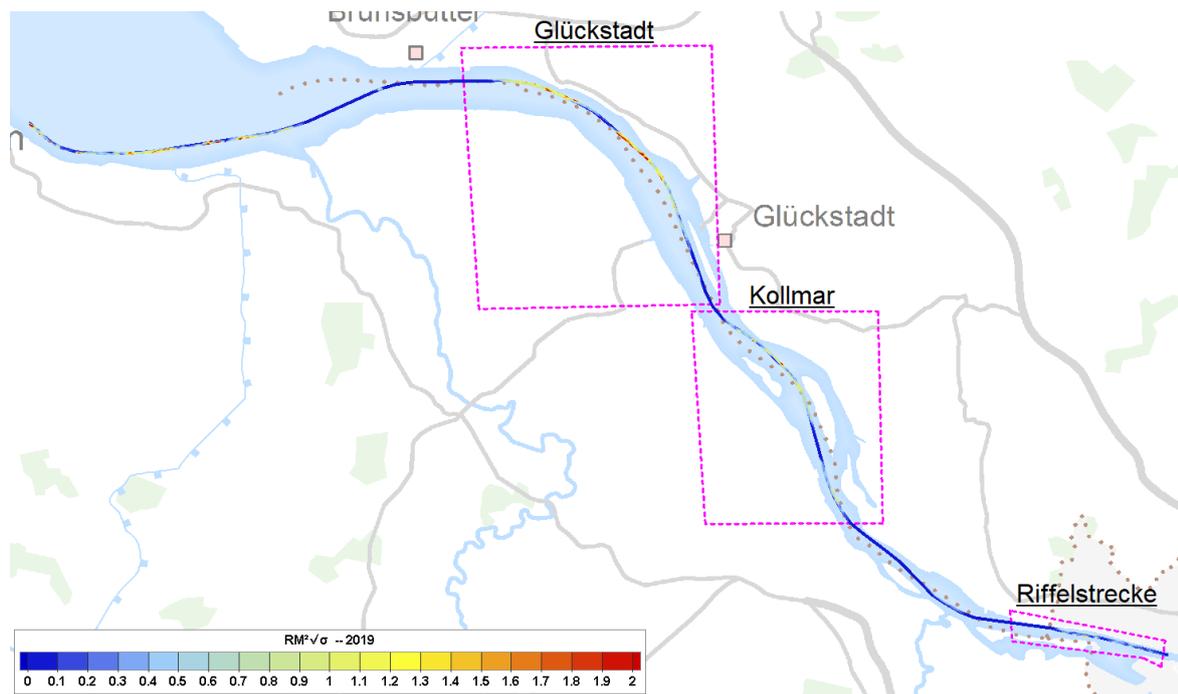


Abbildung 45: Für den Untersuchungszeitraum repräsentative Darstellung der Verteilung der Standardabweichung der Geländehöhen vom gleitenden Mittel der Geländehöhe, gemittelt über 125 m (Jahr 2019). Quelle: HPA

Der Bereich im Mündungstrichter wurde in den Analysen nicht berücksichtigt, da der Flächenanteil der Fahrrinne am Gesamtquerschnitt des grundsätzlich morphodynamisch hoch aktiven Bereiches gering ist und keine stichhaltigen Rückschlüsse über das Rauheitssignal des Mündungstrichters gegeben werden können. Generell ist jedoch ein nicht zu vernachlässigender Einfluss der Mündungstrichtermorphologie auf das Tidegeschehen im Ästuar anzunehmen.

Die in den Ergebnissen gezeigten Partialtidenamplituden und Tidehübe sind auf den Pegel Brunsbüttel normiert, welcher der nächstgelegene Pegel stromab des äußersten Teilgebiets Glückstadt ist.

4.3.5.3 Ergebnisse

Betrachtet man die ermittelten jährlichen Sohlrauheitsindikatoren und normierten M_2 -Amplituden des Pegels St. Pauli, so lässt sich visuell eine negative Abhängigkeit erahnen (Abbildung 46). Ein Korrelationstest der beiden Variablen ergibt aber keine Korrelation, da der Korrelationswert mit $-0,06$ nahe 0 liegt, das Bestimmtheitsmaß nur $0,33\%$ beträgt und die statistische Signifikanz bei dem p-Wert von $0,81$ ausgeschlossen wird. Ursächlich hierfür sind die übergeordneten positiven Trends beider Zeitreihen.

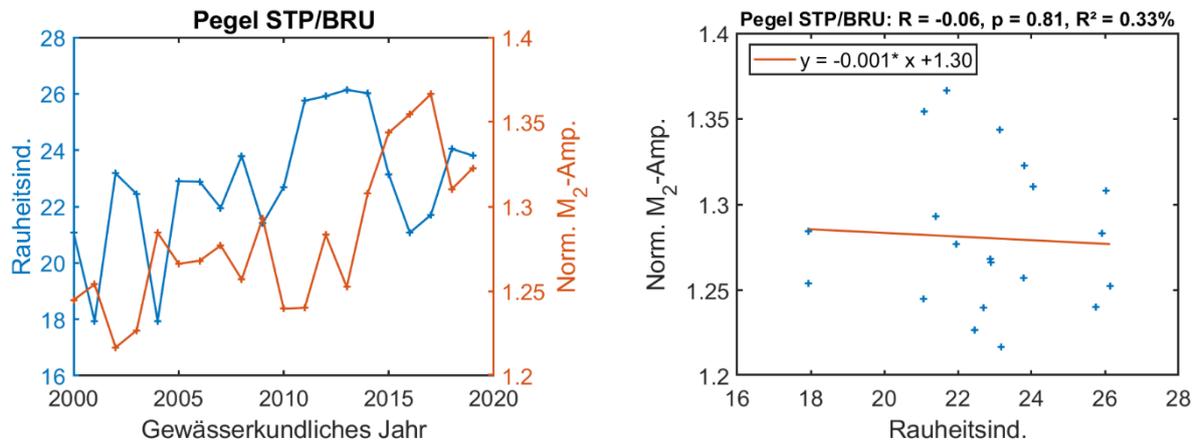


Abbildung 46: **Links:** auf der linken Ordinatenachse in blau aufgetragen sind die jährlich berechnete faktorisierten Sohlrauheitsindikatoren. Auf der rechten Ordinatenachse in orange aufgetragen sind die auf Pegel Brunsbüttel normierten M_2 -Amplituden des Pegels St. Pauli. **Rechts:** Pearson-Korrelationstest zwischen der normierten M_2 -Amplitude und dem Sohlrauheitsindikator mit Korrelationswert R , p -Wert p und dem Bestimmtheitsmaß R^2 .

Um die zwischenjährliche Variation hervorzuheben, wurden die Zeitreihen um ihren jeweiligen linearen Trend bereinigt (Abbildung 47). Die negative Abhängigkeit der beiden Variablen ist so deutlich zu erkennen. Ein Pearson-Korrelationstest ergibt einen starken negativen Korrelationswert von $-0,73$ bei einem p -Wert von $3e-4$ und ein Bestimmtheitsmaß von $53,2\%$. Ergänzend wurde die äquivalente Untersuchung mit dem normierten Tidehub durchgeführt (Abbildung 48), wobei die Ergebnisse des Korrelationstests sehr ähnlich sind.

Die, gemäß der im theoretischen Hintergrund erläuterten Wirkungen, zu erwartende negative Abhängigkeit zwischen der Sohlrauheit und der M_2 -Amplituden bzw. den Tidehuben kann somit bestätigt werden.

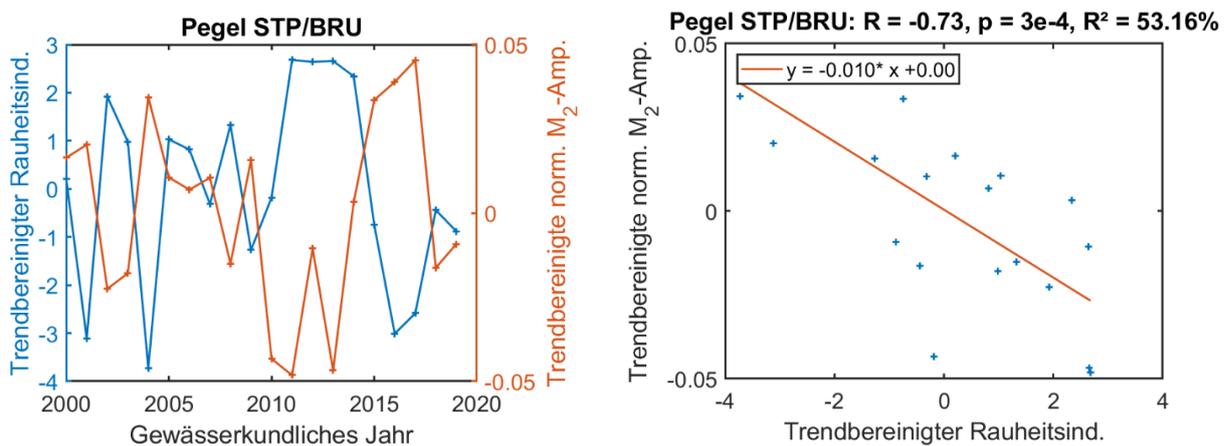


Abbildung 47: **Links:** auf der linken Ordinatenachse in blau aufgetragen sind die um ihren linearen Trend bereinigten jährlich berechneten faktorisierten Sohlrauheitsindikatoren. Auf der rechten Ordinatenachse in orange aufgetragen sind die trendbereinigten, auf Pegel Brunsbüttel normierten M_2 -Amplituden des Pegels St. Pauli. **Rechts:** Pearson-Korrelationstest zwischen den trendbereinigten normierten M_2 -Amplituden und den trendbereinigten Sohlrauheitsindikatoren mit Korrelationswert R , p -Wert p und dem Bestimmtheitsmaß R^2 .

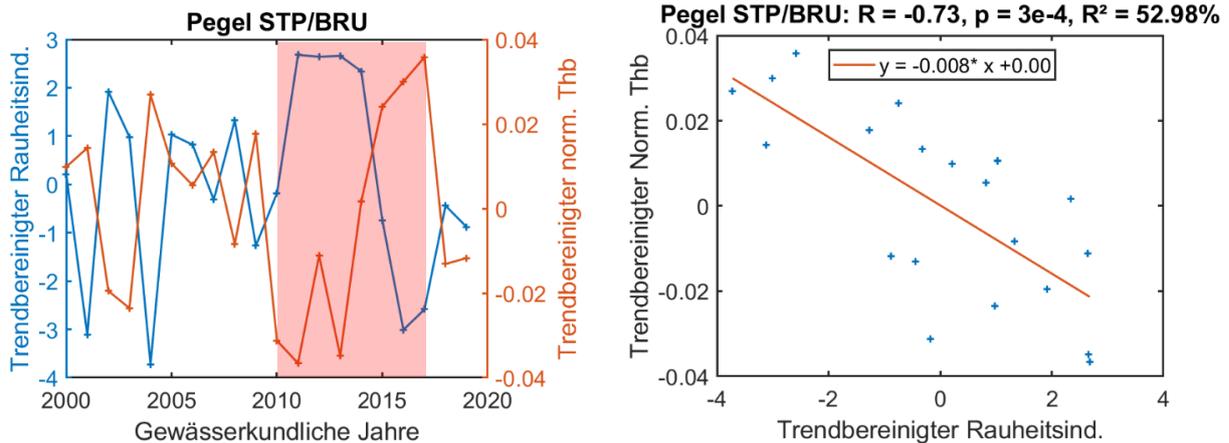


Abbildung 48: **Links:** auf der linken Ordinatenachse in blau aufgetragen sind die um ihren linearen Trend bereinigten jährlichen berechneten faktorisierten Sohlrauheitsindikatoren. Auf der rechten Ordinatenachse in orange aufgetragen sind die trendbereinigten, auf Pegel Brunsbüttel normierten Tidehübe des Pegels St. Pauli. **Rechts:** Pearson-Korrelationstest zwischen den trendbereinigten normierten Tidehüben und den trendbereinigten Sohlrauheitsindikatoren mit Korrelationswert R , p -Wert p und dem Bestimmtheitsmaß R^2 .

Neben der dominierenden halbtägigen M_2 -Partialtide wurde auch deren Harmonische M_4 betrachtet. Die Auftragung der Sohlrauheitsindikatoren und normierten M_4 -Amplituden (Abbildung 49) lässt besonders zwischen 2000 und 2010 eine positive Korrelation vermuten. Der Korrelationstest ergibt jedoch auch hier aufgrund der übergeordneten linearen Trends der Zeitreihen keine Korrelation.

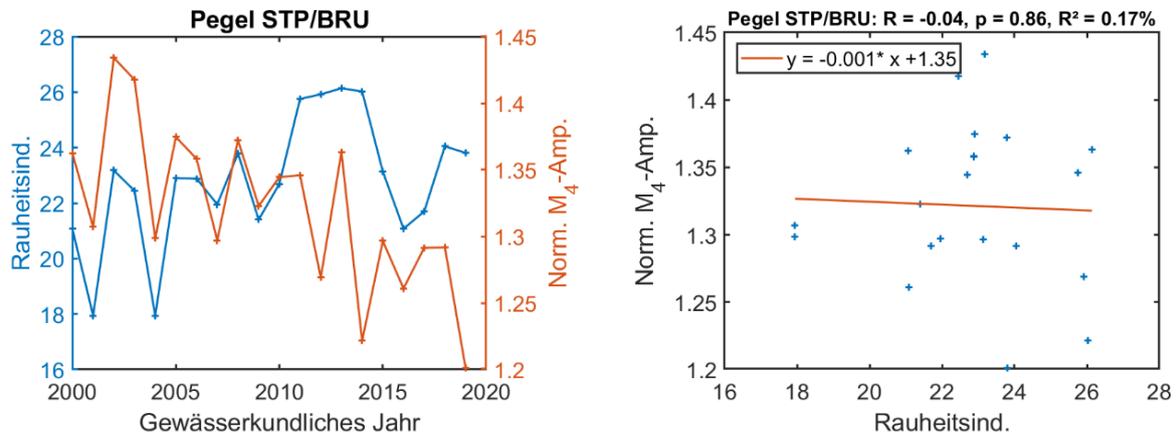


Abbildung 49: **Links:** auf der linken Ordinatenachse in blau aufgetragen sind die jährlichen berechneten faktorisierten Sohlrauheitsindikatoren. Auf der rechten Ordinatenachse in orange aufgetragen sind die auf Pegel Brunsbüttel normierten M_4 -Amplituden des Pegels St. Pauli. **Rechts:** Pearson-Korrelationstest zwischen den normierten M_4 -Amplituden und dem Sohlrauheitsindikator mit Korrelationswert R , p -Wert p und dem Bestimmtheitsmaß R^2 .

Bereinigt man beide Zeitreihen um ihren jeweiligen linearen Trend, so ergibt sich eine mäßige positive Korrelation von 0,44, bei einem p -Wert von 0.05 und ein Bestimmtheitsmaß von 19,6 %.

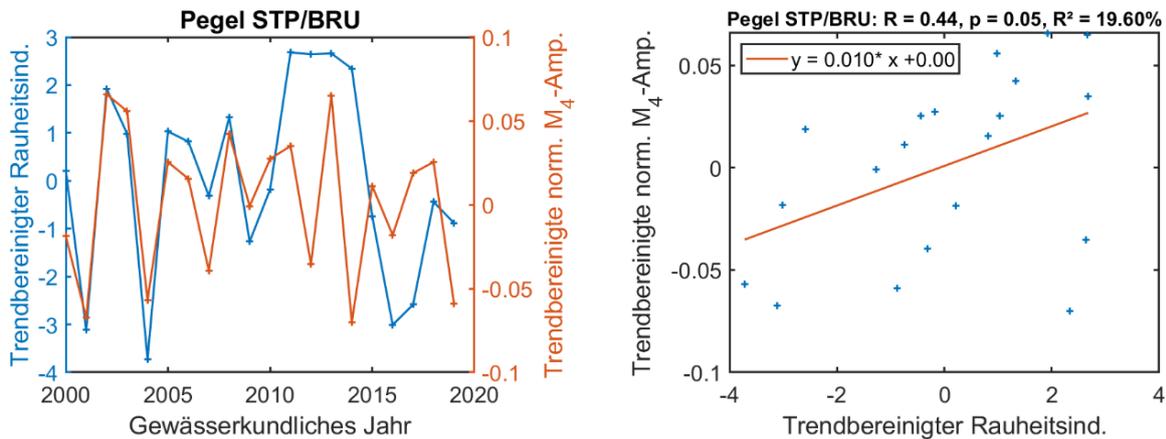


Abbildung 50: **Links:** auf der linken Ordinatenachse in blau aufgetragen sind die um ihren linearen Trend bereinigten jährlichen berechneten faktorisierten Sohlrauheitsindikatoren. Auf der rechten Ordinatenachse in orange aufgetragen sind die trendbereinigten, auf Pegel Brunsbüttel normierten M₄-Amplituden des Pegels St. Pauli. **Rechts:** Pearson-Korrelationstest zwischen den trendbereinigten normierten M₂-Amplituden und Sohlrauheitsindikatoren mit Korrelationswert R, p-Wert p und dem Bestimmtheitsmaß R².

Das Bestimmtheitsmaß der Korrelation zwischen trendbereinigter normierter M₄-Amplitude und Sohlrauheitsindikator fällt aufgrund der großen Streuung gering aus. Phänomenologisch ist dies erklärbar, da die M₄-Partialtide neben der Sohlreibung maßgebend durch die oberwasserbedingte Asymmetrie der Ebb- und Flutströmung generiert wird (Parker 2007). Dieser Einfluss ist in den Jahreswerten nicht bereinigt und überprägt somit teils den Einfluss der Sohlrauheit.

Dem Zeitraum 2010 bis 2017 kommt eine besondere Bedeutung zu, aufgrund der beobachteten beschleunigten Tidehubzunahme (siehe Kapitel 1.1). In diesen Zeitraum liegt der Sohlrauheitsindikator von 2011 bis 2014 auf einem relativ stabilen hohen Niveau, woraufhin die Werte bis 2016/17 rasant abnehmen. Ursächlich für diese Abnahme könnten Beobachtungen von Weilbeer et al. (2020) sein, die feststellten, dass die detektierten Erosion zwischen 2010 und 2016, die hauptsächlich in Abschnitten mit sandiger Sohle und ursprünglich ausgeprägten Riffelstrukturen erfolgte, auch eben diese Sohlstrukturen erodierte und somit deren verursachte Reibung verringert hat. Darüber hinaus sind die Dünen- und Riffelstrukturen zwischen 2010 und 2016 von Elbe-km 633 bis 642 deutlich schwächer geworden. Als Ursache für letzteres vermuten Weilbeer et al. (2020) eine verstärkte Sedimentablagerung durch die Baggergutverklappung bei der Flussinsel Neßsand bei Stromkilometer 633. Feinkörnige Sedimente überlagern dort Dünen und Riffel, was teilweise zu einer vollständigen Abwesenheit der Strukturen führt, insbesondere seit 2015, als die Sedimentation und Baggerarbeiten im Hamburger Hafen aufgrund des extrem niedrigen Oberwasserzuflusses zunahm (Boehlich und Strotmann 2019). Außerdem haben sich in den letzten Jahren im Bereich des Stromspaltungsgebietes Fluid-Mud Schichten gebildet, die die Reibung zusätzlich verringerten (Weilbeer et al. 2020), aber nicht in dem hiesigen Sohlrauheitsindikator abgebildet werden.

Die Analysen der trendbereinigten Zeitreihen ergaben zwar eine stark negative Korrelation der zwischenjährlichen Variationen, dass der Tidehub und die M₂-Amplitude jedoch über den Untersuchungszeitraum zusammen mit dem Sohlrauheitsindikator anstiegen, zeigt, dass dieser Einflussfaktor eine untergeordnete Rolle spielt.

4.4 Resonanzanalysen

Resonanz tritt in einem Schwingungssystem auf, wenn die Erregerfrequenz gleich der Eigenfrequenz (oder einer ihrer ungeraden Harmonischen) des zur Schwingung angeregten Systems ist. Gemäß des Quarter-Wavelength Kriteriums ist dies der Fall, wenn die Systemlänge einem Viertel (oder einem ungeraden Vielfachen eines Viertels) der Erregerwellenlänge entspricht (siehe Kapitel 2.2.2). In diesem Fall liegt ein Schwingungsknoten der resultierenden stehenden Welle am offenen Ende des Systems. Da die zur Überprüfung benötigten Tidewellenlängen und Systemlängen des Ästuars in der Regel nicht genau zu bestimmen sind (siehe Kapitel 2.3.3), wurden zwei zusätzliche Ansätze entwickelt und auf das Elbeästuar angewandt. Die Methoden der Bestimmung der Resonanzfrequenz mittels Drei-Parameter-Lorenz-Funktion als auch die Knotenmigration als Anzeiger für zunehmende Resonanz sind auch in Hein et al. (2021) publiziert.

4.4.1 Anwendung des Quarter-Wavelength Kriteriums

Für die Anwendung des Quarter-Wavelength Kriteriums werden die Systemlänge und die Erregerwellenlänge benötigt. Da das Elbeästuar einen Mündungstrichter aufweist, ist das seewärtige Ende des Schwingungssystems nicht offensichtlich und wird oftmals zwischen Cuxhaven bei Elbe-km 724 (wie z. B. von Hartwig (2016)) und dem Ende der unterhaltenen Wasserstraße bei Elbe-km 755 angenommen. Die Reflexionsanalyse aus dem HN Elbeästuarmodell in Kapitel 5.4.4 ergibt die Lage des Reflektors „Mündung des Elbeästuars“ bei Elbe-km 710,5, bei dem die Medemrinne auf die Fahrrinne der Elbe trifft. Das landwärtige Ende des Tideeinflusses ist das Wehr in Geesthacht bei Flusskilometer 586. Die maximale Gezeitenamplifizierung tritt jedoch am Teilreflektor bei den abrupten Querschnittseinengungen im Hamburger Hafen um Elbe-km 620 in der Norderelbe und 615 in der Süderelbe auf. Je nach gewählten Enden liegt die Länge des Schwingungssystems zwischen 90 km und 170 km. Die halbtägige Tidewellenlänge im Elbeästuar, die über mehrere Ansätze berechnet wurde, einschließlich verschiedener effektiver Wassertiefen in Gleichung (2.8), berechneter Phasengeschwindigkeiten, beobachteter Laufzeiten und hydrodynamisch-numerischer Modellierung, liegt zwischen 300 km und 430 km (Kapitel 2.3.3). Unter Berücksichtigung der möglichen Variationsbreite an Systemlängen und Erregerwellenlängen kann das Quarter-Wavelength Kriterium sowohl verworfen als auch bestätigt werden. Zudem ist anzumerken, dass das Quarter-Wavelength Kriterium von Vereinfachungen ausgeht (ungedämpfter einseitig geschlossener Kanal von gleichbleibender Breite und Tiefe mit nur einem Totalreflektor am geschlossenen Ende), die nicht auf das Elbeästuar zutreffen.

Backhaus (2015) untersuchte ebenfalls das Resonanzverhalten der Tideelbe und ging von einer Systemlänge von 130 km und, gemäß seiner berechneten effektiven Wassertiefe von 8,5 m, von einer Tidewellenlänge von ca. 400 km aus. Backhaus (2015) und Hartwig (2016) stellten fest, dass keine vollständige Resonanz herrscht, sondern eine latente Resonanz auftritt, die zu den verstärkten Tidehüben im Hamburger Hafen beiträgt. In den Veröffentlichungen von Eichweber und Lange (1998) sowie Rolinski und Eichweber (2000) äußerten die Autoren, dass das Quarter-Wavelength Kriterium für die M_2 im Elbeästuar erfüllt sei, unter der Annahme einer Systemlänge von 130 km und einer Tiefe von 14 m. Die hiesigen Untersuchungen zeigen, dass der Knotenpunkt der partiell stehenden Welle des Tidehubs zwischen 2000 und 2021 innerhalb des Elbeästuars zwischen Elbe-km 685 und 699 und der Knoten der halbtägigen Partialtide M_2 zwischen Elbe-km 674 und 696 lagen (Abbildung 8, Abbildung 13 und Abbildung 54) und somit nicht am offenen Ende. Folglich ist das Quarter-Wavelength Kriterium für das Elbeästuar nicht erfüllt. (Hein et al. 2021)

4.4.2 Bestimmung der Eigenfrequenz des Elbeästuars mittels Lorentz-Funktion

4.4.2.1 Methodik

Zur weiteren Resonanzanalyse wurde eine Methode zur Bestimmung der Eigenfrequenz des Schwingungssystems mittels Drei-Parameter-Lorentz-Kurvenanpassung (folgend LCF, vom englischen Lorentzian curve-fitting) entwickelt. Ein LCF kann allgemein zur Beschreibung oder Bestimmung der Form einer Resonanzkurve verwendet werden (Mikhailov 2018) und wird auch in anderen wissenschaftlichen Bereichen zur Schätzung von Resonanzfrequenzen eingesetzt, beispielsweise in der Elektrotechnik (Robinson und Clegg 2005). In frei schwingenden Systemen nimmt die Amplifizierung mit der Annäherung zwischen Erregerfrequenz und systemspezifischen Eigenfrequenz zu. Demnach wird eine LCF über die Amplifizierungswerte der Partialtiden verschiedener Frequenzen angewendet, um die Eigenfrequenz zu bestimmen, die der Abszisse des Maximums der Anpassungskurve entspricht. Die Drei-Parameter-Lorentz--Funktion ist definiert als

$$f(x) = \frac{A}{1 + \left(\frac{x - x_0}{\gamma}\right)^2} \quad (4.24)$$

wobei A die Höhe des Maximums, x_0 die Position des Maximums, x die Position der einzelnen Frequenzen und γ die Halbwertsbreite in halber Höhe ist. Die drei freien Parameter müssen vor der Anpassung grob geschätzt werden. Hier wurden Startparameter nach Betzler und Fachbereich Physik der Universität Osnabrück (2003) verwendet:

$$A = \max(y) \cdot \gamma \quad (4.25)$$

$$x_0 = \frac{\max(x) + \min(x)}{2} \quad (4.26)$$

$$\gamma = \left(\frac{\max(x) - \min(x)}{10}\right)^2 \quad (4.27)$$

Die zugrunde liegenden Amplituden wurden mittels der HAMELS über einen vollen Nodalzyklus von 18,613 Jahren beginnend am 01.01.2000 12:00:00 UTC bestimmt. In diesem Zeitraum fanden keine Fahrrinnenanpassungen statt.

4.4.2.2 Ergebnisse

Dass die Schwingungsknoten der dominierenden halbtägigen Partialtiden innerhalb des Elbeästuars liegen (Abbildung 8), zeigt, dass das Schwingungssystem länger ist als $\frac{1}{4}$ der dominanten Tidewellenlänge. Folglich kann angenommen werden, dass die Eigenfrequenz des Systems niedriger ist als die halbtägigen Erregerfrequenzen (s. Kapitel 2.2.2). Die Amplifizierungsfaktoren der untersuchten ganz- und halbtägigen Partialtiden zwischen dem Pegel Helgoland und dem Pegel Harburg am Teilreflektor in der Süderelbe (Elbe-km 615), wo die maximalen Tidehübe auftreten, zeigen, dass eine Tendenz erhöhter Amplifizierung mit der Nähe zu einer solchen Eigenfrequenz gegeben ist (Abbildung 51). Die Abszisse des Maximums der Kurvenanpassung mittels LCF liefert die Eigenfrequenz des Schwingungssystems Elbeästuar von 1,5615 cpd was einer Eigenperiode T_s von 15,37 h entspricht.

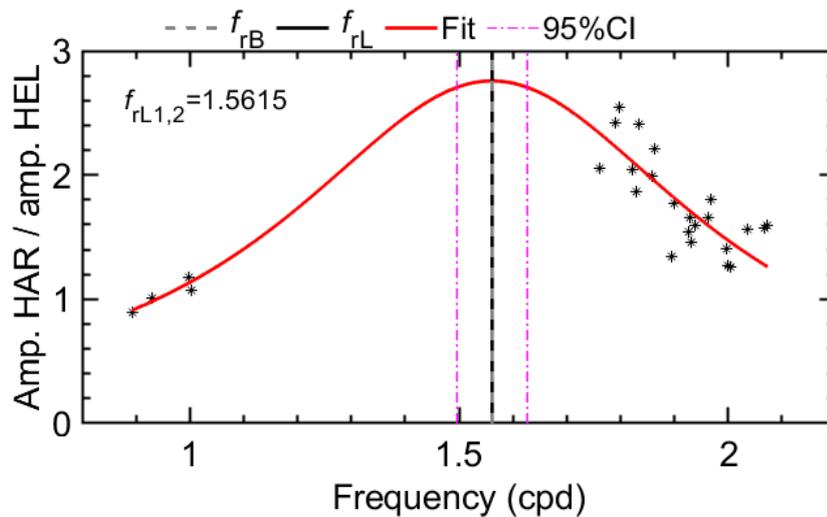


Abbildung 51: Amplifizierungsmaße für ganztägige und halbtägige Partialtiden zwischen dem Pegel Helgoland in der Deutschen Bucht und dem Pegel Harburg am Teilreflektor in der Süderelbe, an dem die maximalen Tidehübe gemessen werden. Zusätzlich sind die Eigenfrequenzen des Elbästuars dargestellt, die über eine Drei-Parameter-Lorentz-Kurvenanpassung (f_{rL}) und nach (Backhaus 2015) (f_{rB}) berechnet wurden. Quelle: Hein et al. (2021)

Aufgrund der astronomisch vorgegebenen Partialtidenfrequenzen kommt es zu einer Datenlücke zwischen den ganz- und halbtägigen Gezeiten. Daher wurden zur Validierung die ungeraden Harmonischen der Eigenfrequenz für die weiteren Resonanzfälle nach Gleichung (2.9) für die Systemlängen-Wellenlängen-Verhältnisse von 3/4 und 5/4 berechnet. Die Harmonische der bestimmten Eigenfrequenz für den Fall 3/4 beträgt 4,6845 cpd und liegt ebenfalls in einer Datenlücke zwischen den vierteltägigen und den fünfteltägigen Partialtidenfrequenzen. Die Harmonische für den 5/4-Fall beträgt 7,8075 cpd und liegt damit in der Mitte des Frequenzbereichs der achteltägigen Partialtiden. Hier liefert eine LCF über die Amplifizierungswerte der achteltägigen Partialtiden eine Resonanzfrequenz von 7,712 cpd (Abbildung 52). Zurückgerechnet ergibt diese Harmonische eine Eigenfrequenz von 1,5424 cpd. Diese Frequenz ist nur 0,0191 cpd niedriger als die über die ganz- und halbtägigen Partialtiden ermittelte Eigenfrequenz und liegt in deren 95 %-Konfidenzintervall. Da die Amplituden der achteltägigen Partialtiden deutlich kleiner sind als die mittleren Partialtiden im ganz- und halbtägigen Frequenzbereich, ist die Streuung der Amplifizierungswerte größer.

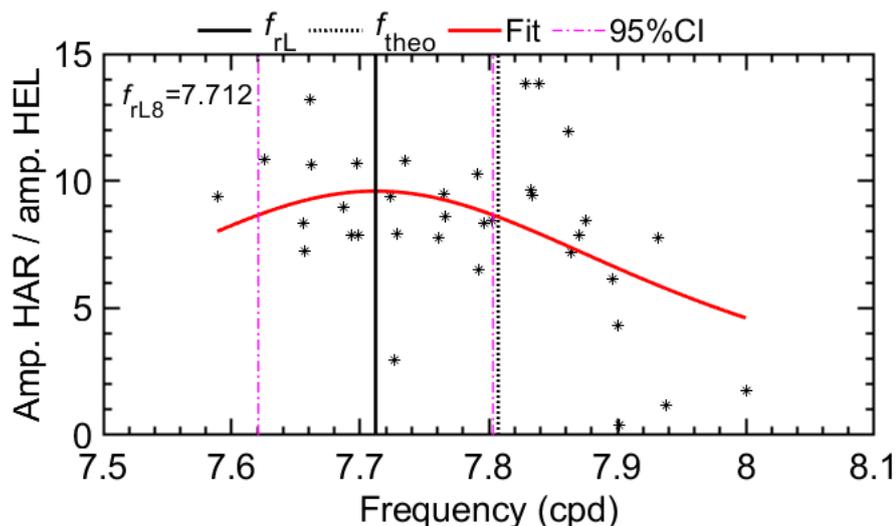


Abbildung 52: Amplifizierungsmaße zwischen dem Pegel Helgoland in der Deutschen Bucht und dem Pegel Harburg am Teilreflektor im Hamburger Hafen für achttägige Partialtiden. f_{theo} entspricht der ungeraden Harmonischen der berechneten Eigenfrequenz von 1,5615 cpd. (f_{rL}) ist die resultierende Resonanzfrequenz der Drei-Parameter-Lorentz-Kurvenanpassung über die Amplifizierungswerte der Achttägigen Partialtiden. Quelle: Hein et al. (2021)

Zur weiteren Validierung wurde ein Vergleich mit zuvor ermittelten Eigenfrequenzen des Elbästuars in Studien von Backhaus (2015) und Hartwig (2016) durchgeführt. Nach Backhaus (2015) beträgt die Eigenfrequenz des Elbästuars, wie es zwischen den Fahrrinnenanpassung 1999 und 2020/21 vorlag, 1,5615 cpd ($T_r = 15,37$ h), was exakt mit der via LCF bestimmten Eigenfrequenz übereinstimmt. Nach Hartwig liegt die Eigenfrequenz mit 1,171 cpd ($T_r = 20,5$ h) fast 0,4 cpd niedriger. Backhaus verwendete ein eindimensionales numerisches Gerinnemodell, während Hartwig das am Institut für Meereskunde der Universität Hamburg entwickelte "Vector-Ocean Model Shallow Water 2-dimensional" (Backhaus 2008; Backhaus et al. 2008) verwendete.

4.4.3 Anzeichen zunehmender Resonanz

Die Eigenfrequenz eines Systems hängt nach Gleichung (2.6) von dessen Länge und Tiefe ab. Folglich ist die Eigenfrequenz variabel, wenn sich die Länge des Ästuars oder seine Tiefe verändert. Eine Verkürzung und Vertiefung des schwingungsfähigen Ästuars erhöht die Eigenfrequenz, wobei die Verkürzung den größeren Effekt hat. Zudem sorgen zunehmende Reibung und potentiell auch im geringen Maße ein erhöhter Oberwasserzufluss für eine Verkürzung der Tidewellenlänge (Jay 1991; Parker 2007). Eine Annäherung an das Quarter-Wavelength Kriterium, sprich eine Annäherung der Eigenfrequenz des Systems an die astronomisch bestimmten Erregerfrequenzen der dominanten halbtägigen Partialtiden, bedeutet eine Zunahme der latenten Resonanz und somit eine Annäherung an den voll etablierten Resonanzfall. Im Folgenden werden zwei Analysen zur zeitlichen Entwicklung der latenten Resonanz präsentiert.

4.4.3.1 Methodik

Im ersten Ansatz zur Untersuchung der Entwicklung latenter Resonanz in der Tideelbe wurde ebenfalls die in Kapitel 4.4.2.1 beschriebene Methode der Kurvenanpassung mittels LCF verwendet. Für die Betrachtung der zeitlichen Entwicklung wurden kürzere Zeitintervalle von 1616 Tagen mit einem zeitlichen Versatz von 3 Monaten analysiert. Der Gesamtuntersuchungszeitraum beginnt mit dem 01.01.2000 12:00 UTC und endet mit dem 30.10.2021.

Im zweiten Ansatz zur Resonanzanalyse werden die Lagepositionen des Schwingungsknotens betrachtet. Der Schwingungsknoten der (partiell) stehenden Welle in einem einseitig offenen Schwingungssystem befindet sich im Fall einer voll ausgebildeten Resonanz am offenen Ende. Daher werden die Lagepositionen des Schwingungsknotens der hydrologischen Jahre verwendet, um zu analysieren, ob sich das schwingungsfähige System einem Resonanzzustand annähert. Zur Bestimmung der Schwingungsknotenposition (Minimum der Kurve) wurde eine Kurvenanpassung mittels Fourier-Reihe vierten Grades über die jährlichen mittleren Tidehübe bzw. M_2 -Amplituden der Pegel zwischen der äußeren Flussmündung an Bake A (Elbe-km 755,6) und dem Schwingungsbauch am Hauptreflektor (Elbe-km 620) verwendet. In der Fourier-Reihe ist a_0 der Achsenabschnitt, a_i und b_i sind die Amplituden der Kosinus- und Sinusfunktionen, x ist die Position und ω ist die Grundfrequenz des Signals:

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^4 a_i \cos(i\omega x) + b_i \sin(i\omega x) \quad (4.28)$$

Die Steigung der Regressionsgeraden durch die Flusskilometerpositionen aufgetragen über die hydrologischen Jahre ergibt die mittlere Wanderungsrate des Knotens.

4.4.3.2 Ergebnisse

In Abbildung 53 ist die zeitliche Entwicklung der über 1616-Tage-Intervalle ermittelten Eigenfrequenzen dargestellt. Für die Ermittlung eines vereinfachenden linearen Trends über den Untersuchungszeitraum wurde eine Theil-Sen Linie verwendet. Diese setzt keine Normalverteilung der Residuen voraus und ist weniger durch Ausreißer beeinflusst. Die Theil-Sen Linie ergibt eine Zunahme von $+3,44 \cdot 10^{-6}$ cpd/d ($\approx +0.0013$ cpd/a). Dieser lineare Trend über den Gesamtuntersuchungszeitraum zeigt eine tendenzielle Zunahme der latenten Resonanz über den Untersuchungszeitraum in der Tideelbe, spiegelt den Verlauf der Eigenfrequenz jedoch nur ungenügend wider. Vielmehr zeigt sich von 2000 bis Juni 2005 eine Abnahme der Eigenfrequenz, die daraufhin bis 2010 konstant blieb und danach weiter abfiel bis 2012 auf ein Minimum von 1,5247 cpd. Anschließend zeigt sich eine relativ schnelle Zunahme der Eigenfrequenz auf bis zu 1,626 cpd bis 2015 mit einer ebenso schnellen anschließenden Abnahme auf ein Niveau nahe der mittleren Eigenfrequenz von 1,5615 cpd.

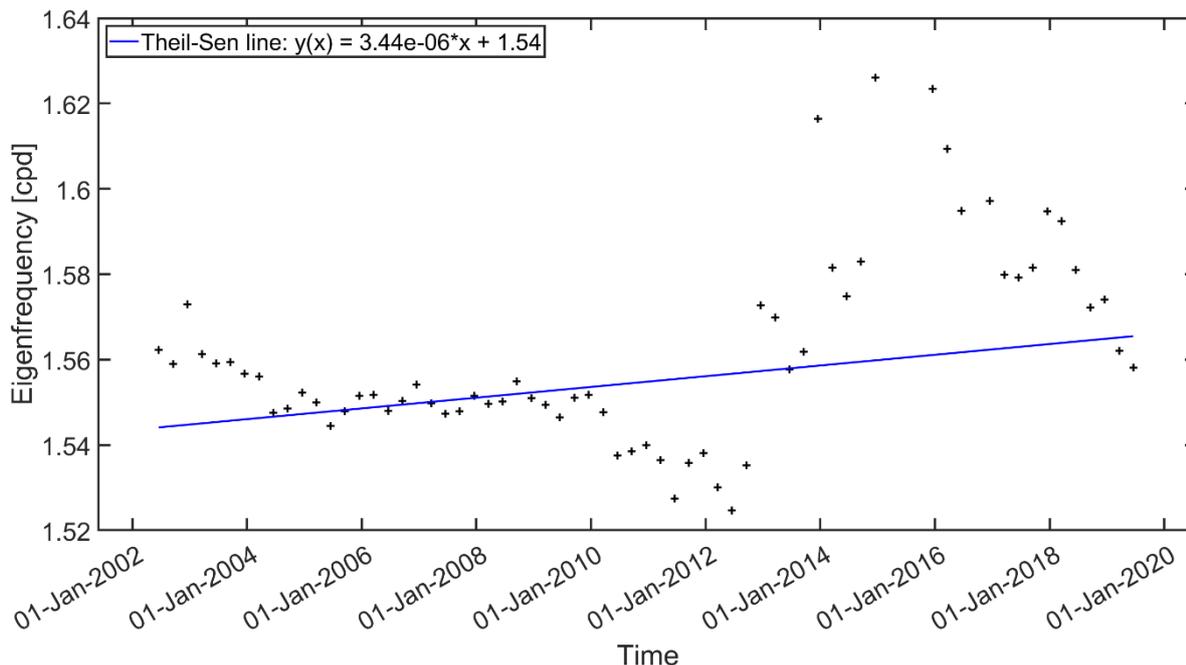


Abbildung 53: Mittels Lorentz-Kurvenanpassung ermittelte Eigenfrequenzen des Elbeästuars ermittelt über 1616-Tage-Intervalle mit 3 Monate Versatz vom 01.01.2000 bis zum 31.10.2021. In blau dargestellt, die gegen Ausreißer robuste Theil-Sen Linie zur Ermittlung des linearen Trends. In der Funktion ist x in Tagen seit dem 01.01.2000 angegeben.

Die Analyse der Knotenpositionen ergibt eine seewärtige Migration von 0,68 km/a für den Tidehub bzw. 0,58 km/a für die dominierende M_2 -Partialtide (Abbildung 54). Es zeigt sich, dass die Knoten des Tidehubs generell ca. 5 km bis 10 km seewärtiger liegen. Diese Differenzen begründen sich in der Tatsache, dass der Tidehub die Einhüllende aller Partialtiden mit deren unterschiedlichen Knotenpositionen abbildet.

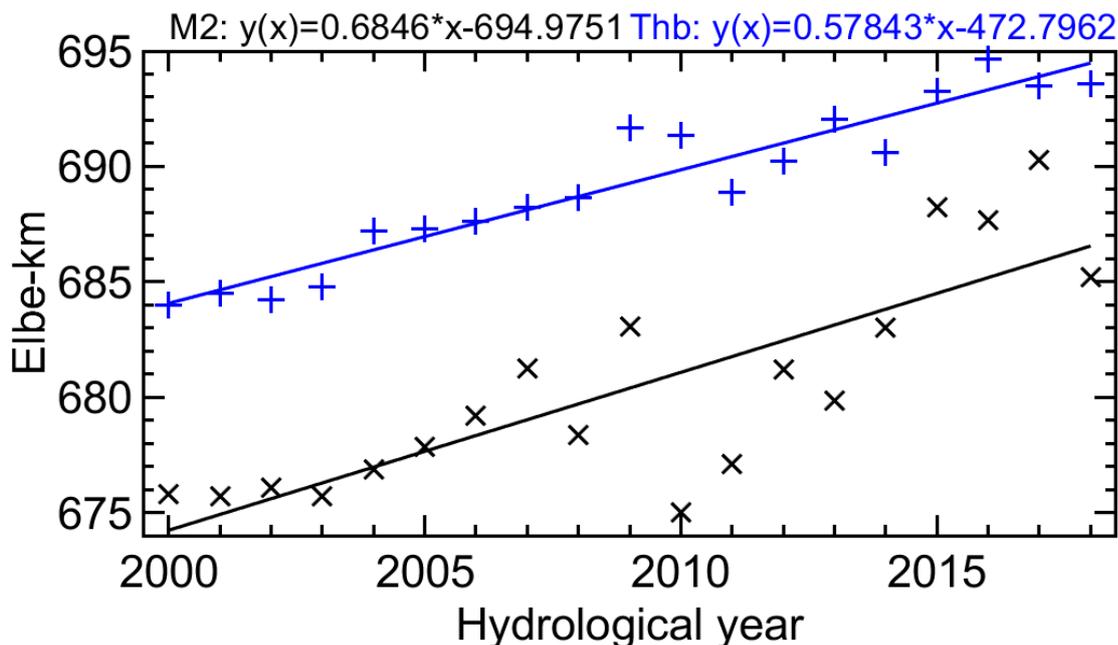


Abbildung 54: Schwingungsknotenposition der M_2 und des Tidehubs entlang der Elbkilometrierung der gewässerkundlichen Jahre 2000 bis 2018.

Wie im Werk von Proudman (1953) beschrieben, befindet sich in einem einseitig geschlossenen Schwingungsraum bei voller Resonanz der Schwingungsknoten am offenen Ende des Ästuars. Folglich kann die seewärtige Wanderung des Knotens als eine Zunahme der latenten Resonanz interpretiert werden. Ein Grund für längere Wellenlängen und somit weiter stromab gelegene Schwingungsknoten kann eine größere Wassertiefe sein (Formel (2.8)). Die seewärtige Knotenmigration der M_2 um 10 km würde vereinfacht eine Verlängerung der Gezeitenwellenlänge um 40 km bedeuten. Die mittlere Wellenlänge der M_2 unterhalb des Sohlsprungs beträgt schätzungsweise 430 km (Kapitel 2.3.3). Eine Verlängerung der M_2 -Wellenlänge von 410 km auf 450 km würde unter der Annahme, dass die Tidewellenlänge rein von der Wassertiefe abhängt, eine Veränderung der effektiven Wassertiefe unterhalb des Sohlsprungs über den Zeitraum 2000 bis 2018 von 8,57 m um 1,75 m auf 10,33 m bedeuten. Zwischen 2000 und 2019 wurde keine Vertiefung der Wasserstraße durchgeführt. Eine Zunahme der effektiven Wassertiefe ist jedoch aus der Wasservolumenzunahme in der Unterelbe (s. Kapitel 4.3.4) abzuleiten: So lag die Sohle in der Fahrrinne (unterhalb Kote -10 m NHN) 2016 im Bereich Elbe-km 631 bis 705 um ca. 0,15 m tiefer als im Jahr 2000. Hinzu kommt ein tendenziell ansteigendes Tidemittelwasser um 2 mm/a (s. Kapitel 4.3.2) entsprechend dem Meeresspiegelanstieg im Bereich der Elbmündung (Jensen et al. 2014; Dangendorf et al. 2015). Auch die Sedimentvolumenanalysen aus Weilbeer et al. (2020) zeigen einen Verlust durch Erosion was ebenfalls auf eine Vertiefung des mittleren Flussbettes zwischen 2010 und 2016 hindeutet. Es zeigt sich somit, dass eine Vertiefung der Tideelbe über den Untersuchungszeitraum geschah, diese aber nicht groß genug war, um die Knotenmigration allein zu erklären. Auch weitere Faktoren beeinflussen die Knotenposition. So auch eine abnehmende Reibung die aus den in Weilbeer et al. (2020) Beobachtungen abgeleitet werden kann. Theoretisch tragen auch die geringeren Oberwasserzuflüsse seit 2013/2014 zu einer Verlängerung der Tidewellenlängen bei, auch wenn die diesbezüglichen empirischen Untersuchungen keine eindeutige Knotenmigration der M_2 in Abhängigkeit des Oberwassers zeigen (s. Kapitel 4.3.3).

Sowohl die Bestimmung der Eigenfrequenzen mittels Lorentz-Funktion als auch die Knotenmigration sprechen für eine Zunahme der latenten Resonanz im Elbeästuar. Ein solcher Anstieg der latenten Resonanz hat wahrscheinlich zum Anstieg des Tidehubs von 3,63 m (5-Jahres-Mittelwert 2001-2005) auf 3,82 m (5-Jahres-Mittelwert 2015-2019) beigetragen. Allerdings weist die Entwicklung der Eigenfrequenz Fluktuationen auf, die gewisse Unsicherheiten mit sich bringen. Bezüglich der Knotenmigration sind die Abstände der Pegel flussabwärts von Elbe-km 674 mit ca. 10 km bis 12 km doppelt so groß wie im oberen Teil. Daher sind die Bestimmungen der Knotenpunkte in diesem Bereich mit Unsicherheiten behaftet: die Knotenpositionen unterscheiden sich zwischen aufeinanderfolgenden Jahren teils über 4 km. Quantitative Aussagen über die Zunahme der latenten Resonanz, bzw. der Knotenmigration müssen somit mit Vorsicht behandelt werden.

4.4.4 Zusammenfassung

Bezüglich des Resonanzverhaltens kann zusammenfassend gesagt werden, dass sich das Schwingungssystem Elbeästuar nicht in Resonanz befindet. Das Quarter-Wavelength Kriterium ist nicht erfüllt, da der Schwingungsknoten der dominanten halbtägigen Tiden nicht im Mündungsbereich liegt. Der Schwingungsknoten liegt weiter stromauf im Ästuar. Die Systemlänge des Elbeästuars ist demnach länger als $\frac{1}{4}$ der Tidewellenlänge. Dies spricht für eine Eigenfrequenz des Systems kleiner der halbtägigen Partialtidenfrequenzen. Die via Drei-Parameter-Lorentz-Kurvenanpassung ermittelte Eigenfrequenz des Systems bestätigt diese Annahme. Die Eigenfrequenz liegt mit 1.5615 cpd zwischen den ganz- und halbtägigen Partialtiden, in einem Frequenzbereich in dem keine Partialtiden auftreten. Eine ungerade Harmonische der Eigenfrequenz für das Systemlängen zu Tidewellenlängenverhältnis von $\frac{5}{4}$ liegt innerhalb des Frequenzbandes der achteiltägigen Partialtiden. Die achteiltägigen Partialtiden sind in dem Elbeästuar somit anfällig für Resonanz, weisen jedoch geringe Amplituden von maximal 54 mm ($3MS_3$) auf. Die über den Untersuchungszeitraum 2000 bis August 2018 tendenziell zunehmende Eigenfrequenz und die detektierte seewärtige Migration des Schwingungsknotens der M_2 -Partialtide und des Tidehubs sprechen für eine Zunahme der latenten Resonanz. Auch im vollen Resonanzfall kommt es jedoch nicht zu einer infiniten Amplitude am Totalreflektor. Dies begründet sich in der asymptotischen Annäherung an null der Amplituden der mehrfach reflektierten Wellen (Kapitel 5.3.5.). Das Elbeästuar ist zudem dämpfungsbeeinflusst und mit erhöhter Amplitude nimmt auch die Dämpfung zu, was sowohl die maximalen Amplituden als auch das Maß der Amplifizierung im System begrenzt.

5 Modelluntersuchungen eines Schwingungssystems (Teilprojekt: Reflexion, TUHH)

Im Rahmen des RefTide Teilprojekts Reflexion wurden modellbasierte Untersuchungen zum Reflexionsverhalten und zum Schwingungssystem der Tidewelle in Ästuaren durchgeführt. Hierbei wurden Fragen zum Reflexionsverhalten und Schwingungssystem der Tidewellen zunächst mit vereinfachten und generalisierten Ästuarverhältnissen analysiert und diskutiert und erst danach auf die Verhältnisse im Elbeästuar übertragen. Methodisch werden im Folgenden Modellansätze auf der Grundlage von Pegelmessungen (Kapitel 5.2) sowie basierend auf analytischen Betrachtungen (Kapitel 5.3) und im Kapitel 5.4 auf der Grundlage von Bewegungsgleichungen und Massenerhaltung der Strömungsmechanik (hydrodynamisch-numerische Modelle) angewendet. Für das grundsätzliche Verständnis wird im Kapitel 5.1 die prozessbasierte Beschreibung des Schwingungssystems der Tidewelle in einem Ästuar zusammengefasst.

5.1 Prozessbasierte Beschreibung eines Schwingungssystems

Trifft eine fortschreitende Welle (einlaufende Welle) auf ein Hindernis, dann wird Wellenenergie entgegengesetzt zur ursprünglichen Fortschrittsrichtung der Welle reflektiert und eine entgegen der ursprünglichen Fortschrittsrichtung laufende fortschreitende Welle (reflektierte Welle) erzeugt. Der Grad der Reflexion hängt vom Hindernis ab und liegt zwischen 0 % (kein Hindernis / keine Querschnittsänderung → keine Reflexion) und 100 % (senkrechte Wand → Totalreflexion). Der nicht reflektierte Anteil der Wellenenergie wird über bzw. durch das Hindernis transmittiert.

In Abbildung 55 ist schematisch ein System mit Teilreflexion und entsprechender Transmission an einem vertikalen Sohl sprung dargestellt. Eine fortschreitende Welle erzeugt an einem Ort über die Zeit variierende Wasserstände und Strömungsgeschwindigkeiten. In einem System mit Teilreflexion überlagern sich die Wasserstände und die Strömungen der einlaufenden und reflektierten fortschreitenden Welle. In der Natur kann lediglich das überlagerte Signal (nicht die Einzelkomponenten) gemessen werden.

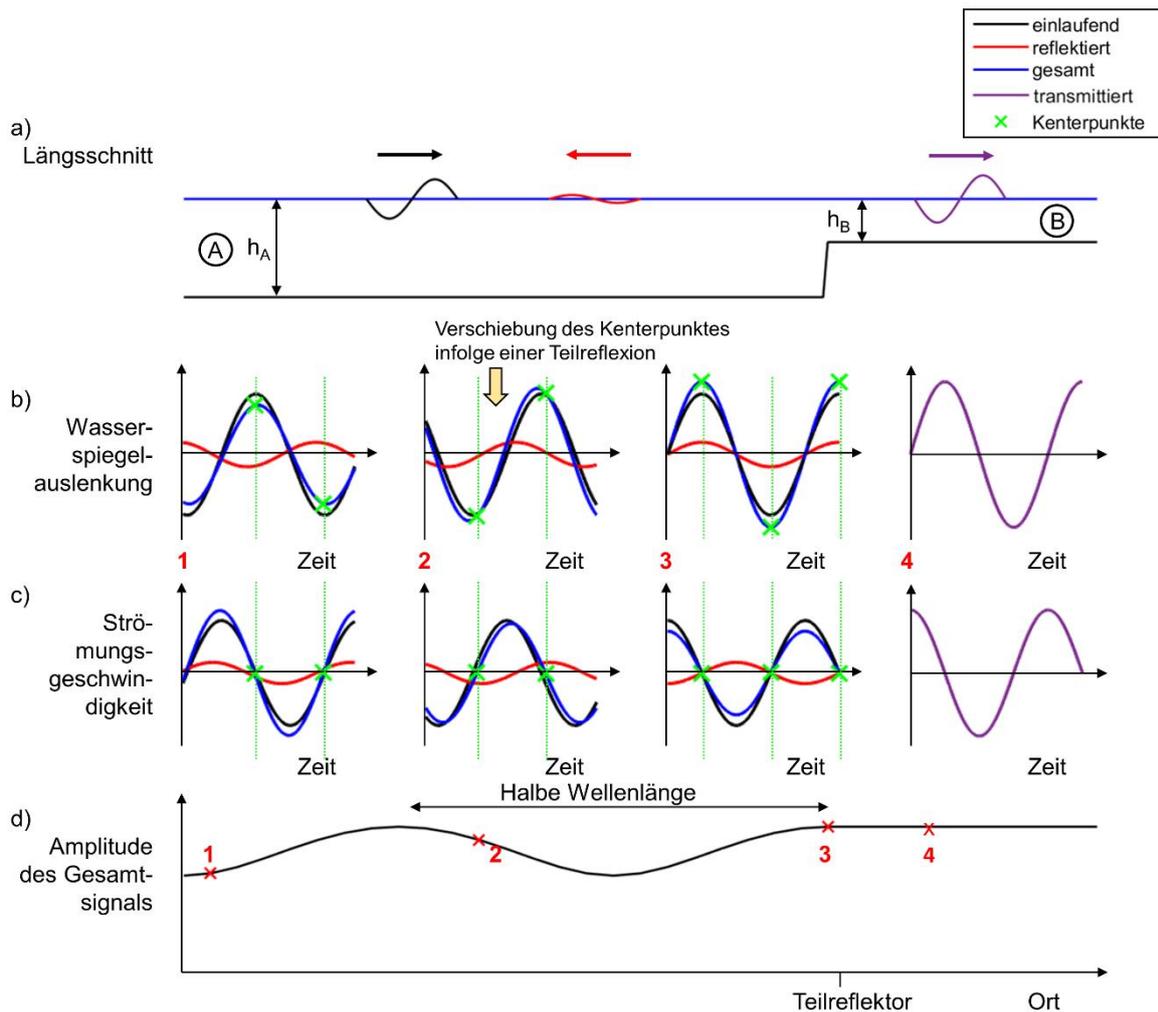


Abbildung 55: Vereinfachte Darstellung der Reflexion und Transmission einer Tidewelle an einer abrupten bathymetrischen Änderung. In (a) sind die einlaufenden, reflektierten und transmittierten Wellen an einem Teilreflektor, in (b) die Wasserspiegelauslenkungen, in (c) die Strömungsgeschwindigkeiten an drei verschiedenen Orten stromabwärts der abrupten bathymetrischen Änderung (Bereich A) und einem Ort stromaufwärts der abrupten bathymetrischen Änderung (Bereich B) dargestellt. In (d) ist die Amplitude des Gesamtsignals (teilweise stehende Welle) dargestellt.

In Abbildung 55 a) werden die einlaufende, die reflektierte und die transmittierte Welle in einem Längsschnitt durch ein vereinfachtes Modell dargestellt. Die einlaufende Welle (schwarz) trifft in dem Bereich A auf den Teilreflektor und wird in entgegengesetzte Fortschrittsrichtung teilreflektiert (rot). Stromaufwärts des Teilreflektors (Bereich B) propagiert die transmittierte Welle. Die Modellvorstellung beruht auf einem gleichmäßigen (rechteckigen) Querschnitt mit einem Teilreflektor ohne Berücksichtigung von Dissipation. Das Modell ist in beide Richtungen unendlich lang, sodass keine Interaktionen (Reflexionen) mit dem Rand auftreten.

In Abbildung 55 b) werden die Wasserstände der einlaufenden, der teilreflektierten und der transmittierten Tidewelle sowie deren linear überlagertes Gesamtsignal (Wasserstand) über die Zeit an verschiedenen Positionen (1 – 4) dargestellt. In Abbildung 55 c) werden die zugehörigen Strömungsgeschwindigkeiten (zeitliche Ableitung der Wasserspiegelauslenkungen) dargestellt. Die lineare Überlagerung der Strömungsgeschwindigkeiten der einlaufenden (schwarz) und der reflektierten (rot) Tidewelle ist durch die blaue Ganglinie (Gesamtsignal) der Strömungsgeschwindigkeiten

dargestellt. Durch die entgegengesetzte Fortschrittsrichtung von einlaufender und reflektierter Tidewelle, werden die Strömungskenterpunkte (grüne Markierung), d. h. die Zeitpunkte, an denen die Strömungsgeschwindigkeit des Gesamtsignals null sind, verschoben. In einem realen Ästuar setzen sich die Strömungen dabei nicht ausschließlich aus den Strömungen der einlaufenden und der reflektierten Tidewelle zusammen, sondern werden zusätzlich von den Strömungen des Oberwasserzuflusses überlagert. Die transmittierte Tidewelle (violett) setzt sich oberstrom der geometrischen Änderung (Bereich B) als fortschreitende Transmissionswelle fort.

In Abbildung 55 d) ist die Amplitudenvariation des Gesamtsignals über den Längsschnitt dargestellt. Im Bereich A (vor der Querschnittsänderung) ist der Amplitudenverlauf einer teilweise stehenden Welle mit Schwingungsbäuchen (höhere resultierende Amplitude) und Schwingungsknoten (geringere resultierende Amplitude) zu erkennen. Es wird deutlich, dass die Reflexion in einigen Abschnitten zu einer höheren Amplitude (konstruktive Überlagerung) und in einigen Abschnitten zu einer verringerten Amplitude (destruktive Überlagerung) gegenüber der einlaufenden Welle führt. Das Maximum der Amplifizierung liegt beim Reflektor und wiederholt sich regelmäßig. Im Bereich B propagiert die transmittierte Welle mit einer konstanten Amplitude, da – wie bereits dargestellt – in der vereinfachten Modellvorstellung (Prinzipmodell) keine Dissipation berücksichtigt wird.

In einem realen Ästuar wird die Energie der Tidewelle als Folge der Reibung dissipieren. Wird diese Dissipation der Tidewelle in der Modellvorstellung zusätzlich berücksichtigt, dann verringert sich die Amplitude der Tidewellen in deren jeweiliger Fortschrittsrichtung und eine zusätzliche Verschiebung der Kenterpunkte tritt auf.

Die vorgenannte Modellvorstellung eignet sich, um Auswirkungen von Geometrieänderungen dem Grunde nach einzuordnen und zu bewerten (Abbildung 56). Wird beispielhaft am System in Teilabschnitten (hier im Bereich A) die Sohllage vertieft (Abbildung 56, gestrichelte Linie im Längsschnitt a), dann resultiert daraus eine Verlängerung der Tidewelle im vertieften Bereich A. Dies gilt sowohl für die einlaufende als auch für die reflektierten Anteile der Tidewelle. Durch die größeren Wellenlängen im Bereich A verschieben sich Schwingungsknoten und Schwingungsbauch des Gesamtsignals (siehe d in Abbildung 56). Aufgrund der Vertiefung der Sohle nimmt das Maß der Querschnittsänderung am Sohlprung zu, damit erhöhen sich der Reflexions- und der Transmissionsgrad im Bereich des Sohlprungs und folglich auch die Amplituden der reflektierten Welle und der transmittierten Welle. Beide Anteile haben eine größere Amplitude.

Die höhere Amplitude des reflektierten Signals führt zu einer Erhöhung der Differenz der maximalen Amplitude des Gesamtsignals zur minimalen Amplitude des Gesamtsignals (siehe auch Kapitel 2.2.2). Hieraus resultiert, dass im Schwingungsbauch die resultierende (einlaufende Tidewelle + reflektierte Tidewelle) Wellenamplitude größer ist als im Ausgangszustand mit nicht vertiefter Sohle. Im Schwingungsknoten ist die resultierende Amplitude demgegenüber bei vertiefter Sohle geringer als im Ausgangszustand ohne Vertiefung.

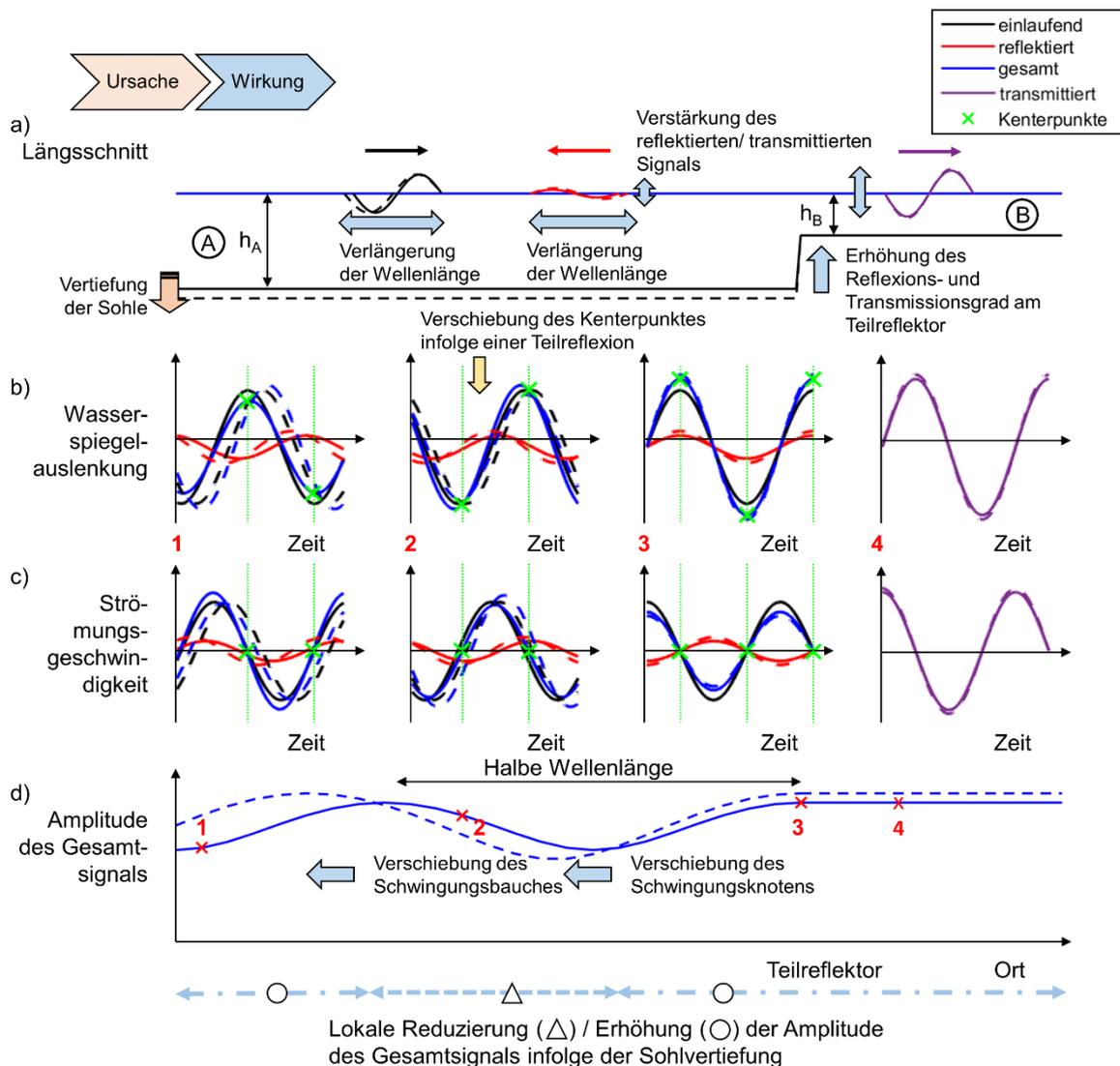


Abbildung 56: Schematische Darstellung der Auswirkung einer Vertiefung der Sohle auf die Länge der Wellen im Bereich A (Längsschnitt a), Erhöhung des reflektierten und des transmittierten Signals gegenüber dem Ausgangszustand (Abschnitt b) und c), Verschiebung des Schwingungsknotens im Längsschnitt d) und lokale Reduzierung und Erhöhung der Amplitude des Gesamtsignals.

Erweitert man die Modellvorstellung auf mehrere (Teil-)Reflektoren, so stellt sich ein Schwingungssystem ein, indem die einlaufende Welle mehrfach reflektiert und transmittiert wird. Hierauf wird im Kapitel 5.3 bzw. 5.3.4 näher eingegangen. Je mehr Reflektoren vorliegen, desto mehr Wellenkomponenten werden überlagert und desto komplexer wird das gesamte Schwingungssystem.

5.2 Pegeldatenbasierte Reflexionsanalysemethode

Die pegeldatenbasierte Reflexionsanalysemethode ist ein mathematischer Ansatz, um aus der Aufzeichnung der Gesamtwelle an mehreren Standorten die einlaufenden und reflektierten Wellensignale zu ermitteln. Ansätze (vgl. Kapitel 2.2.2) basieren zumeist auf der Annahme, dass die Dissipation vernachlässigbar ist und die Wassertiefe sich nicht ändert und entsprechend die Wellen sich mit konstanter Wellenamplitude und Wellenfortschritts-geschwindigkeit bewegen.

Ein einfacher Ansatz basierend auf der linearen Wellentheorie, um aus der Aufzeichnung des Wasserstandes über die Lauflänge den Reflexionsgrad zu bestimmen, befindet sich im Kapitel 2.2.2 Gleichung (2.4).

Goda und Suzuki (1976) untersuchten die Reflexion von Wellen in einem geraden Kanal und veröffentlichten eine 2-Pegelmethode, mit welcher der Reflexionsgrad der Wellen bestimmt werden konnte. Um Singularitäten in der Berechnung zu vermeiden, wurden Empfehlungen für geeignete Abstände der Pegel zueinander gegeben. Mansard und Funke (1980) erweiterten die Methode um einen weiteren Pegel. Die Aufzeichnung an der dritten Pegelposition wird dazu genutzt, um die Fehlerquadrate zu minimieren. Da die Methoden von Goda und Suzuki (1976) und Mansard und Funke (1980) auf der Auswertung der Wellen im Frequenzbereich basieren, können die Methoden sowohl für regelmäßige als auch für unregelmäßige Wellen verwendet werden.

Die o. g. Ansätze gelten für eine horizontale Sohle. Baldock und Simmonds (1999) sowie Chang und Hsu (2003) haben den mathematischen Ansatz für eine geneigte Sohle über die Anwendung des linearen Wellenshoalings erweitert.

In den o. g. Ansätzen werden keine Strömungen infolge des Oberwasserzuflusses berücksichtigt. Suh et al. (2001) erweiterten die Methode von Mansard und Funke (1990), um die einlaufenden und reflektierten Wellen über eine Strömung bekannter Größe zu separieren.

Zur Erweiterung der linearen Reflexionsanalysemethode wurden in Mansard et al. (1985) und Lin und Huang (2004) nichtlineare Reflexionsanalysemethoden vorgestellt, um den Reflexionsgrad von sowohl gebundenen als auch freien Komponenten (nach Stokes Wellentheorie) der harmonischen Oberschwingungen zu berechnen. Zur Auswertung des Frequenzbereichs wird dafür keine Fourier Methode, sondern eine Anpassung der harmonischen Komponenten an die gemessenen Wasserstände gewählt. Die Methode von Mansard et al. (1985) ist gültig für Frequenzkomponenten bis zur zweiten Harmonischen. Lin und Huang (2004) separieren die einlaufenden von den reflektierten Wellen für freie und gebundene Wellen in den Höherharmonischen einer regelmäßigen Welle. Die von Lin und Huang (2004) entwickelte 4-Pegel-Methode wird um die Einbeziehung von stark nichtlinearen regelmäßigen Wellen im Flachwasser erweitert. Dafür wird eine nichtlineare *least squares method* für die Bestimmung der Wellenparameter der ersten Harmonischen verwendet. Die Wellenparameter der Höherharmonischen (freie und gebundene Wellen) werden über die lineare Dispersionsbeziehung bestimmt (Liu und Li 2016).

Neben einer Auswertung der Wasserstände wurden auch Pegelmethode entwickelt, die den Reflexionsgrad über die Aufzeichnung von Strömungsgeschwindigkeiten berechnen. Hughes (1993) nutzt neben zwei Pegeln einen Doppler Geschwindigkeitsmesser und verwendet eine Frequenzmethode, um die einlaufenden und reflektierten Wellenspektren zurückzurechnen. Brossard et al. (2000) nutzen den Dopplereffekt von einer oder zwei sich bewegenden Pegelstationen, um den Reflexionskoeffizienten zu berechnen.

Ein weiterer Überblick über die Vielzahl an Pegelmethode und deren Weiterentwicklungen wird in Medina (2001) gegeben.

Im Zuge des Forschungsprojektes RefTide wurde die Methode von Goda und Suzuki (1976) hergeleitet und konnte für synthetisch generierte Signale, d. h. Signale mit bekannter Amplitude, Periode und Phase bei bekannten Querschnittsabmessungen, erfolgreich angewendet werden. Die Ergebnisse der Analyse eines einlaufenden Signals der Amplitude

1,5 m und eines reflektierten Signals der Amplitude 1,3 m wird in Abbildung 57 dargestellt. In der Abbildung 57 wird die Wellenlängenannahmeabhängige Berechnung des Reflexionskoeffizienten deutlich. Bei der Wahl der richtigen, d. h. der vorher im synthetischen Signal vorgegebenen, Wellenlänge stimmt der Reflexionsgrad aus der Analyse mit den Eingangsdaten überein.

Ergebnisse der Reflexionsanalyse eines synthetischen Signals

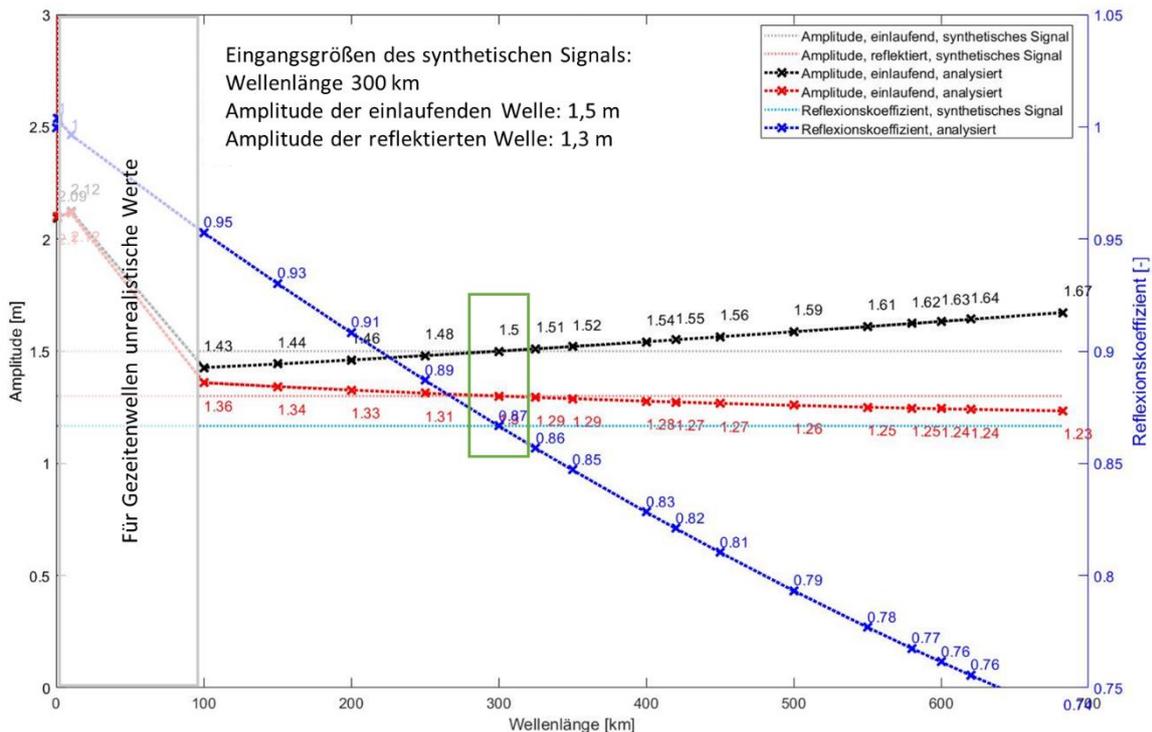


Abbildung 57: Darstellung der Ergebnisse aus der Reflexionsanalyse mit einer Pegelmethode eines synthetischen Signals der Wellenlänge 300 km.

Bei der Anwendung der Pegelmethode auf Messdaten aus dem Elbeästuar wurde festgestellt, dass die Nutzung der Reflexionsanalysemethode für verschiedene Wellenlängen und Nutzung verschiedener Pegel keine eindeutigen Ergebnisse lieferte. Dies liegt im Wesentlichen daran, dass die Dissipation der Anteile der Tidewelle nicht bekannt ist und zudem auch die (mittlere) Fortschrittsgeschwindigkeiten der einzelnen Anteile unbekannt ist. Das dadurch unterbestimmte Gleichungssystem führt zu nicht eindeutigen Lösungen.

Auf eine systematische Weiterentwicklung der pegeldatenbasierten Reflexionsanalysemethode wurde daher im Projektverlauf zugunsten der in Kapitel 5.3 und in Kapitel 5.4 dargestellten Modelle und deren Ergebnisse verzichtet.

5.3 Analytisches Modell RT-A

Das im Vorhaben RefTide entwickelte und im Folgenden beschriebene analytische Modell (RT-A: RefTide-Analytisch) dient der parametrisierten Abbildung des Schwingungssystems der Tide in Ästuaren; zudem ist es in der Lage den Reflexionsgrad von Tidewellen an Teilreflektoren als Folge beispielsweise von abrupten Querschnittsänderungen zu quantifizieren. Das analytische Modell RT-A zur Berechnung der Ausbreitung von

Gezeitenwellen in einem Ästuar ist eine Weiterentwicklung verfügbarer analytischer Modelle. Die meisten bereits existierenden analytischen Modelle (u.a. Hunt 1964; Dronkers 1972; Prandle und Rahman 1980; Friedrichs und Aubrey 1994; Lanzoni und Seminara 1998; Savenije et al. 2008; van Rijn 2011) basieren auf den Prinzipien der Massen- und Impulserhaltung und berücksichtigen beispielsweise die Reflexion in der Regel nur infolge eines einzelnen (Total-)Reflektors am landwärtigen Ende des Ästuars. Weitere Reflektoren und die Teilreflexion der Tidewelle werden nicht direkt berücksichtigt oder quantifiziert.

Grundlage des analytischen Modells RT-A ist die lineare Wellentheorie (siehe z. B. Proudman 1953) in Kombination mit dem Green'schen Gesetz zur Berücksichtigung der Konvergenz des Querschnitts, einem Dissipationsansatz für Wellen sowie einem Gleichungssystem, welches mehrfache Teilreflexionen und die Totalreflexion berücksichtigt. Vereinfachend wird der Querschnitt des Ästuars durch einen Rechteckquerschnitt angenähert. Entsprechend der vorgenannten Annahmen wird die Verformung der Tidewelle im Ästuar als Folge von Nichtlinearitäten nicht berücksichtigt. Weiterhin beschränkt sich das Modell (wie die meisten anderen analytischen Modellansätze) in der aktuellen Version auf die Hauptkomponente der halbtägigen lunaren Gezeit (M_2), welche die dominierende Gezeit im Elbeästuar ist. Trotz der Vereinfachungen liefert das analytische Modell eine Grundlage für die Untersuchungen der Auswirkungen von veränderten Systemzuständen in Kapitel 6 und für die Diskussion ausgewählter Aspekte auf das Reflexions- und Resonanzverhalten der Tidewelle im Elbeästuar (Kapitel 7).

5.3.1 Berechnung des Reflexionskoeffizienten an abrupten bathymetrischen Änderungen

Die ortsabhängige Tide setzt sich zusammen aus mehreren regelmäßigen Partialtiden mit jeweils am Ort konstanter Amplitude und Frequenz. Weiterhin werden als Grundlage für die Ermittlung der örtlichen Reflexionskoeffizienten in erster Näherung keine weiteren Reflexionen und Re-Reflexionen berücksichtigt. Zudem werden andere mögliche Einflüsse auf die Tidewelle (z. B. der Oberwasserzufluss, Inseln, bauliche Maßnahmen) zunächst nicht betrachtet.

Zur Berechnung der Ausbreitung und der Veränderung von Tidewellen kann u.a. wegen der geringen Wellensteilheit mit ausreichender Genauigkeit die lineare Wellentheorie herangezogen werden. Die Totalreflexion an künstlich geschaffenen Gezeitenbarrieren (z.B. Wehren) und die Ausbildung von stehenden Wellensystemen (Clapotis) ist gut dokumentiert (vgl. Lamb 1932; Hensen 1941; Proudman 1953; Parker 2007; van Rijn 2011, u.v.m.).

Das zur Ermittlung der Reflexion an abrupten bathymetrischen Änderungen angenommene System ist in Abbildung 58 dargestellt. Der Punkt 1 befindet sich unterstrom der bathymetrischen Änderung, der Punkt 2 oberstrom.

Ein Ansatz für die Berechnung des Reflexionskoeffizienten an abrupten bathymetrischen Änderungen für langperiodische Wellen wurde von Lamb (1932) oder von Dean und Dalrymple (1991) veröffentlicht. Die Berechnung der reflektierten und transmittierten Wellenhöhen basiert

- 1) auf der Stetigkeit des Drucks bzw. der Wasserspiegeloberfläche: die Wasserstände auf beiden Seiten eines abrupten Teilreflektors sind gleich, d. h. am selben Punkt muss für die Wasserspiegelauslenkungen des Gesamtsignals $\eta_1 = \eta_2$ gelten,

- 2) auf der Stetigkeit der Massenströme: Der Massenstrom in dem Bereich 1 muss gleich dem Massestrom in dem Bereich 2 sein, d. h. an dem Punkt $x = 0$ soll gelten: bhu , worin b die Breiten an der Oberfläche, h die mittleren Tiefen und u die horizontale Wasserteilchengeschwindigkeit am Punkt $x = 0$ sind.

Der Reflexions- bzw. Transmissionsgrad kann ebenfalls über eine Bilanzierung der Wellenenergien hergeleitet werden. Die Herleitung wurde im Zuge des Forschungsprojektes RefTide entwickelt und ist in dem Open Access Journal Water (Sohrt et al. (2021)) veröffentlicht. Im Folgenden wird der Ansatz kurz erläutert.

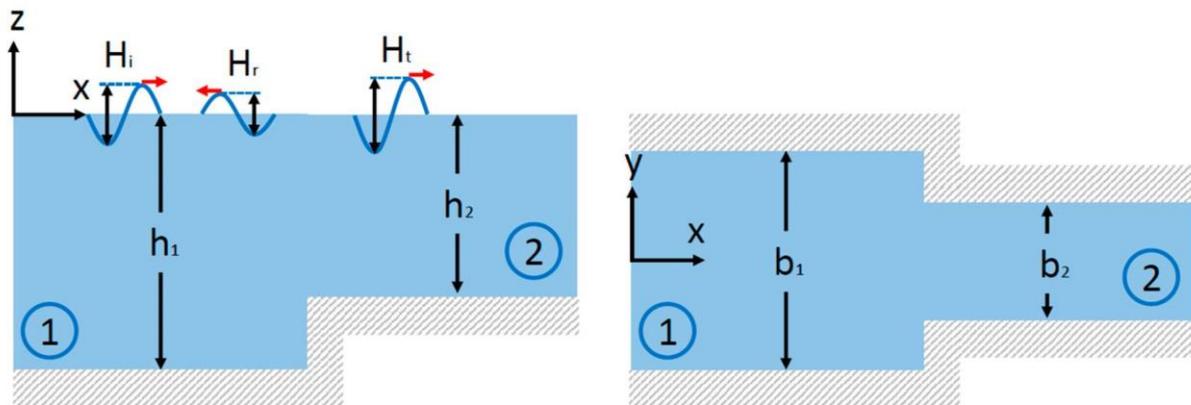


Abbildung 58: Längsschnitt und Draufsicht auf eine abrupte bathymetrische Änderung. Die Wellenhöhen H_i , H_r und H_t weisen jeweils auf die Wellenhöhen der einlaufenden, reflektierten und transmittierten Wellen hin. Die roten Pfeile deuten die Fortschrittsrichtung der Wellen an. (Sohrt et al. 2021)

Zusammenfassend können der Reflexionskoeffizient und der Transmissionskoeffizient für eine abrupte bathymetrische Änderung (siehe Abbildung 58) mit den Wassertiefen h_1 und h_2 sowie den Breiten b_1 und b_2 über die obige Bedingung 1) *Stetigkeit des Drucks* und eine neue Bedingung 2) *Wellenenergieerhaltung* berechnet werden. Aus dem Energiesatz folgt, dass die Wellenenergie der einlaufenden Welle E_i der Summe der Energie der reflektierten (E_r) und der transmittierten (E_t) Welle entspricht. Aus der Bedingung 1) folgt:

$$\frac{\eta_i + \eta_r}{\eta_1} = \frac{\eta_t}{\eta_2} \quad (5.1)$$

Der Reflexionskoeffizient beschreibt das Verhältnis der Wellenhöhe der reflektierten zur Wellenhöhe der einlaufenden Welle ($C_r = H_r/H_i$) und der Transmissionskoeffizient das Verhältnis der Wellenhöhen der transmittierten Welle zur Wellenhöhe der einlaufenden Welle ($C_t = H_t/H_i$). Daraus folgt aus Gleichung (5.1):

$$1 + C_r = C_t \quad (5.2)$$

Aus der Energieerhaltung ($E_i = E_r + E_t$) wird nach dem Kürzen konstanter Anteile:

$$H_i^2 \cdot b_1 \cdot \sqrt{h_1} = H_r^2 \cdot b_1 \cdot \sqrt{h_1} + H_t^2 \cdot b_2 \cdot \sqrt{h_2} \quad (5.3)$$

und durch das Umformen und Einsetzen der Koeffizienten wird:

$$(1 - C_r^2) \cdot b_1 \cdot \sqrt{h_1} = C_t^2 \cdot b_2 \cdot \sqrt{h_2} \quad (5.4)$$

Aus dem Einsetzen der Gleichung (5.2) in Gleichung (5.4) sowie dem Ausmultiplizieren und Umformen wird der Reflexionskoeffizient:

$$C_r = \frac{1 - \left(\frac{b_2}{b_1}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{h_2}}{\sqrt{h_1}}\right)}{1 + \left(\frac{b_2}{b_1}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{h_2}}{\sqrt{h_1}}\right)} \quad (5.5)$$

Der Transmissionskoeffizient lautet:

$$C_t = \frac{2}{1 + \frac{b_2}{b_1} \cdot \frac{\sqrt{h_2}}{\sqrt{h_1}}} \quad (5.6)$$

In Gl. (5.3) bis (5.6) sind b_1 und b_2 die Breiten und h_1 und h_2 die Wassertiefen in den jeweiligen Abschnitten 1 (unterstrom des Teilreflektors) und 2 (oberstrom des Teilreflektors). Gl. (5.6) ist nur für $a_i \cdot C_t < h_2$ gültig. Die vorgenannten aus der Energieerhaltung abgeleiteten Größen für den Reflexions- und Transmissionskoeffizienten stimmen mit den analytischen Gleichungen aus Lamb (1932) und Dean und Dalrymple (1991) überein.

Die folgenden Abbildungen visualisieren den Reflexionsgrad (Abbildung 59) und den Transmissionsgrad (Abbildung 60) an abrupten bathymetrischen Änderungen für verschiedene Tiefenverhältnisse bei konstanter Breite.

Für $h_1 = h_2$ ist der Reflexionskoeffizient $C_r = 0$ und der Transmissionskoeffizient $C_t = 1$, da keine Reflexion stattfindet. Gl. (5.5) und Gl. (5.6) berechnen die Reflexion und die Transmission sowohl für Querschnittsverengungen als auch für Querschnittsaufweitungen. Wenn das Verhältnis von h_1/h_2 zunimmt, dann nimmt auch der Reflexionskoeffizient zu und nähert sich schließlich 1 an (d.h. Totalreflexion). Steigt das Verhältnis von h_2/h_1 während $h_2 > h_1$, so steigt der Reflexionskoeffizient mit einem Phasensprung von 180° (grau hinterlegter Bereich) und nähert sich schließlich 1 an (Totalreflexion). Der Transmissionskoeffizient nähert sich asymptotisch gegen null (Wellenenergie verbleibt im Bereich B, d.h. stromaufwärts der abrupten bathymetrischen Änderung).

Die Wassertiefen gehen in den Gleichungen (5.5) und (5.6) in einem Wurzelterm $(h_2/h_1)^{1/2}$ in die Berechnung des Reflexions- bzw. Transmissionskoeffizienten ein, demgegenüber geht die Breitenänderungen jeweils über einen linearen Term $(b_2/b_1)^1$ ein. Entsprechend sind bei vergleichbaren relativen Veränderungen des Querschnitts die Auswirkungen einer abrupten Breitenänderung auf die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten größer als die Änderung der Tiefenverhältnisse.

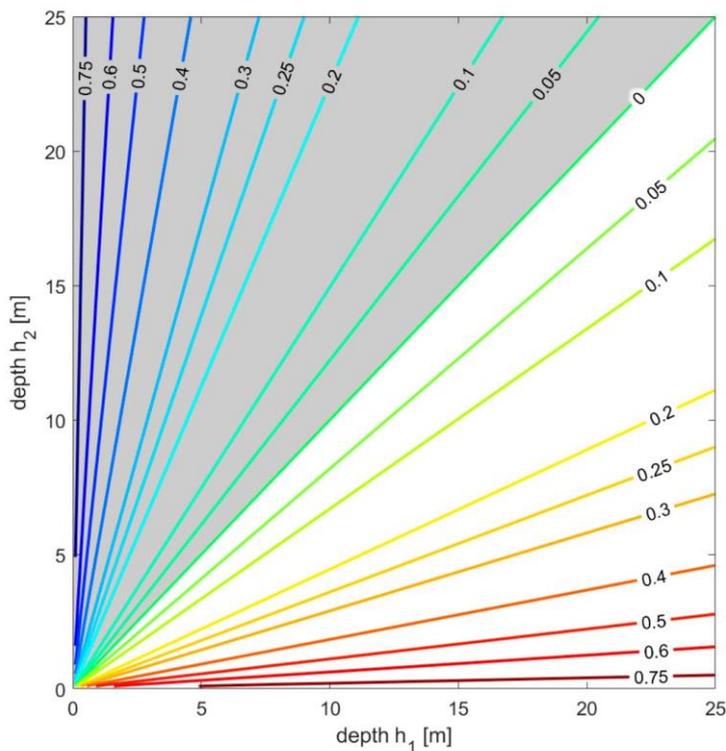


Abbildung 59: Visualisierung des Reflexionskoeffizienten an abrupten bathymetrischen Änderungen für verschiedene Tiefenverhältnisse bei konstanter Breite oberstrom und unterstrom der bathymetrischen Änderung. Die grau hinterlegte Fläche zeigt eine Reflexion mit einem Phasensprung von 180° an. (Sohrt et al. 2021)

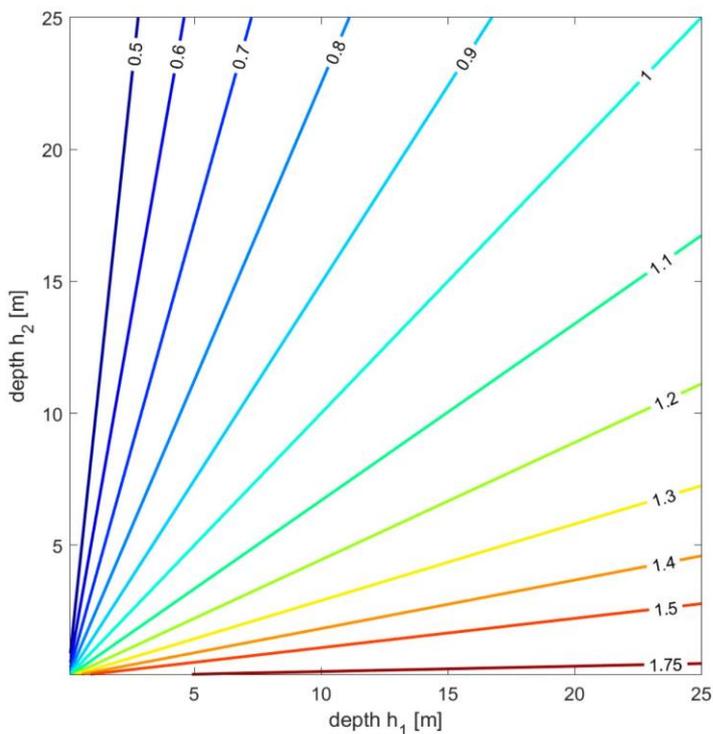


Abbildung 60: Visualisierung des Transmissionskoeffizienten an abrupten bathymetrischen Änderungen für verschiedene Tiefenverhältnisse bei konstanter Breite oberstrom und unterstrom der bathymetrischen Änderung. (Sohrt et al. 2021)

5.3.2 Querschnittskonvergenz (Greensche Gesetz)

Green (1838) veröffentlichte eine analytische Lösung der Bewegungsgleichungen für nicht-elastische Fluide (eindimensionale Saint-Venant Gleichung) für einen unendlich langen Kanal mit sich nur allmählich ändernder Breite und Wassertiefe entlang der Wellenfortschrittsrichtung (vgl. Abbildung 61).

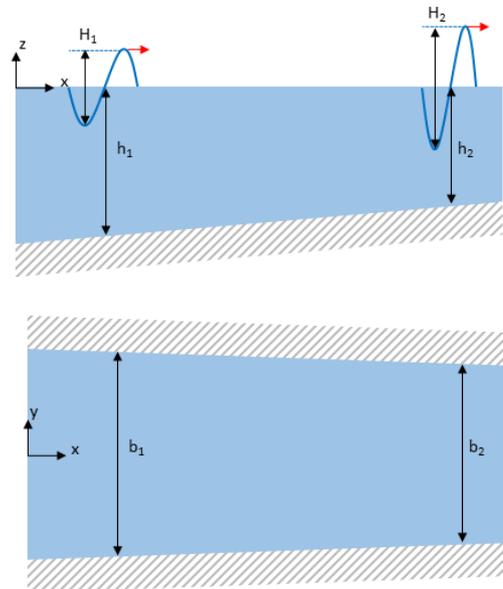


Abbildung 61: Längsschnitt und Draufsicht auf eine allmähliche bathymetrische Änderung. Die Wellenhöhen H_1 und H_2 weisen jeweils auf die Wellenhöhen der Wellen an den Punkten 1 und 2 hin. Die roten Pfeile deuten die Fortschrittsrichtung der Wellen an.

Das Greensche Gesetz kann auch über einen konstanten mittleren horizontalen Wellenenergiefluss wie folgt hergeleitet werden:

$$\frac{\rho g H^2}{\frac{8}{\bar{E}}} \cdot \underbrace{\sqrt{gh}}_{c_g} \cdot b = const. \quad (5.7)$$

Worin b die Breite ist und die mittlere Wellenergiedichte \bar{E} aus der Dichte des Fluid ρ , der Erdbeschleunigung g und der Wellenhöhe H besteht sowie die Gruppenfortschrittsgeschwindigkeit der Flachwasserwellen c_g von der Erdbeschleunigung g und der Wassertiefe h abhängig ist.

Formuliert man diese Gleichung für die Schnitte 1 und 2 mit entsprechenden Wassertiefen h_1 und h_2 sowie den Breiten b_1 und b_2 und werden konstante Anteile entlang der Schnitte gekürzt, ergibt sich:

$$H_1^2 \cdot \sqrt{h_1} \cdot b_1 = H_2^2 \cdot \sqrt{h_2} \cdot b_2 \quad (5.8)$$

Und folglich die bekannte Formulierung des Greenschen Gesetzes:

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{\sqrt[4]{h_1} \cdot \sqrt{b_1}}{\sqrt[4]{h_2} \cdot \sqrt{b_2}} \quad (5.9)$$

5.3.3 Mathematische Beschreibung der Dissipation

Unter Annahme des in Kapitel 5.1 beschriebenen theoretischen Modellansatzes mit einem gleichmäßigen rechteckigen Querschnitt, einem Teilreflektor und ober- wie unterstromig unendlicher Länge werden im Folgenden die aus der Bodenreibung resultierenden Sohlschubspannungen und damit die Dissipation berücksichtigt. Ippen und Harleman (1966) haben diese Bewegungsgleichung aufgestellt und berücksichtigen die Bodenschubspannung als eine gleichmäßig pro Masseneinheit wirkende Kraft anstelle einer entlang des benetzten Umfangs wirkenden Kraft. Der berücksichtigte Reibungsterm wird linearisiert. Die Lösung der Bewegungsgleichung führt auf eine exponentielle Dämpfung der Welle über die Wellenfortschrittslänge (vgl. Gleichung (10.33) in Ippen und Harleman 1966)):

$$\eta = a_0 \cdot e^{-\mu x} \cdot \cos(\sigma t - kx) \quad (5.10)$$

Worin a_0 die Eingangsamplitude, σ die Winkelgeschwindigkeit, t die Zeit, k die Wellenzahl, x die Lage und μ die Dämpfungszahl ist.

Für die Beschreibung der Wasserspiegelauslenkung von gedämpften kooszillierenden Tidewellen in einem Rechteckquerschnitt, wird der einlaufende Wellenanteil mit dem reflektierten Wellenanteil linear überlagert:

$$\eta = \eta_i + \eta_r = a_0 \cdot [e^{-\mu x} \cdot \cos(\sigma t - kx) + e^{\mu x} \cdot \cos(\sigma t + kx)] \quad (5.11)$$

Wobei die Indizes i und r jeweils auf die einlaufende und reflektierte Welle hindeuten und die Lage x in der Entfernung von dem Reflektor ($x = 0$) angegeben ist.

Neben einer Veränderung der Amplitude hat die Dissipation auch eine Wirkung auf die Wellenzahl k , Wellenlänge L und die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit c . In Parker (2007) bzw. Ippen und Harleman (1966) wird folgende Gleichung für den Zusammenhang für die Berücksichtigung der Reibung in der Wellenzahl über den dimensionslosen Reibungskoeffizient μ und den reibungslosen Fall (Index 0) gegeben:

$$\frac{k_0}{k} = \frac{L}{L_0} = \frac{c}{c_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu}{k_0}\right)^2}} \quad (5.12)$$

Aus der Gleichung (5.12) wird deutlich, dass bei Berücksichtigung des Reibungseffektes die Wellenlänge kürzer und die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit geringer wird.

Um einen Anhaltswert zur Größe der Dämpfungszahl zu erhalten, wird aus den in Kapitel 5.4.3 (siehe dort) beschriebenen Untersuchungen mit einem hydrodynamisch-numerischen Modell eine empirische Funktion zur Beschreibung der Dissipation abgeleitet. Diese ist im analytischen Modell implementiert.

5.3.4 Herleitung eines Gleichungssystems zur Berücksichtigung mehrfacher Reflexionen an mehreren – hier zwei – Teilreflektoren und einem Totalreflektor

Die Bewegungsgleichung einer Tidewelle in einem Kanal mit einer sich allmählich ändernden Geometrie unter Berücksichtigung der Dissipation infolge der Sohlreibung lautet nach Partensky und Barg (1977):

$$\eta = a_0 \cdot \frac{\sqrt[4]{h_0} \cdot \sqrt{b_0}}{\sqrt[4]{h_x} \cdot \sqrt{b_x}} \cdot [e^{-\mu x} \cdot \cos(\sigma t - kx) + e^{\mu x} \cdot \cos(\sigma t + kx)] \quad (5.13)$$

Welches einer Verknüpfung der Gleichung (5.9) mit der Gleichung (5.11) gleichkommt und worin die Indizes 0 und x jeweils auf die Lage am Ort des Totalreflektors ($x = 0$) bzw. am Ort x hindeuten.

Die Gleichung (5.13) ist gültig für die mathematische Beschreibung der Überlagerung einer einlaufenden und reflektierten Welle infolge einer Totalreflexion. Im Folgenden wird ein Gleichungssystem aufgestellt, welches in der Lage ist, mehrfache Re-Reflexionen an zwei Teil- und einem Totalreflektor unter Berücksichtigung der Querschnittskonvergenz (Kapitel 5.3.2) und der Dämpfung infolge von Sohlreibung (Kapitel 5.3.3) zu berücksichtigen. Als Visualisierung der Prozesse wird die Abbildung 62 herangezogen.

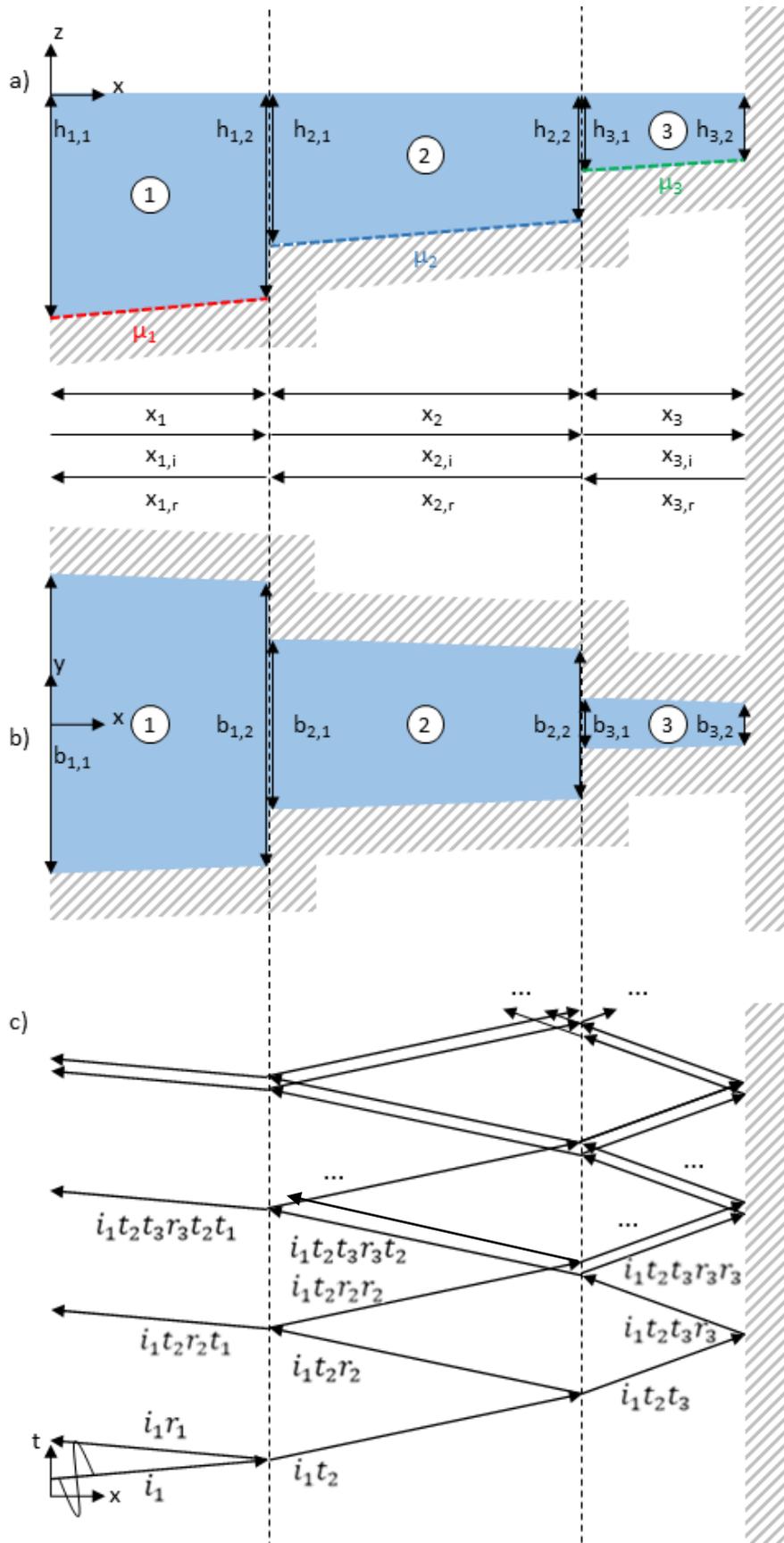


Abbildung 62: Schematische Darstellung der Wellenkomponenten bei zwei Teil- und einem Totalreflektor. a) Längsschnitt, b) Draufsicht, c) Ort-Zeit-Ebene.

In der Abbildung 62 a) ist ein Längsschnitt mit zwei Teilreflektoren (abrupte bathymetrische Änderungen) und einem Totalreflektor (rechte Seite) dargestellt. In den Bereichen 1, 2 und 3 sind die sich allmählich verändernden Wassertiefen $h_{j,k}$ angegeben, wobei der erste Index (j) auf den Bereich (umkreiste Nummerierung) und der zweite Index (k) auf die Lage (1: seewärts, 2: landwärts) hindeutet. Je Bereich wird ein abschnittsweise konstanter Dämpfungsgrad (μ_j) angenommen. Die Entfernung der seeseitigen Randbedingung zum ersten Reflektor beträgt x_1 , die Entfernung vom ersten zum zweiten Reflektor beträgt x_2 , und die Entfernung vom zweiten zum dritten Reflektor beträgt x_3 . Die Ergänzung im Index durch i und r deutet auf die Richtung der x-Achse im jeweiligen Bereich hin (i = x-Achse in Richtung der Fortschrittsrichtung der einlaufenden Welle, r = x-Achse in Richtung der Fortschrittsrichtung der reflektierten Welle). Äquivalent befindet sich in Abschnitt b) eine Draufsicht auf das analytische Modell mit den Breiten b .

In Abschnitt c) sind die Wellenkomponenten in einer Ort-Zeit-Ebene (x - t) der sich einstellenden reflektierten Anteile infolge der Interaktion einer einlaufenden Welle mit den Reflektoren aufgetragen. Die Buchstaben i , r und t deuten hierbei auf einlaufende, reflektierte und transmittierte Anteile hin. Die Indizes zeigen zum einen vorangegangene Anteile und zum anderen den Bereich auf, in dem sich die Welle befindet. So bedeutet $i_1 t_2 r_2$ beispielsweise, dass die im Bereich 1 einlaufende Welle (i_1) am ersten Reflektor (linker Teilreflektor) in den Bereich 2 transmittiert (t_2) und am zweiten Reflektor (rechter Teilreflektor) in den Bereich 2 zurückgeworfen, d. h. reflektiert, wird (r_2). Die Pfeile deuten die Wellenfortschrittrichtung der Wellen an. Dargestellt ist das aus nur einer einlaufenden Welle resultierende Schwingungssystem. Je länger das System beobachtet wird, desto mehr Wellen laufen ein und überlagern sich mit dem bestehenden Schwingungssystem. Da die mehrfach reflektierten Anteile aufgrund der Dissipation und der Reflexion immer geringer werdende Amplituden aufweisen, stellt sich ein dynamischer Gleichgewichtszustand ein.

Für jede Welle kann nun unter Berücksichtigung der Querschnittskonvergenz und der Dissipation die Bewegungsgleichung Gl. (5.13) formuliert werden. Es ist zu beachten, dass bei reflektierten und transmittierten Anteilen die vorangegangenen Anteile in der Lauflänge zu berücksichtigen sind, da sich entlang der Lauflänge bereits infolge der Querschnittskonvergenz und der Dissipation eine gegenüber der ursprünglich einlaufenden Welle veränderte Amplitude eingestellt hat. Das Gleichungssystem des Schwingungssystems ist im Anhang A.3 dargestellt. Jede Spalte zeigt die Multiplikatoren für die entsprechenden Anteile an. In dem Gleichungssystem können Regelmäßigkeiten identifiziert werden, welche dann für eine endliche Anzahl an Wellenkomponenten in einem Programmcode umgesetzt werden können. Das Gesamtschwingungssystem ergibt sich durch eine Addition (lineare Überlagerung) der einzelnen Anteile.

5.3.5 Beschreibung der Modellannahmen und grundsätzliche Validierung des analytischen Modells

Das in den Kapitel 5.3.1 bis 5.3.4 näher erläuterte analytische Modell wurde in Matlab implementiert. Das Modell stellt ein vereinfachtes Abbild des Schwingungssystems dar. Der Fokus der vorliegenden Arbeit liegt auf der Untersuchung der Ausbildung des Schwingungssystems. Daher beschränken sich die Untersuchungen hier zunächst auf die Hauptkomponente der halbtägigen lunaren Gezeit (M_2), welche die dominante Gezeit im Elbeästuar ist. Zur Validierung des analytischen Modells, werden leicht zu überprüfende Extremfälle in das Modell eingesteuert und auf Plausibilität überprüft.

Fall 1 überprüft die Ausbildung einer Clapotis (stehendes Wellensystem). Werden die Wassertiefen oberstrom der Teilreflektoren zu null gesetzt, stellt sich an der Lage der Teilreflektoren ein Totalreflektor ein. Die Amplitude des einlaufenden Signals ist willkürlich festgelegt und beträgt 1 m. Wird der Dissipationsgrad zu null gesetzt, muss sich ein Schwingungssystem ausbilden, bei dem das Maximum der Amplitude 2 m und das Minimum Amplitude gleich 0 m beträgt. Die Lage der Knoten muss in einer Entfernung des Reflektors von einer Viertel Wellenlänge vorliegen. Um Effekte infolge der Querschnittskonvergenz (Veränderung der Wellenlänge und Amplifizierung des Wellensignals) auszuschließen, werden die Tiefen und Breiten in dem Bereich vor dem Totalreflektor konstant gesetzt.

Die Ergebnisse des analytischen Modells für den Fall 1 sind in Abbildung 63 dargestellt. Diese zeigen das erwartete Schwingungssystem. Die Schwingungsbäuche und -knoten zeigen sich durch die Einhüllende, welche die zeitlichen Maxima der Gesamtwelle darstellt. Die Amplitude in den Schwingungsbäuchen beträgt wie erwartet 2 m und in den Schwingungsknoten 0 m. Die Wellenlänge einer Flachwasserwelle beträgt in 10 m Wassertiefe ca. 443 km, welche sowohl für die einlaufende, reflektierte und resultierende Welle gültig ist. Am Totalreflektor bei $x = 800$ km bildet sich wie erwartet ein Schwingungsbauch und in einer Viertel Wellenlänge ein Schwingungsknoten aus.

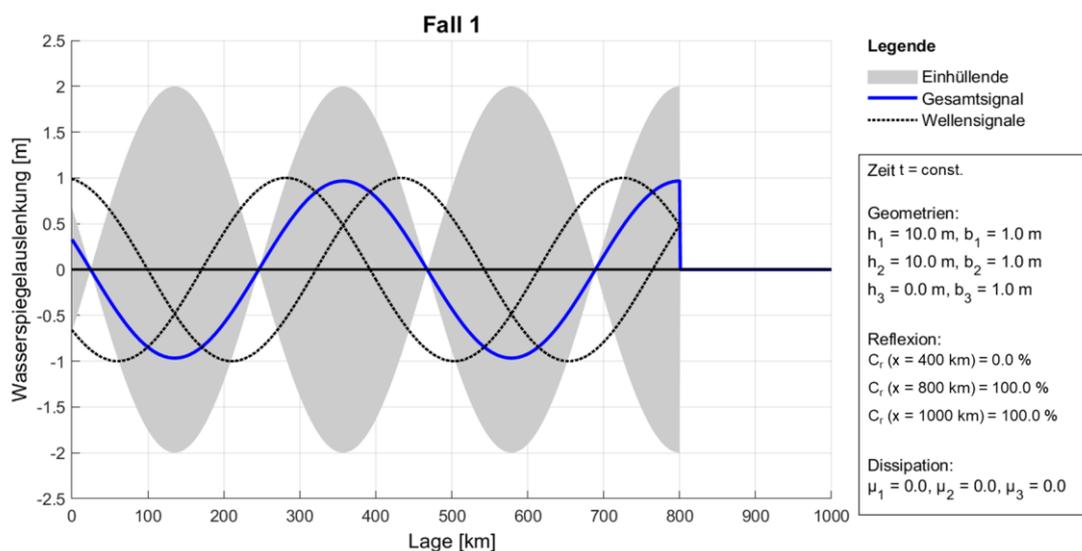


Abbildung 63: Fall 1 zur Validierung des analytischen Modells – Die Wassertiefe h_3 ist ab 800 km auf 0 m gesetzt. Es stellt sich dadurch bei 800 km eine Totalreflexion ein.

Fall 2 dient der qualitativen Überprüfung des Dissipationseffektes auf die Tidewelle. Hierfür wird in dem Modell aus Fall 1 ein Dissipationsgrad vorgegeben. Die Amplitude des einlaufenden Signals muss in abnehmender Entfernung zum Reflektor hin abnehmen, während die Amplitude des reflektierten Signals mit zunehmender Entfernung von dem Reflektor abnehmen muss.

Folgerichtig wird auch das Schwingungssystem mit dem analytischen Modell berechnet (Abbildung 64). Das einlaufende Signal, welches bei $x = 0$ km eine Wasserspiegelauslenkung von 1 m ausweist, wird dissipiert. Das reflektierte Signal weist bei $x = 0$ km die minimale Amplitude auf. Durch das in zunehmender Entfernung vom Totalreflektor geringer werdende reflektierte Signal, sind die Schwingungsbäuche und -knoten weniger ausgeprägt. Bei ca. 700 km kann beispielsweise noch eindeutig ein

Schwingungsknoten identifiziert werden, während bei ca. $x = 20$ km der Schwingungsknoten eine geringere Auswirkung auf die Einhüllende des Schwingungssystems aufweist. Die Lage der Schwingungsbäuche und -knoten ist im zweiten Fall durch die Berücksichtigung der Dissipation in der Wellenlänge geringfügig verschieden zu denen im ersten Fall.

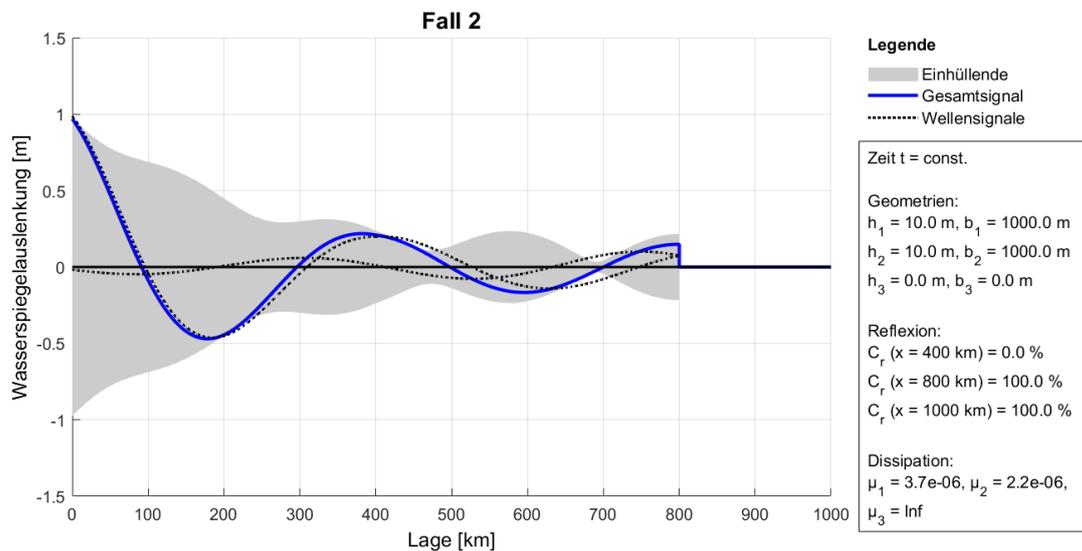


Abbildung 64: Fall 2 zur Validierung des analytischen Modells – Einsteuerung einer Dissipation.

Fall 3 stellt die Überprüfung der Querschnittskonvergenz dar. Hierfür wird die Tiefe im Bereich 3 (Abbildung 62) zu null gewählt. Im Bereich 1 bleibt die Wassertiefe konstant bei $h_1 = 10$ m und in dem Bereich 2 nimmt die Wassertiefe allmählich $h_{2,1} = 10$ m auf $h_{2,2} = 5$ m ab. Die Dissipation wird in diesem Szenario zu null gesetzt. Aus der Gleichung (5.9) muss über die Lauflänge von $x_2 = 400$ km eine Amplifizierung um den Faktor $\frac{\sqrt[4]{10\text{m} \cdot \sqrt{1\text{m}}}}{\sqrt[4]{5\text{m} \cdot \sqrt{1\text{m}}}} = 1.189$ resultieren. Das Ergebnis aus dem analytischen Modell ist in Abbildung 65 dargestellt. Es stellt sich am Reflektor die erwartete Amplitude von $1.189 \cdot 2 \text{ m} = 2.378$ m ein. Neben der zunehmenden Amplitude der Gesamtwelle wird die Verkürzung der Wellenlänge aufgrund der abnehmenden Wassertiefe deutlich.

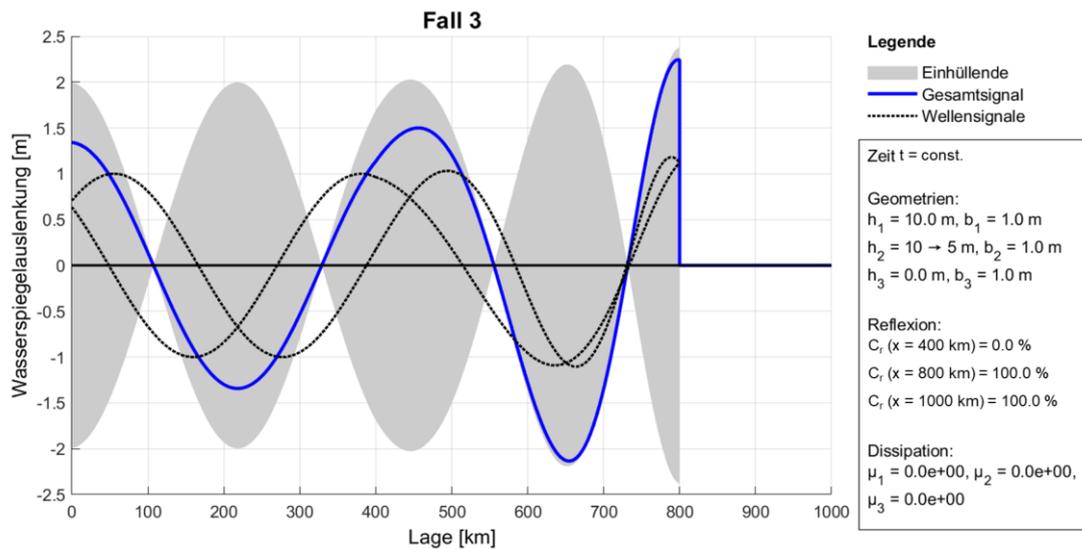


Abbildung 65: Fall 3 zur Validierung des analytischen Modells – Überprüfung der Querschnittskonvergenz ($h_{2,1} = 10 \text{ m} \rightarrow h_{2,2} = 5 \text{ m}$).

Fall 4 dient der Überprüfung des Resonanzkriteriums im analytischen Modell. Wenn sich der erste Reflektor in einem Abstand von einem Viertel der Wellenlänge zum nächsten Reflektor befindet, bildet sich am ersten Reflektor ein Schwingungsknoten und am zweiten Reflektor ein Schwingungsbauch aus. In der Abbildung 66 ist dieser Fall exemplarisch für eine konstante Wassertiefe von $h = 10 \text{ m}$ dargestellt. Die Teilreflexion am ersten Teilreflektor tritt durch eine Breiteneinengung von $\frac{b_1}{b_2} = 1,5$ auf. Es wird deutlich, dass sich am Totalreflektor eine Amplitude von über 2 m infolge der Überlagerung der mehrfach reflektierten Wellen einstellt. Da sich die Amplituden der mehrfach reflektierten Wellen mit zunehmender Anzahl an Reflexionen asymptotisch null annähern, stellt sich selbst am Totalreflektor eine maximale Amplitude (hier: 3 m) ein. Wird das Verhältnis der Amplitude am Totalreflektor zur Amplitude am Teilreflektor gebildet, wird das im Zusammenhang mit der Resonanz häufig genannte Amplitudenverhältnis von ∞ erreicht.

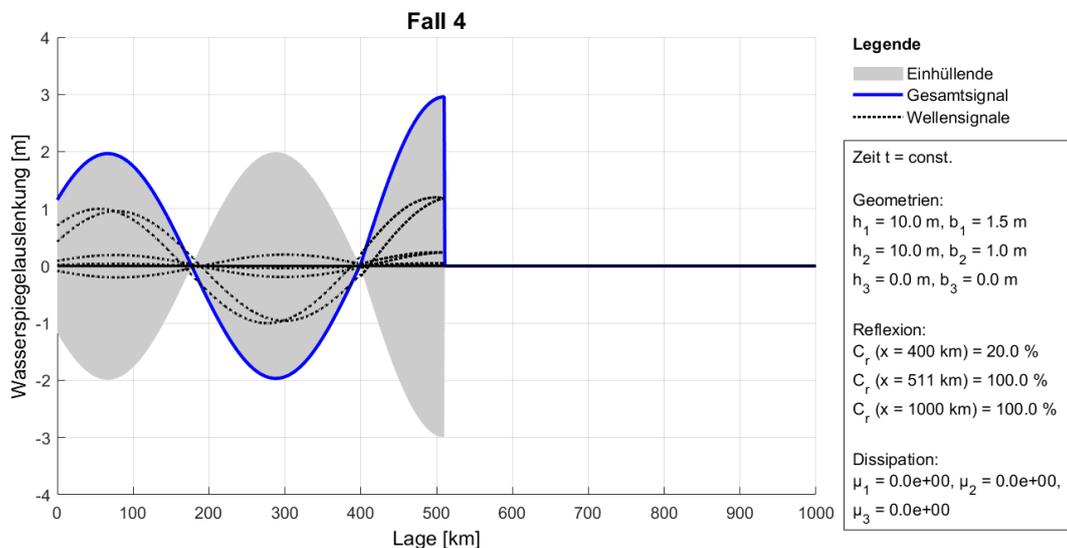


Abbildung 66: Fall 4 zur Validierung des analytischen Modells – Resonanzfall ($x_2 = L_2/4$).

Die Ausbildung eines Schwingungssystems wird durch das Verhältnis der Wellenlänge zu dem Abstand zwischen zwei Reflektoren geprägt (vgl. Abbildung 66, links). Im analytischen Modell wird unter Berücksichtigung der Querschnittsverhältnisse (im Fall 4) zunächst unter Vernachlässigung der Dissipation eine Variation des Abstandes des ersten Teilreflektors ($C_r = 20\%$) zum zweiten Totalreflektor (violetter Pfeil) durchgeführt, um für verschiedene Abstände des Teilreflektors zum Totalreflektor die maximal mögliche Einhüllende (Resonanzfall) zu ermitteln. In Abbildung 66 (rechts) sind die Amplituden am Totalreflektor für unterschiedliche Abstands-Wellenlängen-Verhältnisse aufgetragen. Es wird deutlich, dass im Abstand von einem Viertel der Wellenlänge die maximal mögliche konstruktive Überlagerung erreicht wird und diese den Wert $a_{ges} / a_t = 1,2 \text{ m} \cdot 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} 0,2^n / 1,2 \text{ m} = 2,5$ annimmt, worin a_t die transmittierte Welle am Teilreflektor und a_{ges} die gesamtüberlagerte Welle ist. Die maximale destruktive (subtraktiv) Überlagerung der Wellen tritt bei einer halben Wellenlänge Abstand auf und beträgt $a_{ges} / a_t = 1,2 \text{ m} \cdot 2 \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot 0,2^n / 1,2 \text{ m} = 1,66$. Die erste und alle weiteren ungeraden re-reflektierten Wellen überlagern sich in diesem Fall destruktiv mit der einlaufenden und den geraden re-reflektierten Wellen am Reflektor. Die Amplitudenwerte werden in jeweils einer ganzzahligen Hälfte der Wellenlänge reproduziert.

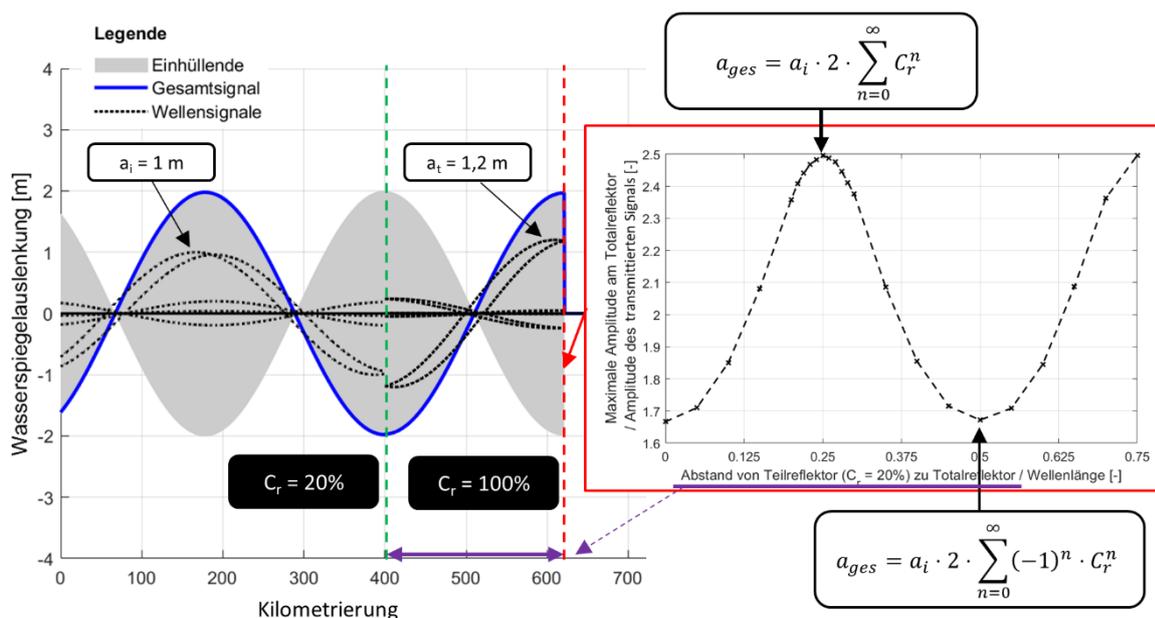


Abbildung 67: Ergebnis aus dem analytischen Modell – Variation des Abstandes zwischen dem Teilreflektor ($C_r = 20\%$) und einem Totalreflektor ohne Dissipation. Links: zeitliche Darstellung der überlagerten einlaufenden und mehrfach reflektierten Anteile, rechts: Variation der maximalen Amplitude.

Insgesamt zeigen die vorgenannten idealisierten Fallbeispiele, dass das analytische Modell plausible (d.h. erwartete) Ergebnisse liefert.

5.3.6 Kalibrierung des analytischen Modells anhand der Messwerte im Elbeästuar

Um das analytische Modell auf die Verhältnisse in einem spezifischen Ästuar anwenden zu können, muss es kalibriert werden. Hierzu werden Messdaten aus der Natur verwendet und die im Modell anpassbaren Parameter innerhalb sinnvoller Grenzen solange variiert, bis sich eine möglichst geringe Abweichung zwischen Modellergebnis und Messdaten aus der Natur ergibt.

Das im Vorhaben entwickelte analytische Modell wird für einen Nodalzyklus an die aus den Messdaten bestimmten Partialtidenanteile kalibriert. Näheres zur Messdatenauswertung ist in Kapitel 4.2 zu finden.

Die Lage der Reflektoren (erster Teilreflektor in der Mündung des Elbeästuars, zweiter Teilreflektor im Hamburger Hafen und Totalreflektor beim Wehr in Geesthacht) stimmt mit den Ergebnissen aus der Reflexionsuntersuchung mit dem hydrodynamisch numerischen Elbe Modell überein. Die Tiefenwerte in dem analytischen Modell sind die in Kapitel 5.4.4.2 angegebenen effektiven Wassertiefen. Oberstrom von Hamburg beträgt die Gewässerbreite ca. 300 m, welche als solche in das analytische Modell implementiert wird. Die Gewässerbreiten in der unteren und mittleren Tideelbe werden über eine Minimierung der Fehlerquadrate an die Partialtidenanteile aus den Messwerten approximiert. Als Oberwasserzufluss wird der langjährige Mittelwert ($Q = 700 \text{ m}^3/\text{s}$) und als Sohlreibung die äquivalenten Sandrauheiten aus dem Elbe Modell ($k_s = 0,05 \text{ m}$) gewählt. Da der Dissipationsgrad aus der empirischen Funktion zur Beschreibung der Dissipation (vgl. Kapitel 5.4.3) für die obere Tideelbe aufgrund der schlechteren Anpassung der empirischen Funktion an hohe spezifische Abflüsse und folglich zu einer geringeren Dissipation führt als in der Elbe auftritt, wird in diesem Bereich der empirisch bestimmte Dissipationsgrad um einen approximierten Faktor erhöht.

Das Ergebnis aus dem analytischen Modell ist in Abbildung 68 zu sehen. Es wird eine sehr gute Übereinstimmung der Modellergebnisse mit den Messdaten deutlich. Insbesondere das Schwingungssystem in der mittleren/unteren Tideelbe wird gut abgebildet, zwischen dem Hamburger Hafenbereich und dem Wehr in Geesthacht treten Abweichungen zu den Messdaten auf. Dies wird auf die Dissipation zurückgeführt.

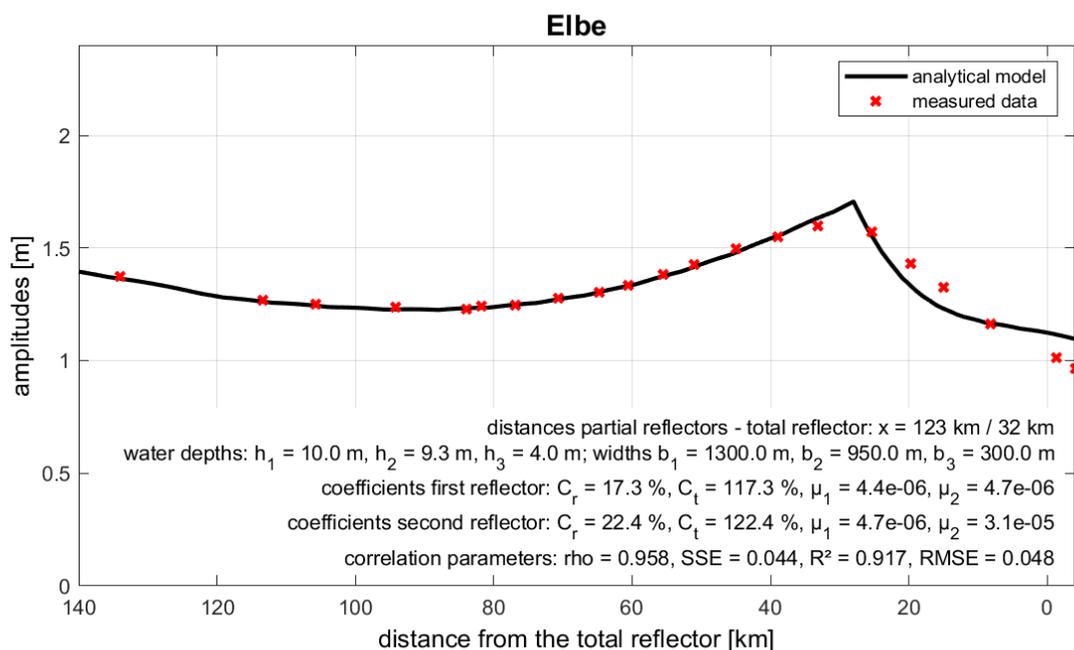


Abbildung 68: Kalibrierungsergebnis des analytischen Modells an die Messwerte in der Elbe.

Folgende Werte wurden im Rahmen der Kalibrierung des analytischen Modells ermittelt:

Tabelle 5: Eingangswerte für das analytische Modell (Kalibrierung). Die Werte in den Klammern sind die oberstromigen Werte.

Eingangsamplitude	1,26 m		
Oberwasserzufluss	700 m ³ /s		
Periode	12:25:42 hrs (M ₂ -Partialtide)		
	Untere Tideelbe	Mittlere Tideelbe	Obere Tideelbe
Wassertiefen	10 m	9,3 m (5,6 m)	4 m
Breiten	1300 m	950 m (400 m)	300 m
Rauheiten	0,05 m	0,05 m	0,05 m
Reflexionskoeffizienten	17,3 %		22,4 %

Zusammenfassend ist das analytische Modell ein schnellrechnendes Werkzeug (Simulationsdauer < 30 sec.), mit dem zum einen qualitative Aussagen zur Veränderung des Schwingungssystems unter Beachtung der entsprechenden Modellannahmen getätigt werden können. Zum anderen können aufgrund der nachweislich guten Übereinstimmung mit den Messwerten auch quantitative Aussagen im Hinblick auf die Analyse des Systemverhaltens im Elbeästuar getroffen werden (siehe Kapitel 6 und 7).

5.4 Hydrodynamisch-numerische Modellierung

5.4.1 Berechnungsgrundlage des verwendeten hydrodynamisch numerischen Modellierungssystems

Für die hydrodynamisch numerische Simulation von Strömungsprozessen wird das Modellsystem TELEMAC-2D verwendet. Berechnungsgrundlage des Modells sind die Reynolds-gemittelten Flachwassergleichungen (Hervouet 2000). Die Simulationssoftware TELEMAC-2D löst die tiefengemittelten Gleichungen der freien Oberflächenströmung numerisch. Die Diskretisierung des Raumes erfolgt über das Finite-Elemente-Verfahren. Für das Untersuchungsgebiet wird ein Berechnungsnetz erstellt und an jedem Knoten dieses Gitters werden die Wassertiefe und tiefengemittelte Geschwindigkeitskomponenten berechnet.

Das Anwendungsfeld von TELEMAC-2D ist breit gefächert, da eine Reihe an verschiedenen Phänomenen berücksichtigt werden können (darunter die Ausbreitung von langen Wellen einschließlich nichtlinearer Effekte, Bodenreibung, Wirkung der Corioliskraft, Turbulenzen und weitere) (Ata 2017). Hierbei wurde bei der Ableitung der Modellgleichungssysteme für Flachwasser davon ausgegangen, dass die Wellenlänge sehr viel größer ist als die Wassertiefe. Für die Berechnung von Tiden in Flüssen ist die Hypothese erfüllt. Weitere Modellannahmen, die insbesondere aus der Tiefenmittelung (2D-Betrachtung) resultieren, sind die Annahme von hydrostatischen Druckverhältnissen im Fluid, vernachlässigbare vertikale Geschwindigkeitskomponenten, Impermeabilität der Oberfläche und des Bodens und einer konstanten Dichte des Fluids.

Die theoretischen Grundlagen des Modellsystems TELEMAC werden umfassend in Hervouet (2007) erläutert.

5.4.2 Reflexionsuntersuchungen in einem hydrodynamisch numerischen Prinzipmodell

Um den grundlegenden Einfluss verschiedener Bedingungen auf das Reflexionsverhalten von Tidewellen zu untersuchen und zu bewerten, wird ein hydrodynamisch-numerisches

(HN) Prinzipmodell verwendet. Das HN Prinzipmodell bietet den Vorteil, dass einzelne Systemparameter bei sonst gleichbleibenden Randbedingungen variiert werden können und daher Aussagen zu einzelnen Einflussfaktoren ableitbar sind. Die Modellergebnisse liefern die Grundlage für die Syntheseuntersuchung der Teilprojekte in Kapitel 6 und für die Beschreibung des Systemzustands der Tideelbe in Kapitel 7.

Für die Untersuchungen zum Reflexionsverhalten wird ein Basismodell (einfacher Kanal) aufgebaut. Aus diesem Basismodell werden weitere Untermodelle abgeleitet, in die verschiedene Bedingungen (beispielsweise abrupte geometrische Änderungen, Inseln, ...) integriert werden. In dieser Modellfamilie werden je nach der jeweiligen Fragestellung jeweils einzelne oder mehrere aufeinanderfolgende Wellen einer Gezeitenkomponente (im Wesentlichen M_2) simuliert. Aus den Simulationsergebnissen werden Reflexions- und Transmissionskoeffizienten bestimmt. Als Analyseverfahren zur Auftrennung von gemischten Signalen in einzelne Wellenkomponenten wird die Fast Fourier Transformation, kurz: FFT auf die Simulationsergebnisse angewendet. Das Preprocessing wurde mit dem System Kalypso1D2D (Björnsen Beratende Ingenieure GmbH) durchgeführt. Das Postprocessing wurde mit TecPlot (Tecplot Inc.) und Matlab (The MathWorks Inc.) durchgeführt. Die Tidewelle bzw. mehrere aufeinanderfolgende Tidewellen wird / werden durch eine Wasserstands-Randbedingungen eingesteuert

Da einerseits das grundsätzliche Reflexions- und Transmissionsverhalten einer Tidewelle in einem Ästuar in erster Näherung nicht von der Wellenhöhe abhängig ist und zudem die nichtlineare Verformung der Tidewelle in flachem Wasser stark vom Verhältnis der Tidenamplitude zur Tiefe abhängt, wurde die Amplitude mit $a = 0,1$ m relativ gering gewählt. Hierdurch werden die wassertiefenabhängigen Verformungseffekte der Tidewelle, die daraus resultieren, dass die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit im Wellenberg größer ist als die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit im Wellental, reduziert und die Bildung von höheren harmonischen Schwingungen weitgehend unterbunden.

Tabelle 7 gibt einen Überblick über die verwendeten Modellabmessungen und -einstellungen. Die vergleichsweise große räumliche Modellausdehnung ist erforderlich, um die einlaufende, die transmittierte und die reflektierte langperiodische Welle direkt im Modell identifizieren zu können. Der Reibungskoeffizient und die turbulente Wirbelviskosität wurden zunächst im unteren physikalisch sinnvollen Bereich gewählt, um die dissipativen Effekte so gering wie möglich zu halten und entsprechend ausschließlich die Reflexions- und Transmissionsprozesse zu erhalten.

Tabelle 6: Übersicht über die Modellparameter des HN Modells.

	Basismodell: Simulation einer einzelnen Welle	Submodell: Simulation von mehreren Wellenzügen
Modellausdehnung ¹	$x = 2.000 \text{ km}; y = 3 \text{ km}; z = \text{variierend}$	$x = 20.000 \text{ km}; y = 3 \text{ km}; z_1 = -17 \text{ m}; z_2 = -6 \text{ m}$
Netzauflösung	$\Delta x = 600 \text{ m}; \Delta y = 150 \text{ m}$	$\Delta x = 600 \text{ m}; \Delta y = 150 \text{ m}$
Randbedingungen	Eine Wasserstandsrandbedingung ³ M ₂ Signal (eine Welle) Amplitude: $a = 0,1 \text{ m}$ Startbedingung: Wasserstand von 0 m	Eine Wasserstandsrandbedingung M ₂ Signal (15 Wellen) Amplitude: $a = 0,01 \text{ m}$ Startbedingung: Wasserstand von 0 m
Zeitliche Auflösung	Simulationszeitraum $\approx 46,3 \text{ h}$ Zeitschritt: 1 s Ausgabezeitschritt: 5 min	Simulationszeitraum $\approx 17,85 \text{ h}$ Zeitschritt: 1 s Ausgabezeitschritt: 15 min
Physikalische Prozesse		
Reibung	Keine Reibung am Boden oder dem Modellrand	Keine Reibung am Boden oder dem Modellrand
Turbulenzmodell	Konstante Wirbelviskosität ⁴	Konstante Wirbelviskosität
Meteorologische Phänomene	Keine Berücksichtigung von meteorologischen Phänomenen	Keine Berücksichtigung von meteorologischen Phänomenen

5.4.2.1 Abrupte bathymetrische Änderungen

In das Basismodell wird eine abrupte Querschnittseinengung als Folge einer Veränderung der Wassertiefen implementiert. Das Simulationsergebnis mit dem hydrodynamisch numerischen (HN) Modell ist in der Abbildung 69 dargestellt. In der oberen Reihe (von der Mitte nach rechts) sind die Strömungsgeschwindigkeiten entlang der Längsachse (x) und die Knotenhöhen dargestellt. Aus der Netzgeometrie (Abbildung 69 b)) ist die abrupte bathymetrische Änderung mit einer Länge von 13,7 km (durch eine orange gestrichelte Linie gekennzeichnet und mit der Nummer 5 beschriftet) zu erkennen. Die Länge der abrupten bathymetrischen Änderung wurde an die Bathymetrie der Elbe angenähert. In Abbildung 69 c) ist die simulierte Wasserspiegelauslenkung an zwei Simulationszeitschritten dargestellt. Im Diagramm d) in Abbildung 69 ist die Wasserspiegelauslenkung an verschiedenen Positionen im Modell über der Zeit dargestellt. Bei $x = 0 \text{ km}$ befindet sich die Modellgrenze (Beschriftung 1), an der die Welle (schwarz) über eine Wasserstands-Randbedingung eingefügt wird. Bei $x = 700 \text{ km}$ (rot) sind das einlaufende (grüner Hintergrund, siehe auch Bezeichnung 2) und das reflektierte (gelber Hintergrund, siehe auch Bezeichnung 3) Signal zu erkennen. Bei $x = 1200 \text{ km}$ (grün, Beschriftung 4) ist das transmittierte Signal zu sehen. Die Wasserspiegelauslenkung über die Zeit in Abbildung 69 c) ($x = 1000 \text{ km}$, blau) zeigt die Deformation der

¹ Die Modellausdehnung und die Simulationszeit wurden so gewählt, dass die einlaufenden und reflektierten Tidewellen (jeweils für eine oder mehrere Wellen) klar voneinander separiert werden können. Re-Reflexionen an den Rändern werden dadurch vermieden.

² Die Modellausdehnung von $x = 20.000 \text{ km}$ ist nur für eine Simulation einer Teilreflexion gültig. Um eine Totalreflexion der Tidewellen zu berücksichtigen, wurde die Modellausdehnung von $x = 10.138 \text{ km}$ gewählt.

³ Da das Modell numerisch unterbestimmt ist, wurde die Thompson Methode für die Randbedingung gewählt (Hervouet et al. 2011).

⁴ Der konstante Wirbelviskositätskoeffizient repräsentiert die molekulare und turbulente Viskosität und entspricht in dem Modell der molekularen Viskosität des Wassers ($10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$). Dadurch hat die Dissipation einen vernachlässigbaren Effekt auf die Tidewellen.

zusammengesetzten Gezeitenwelle aufgrund von Reflexion (bei einer Simulationszeit von ca. 24 h). Die blau gestrichelte Linie zeigt das einlaufende Signal und die gepunktete Linie das reflektierte Signal. Durch lineare Überlagerung der beiden Wellen wird die resultierende Welle zusammengesetzt. Das transmittierte Signal bei $x = 1200$ km (grün) zeigt eine erwartete Amplitudenzunahme aufgrund der Querschnittsverengung.

Aus der lokalen Darstellung (Abbildung 69 c) Mitte) der simulierten HN Daten ist eine kürzere Wellenlänge im flacheren Bereich als im tieferen Bereich zu erkennen. Diese Beobachtung stimmt im Allgemeinen mit der Berechnung der Wellenlänge L unter Verwendung der linearen Wellentheorie (Airy) für Flachwasserwellen überein ($L = \sqrt{g \cdot h} \cdot T$, mit T = Wellenperiode, g = Erdbeschleunigungskonstante und h = Wassertiefe).

Die Amplitude des reflektierten Signals ist kleiner als die Amplitude des einlaufenden Signals. Aus der zeitlichen Darstellung ist ersichtlich, dass die Periode konstant bleibt. Die Amplitude des einlaufenden Wellensignals ist an den beiden Orten $x = 0$ km und $x = 700$ km gleich (vernachlässigbare Dissipation). Betrachtet man die schwarze Linie ($x = 0$ km), so wird deutlich, dass das reflektierte Signal nicht durch die Randbedingung, sondern nur durch die Reflexion an der bathymetrischen Änderung generiert wird. Durch die Trennung des einlaufenden und des reflektierten Signals (mit den entsprechenden Amplituden) lässt sich der Reflexionskoeffizient aus der Reflexion der Gezeitenwelle an abrupten bathymetrischen Änderungen berechnen. Auf der Basis des teilreflektierten Signals ergibt sich nach einer Bestimmung der Amplituden für das gewählte Beispiel (abrupte Tiefenänderung von $h_1 = 17$ m auf $h_2 = 6$ m.) ein Reflexionskoeffizient von

$$C_r = \frac{a_r}{a_i} = \frac{0,0252 \text{ m}}{0,1 \text{ m}} = 25,2 \% \quad (5.14)$$

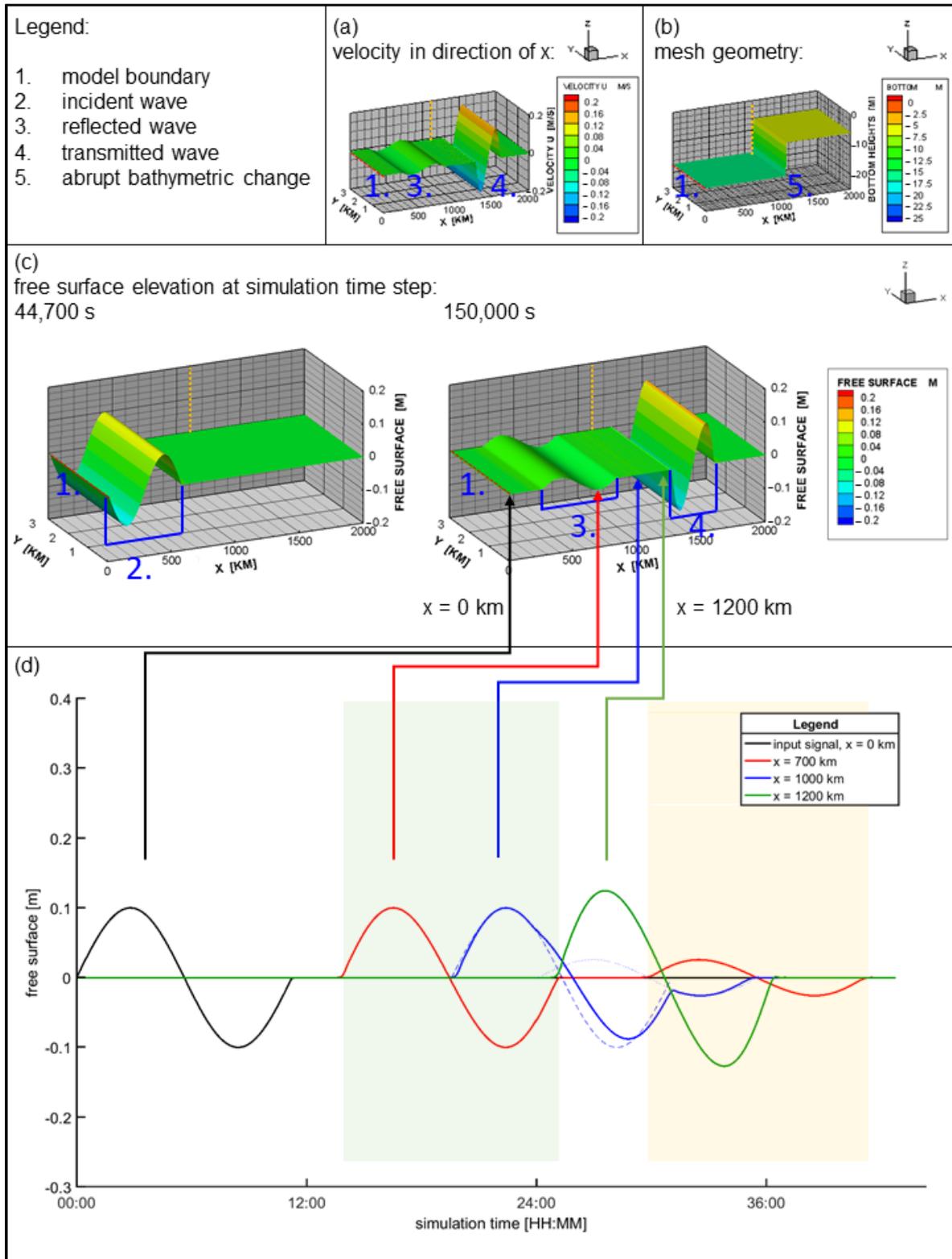


Abbildung 69: Lokale und zeitliche Darstellung der Simulationsergebnisse des hydrodynamischen numerischen Modells (HN) einschließlich aller Harmonischer: (a) Strömungsgeschwindigkeiten in x-Richtung; (b) Netzgeometrie mit der abrupten bathymetrischen Änderung bei etwa $x = 1100$ km; (c) Auslenkung der freien Oberfläche bei den Simulationszeitschritten $t = 44.700$ s und 150.000 s; und (d) zeitliche Darstellung der simulierten Wasserstandshöhen an verschiedenen Stellen, wobei der grüne und gelbe Hintergrund die einlaufenden bzw. reflektierten Wellen bei $x = 700$ km (rote Linie) anzeigt; die gestrichelte blaue Linie zeigt die einlaufende Welle und die gestrichelte blaue Linie die reflektierte Welle bei $x = 1000$ km.

Um die Ergebnisse der HN Simulation mit denen des in Kapitel 5.3.1 entwickelten energiebasierten Ansatzes zu vergleichen, wurden Teilmodelle mit unterschiedlichen Wassertiefenänderungen abgeleitet und simuliert. Die Ergebnisse der HN Simulationen werden mit dem energiebasierten Ansatz unter den oben genannten Annahmen für verschiedene Wassertiefenbedingungen verglichen. Die Parameterkombinationen sowie die daraus resultierenden simulierten Reflexionskoeffizienten sind in Tabelle 8 zusammengestellt. Die Werte des analytischen Modells stimmen sehr gut mit denen des simulierten Modells überein. Die relativen Abweichungen betragen weniger als 5 %.

Tabelle 7: Vergleich der berechneten und simulierten Reflexionskoeffizienten für verschiedene Wassertiefen.

Wassertiefe h_1 [m]	Wassertiefe h_2 [m]	Reflexionskoeffizient (analytisch)	Reflexionskoeffizient (HN Simulation)	Relative Abweichung
17	17	0 %	0 % ⁵	0 %
24,3	15	12 %	12 %	0 %
17	10	13,2 %	13,3 %	0,8 %
17	6	25,5 %	25,2 %	1,2 %
8	2	33,3 %	32,6 %	2,1 %
17	2	48,9 %	48,3 %	1,2 %
8	0,5	60 %	58,1 %	3,2 %
20	0,5	72,7 %	72,1 %	0,8 %
17	0	100 %	100 % ⁶	0 %

Die berechneten Transmissionskoeffizienten sind in Tabelle 9 aufgeführt. Vergleicht man die Ergebnisse der analytischen Lösung mit den Simulationsergebnissen, so ist eine maximale relative Abweichung von etwa 4 % festzustellen. Generell kann festgestellt werden, dass die Ergebnisse der hydrodynamisch-numerischen Simulationen mit den analytischen Lösungen für eine große Variationsbreite von unterschiedlichen Sohlstufen gut übereinstimmen.

Tabelle 8: Vergleich der berechneten und simulierten Transmissionskoeffizienten für verschiedene Wassertiefen.

Wassertiefe h_1 [m]	Wassertiefe h_2 [m]	Transmissionskoeffizient (analytisch)	Transmissionskoeffizient (HN Simulation)	Relative Abweichung
17	17	100 %	100 %	0 %
24,3	15	112 %	111,7 %	0,3 %
17	10	113,3 %	112,9 %	0,4 %
17	6	125,5 %	124,4 %	0,9 %
8	2	133,3 %	130 %	2,5 %
17	2	149 %	146,2 %	1,9 %
8	0,5	160 %	153,8 %	3,9 %
20	0,5	172,7 %	173,6 %	0,5 %
17	0	0 %	0 %	0 %

Die Unterschiede zwischen der analytischen und der numerischen Lösung werden im Wesentlichen auf die Art der Berücksichtigung der abrupten bathymetrischen Änderung

⁵ Die Simulation wurde für ein HN Modell ohne Tiefenänderung durchgeführt

⁶ Die Simulation wurde mit einem Totalreflektor durchgeführt (Entgegenlaufen der Welle gegen den Rand des Netzes)

zurückgeführt. Aus numerischen Gründen wird im HN Modell kein abrupter Höhengsprung, sondern ein steiler Sohlgradient gewählt. Die Konvergenztests zum Einfluss der Länge über die sich die abrupte bathymetrische Änderung erstreckt, werden für drei Wassertiefenkombinationen durchgeführt: 1) $h_1 = 17$ m und $h_2 = 6$ m, 2) $h_1 = 9,3$ m und $h_2 = 4,3$ m und 3) $h_1 = 6$ m und $h_2 = 3$ m – jeweils mit Längen der Tiefenänderung von 1 km, 5 km, 10 km, 20 km, 50 km, 100 km, 500 km und 1000 km. Es zeigt sich, dass je steiler der Sohlgradient wird (d. h. je "abrupter" die Änderung ist), desto stärker nähert sich der Reflexionskoeffizient aus der HN Simulation der analytischen Lösung an, was eine klare Konvergenz zum analytischen energiebasierten Ansatz zeigt. In Abbildung 70 ist das Verhältnis der Reflexionskoeffizienten aus den Simulationsergebnissen und dem Reflexionskoeffizienten aus dem analytischen Ansatz gegen das Wellenlängen-Sohlsprunglängen-Verhältnis für die verschiedenen Tiefenkombinationen aufgetragen.

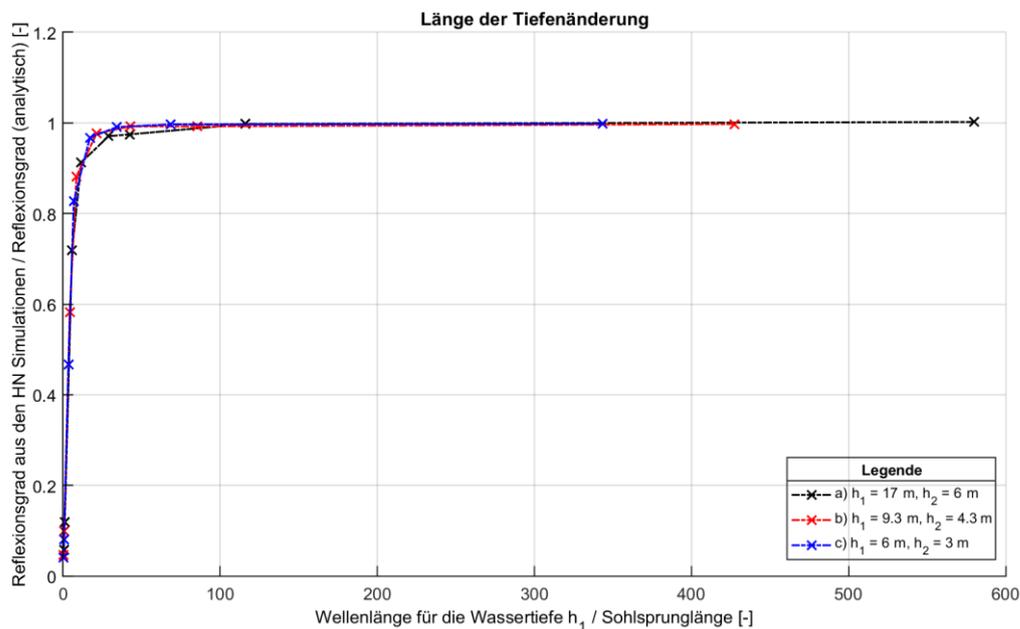


Abbildung 70: Verhältnis der Reflexionskoeffizienten aus den Simulationsergebnissen und dem Reflexionskoeffizienten aus dem analytischen Ansatz gegen die Wellenlängen-Sohlsprunglängen-Verhältnisse für verschiedene Wassertiefenkombinationen.

Ab einem Verhältnis der Wellenlänge zur Sohlprunglänge von 10, liegen alle Verhältnisse der Reflexionskoeffizienten aus den HN Simulationen zu den analytischen Ergebnissen bei über 90 %. Für eine Wassertiefe von 17 m wäre das eine Sohlprunglänge von über knapp 58 km. Da die Sohlprunglänge in der Elbe weitaus kürzer als 58 km ist, kann weiterhin davon ausgegangen werden, dass der analytische Reflexionskoeffizient eine gute Näherung für den Sohlprung in der Elbe darstellt.

Zusätzlich zur Analyse einer einfachen Wassertiefenänderungen wird auch eine Kombination aus Tiefenänderungen und Breitenreduktion im HN-Modell untersucht und mit den Ergebnissen des energiebasierten Ansatzes verglichen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 11 und Tabelle 12 analog zu denen in den Tabelle 9 und Tabelle 10 dargestellt. Die Reflexionskoeffizienten (in Tabelle 11) und die Transmissionskoeffizienten (in Tabelle 12) aus dem analytischen Modell und den HN Simulationen für eine Querschnittsverengung von 17 m bis 6 m Wassertiefe und unterschiedlichen Breitenverhältnissen sind aufgetragen.

Vergleicht man die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten des analytischen und des HN Modells, so beträgt die relative Abweichung für die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten maximal 1,0 %.

Tabelle 9: Vergleich der berechneten und simulierten Reflexionskoeffizienten für ein Tiefenverhältnis 17/6 und verschiedene Breitenverhältnisse.

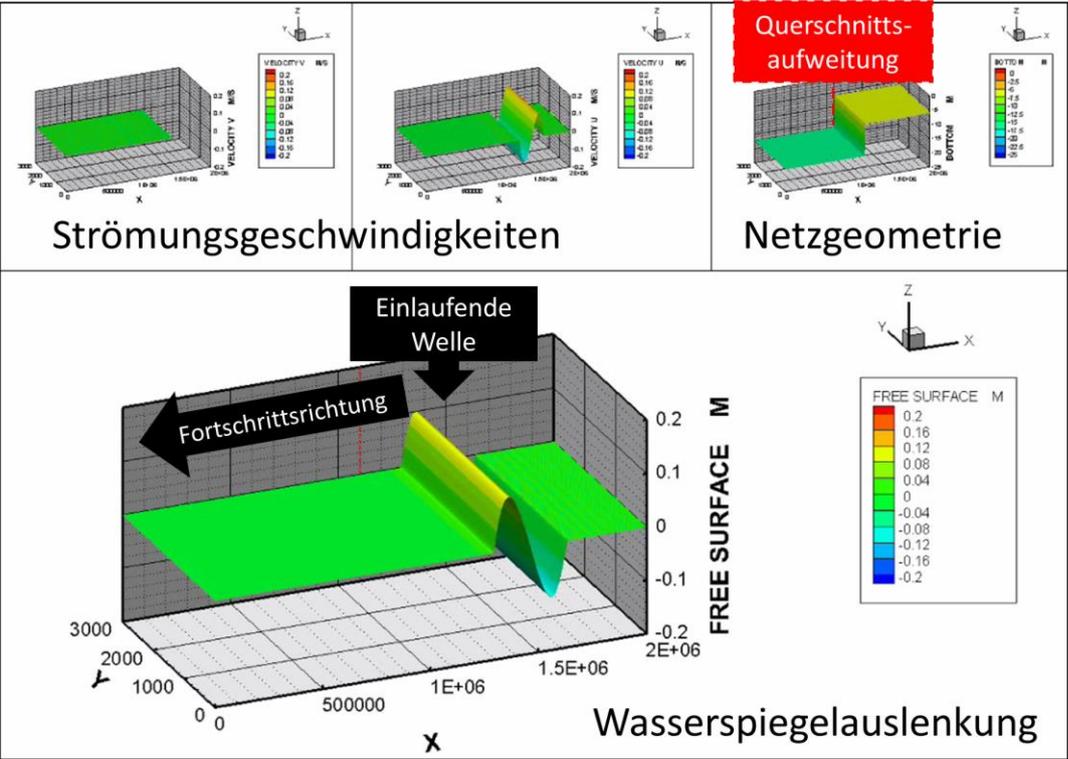
Breite b_1 [m]	Breite b_2 [m]	Reflexionskoeffizient (analytisch)	Reflexionskoeffizient (HN Simulation)	Relative Abweichung
3000	3000	25,4 %	25,2 %	0,8 %
550	470	32,6 %	32,4 %	0,6 %
5000	3000	47,3 %	47,2 %	0,2 %
1000	500	54,2 %	53,9 %	0,6 %
3000	1000	66,9 %	66,7 %	0,3 %
10 000	3000	69,7 %	69,5 %	0,3 %
3000	500	82 %	81,8 %	0,2 %

Tabelle 10: Vergleich der berechneten und simulierten Transmissionskoeffizienten für ein Tiefenverhältnis 17/6 und verschiedene Breitenverhältnisse.

Breite b_1 [m]	Breite b_2 [m]	Transmissionskoeffizient (analytisch)	Transmissionskoeffizient (HN Simulation)	Relative Abweichung
3000	3000	125,4 %	124,4 %	0,8 %
550	470	132,6 %	131,5 %	0,8 %
5000	3000	147,3 %	146,1 %	0,8 %
1000	500	154,2 %	152,7 %	1,0 %
3000	1000	166,9 %	165,4 %	0,9 %
10 000	3000	169,7 %	168,6 %	0,6 %
3000	500	182,0 %	180,1 %	1,0 %

Zur Beschreibung der Auswirkungen einer Welle, die sich gegen eine Querschnittserweiterung ausbreitet, wird eine Tidewelle an der oberen Grenze des HN Modells eingesteuert und der/die Reflexionskoeffizient(en) ausgewertet. Bei der Simulation einer Welle, die sich gegen eine Querschnittserweiterung bewegt, ist eine Teilreflexion (gleicher Reflexionskoeffizient wie bei einer ähnlichen Querschnittsverengung) mit einer Phasenverschiebung von 180° (π) zu erkennen. Die Phasenverschiebung von 180° bei der Teilreflexion äußert sich in einer „Umkehrung“ der reflektierten Welle, d.h. aus einem Wellenberg der einlaufenden Welle wird ein Wellental der reflektierten Welle (siehe Abbildung 71). Das transmittierte Signal wird reduziert. Die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten der HN Simulationen stimmen nahezu perfekt mit der analytischen Lösung überein.

Einlaufendes Signal



Transmittiertes und reflektiertes Signal

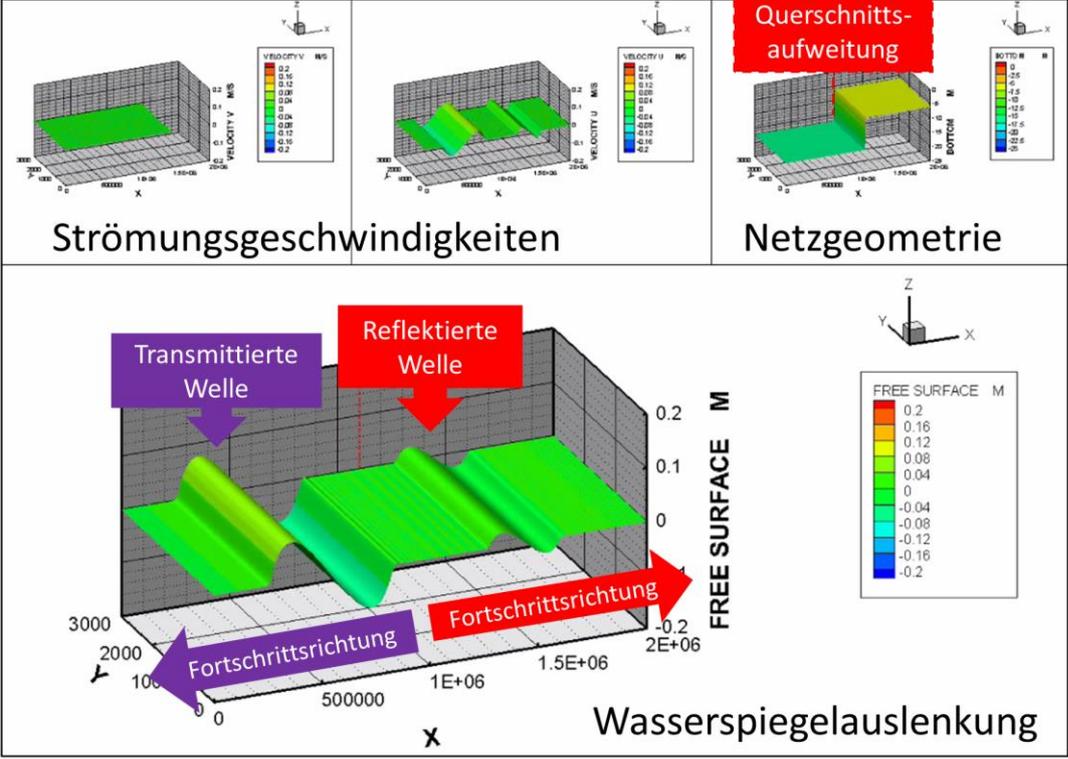


Abbildung 71: Darstellung der HN Modellergebnisse einer Querschnittsausweitung – Welle läuft von Oberstrom gegen den Sohl sprung. Oben: Örtliche Darstellung des einlaufenden Signals ein einem Zeitschritt. Unten: Örtliche Darstellung des transmittierten und reflektierten Signals infolge einer Reflexion an einer Querschnittsaufweitung.

5.4.2.2 Inseln

Dadurch, dass die Tidewelle an abrupten Querschnittseinengungen und -aufweitungen reflektiert, wird vielfach zunächst erwartet, dass Inseln in einem Ästuar zwangsläufig auch zu einer Teilreflexion der Tidewelle führen. Für die Untersuchung des Einflusses von Inseln auf die Tidewelle wurde aus dem bestehenden HN Modell ein Submodell von 4000 km Länge mit konstanter Wassertiefe ($h = 17 \text{ m}$) abgeleitet, aus dem mehrere Elementreihen für die Länge $\Delta x = 10 \text{ km}$ entfernt werden, sodass bei $x = 2000 \text{ km}$ 10 %, 25 % und 50 % des Querschnitts mittig (sowie exemplarisch in einer Simulation seitlich) verengt werden (Abbildung 72).

Wird das Signal an einer 50 % Querschnittseinengung infolge einer Breitenänderung reflektiert, d. h. $\frac{b_1}{b_2} = 2$, wird ein Reflexionsgrad von 33 % erwartet (vgl. Gleichung (5.5)). In Abbildung 72 sind das einlaufende Signal (grün hinterlegt) sowie das Signal, welches von einer 10 km langen Insel zurückgeworfen wird (orange hinterlegt), dargestellt. Das zurückgeworfene Signal weist sowohl einen zu den Reflexionsuntersuchungen abweichenden Verlauf der reflektierten Welle (keine Zusammensetzung aus einem Wellenberg und einem Wellental) als auch eine geringere Auslenkung als zunächst erwartet auf. Zusätzlich ist das zurückgeworfene Signal länger als das einlaufende Signal.

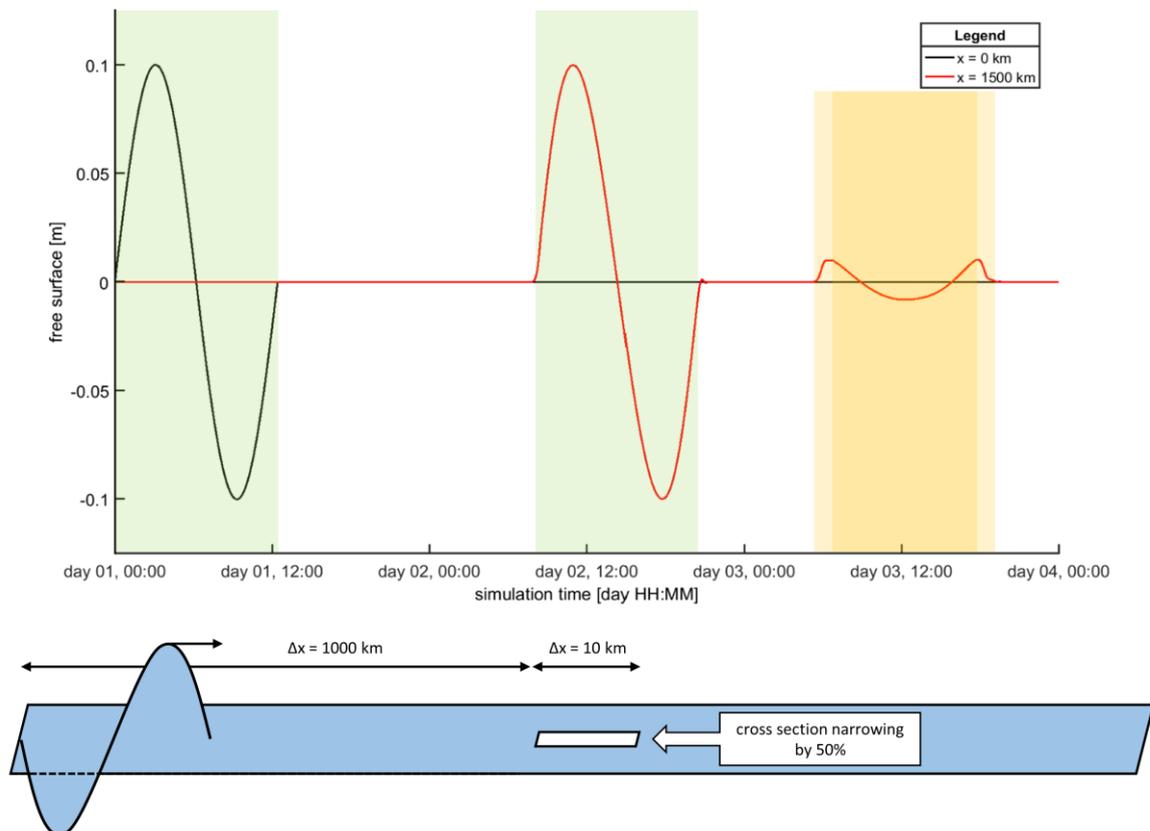


Abbildung 72: Darstellung der HN Simulationsdaten bei einer 10 km langen Insel als Hindernis. Oben: zeitliche Darstellung der Simulationsergebnisse (grün hinterlegt: einlaufendes Signal, gelb hinterlegt: reflektiertes Signal), unten: Prinzipskizze des Versuchsaufbaus.

Da das zurückgeworfene Signal mutmaßlich durch die nah beieinander liegenden Reflektoren (Querschnittseinengung/Querschnittsaufweitung) überlagert wird, wurde eine

weitere Simulation mit einer Inselgröße von 500 km durchgeführt. Aus den in Abbildung 73 dargestellten Ergebnissen wird deutlich, dass sich zwei klar voneinander trennbare Signale im reflektierten Signal (rot) befinden. Das erste Signal entsteht durch die Reflexion an der Querschnittseinengung (1, orange hinterlegt) am Anfang der Insel, das zweite Signal entsteht durch die Reflexion an der Querschnittsaufweitung (2, blau hinterlegt) am Ende der Insel mit einem Phasenversatz von 180°. Beide Reflexionen haben jeweils einem Reflexionsgrad von 33 % (dargestellt in Abbildung 73 oben). Das erste transmittierte Signal (blau, orange hinterlegt) ist das Signal, welches an der ersten Querschnittseinengung transmittiert ($C_{t,1} = 1,33$) und an der zweiten Querschnittsaufweitung transmittiert ($C_{t,2} = 0,67$) wird. Die Amplitude des Signals ergibt sich zu $a_{t,1} = a_i \cdot C_{t,1} \cdot C_{t,2} = 0,1 \text{ m} \cdot 1,33 \cdot 0,67 = 0,089 \text{ m}$, welches sich auch aus den Simulationsdaten entnehmen lässt. Das zweite transmittierte Signal (blau hinterlegt) entsteht durch die Transmission an der Querschnittseinengung ($C_{t,1} = 1,33$), Reflexion an der zweiten Querschnittsaufweitung ($C_{r,2} = -0,33$), erneute Reflexion an der ersten Querschnittsaufweitung ($C_{r,1} = -0,33$) und anschließende Transmission an der zweiten Querschnittsaufweitung ($C_{t,2} = 0,67$). Die Amplitude des Signals ergibt sich äquivalent zu 0,0097 m, welches mit den Simulationsdaten übereinstimmt.

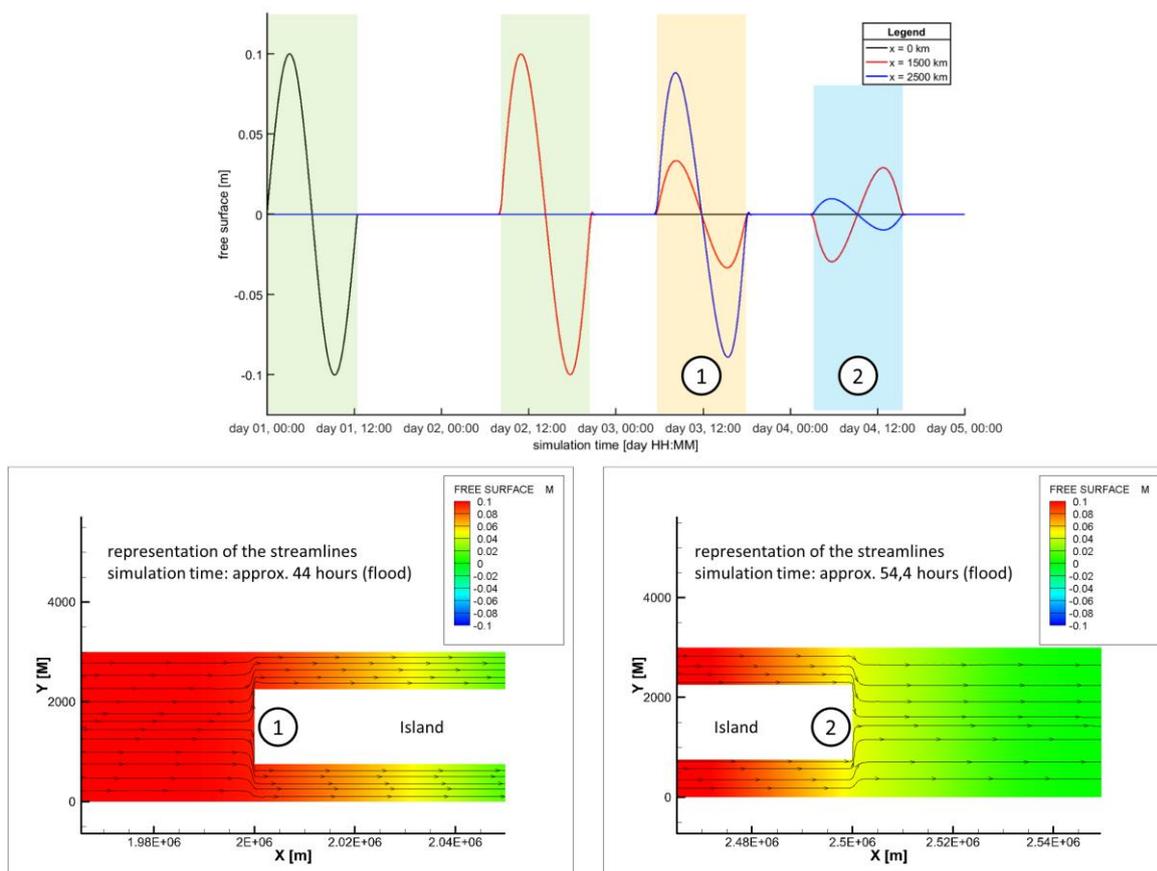


Abbildung 73: Darstellung der HN Simulationsdaten bei einer 500 km langen Insel als Hindernis. Oben: zeitliche Darstellung der Simulationsergebnisse (grün hinterlegt: einlaufendes Signal, gelb hinterlegt: an Querschnittseinengung reflektiertes und transmittiertes Signal, blau hinterlegt: an Querschnittsaufweitung reflektiertes sowie mehrfach reflektiertes und transmittiertes Signal), unten: Darstellung der Stromlinien und Umströmung der Insel in dem HN Modell.

An einer Insel im Ästuar wird die Tidewelle somit zweifach (Anfang / Ende) reflektiert. Das Signal im Reflexionsbereich entspricht der phasengerechten Überlagerung der beiden

Reflexionsanteile. Je kürzer die Insel in Laufrichtung der Tidewelle ist, desto geringer wird das Signal.

5.4.2.3 Geometrie des Hafengebietes

Ein Hauptreflektor im Elbeästuar stellt der Hamburger Hafenbereich dar. Um den Reflektor separiert untersuchen zu können, wird ein Hafenmodell von dem Hamburger Hafen in unterschiedlicher Netzauflösung, Detaillierungsgrad und Wassertiefen (konstante Wassertiefen oder Wassertiefen der DGM-W-Daten von 2016) unter Vernachlässigung der Bodenreibung erstellt. Unterstrom und oberstrom wird das Hafenmodell jeweils durch ein gerades Netz mit einem rechteckigen Querschnitt konstanter Wassertiefe und Breite erweitert. Eine Welle mit der Periode der M_2 -Partialtide wird in das Modell an der unterstromigen Wasserstandsrandbedingung eingesteuert.

In Abbildung 74 sind die verwendeten Hafenmodelle (Abbildung 74, oben) sowie die Simulationsergebnisse für die Wasserspiegelauslenkungen an ausgewählten Punkten über die Zeit (Abbildung 74, unten) abgebildet. Nach Trennung des einlaufenden (grau hinterlegt) und des reflektierten Signals (mit den entsprechenden Amplituden) kann der Reflexionskoeffizient aus der Reflexion der Tidewelle aus dem Quotienten der Amplitude des reflektierten und des einlaufenden Signals berechnet werden.

Exemplarisch wird in dem verkleinerten Diagramm in der Mitte der Abbildung 74 das zurückgeworfene Signal in dem HN Simulationsergebnis des vereinfachten Hafenmodells konstanter Wassertiefe (schwarz) mit einem aus zwei harmonischen Signalen (grün/blau gestrichelt) überlagerten Gesamtsignal (rot) verglichen. Die harmonischen Signale (1 und 2) entstehen bei der Reflexion der Tidewelle an der Querschnittsaufweitung (1) bei der Trennung der Norder- und Süderelbe und der Querschnittseinengung (2) bei der Bunthäuser Spitze um 15 %. Wird das detaillierte Hafenmodell mit den Verzweigungen und konstanter Wassertiefe (blau) für die Simulation verwendet, beträgt der Reflexionsgrad ± 27 %. Infolge der zusätzlichen Überlagerung mit dem reflektierten Signal infolge der Tiefenveränderung von Köhlbrandhöft (Elbe km 625) bis zur Mündung Dove Elbe in der Norderelbe bzw. Harburger Elbbrücke in der Süderelbe (Elbe km 615) ($C_r = 29$ %; grün) steigt die Amplitude des reflektierten Signals. Die Tiefenänderung wurde in dem Modell mit Wassertiefen (Fahrrinne) von $h_1 = 17$ m bis $h_2 = 6$ m berücksichtigt. Gleichzeitig liegt beim Airbus-Gelände (Elbe km 633) eine abrupte Breitenänderung vor, bei der die Welle ebenfalls deutlich reflektiert wird. Die örtliche Distanz der Reflektoren mit der einhergehenden zeitlichen Verschiebung und einem Phasenversatz der Tidewellen führt in der phasengerechten Überlagerung allerdings zu einem Gesamtsignal, welches geringer ist als die Summe der Einzelamplituden. Dies wird bspw. aus Abbildung 74 deutlich.

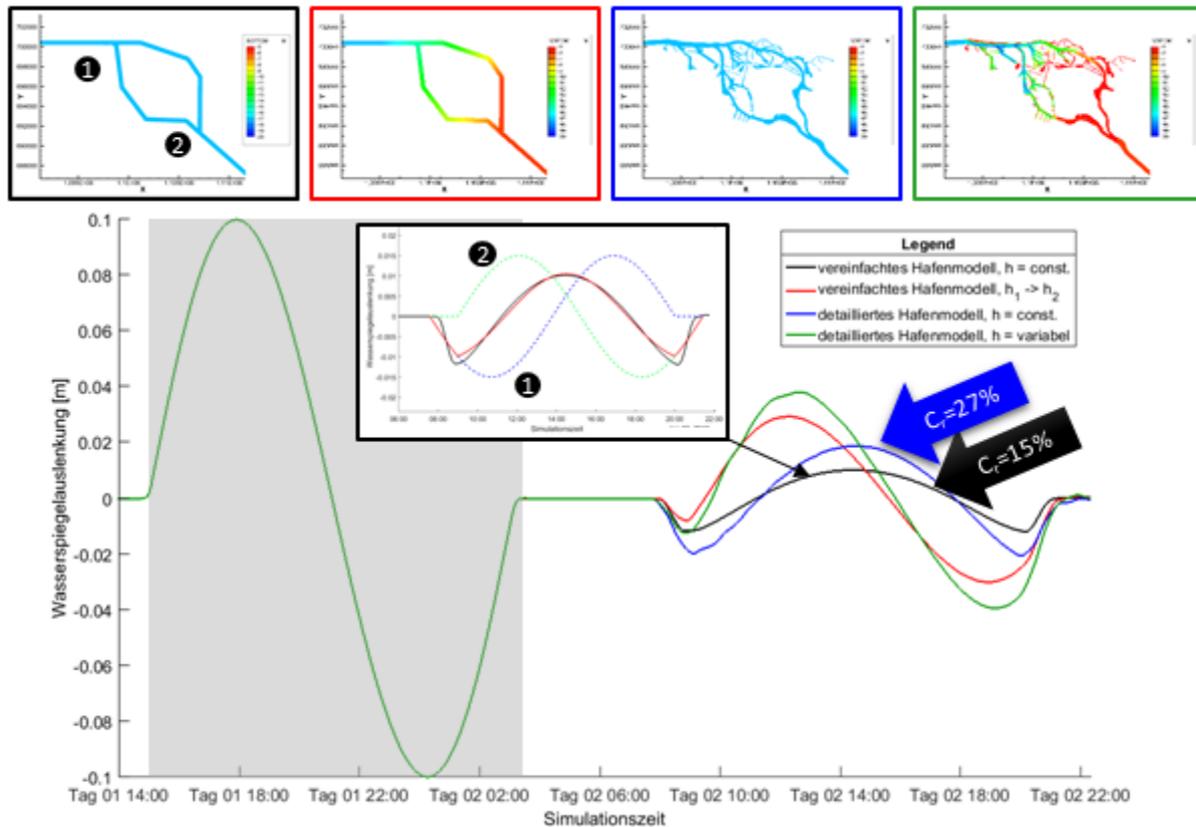


Abbildung 74: Ergebnisse aus der HN Reflexionsuntersuchung des Hafenmodells. Obere Reihe: unterschiedlicher Modell-Detaillierungsgrad mit konstanter Tiefe (blau) oder variabler Tiefe (farbig); Mittlere Darstellung: Zeitliche Darstellung der Simulationsergebnisse in 700 km Entfernung von der unteren Randbedingung. Das grau hinterlegte Signal ist das einlaufende Signal. Das verkleinerte Diagramm stellt das HN Simulationsergebnis für das vereinfachte Hafenmodell mit konstanter Wassertiefe (schwarz) gegen ein aus zwei harmonischen Signalen (grün/blau gestrichelt) überlagertes Gesamtsignal (rot) dar. Die Wellen (1 und 2) entstehen bei der Reflexion an der Querschnittsaufweitung (1) und der Querschnittseinengung (2).

Für das detaillierte Hafenmodell wurde zusätzlich eine Netzkonvergenzstudie mit vier unterschiedlichen mittleren Flächen für die Elemente (ca. 500 m², ca. 660 m², ca. 675 m², ca. 1940 m²) durchgeführt. Die Ergebnisse mit den Modellen mit einer mittleren Fläche von 500 m² wiesen hierbei geringe Abweichungen zu den Modellergebnissen mit einer mittleren Fläche von 660 m² bzw. 675 m² auf. Durch eine grobe Diskretisierung (1940 m² mittlere Fläche der Elemente) wurde die Wellenhöhe der reflektierten Welle deutlich von 0,0775 m (feine Netzauflösung) auf 0,10 m (grobe Netzauflösung) erhöht. Daher darf in dem Elbe-Modell die Netz-Auflösung des Hafens nicht zu gering sein, da eine zu grobe Auflösung der Netzgeometrie die tatsächlichen morphologischen Verhältnisse nicht ausreichend approximieren.

5.4.2.4 Analyse des Schwingungsverhaltens anhand mehrerer Wellenzüge

Die in Ästuaren resultierende Tidewelle besteht nicht nur aus einer einzelnen Wellenkomponente, sondern aus einer unendlichen Anzahl von Wellen, die aus den Gezeitenkomponenten resultieren. Diese laufen in direkter Abfolge in das Ästuar ein und werden dort verändert. Die höheren harmonischen Wellenkomponenten werden benutzt, um das resultierende Tidesignal mathematisch zu beschreiben. Um die Veränderungen der höheren harmonischen Gezeitenkomponenten zu analysieren, wird ein abgeleitetes HN Submodell erstellt, in das mehrere regelmäßige Wellen an der Randbedingung eingefügt

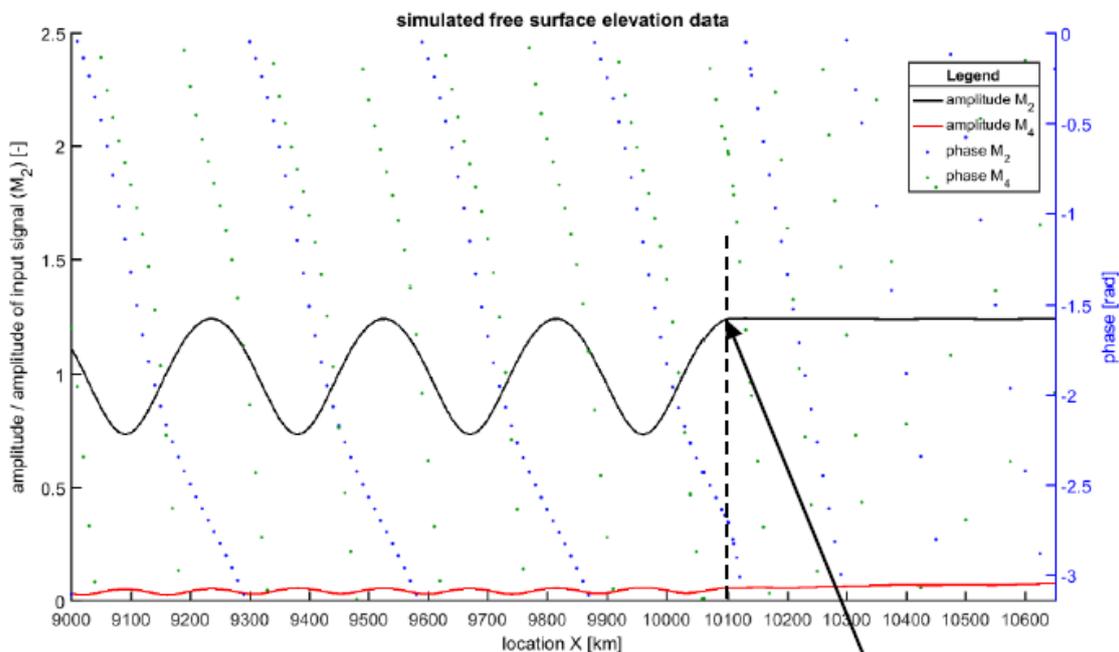
werden (vgl. Tabelle 7 in Kapitel 5.4.2). Als Randbedingung wird im Modell eine Welle mit der Periode der M_2 -Partialtide eingesteuert.

Ausgehend von diesem Prinzipmodell werden in Submodellen drei unterschiedliche Fälle analysiert. Im ersten Submodell werden die Wellen partiell an einem Reflektor bei $x = 10.100$ km reflektiert. Die Simulationsergebnisse werden mittels einer harmonischen Analyse (FFT) ausgewertet, um das Verhalten der einzelnen Gezeitenkomponenten bei der Ausbreitung in einem Ästuar zu bestimmen. Die Analyse wird für Signale entlang des Modells durchgeführt und in einem Längsschnitt aufgetragen (Abbildung 75 a). In Abbildung 75 b und c sind exemplarisch für zwei ausgewählte Punkte (am Rand und in einiger Entfernung vom Rand) die Zeitreihen sowie als Ergebnis der FFT die Amplituden der in der Zeitreihe enthaltenen sinusförmigen Schwingungen dargestellt.

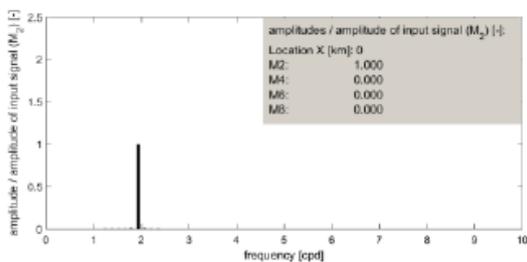
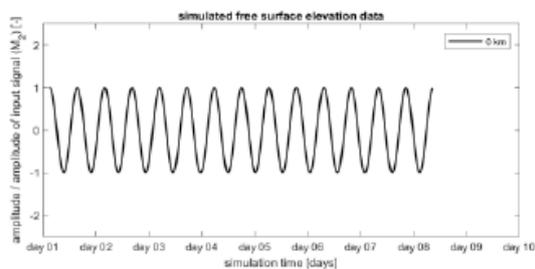
Für die Amplitude der M_2 -Partialtide wird die infolge einer Teilreflexion sich einstellende Form der relativen Amplituden über einen Längsschnitt (vgl. Kapitel 2.2.2 oder 5.1) deutlich. Am Reflektor stellt sich die maximale Amplitude (konstruktive Überlagerung der einlaufenden und reflektierten Welle) ein, während in einer Entfernung von einem Viertel der Wellenlänge die minimale Amplitude (destruktive Überlagerung der einlaufenden und reflektierten Welle) deutlich wird. Zusätzlich wird in dem Bereich oberstrom des Teilreflektors ($x > 10.100$ km) deutlich, dass die Amplitude der M_4 -Partialtide zunimmt, da die transmittierte Tidewelle sich zunehmend verformt.

Im zweiten Submodell werden die Wellen sowohl partiell als auch total an verschiedenen Reflektoren reflektiert (siehe Abbildung 76 b) mit einem Teilreflektor bei $x = 10.100$ km und einem Totalreflektor bei $x = 10.138$ km an der rechten Grenze. Dargestellt werden in der Abbildung 76 die Ergebnisse der harmonischen Analyse der Simulationsergebnisse in einem Längsschnitt.

a) Längsschnitt: Amplituden der M_2 und M_4 Partialtide in den HN Simulationsdaten



b) Signal an der unteren Randbedingung
 ($x = 0$ km)



c) Signal am Teilreflektor
 ($x = 10100$ km)

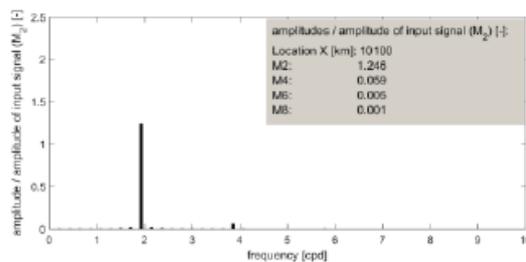
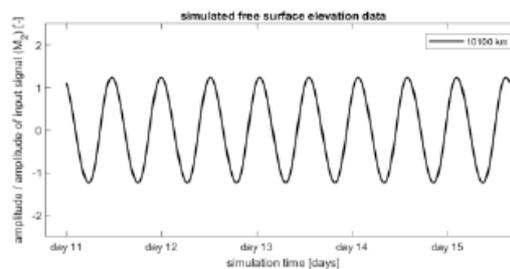


Abbildung 75: Visualisierung der Ergebnisse der harmonischen Analyse der Simulationsdaten entlang des Längsschnittes eines HN Modells mit einer bathymetrischen Änderung (bei $x \approx 10.100$ km) und konstante Modellbreiten: (a) die harmonischen Analyseergebnisse der Simulationsdaten von $x = 9000$ km bis 10.600 km für die Komponenten M_2 und M_4 ; (b) die harmonischen Analyseergebnisse der Simulationsdaten an der unteren Randbedingung $x = 0$ km und (c) die harmonischen Analyseergebnisse der Simulationsdaten an dem Teilreflektor $x \approx 10.100$ km.

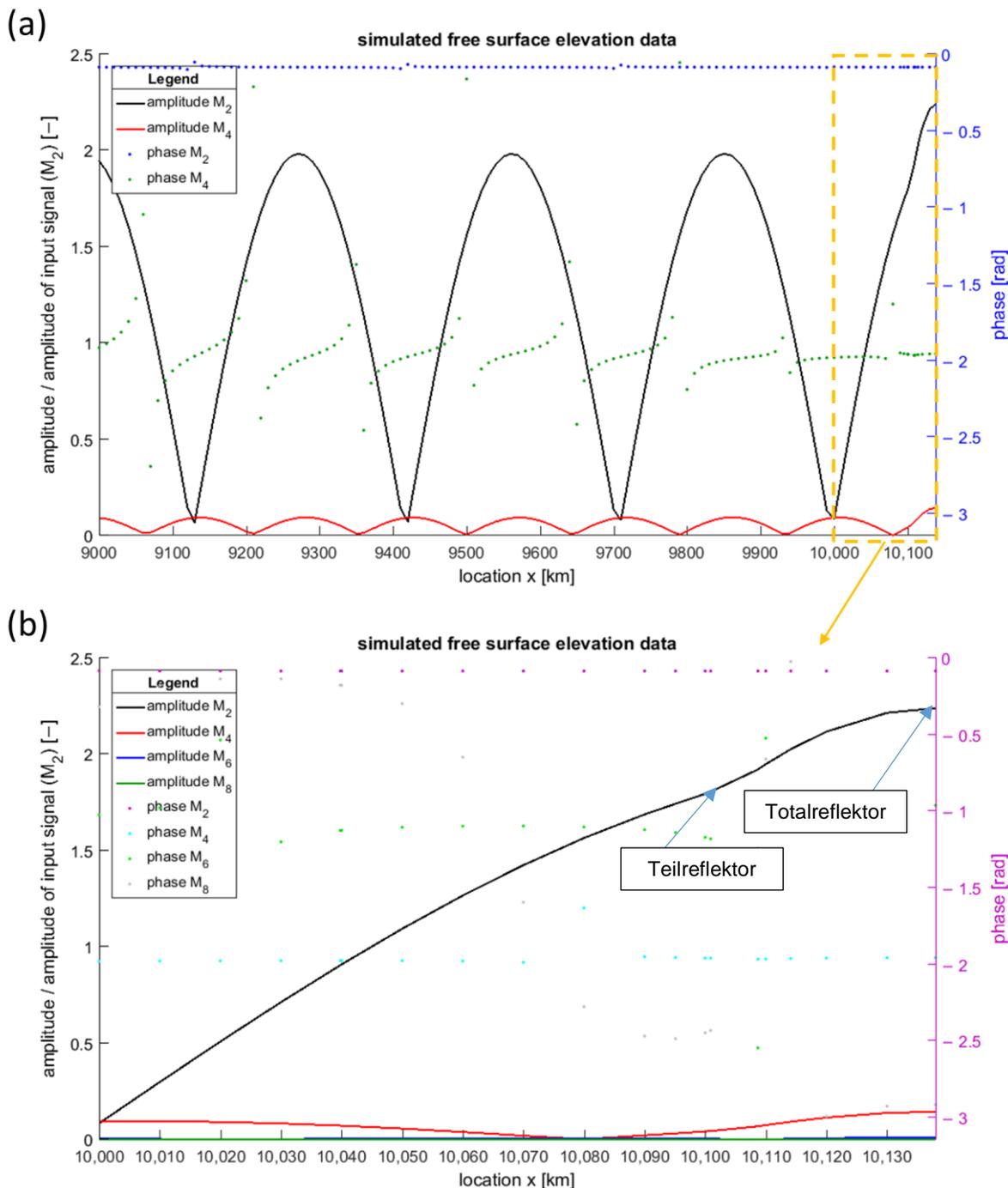


Abbildung 76: Visualisierung der Ergebnisse der harmonischen Analyse der Simulationsdaten entlang des Längsschnittes eines HN Modells mit einer bathymetrischen Änderung (bei $x \approx 10.100$ km), konstante Modellbreiten und einem Totalreflektor ($x = 10.138$ km): (a) die harmonischen Analyseergebnisse der Simulationsdaten von $x = 9000$ km bis 10.138 km für die Komponenten M_2 und M_4 ; (b) die harmonischen Analyseergebnisse der Simulationsdaten von $x = 10.000$ km bis 10.138 km mit zusätzlicher Darstellung der Komponenten M_6 und M_8 .

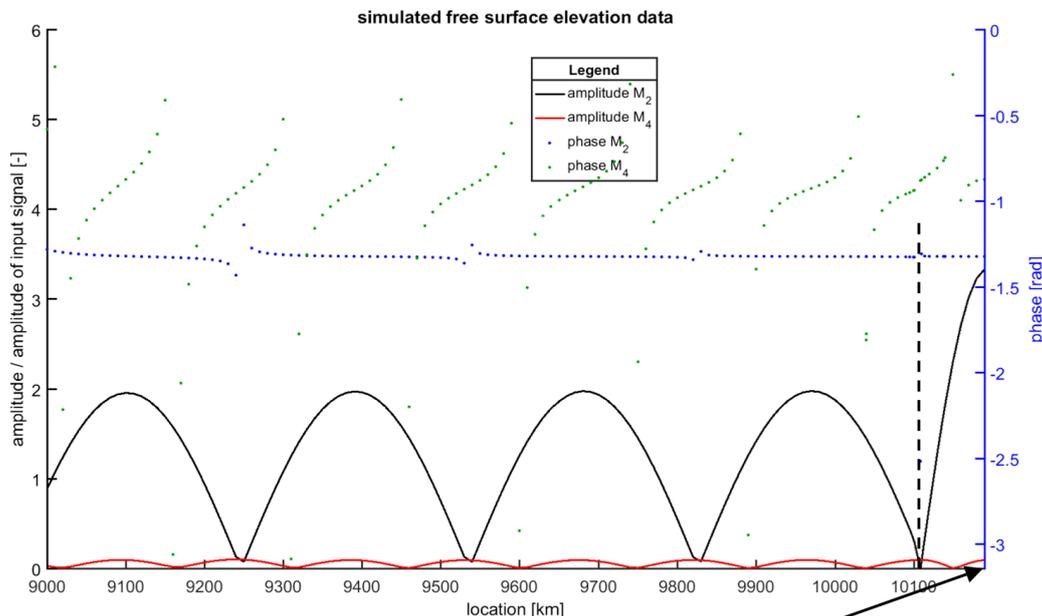
In Abbildung 76 sind die Ergebnisse der harmonischen Analyse der Simulationsdaten dargestellt. Im Bereich zwischen dem Teil- und Totalreflektor (von ca. 10.100 km bis 10.138 km, siehe auch Abbildung 76 b) erreicht das M_2 -Signal eine Verstärkung über 2

durch das teilreflektierte (und dann wieder totalreflektierte und re-reflektierte) Signal, was durch die Überlagerung von Teil- und Totalreflexion verursacht wird. In Abbildung 76 a) ist zu erkennen, dass zusätzlich zur eingesteuerten M_2 -Gezeit die höherharmonische Gezeitenkomponente M_4 erzeugt wird. Diese resultiert aus Flachwassereffekten und wird durch die Interaktion der Wellenkomponenten als Folge der Reflexion an den Reflexionspunkten verstärkt. Das Maß der Verstärkung hängt hierbei von der Amplitude der eingesteuerten Welle und vom Abstand zwischen Teilreflektor und Totalreflektor sowie vom Reflexionsgrad am Teilreflektor ab. In der Modellstrecke wird eine stehende Welle deutlich und eine zusätzliche Verstärkung der M_4 -Komponente im Bereich zwischen dem Totalreflektor und dem Teilreflektor beobachtet. Der Anteil der M_4 -Komponente an der eingesteuerten M_2 -Komponente erreicht ein Maximum von 7,81 %. Betrachtet man in Abbildung 76 b) den Bereich zwischen 10.000 km und 10.138 km, so ist zu erkennen, dass neben der M_4 -Komponente im Modell weitere höherharmonische Komponenten M_6 und M_8 erzeugt werden. Der Anteil der M_6 - und M_8 -Komponenten erreicht – trotz der langen Lauflänge von 10.138 km für die einlaufende Welle – aufgrund der vernachlässigten Reibungseffekte und der Verringerung der Deformation der Tidewelle durch ein geringes Amplituden-Tiefen-Verhältnis maximal nur 0,82 % (M_6) bzw. 0,17 % (M_8) der eingesteuerten M_2 -Komponente. Wird die Amplitude der M_2 -Komponente an der Modellgrenze um den Faktor 10 erhöht, betragen die jeweiligen Anteile am Maximum 45 % (M_4), 27,9 % (M_6) und 20,1 % (M_8).

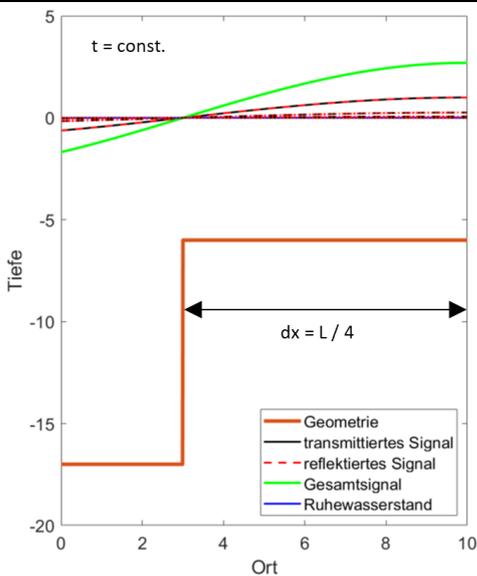
Aufgrund der Überlagerung von Teil- und Totalreflexion gibt es im System keine vollständig stehende Welle (Clapotis), bei der die Amplitude der Gesamtwelle in den Schwingungsknoten gleich null ist. An den Extremwerten der Amplituden der M_2 -Tide treten die Maxima der Amplituden der höherharmonischen Komponente M_4 auf.

Die maximale Verstärkung durch Teil- und Totalreflexion wird bei einem Abstand vom Teil- zum Totalreflektor von einem Viertel der Wellenlänge ($1/4 L$ – Quarter-Wavelength) im Bereich stromaufwärts der abrupten bathymetrischen Änderung erreicht (Abbildung 77). Die Verstärkung im Bereich zwischen zwei Reflektoren kann man sich als eine Reihe vorstellen, die gegen einen Grenzwert konvergiert (Abbildung 77 c). Bei der Berechnung der maximalen Amplifizierung am Reflektor ist zu beachten, dass die Amplitude des einlaufenden Signals (a_i) die Amplitude des am Teilreflektor transmittierten Signals ist. Im HN Modell wird am Totalreflektor für einen Reflexionsgrad am Teilreflektor von ca. 25 % eine maximale Amplifizierung von ca. 3,3 erreicht. Die maximale Amplifizierung wird auch mit der Reihe $a_{ges} = 1,25 \cdot 2 \cdot \sum_{i=0}^{\infty} 0,25^i = 3,33$ erreicht. Wird das Verhältnis der Amplitude am Totalreflektor (3,33) durch die Amplitude am Teilreflektor (nahe null) dividiert, so geht das Verhältnis der Amplituden an den beiden Lokationen gegen unendlich. Solche Phänomene werden häufig als Resonanzfall dargestellt und stellen dann das häufig zitierte Resonanzkriterium dar.

a) Längsschnitt: Amplituden der M₂ und M₄ Partialtide in den HN Simulationsdaten



b) Darstellung der transmittierten und (re-) reflektierten Wellen für einen Zeitschritt



c) Entwicklung der Amplitude am Totalreflektor

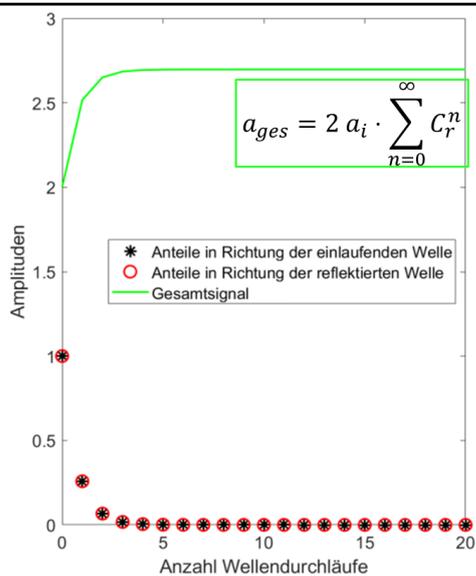


Abbildung 77: Visualisierung der Ergebnisse der harmonischen Analyse der Simulationsdaten entlang des Längsschnittes eines HN Modells mit einer bathymetrischen Änderung (bei $x \approx 10.100$ km), konstante Modellbreiten und einem Totalreflektor in einer Viertel Wellenlänge Entfernung von dem Teilreflektor.

Wird eine Reibungskomponente (Rauigkeitskoeffizient von 10^{-5} m, Nikuradse-Gesetz) zusätzlich in das HN Modell integriert (Submodell 3 in Abbildung 78), wird das Auftreten weiterer höherharmonischer Komponenten (insbesondere M₆, teilweise M₈ und M₁₀; Der M₁₀ Anteil wird in Abbildung 78 nicht dargestellt) deutlich. Die Reibung im HN Modell ist relativ gering, sodass die Tidewelle über die Lauflänge propagieren kann ohne vollständig zu dissipieren. Die Beobachtung der Entstehung von M₆ aufgrund von Reibungseffekten stimmt im Allgemeinen mit der Gezeitenvorhersage von Parker (2007) überein. In Parkers

Erklärung zu den symmetrischen und asymmetrischen Effekten der Bodenreibung ist der asymmetrische Effekt auf die Gezeitenwelle darauf zurückzuführen, dass die Reibung in flachem Wasser stärker ist als in tiefem Wasser (der Wellentrog wird stärker abgebremst als der Wellenberg), was zur Entstehung von M_4 führt. Der symmetrische Effekt ergibt sich aus dem Energieverlust aufgrund der Reibung, der proportional zum Quadrat der Strömungsgeschwindigkeit ist (mehr Energieverlust bei maximaler Flut, weniger Energieverlust bei maximaler Ebbe), was zur Entstehung von M_6 führt (Parker 2007).

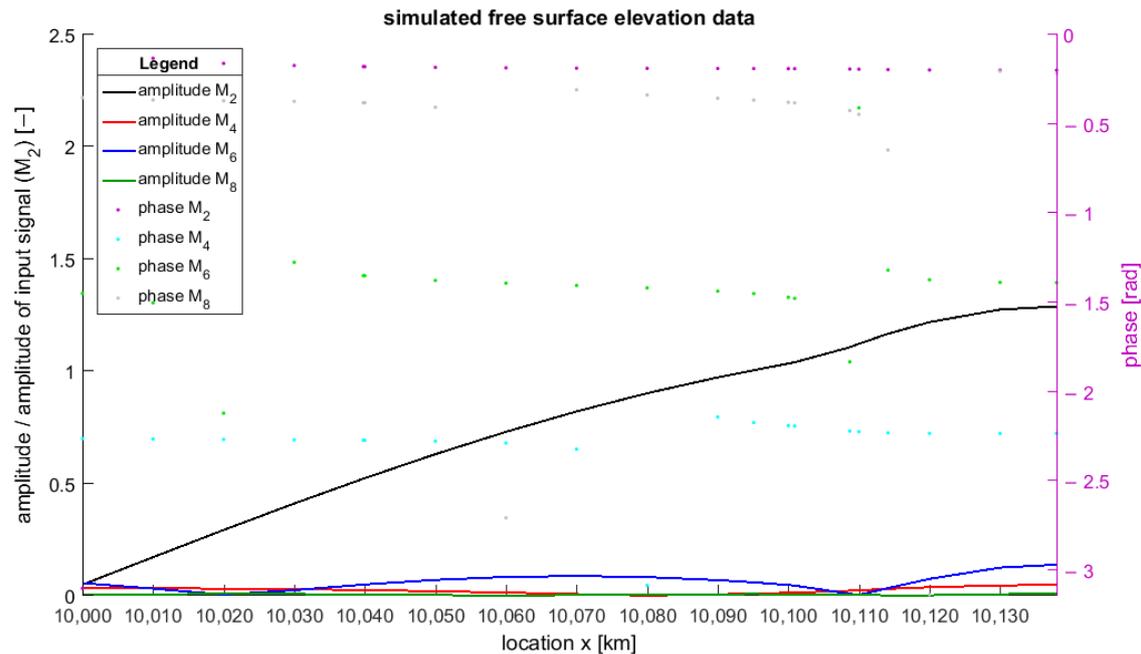


Abbildung 78: Visualisierung der Ergebnisse der harmonischen Analyse (M_2 , M_4 , M_6 , M_8) der Simulationsdaten aus dem Modell mit Reibungseinfluss entlang des Längsschnittes von $x = 10.000$ km bis 10.139 km aus einem HN Modell mit einer bathymetrischen Änderung (bei $x \approx 10.100$ km), konstanten Modellbreiten und einem Totalreflektor ($x = 10.138$ km).

5.4.2.5 Auswirkungen weiterer Einflussfaktoren

Im Folgenden werden die Ergebnisse aus den Untersuchungen mit weiteren Einflussfaktoren: Wellenperiode, Wellenamplitude, Biegung und Krümmungen, Wind, Reibung sowie Oberwasserzufluss zusammengefasst.

Wellenparameter: Wellenperiode

Für die Untersuchung des Einflusses der Wellenperiode auf den Reflexionsgrad von Tidewellen werden Einzelwellen mit unterschiedlichen Perioden in ein bestehendes Modell mit einem $13,7$ km langen Sohlspung von ca. 17 m auf ca. 6 m Wassertiefe eingesteuert und anschließend der Reflexionsgrad bestimmt. Aus den Reflexionsuntersuchungen der Simulationsergebnisse wird deutlich, dass je kürzer die Periode der Welle ist, desto kleiner ist auch der Reflexionsgrad. Durch die Periode der Welle wird zudem maßgeblich die Wellenlänge der einlaufenden und reflektierten Welle beeinflusst ($L = \sqrt{g \cdot h} \cdot T$): Je kürzer die Periode ist, desto kürzer ist die Wellenlänge. Durch die geringere Wellenlänge wird das Verhältnis der Wellenlänge zur Sohlspunglänge kleiner und folglich wird auch der Reflexionsgrad (vgl. Kapitel 5.4.2.1) kleiner.

In der Abbildung 79 wird aus dem Vergleich aus der Untersuchung der verschiedenen Sohl sprunglängen und der Untersuchung der verschiedenen Perioden eine gute Übereinstimmung für den Reflexionsgrad deutlich.

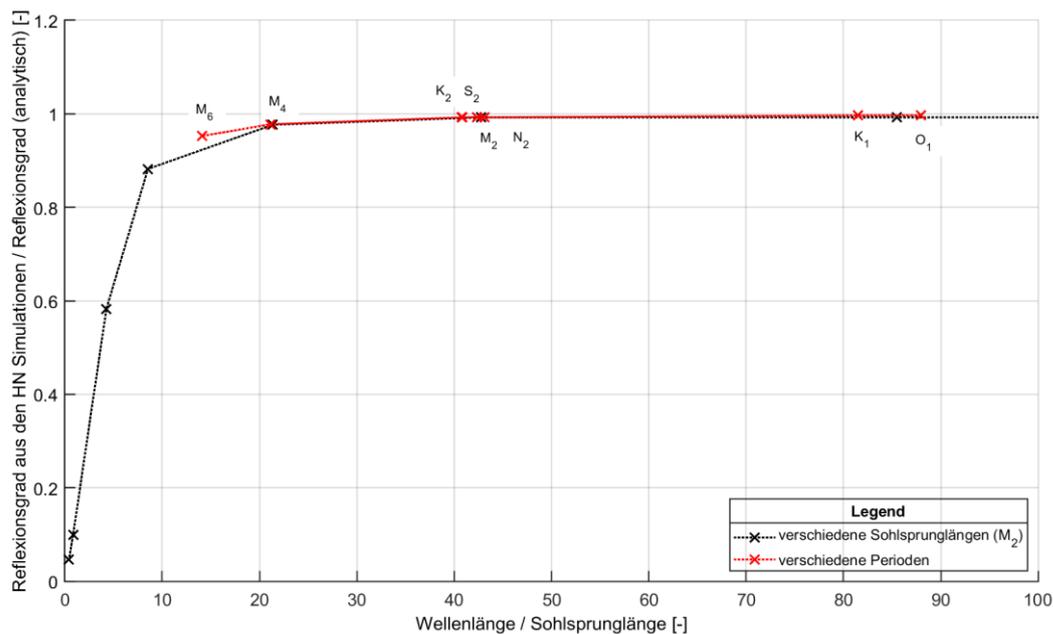


Abbildung 79: Verhältnis der Reflexionskoeffizienten aus den Simulationsergebnissen und dem Reflexionskoeffizienten aus dem analytischen Ansatz gegen die Wellenlängen-Sohl sprunglängen-Verhältnisse für verschiedene Wellenperioden.

Die Aussage von Díez-Minguito et al. (2016), dass "(...) the reflection coefficient is frequency dependent" (Díez-Minguito et al. 2016) sind entsprechend zu präzisieren im Hinblick darauf, dass nicht die Periode der Tidewelle ausschlaggebend für den Reflexionsgrad der Tidewelle ist, sondern das Verhältnis aus der Wellenlänge zur Sohl sprunglänge.

Wellenparameter: Wellenamplitude

Für die Untersuchung des Einflusses der Wellenamplitude auf den Reflexionsgrad von Tidewellen wurden Einzelwellen mit unterschiedlichen Amplituden eingesteuert ($a_{min} = 0,01 \text{ m}$, $a_{max} = 0,25 \text{ m}$) und anschließend die Amplitude des reflektierten Signals in ein Verhältnis zum einlaufenden Signal gesetzt. Die Amplitude der einlaufenden Welle hat in den Untersuchungen **keinen** Einfluss auf den Reflexionsgrad. Bei höheren Amplituden wird allerdings im Ästuarmodell eine zunehmende Verformung der Tidewelle deutlich.

Krümmung und Biegung des Ästuarschlauches

Nach Díez-Minguito et al. (2016) soll sich an Mäandern mit kleinen Radien der Kurven eine Reflexion der Tidewelle einstellen. Für die Untersuchung des Einflusses der Biegung wurden daher erneut mehrere Submodelle aus dem Grundmodell abgeleitet, in die unterschiedliche Krümmungsradien und -winkel eingebracht wurden. Exemplarisch wurden Netzgeometrien mit Krümmungsradien von 500 m (Krümmungswinkel: 45°, 90° und 135°)

und einem Krümmungsradius von 5 km (Krümmungswinkel: 45°) erstellt. In den exemplarisch untersuchten Modellen stellt sich keine Reflexion an der Biegung / den Biegungen ein. Im Elbeästuar sind die Krümmungsradien sowie der Neigungswinkel zudem noch größer als in den Modelluntersuchungen, weshalb davon ausgegangen werden kann, dass die Auswirkung von Mäandern und Krümmungen auf das Reflexionsverhalten der Tidewelle im Elbeästuar vernachlässigbar sind.

Wind

Um den Einfluss des Winds auf das Reflexionsverhalten der Tidewelle angeben zu können, wurden Simulationen mit der Einsteuerung von Wind aus verschiedenen Richtungen mit verschiedenen Windgeschwindigkeiten durchgeführt. Aus dem Postprocessing (hier nicht im Einzelnen dargestellt) wird der Windeffekt auf die Tidewelle deutlich: Je nachdem aus welcher Richtung der Wind eingesteuert wird, wird ein Windstauereffekt deutlich, d. h. der Wasserstand steigt in Richtung des Windes zunehmend an. Eine Auswirkung auf den Reflexionsgrad kann allerdings nicht identifiziert werden.

Reibung

Um den Einfluss der Reibung auf das Reflexionsverhalten der Tidewelle zu untersuchen, wird in mehreren HN Submodellen ein Reibungsansatz (Gesetz nach Nikuradse) sowie verschiedene Reibungskoeffizienten berücksichtigt. Die Reibungskoeffizienten wurden in Anlehnung an das BWK Merkblatt 1 (Bund der Ingenieure für Wasserwirtschaft, Abfallwirtschaft und Kulturbau (BWK) 2009) gewählt und repräsentieren keine Reibung ($k_s = 0$ m), eine Sohlpflasterung und damit einen geringen Reibungseinfluss ($k_s = 0,04$ m) und einen krautigen Bewuchs mit entsprechendem hohem Reibungseinfluss ($k_s = 0,5$ m). Aus dem Postprocessing wird der Reibungseffekt auf die Tidewelle deutlich: Infolge der Berücksichtigung der Reibung dissipiert die Wellenenergie der einlaufenden und der reflektierten Welle und somit verringert sich die Amplitude. Die Auswirkung auf den Reflexionsgrad ist allerdings gering, da sowohl die einlaufende als auch reflektierte Welle dissipieren. Die Auswirkung der Reibung auf die Dissipation der Tidewelle wird im Kapitel 5.4.3 im Detail betrachtet und näher quantifiziert.

Oberwasserzufluss

Die Menge des Oberwasserzuflusses beeinflusst in Abhängigkeit der Flussbreite die Wasserspiegellage. Infolge der Veränderung des mittleren Wasserstandes und den Strömungsgeschwindigkeiten werden die Tidefortschrittsgeschwindigkeiten, die Tidestromgeschwindigkeiten sowie der Tideverlauf beeinflusst. Je größer der Oberwasserzufluss ist, desto länger wird die Ebbedauer und desto kürzer die Flutdauer (Boehlich 2003).

Um den Einfluss des Oberwasserzuflusses auf das Reflexionsverhalten der Tidewelle zu untersuchen, wird neben der Wasserstandsrandbedingung am linken Rand des Modells, am rechten Rand des Modells eine Strömungsrandbedingung eingesteuert. Bei Einsteuerung des Oberwasserzuflusses in das Modell stellt sich infolge der Massenerhaltung ein Anstieg des Wasserstandes ein. Die Strömungsgeschwindigkeiten betragen die Strömungsgeschwindigkeiten der Flachwasserwelle abzüglich der Strömungsgeschwindigkeit infolge des Oberwasserzuflusses durch den Querschnitt (Kontinuitätsbedingung):

$$v = v_{Welle} - v_{Oberwasser} = a \cdot \sqrt{\frac{g}{h}} \cdot \cos\varphi - \frac{Q}{A} \quad (5.15)$$

Worin v die Strömungsgeschwindigkeit, a die Amplitude der Wasserspiegelauslenkung, g die Erdbeschleunigung, h die Wassertiefe, φ der Phasenwinkel der Tidewelle, Q der Oberwasserzufluss und A die Fließquerschnittsfläche ist. In den HN Simulationsergebnissen stimmte die Fortschrittsgeschwindigkeit der Tidewelle mit und ohne Oberwasserzufluss überein, da der Strömungsanteil wesentlich geringer ist als die Wellenfortschrittsgeschwindigkeit der Tidewelle.

Wird in dem Modell keine Bodenreibung berücksichtigt, so dissipiert die Wellenenergie der Tidewelle infolge des Oberwasserzuflusses **nicht**. Erst bei der Berücksichtigung der Bodenreibung im Modell nimmt die Amplitude bei Variation des Oberwasserzuflusses ab. Dies korrespondiert mit Ergebnissen von Cai et al. (2013). Diese zeigen, dass der Oberwasserzufluss lediglich über den Reibungsterm einen Einfluss auf die Dämpfung der Tidewelle hat.

In der Abbildung 80 sind die Simulationsergebnisse aus dem HN Prinzipmodell mit und ohne Oberwasserzufluss dargestellt. Aus den simulierten Wasserständen mit Oberwasserzufluss (obere Reihe rechts) wird deutlich, dass sich oberstrom des Teilreflektors (rot gestrichelte Linie) ein deutlicher Ruhewasserstandsgradient infolge des Oberwasserzuflusses und folglich eine Erhöhung des dortigen Wasserstandes einstellt. Die Strömungsgeschwindigkeiten in der unteren Reihe rechts (negatives Vorzeichen, da der Oberwasserzufluss in entgegengesetzte x-Achsenrichtung zeigt) sind unterstrom des Teilreflektors langsamer als oberstrom des Teilreflektors, da der Fließquerschnitt oberstrom deutlich geringer ist und aus der Kontinuitätsbedingung größere Strömungsgeschwindigkeiten resultieren. Der Reflexionsgrad ist in der Simulation mit Oberwasserzufluss geringer als ohne Oberwasserzufluss, da in der Simulation mit Oberwasserzufluss die Bodenreibung berücksichtigt wird. Ein Vergleich des Reflexionsgrades (Auswertung der Amplitudenwerte) in den HN Simulationsergebnissen mit Bodenreibung und ohne Oberwasserzufluss (hier nicht gezeigt) zu den Simulationsergebnissen mit Bodenreibung und mit Oberwasserzufluss weisen nur geringfügige Abweichungen auf. Inwieweit die Verformung der Tidewelle zu dem Ergebnis geführt hat, wurde nicht untersucht.

Für einen Oberwasserzufluss von $700 \text{ m}^3/\text{s}$ und einen Querschnitt von $A = 300 \text{ m} \cdot 6 \text{ m} = 1800 \text{ m}^2$ (mittlerer Querschnitt in der oberen Tideelbe) liegen die Strömungsgeschwindigkeiten bei ca. $0,4 \text{ m/s}$. Die Tidewellenfortschrittsgeschwindigkeit einer M_2 -Partialtide in 6 m Wassertiefe liegt bei ca. $7,7 \text{ m/s}$. Da die sich infolge des Oberwasserzuflusses einstellenden Strömungsgeschwindigkeiten wesentlich geringer sind als die Fortschrittsgeschwindigkeit der Tidewelle, kann für die Elbeverhältnisse davon ausgegangen werden, dass keine wesentliche Beeinflussung der Wellenfortschrittsgeschwindigkeit der Tidewelle im Elbeästuar eintritt.

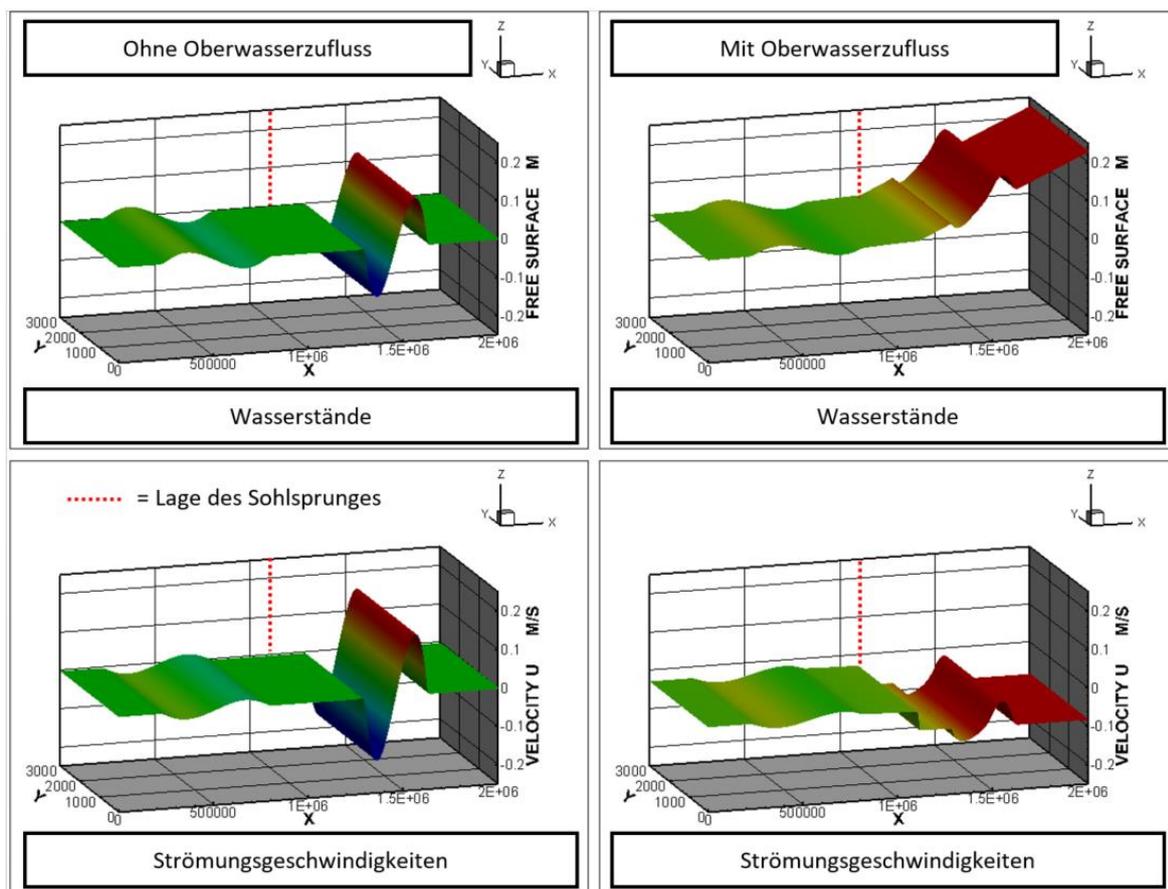


Abbildung 80: Darstellung der Simulationsergebnisse mit dem HN Prinzipmodell ohne (links) und mit (rechts) Oberwasserzufluss sowie ohne (links) und mit (rechts) Bodenreibung. Obere Reihe: Wasserstände, untere Reihe: Strömungsgeschwindigkeiten.

5.4.2.6 Netzkonvergenzstudie

Das Netz des HN Basismodells (Tabelle 7) wird über die Software Kalypso diskretisiert. Der Einfluss der Netzdichte auf die Ergebnisse des HN Modells wird in einer Netzkonvergenzstudie ermittelt. Die Elementlängen werden von 150 m bis 1000 m und die Elementbreiten von 150 m bis 300 m variiert. Die Simulationszeit des Basismodells⁷ variiert hierbei zwischen knapp 6 Minuten (Elementlänge von 1000 m, Elementbreite von 300 m) bis hin zu ca. 2 Stunden und 8 Minuten (Elementlänge und -breite jeweils 150 m) auf dem High Performance Compute Cluster (HPC) des Rechenzentrums der Technischen Universität Hamburg (TUHH). Bei der Netzkonvergenzstudie werden Veränderungen der Reflexionskoeffizienten in der dritten signifikanten Stelle festgestellt. Die Abweichungen der Reflexionskoeffizienten weisen eine maximale relative Abweichung von 0,4 % zueinander auf, sodass der Fehler des verwendeten Basismodells mit einer Elementlänge von 600 m als ausreichend für die durchgeführten Reflexionsuntersuchungen bewertet wird.

⁷ Hinweis: Die Simulationszeiten der Submodelle weichen teilweise mehr oder weniger von den angegebenen Simulationszeiten des Basismodells ab.

5.4.3 Dissipationsuntersuchungen in einem hydrodynamisch numerischen Prinzipmodell

Das Ziel der Dissipationsuntersuchungen in einem HN Prinzipmodell ist die quantitative Bestimmung des Dissipationseinflusses für verschiedene Einflussfaktoren. In dem Basismodell (Tabelle 7) werden die Systemparameter

- Amplitude der eingesteuerten Tidewelle,
- Wassertiefen,
- Breiten,
- Reibungskoeffizienten (Reibungsansatz nach Nikuradse) und der
- Oberwasserzufluss (Abfluss an der Tidegrenze eines Ästuars (BAWiki der Bundesanstalt für Wasserbau 2017))

systematisch innerhalb einer Bandbreite variiert und die Auswirkung auf die Amplitude der einlaufenden Welle untersucht. In dem Basismodell für die Dissipationsuntersuchungen findet keine Reflexion der Tidewelle statt.

Die Auswirkung der Amplitude der eingesteuerten Tidewelle auf die Amplitude des Signals wird in der Abbildung 81 dargestellt. Für jede Kurve in dem Diagramm wird eine HN Simulation durchgeführt, bei der die Amplitude des Eingangssignals variiert wird, während die übrigen Systemparameter (d. h. Wassertiefe, Breite, Reibungskoeffizient und Oberwasserzufluss) gleichbleiben. Die Amplitude der einlaufenden Welle nimmt mit zunehmender Entfernung von der Modellrandbedingung ab, d. h. die einlaufende Welle dissipiert. Aus den HN Simulationsergebnissen wird deutlich, dass je größer die Amplitude der einlaufenden Welle ist, desto mehr wird die Welle dissipiert. Diese Beobachtungen stimmen mit den Aussagen von Dietrich et al. (1975a) überein.

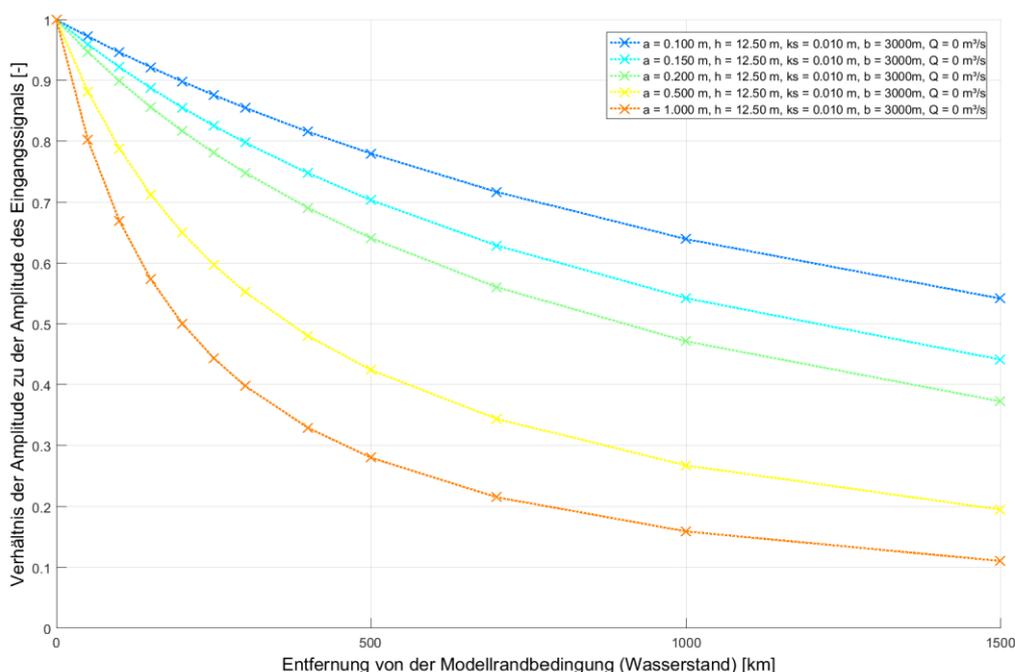


Abbildung 81: Darstellung der Dissipation der Tidewelle (M_2) für eine Variation der Amplitude der Welle.

Der Dissipationseinfluss unterschiedlicher Wassertiefen auf die Tidewelle wird in der Abbildung 82 verdeutlicht: Je flacher der Bereich ist, desto größer wird die Dissipation, da der Schubspannungseinfluss infolge der Sohlreibung in flacheren Bereichen größer wird (Hsiao und Shemdin 1978; Ippen und Harleman 1966).

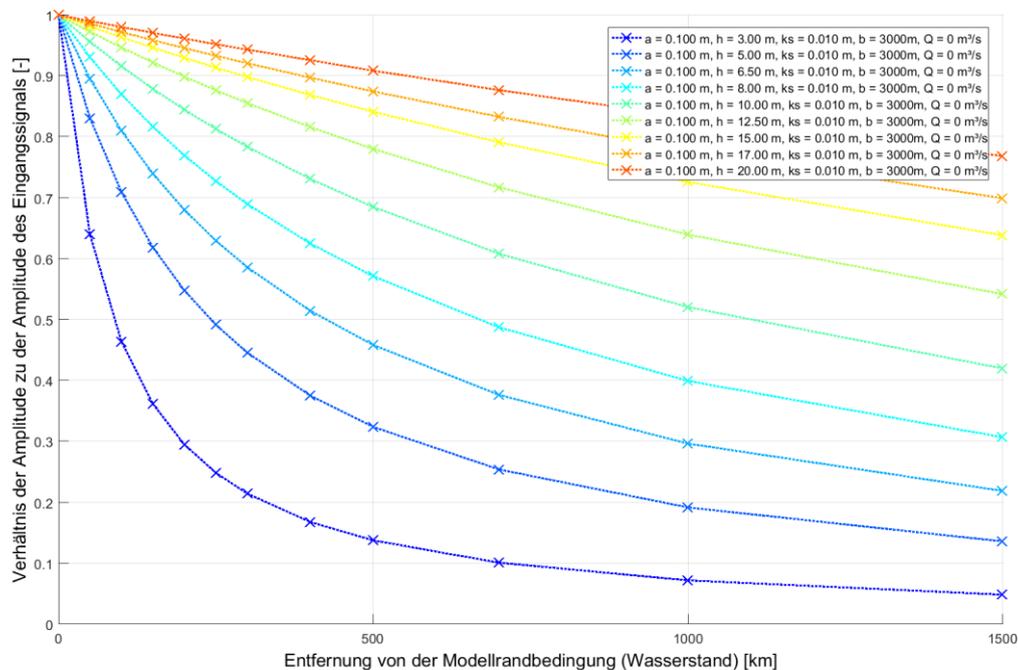


Abbildung 82: Darstellung der Dissipation der Tidewelle (M_2) für eine Variation der Wassertiefe.

Der Einfluss unterschiedlicher Reibungskoeffizienten auf die Dissipation der einlaufenden Welle wird in der Abbildung 83 dargestellt. Ist der Reibungskoeffizient null, findet keine Dissipation statt und die Amplitude der einlaufenden Welle bleibt beim Propagieren innerhalb des HN Modells konstant. Mit zunehmendem Reibungskoeffizienten nehmen auch die Bodenschubspannungen zu und folglich entsprechend die Dissipation.

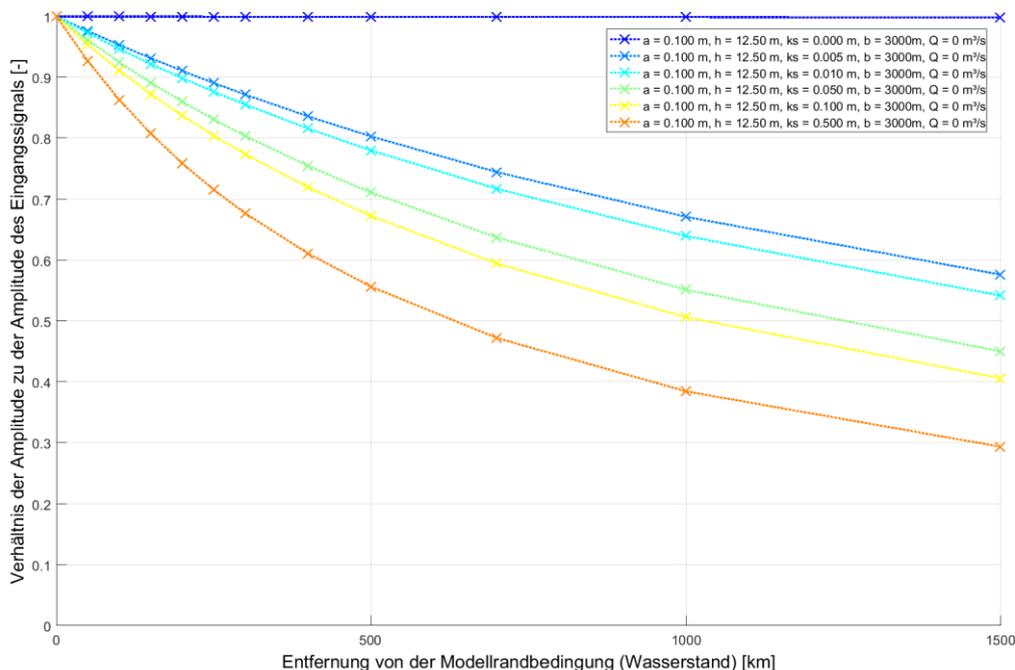


Abbildung 83: Darstellung der Dissipation der Tidewelle (M_2) für eine Variation des Reibungskoeffizienten.

Der Einfluss des Oberwasserzuflusses auf die Dissipation der Tidewelle wird in der Abbildung 84 dargestellt. Mit zunehmenden Oberwasserzufluss wird die Tidewelle zunehmend gedämpft (Cai et al. 2013). Bei dem Vergleich der Dissipationsgrade der Abbildung 81 bis Abbildung 84 wird deutlich, dass der Einfluss des Oberwasserzuflusses im Vergleich zu den Einflüssen aus Wassertiefe, Amplitude und Rauheitskoeffizient am geringsten ist. Bei einer zusätzlichen Variation der Breite wird deutlich, dass der Einfluss des Oberwasserzuflusses auf die Dissipation bei abnehmender Breite zunimmt.

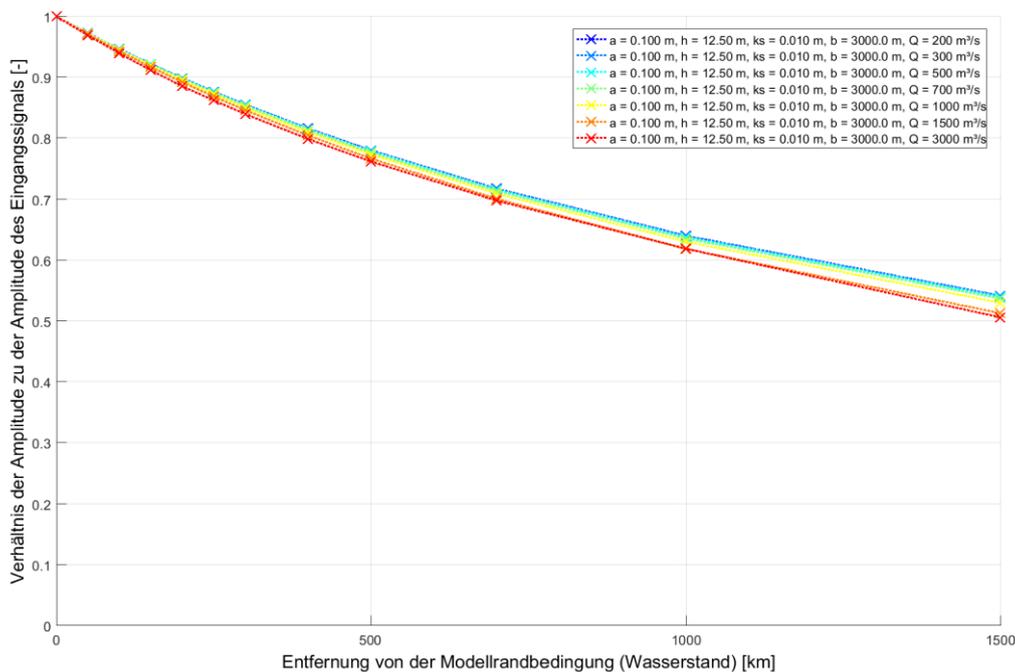


Abbildung 84: Darstellung der Dissipation der Tidewelle (M_2) für eine Variation des Oberwasserzuflusses.

Um die Untersuchungen der einzelnen Systemparameter verknüpfen zu können und eine Bandbreite in den Untersuchungen abzudecken, wurden in den HN Simulationen zusätzlich für das Maximum/Minimum eines jeden einzelnen Parameters die übrigen Parameter variiert.

Auf Basis der Modelldaten wird der Exponent μ für die exponentielle Funktion zur Beschreibung der Dissipation gesucht, welcher in die Gleichungen (5.11) und (5.12) eingesetzt werden kann. Für jedes Simulationsergebnis wird der Exponent μ über eine nichtlineare Regression der Simulationsdaten an eine Exponentialfunktion angepasst. Die Anpassungsparameter können wiederum für die Systemparameter der Amplitude, des Rauheitsbeiwertes und der Wassertiefe an eine Potenzfunktion approximiert werden. Der Systemparameter des Oberwasserzuflusses weist die beste Übereinstimmung durch den spezifischen Oberwasserzufluss über eine lineare Polynomfunktion an die Anpassungsparameter auf. Um die einzelnen Funktionen für die jeweiligen Systemparameter nun miteinander verknüpfen zu können, wird aus den jeweiligen Rändern der untersuchten Bandbreite ein Gleichungssystem aufgestellt und symbolisch, d. h. exakt, gelöst. Das Ergebnis ist eine empirische Funktion, die den Exponenten der exponentiellen Dissipationsfunktion über die Systemparameter sowie der Konstanten c_1 bis d_3 beschreibt:

$$\mu(a, k_s, h, q) = c_1 \cdot a^{d_1} + c_2 \cdot k_s^{d_2} + c_3 \cdot h^{d_3} + c_4 \cdot q + c_5 \quad (5.16)$$

Worin a die Amplitude der Welle, k_s der Reibungsbeiwert, h die Wassertiefe und q der spezifische Oberwasserzufluss ($q = Q/b$) ist.

Dass die empirische Funktion zur Ermittlung des Exponenten der Dissipationsfunktion, eine gute Anpassung an die HN Simulationsdaten aufweist, zeigt die Abbildung 85:

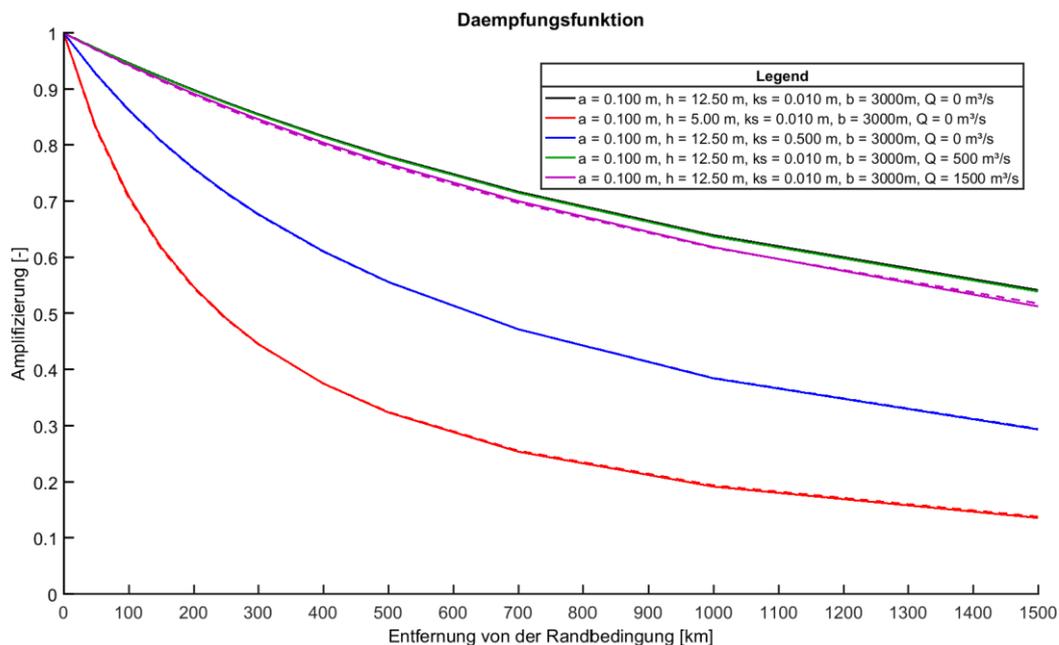


Abbildung 85: Darstellung der Dissipation der Tidewelle (M_2) für eine Kombination der Systemparameter. Durchgezogene Linie: HN Simulationsergebnisse, gestrichelte Linie: empirische Funktion zur Beschreibung der Dissipation.

Die durchgezogenen Linien deuten auf die HN Simulationsergebnisse hin, während die gestrichelten Linien die Ergebnisse aus der empirischen Dissipationsfunktion wiedergeben, in welche lediglich die Amplitude, Wassertiefe, Rauheitskoeffizient und der spezifische Oberwasserzufluss vorgegeben wurde. Die größten Abweichungen der empirischen Dissipationsfunktion von den HN Simulationsergebnissen tritt insbesondere bei hohen spezifischen Zuflüssen auf.

5.4.4 Elbeästuar-Modell

5.4.4.1 Modellaufbau, Kalibrierung und Validierung

Für das Elbeästuar wird zur Berechnung der Tidedynamik des Ästuars ein HN Modell erstellt. In der Abbildung 86 sind das Modellgebiet und das Rechengitter sowie zwei Detailausschnitte bei der Pagensander Nebelalbe und im Hamburger Hafen dargestellt. In der Tabelle 11 befinden sich die Informationen zur Gitterauflösung. In dem Bereich zwischen Hamburg und Geesthacht liegt die mittlere Kantenlänge bei ca. 30 m.

Tabelle 11: Überblick über die Gitterauflösung des HN Elbeästuar-Modells.

	Minimum	Mittelwert	Maximum
Elementflächen	24 m ²	1.415 m ²	98.822 m ²
Kantenlängen der Gitterelemente	4,85 m	50,74 m	661,15 m
Anzahl der Elemente	352.424 Elemente		

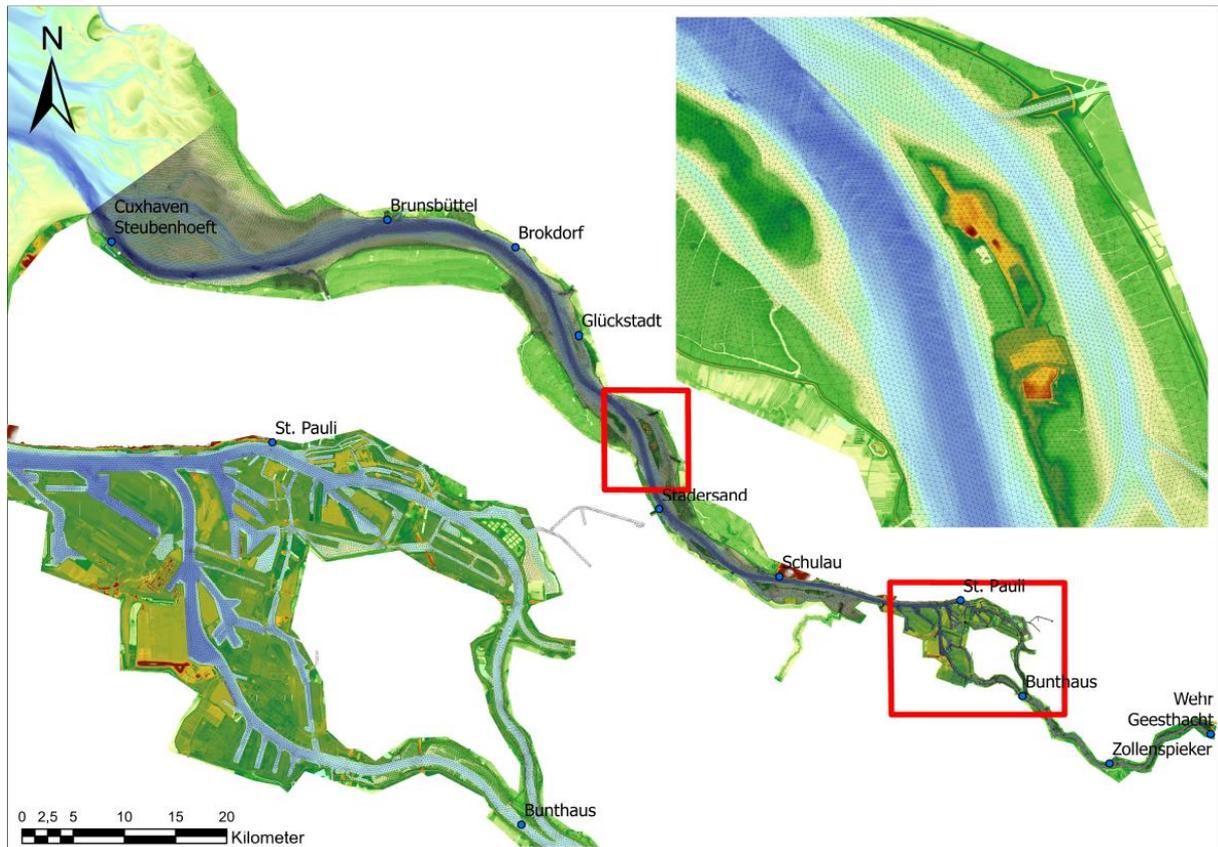


Abbildung 86: Darstellung des Netzes des HN Elbe Modells sowie zweier Ausschnitte aus dem Modell. Hinterlegt ist das DGM-W von 2016 (Daten des Wasserstraßen- und Schifffahrtsverwaltung des Bundes, www.kuestendaten.de).

Das Modell wird am seeseitigen Rand mit Wasserstandsmessdaten des Pegels Cuxhaven sowie Salinitätsmessdaten von der Station Cuxhaven – Alte Liebe angetrieben. Die aus der unterschiedlichen Lage von Modellrand und Pegelstandorten resultierenden Differenzen werden vorab korrigiert. Landseitig werden Abflussmessdaten des Pegels Neu Darchau mit einer Hysterese von 20,25 Stunden, welche über eine beste Übereinstimmung einer Kreuzkorrelation der Tideniedrigwasser zum Abfluss bestimmt wurde, eingesteuert. An der Sohle wird der Reibungsansatz nach Nikuradse mit einem Reibungsbeiwert von 0,05 m berücksichtigt. An der freien Wasserspiegeloberfläche wird der Windeinfluss berücksichtigt. Fickert und Strotmann (2009) zeigten bereits an der Entwicklung des mittleren Tmw am Pegel Cuxhaven, dass windbedingte Wasserstandsänderungen in der Deutschen Bucht auch im Jahresmittel noch zu erkennen sind. Daher werden die Windmessdaten von der Station Cuxhaven zeitlich variabel, allerdings räumlich für das Untersuchungsgebiet konstant mit einem Windeinflussfaktor von $6,78E-7^8$ in das Modell eingesteuert. Als Turbulenzmodell wird das Elder-Modell mit einem dimensionslosen Dispersionskoeffizienten entlang der Strömung von 100 und quer zur Strömung von 10 über eine Sensitivitätsuntersuchung des Modells ermittelt.

Das Modell wurde mit Fokus auf die präzise Reproduktion der hydrodynamischen Größen Wasserstand und Strömungsgeschwindigkeiten bei mittleren Tideverhältnissen kalibriert. Als Kalibrierungszeitraum diente ein Spring-Nipp-Zyklus im Oktober 2006. Das Ergebnis der Modellkalibrierung (die Modellgüte) ist in Abbildung 87 exemplarisch für den Pegel St.

⁸ Nach Empfehlungen des Institute of Oceanographic Sciences. (Ata 2017)

Pauli dargestellt. Die Lage des Pegels wird in der Abbildung 87 f) und detaillierter in g) verdeutlicht. Die zeitliche Auflösung der Simulationsdaten beträgt 10 min. In der Abbildung 87 a) werden die Ganglinien der gemessenen (schwarz) und simulierten (rot) Wasserstände aufgetragen. Das Diagramm b) stellt die Differenzen der Ganglinien dar, wobei positive Werte eine Überschätzung des Wasserstandes im Modell anzeigen. Dass diese Differenzen hauptsächlich aus einer zeitlichen Verschiebung der Simulationsdaten stammen, wird in dem Diagramm c) deutlich. Hier ist der Zeitraum vom 07. bis 09. Oktober 2006 dargestellt. Die gelb hinterlegten Bereiche zeigen die Abschnitte, in denen der Wasserstand im Modell verzögert absinkt wodurch die Wasserstandsdifferenz hervorgerufen wird. Die gestrichelten Linien verdeutlichen, dass bei einsetzender Flut ebenfalls infolge einer zeitlichen Differenz der Simulations- zu den Messdaten eine Wasserstandsdifferenz auftritt. Insgesamt bildet das Modell die mittleren Verhältnisse im Elbeästuar sehr gut ab. Auf eine weitere Anpassung des Modells zur verbesserten Abbildung von höheren Wasserständen (z.B. 07. Oktober um 16 Uhr) wurde im Hinblick auf die im Vorhaben angestrebte Untersuchung mittlerer Verhältnisse verzichtet. Die Reproduktion dieser Verhältnisse zeigen auch die Vergleiche der Wasserstände an gleichen Zeitpunkten d) bzw. der Vergleich der Tidehoch- und Tideniedrigwasserstände e). Der Root Mean Square Error (RMSE) für die gleichen Zeitpunkte beträgt 12,9 cm, wobei signifikante Abweichungen der Simulationsdaten von den Messdaten erst bei Wasserständen oberhalb von 2 m NHN auftreten. In Abbildung e) wird deutlich, dass auch Tidehochwasser bis etwa 3 m NHN noch sehr gut reproduziert werden. Insgesamt werden die Tidehochwasserstände besser getroffen (RMSE: 9 cm) als die Tideniedrigwasserstände (RMSE: 13,9 cm).

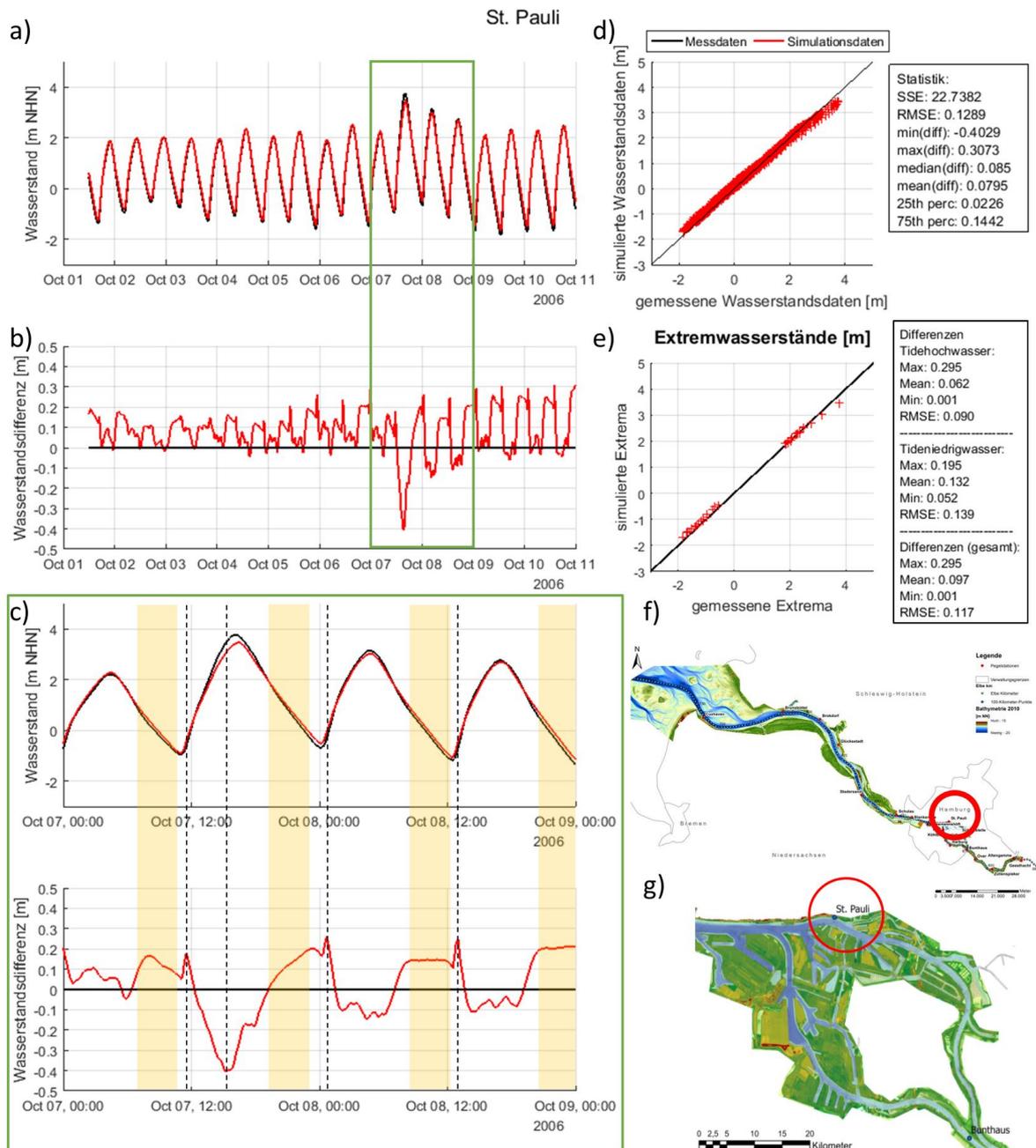


Abbildung 87: Kalibrierungsergebnis des HN Elbe Modells anhand der Wasserstände für den Oktober 2006. a) Vergleich der Messung (schwarz) mit dem Modell (rot), b) Wasserstandsdifferenz zwischen Messung und Simulation (positiv: Modelldaten sind größer als Messdaten), c) Zeitausschnitt vom 07.-09. Oktober 2006, d) Vergleich der Wasserstände zum gleichen Zeitpunkt, e) Vergleich der Tidehoch- und Tideniedrigwasser, f) Lage des Pegels, g) Detailansicht Lage des Pegels.

Zur Validierung wird entsprechend der Empfehlung von van Waveren et al. (1999) ein vom Kalibrierungsereignis unabhängiger Zeitraum mit abweichenden hydrologischen Bedingungen gewählt. Zudem werden die Ergebnisse für einen anderen Pegel dargestellt. Im März 2008 betrug der mittlere Oberwasserzufluss 1208,7 m³/s bei einem minimalen Oberwasserzufluss von 1104 m³/s und einem maximalen Oberwasserzufluss von 1300 m³/s. Da bei hohen Abflüssen die Abbildung der Hydrodynamik gerade in dem Bereich oberstrom von Hamburg interessant wird, wird in der Abbildung 88 der Pegel Zollenspieker

dargestellt. Der Pegel liegt ca. auf halber Strecke zwischen Hamburg und Geesthacht, 12,2 km von der oberstromigen Grenze beim Wehr in Geesthacht entfernt. Aus der Darstellung der Extremwasserstände wird deutlich, dass die Abweichungen der Modelldaten zu den Messdaten (RMSE von 11,29 cm bei dem Vergleich jedes Zeitschrittes; RMSE von 6,4 cm bei einem Vergleich der Tidehoch- und Tideniedrigwasserstände) insbesondere aufgrund eines zeitlichen Versatzes der Simulations- zu den Messdaten auftritt.

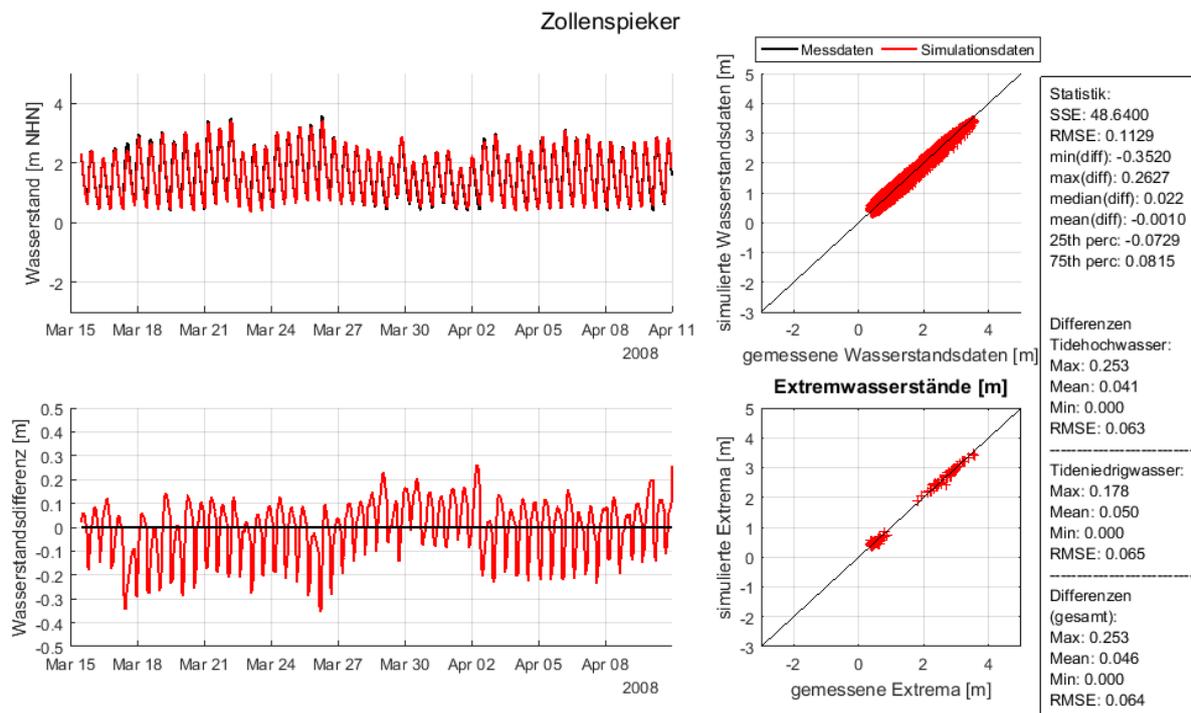


Abbildung 88: Validierungsergebnis des HN Elbe Modells anhand der Wasserstände für den Zeitraum März-April 2008. Vergleich der Messung (schwarz) mit dem Modell (rot)

Dass die in diesem Bericht dargestellten Ergebnisse für das gesamte Elbeästuarmodell repräsentativ sind, zeigt die folgende Darstellung der RMSE und R^2 , ausgewertet an jedem Zeitschritt der Simulationsdaten entlang des Ästuars. Die RMSE sind als gestrichelte Linien auf der linken y-Achse aufgetragen. Die R^2 sind auf der rechten y-Achse mit den gepunkteten Linien dargestellt. Das Minimum der R^2 liegt bei dem Hochwasserereignis (März 2008) direkt an der oberen Randbedingung bei 94,7 %. Der maximale RMSE tritt bei Schöpfstelle in dem Hochwasserereignis auf und beträgt 15,5 cm.

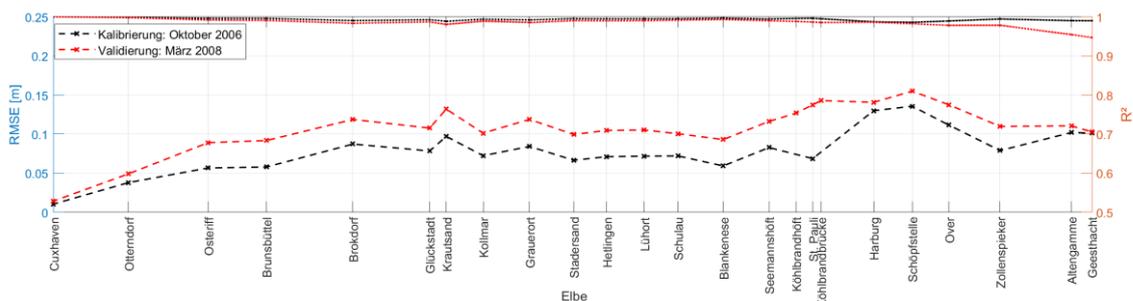


Abbildung 89: Darstellung der Modellabweichungen von den Messdaten in dem Elbeästuar. Linke y-Achse (gestrichelt): Root Mean Square Error, rechte y-Achse (gepunktet): R^2 .

5.4.4.2 Reflexionsanalyse mit dem Elbeästuar-Modell

Um eine Reflexionsanalyse mit dem HN Elbeästuar Modell durchzuführen, wird sowohl an der seeseitigen Grenze (nahe Cuxhaven) und der landseitigen Grenze (Wehr Geesthacht) das Netz des bestehenden Elbeästuarmodells um ein gerades 1000 km langes Netz mit Elementen einer Kantenlänge von 60 m erweitert. In der Simulation RefIA wird das Wehr in Geesthacht als Netzende und damit als Randbedingung gesetzt, während das Wehr in der Simulation RefIB nicht in dem Modell berücksichtigt wird. Die Wassertiefe in dem erweiterten Netz beträgt unterstrom des Elbeästuars konstant 9,3 m und oberstrom konstant 4,3 m, in Anlehnung an die fließquerschnittsgemittelten effektiven Wassertiefen der Querschnitte in der mittleren und der oberen Tideelbe. In den Bereichen der Netzerweiterungen befindet sich im Modell keine Bodenreibung. Über die untere Wasserstandsrandbedingung wird die Tidewelle einer M_2 -Partialtide eingesteuert. Es wird kein Oberwasserzufluss, Wind oder Salinität in dem Modell berücksichtigt.

Über die Auswertung der Simulationsergebnisse kann zum einen die Fortschrittsgeschwindigkeit der Tidewelle über die Eintrittszeitpunkte und zum anderen über die zeitliche Zuordnung der reflektierten Wellen die genaue Lokation der Reflektoren erfolgen. Für den Bereich von Cuxhaven bis in den Hamburger Hafenbereich beträgt die Fortschrittsgeschwindigkeit der Tidewelle ca. 9,6 m/s, von dem Hamburger Hafenbereich bis nach Geesthacht beträgt die Fortschrittsgeschwindigkeit der Tidewelle ca. 6,8 m/s. Über die Fortschrittsgeschwindigkeit $c = L/T$ für die bekannte Periode der M_2 -Gezeit kann die Wellenlänge von ca. 430 km (mittlere/untere Tideelbe) bzw. ca. 300 km (obere Tideelbe) berechnet werden. Die effektiven Wassertiefen können über $h = \left(\frac{L}{T}\right)^2 \frac{1}{g}$ ungefähr zu 9,3 m für die mittlere/untere Tideelbe und 4,7 m für die obere Tideelbe berechnet werden.

Um ein von den Randbedingungen unbeeinflusstes Wasserstandssignal analysieren zu können, werden in einer Entfernung von 900 km von der unteren Randbedingung die simulierten Wasserstände ausgewertet. Über die Differenz der Ergebnisse der Simulation RefIA von der Simulation RefIB lässt sich der Zeitpunkt bestimmen, bei dem das am Wehr totalreflektierte Signal am Auswertepunkt $x = 900$ km auftritt. Die Wasserspiegelauslenkungen, die ab diesem Zeitpunkt auftreten, sind auf mehrfache Reflexionen im System des Elbeästuars zurückzuführen. In der Abbildung 90 wird sowohl das einlaufende als auch das reflektierte Signal in das und aus dem Elbeästuarmodell dargestellt. Hierbei lassen sich in dem zurückgeworfenen Signal mehrere Wellenanteile identifizieren und diese über die beste Anpassung der Wellensignale an das dargestellte reflektierte Signal identifizieren. Hierbei besteht sowohl die Möglichkeit, dass neben den im Elbeästuar identifizierten Reflektoren (Mündung, Hamburger Hafenbereich, Wehr in Geesthacht) noch ein weiterer Reflektor auf Höhe der Pagensander Nebenelbe vorliegt. Die Reflexionsuntersuchungen in dem HN Prinzipmodell ergaben jedoch, dass bei in der Längsachse vergleichsweise kurzen Inseln die reflektierten Wellen so überlagert sind, dass nur Wasserstandssignale mit einer geringen Auslenkung reflektiert werden. Daher wird davon ausgegangen, dass das reflektierte Signal aus nur an drei Reflektoren zurückgeworfenen Signalen besteht. Die Abweichungen von der Hauptpartialtide M_2 zu den simulierten Daten resultiert durch die im Verlauf des Modells entstehenden höherharmonischen Wellenkomponenten (sog. Flachwasserpartialtiden). Werden diese über die Gleichungen in Parker (2007) berücksichtigt, kann eine gute Übereinstimmung (RMSE: 0,005 m bei einer Amplitude des eingesteuerten Signals von 0,1 m) der Wellensignale mit den Simulationsdaten erreicht werden.

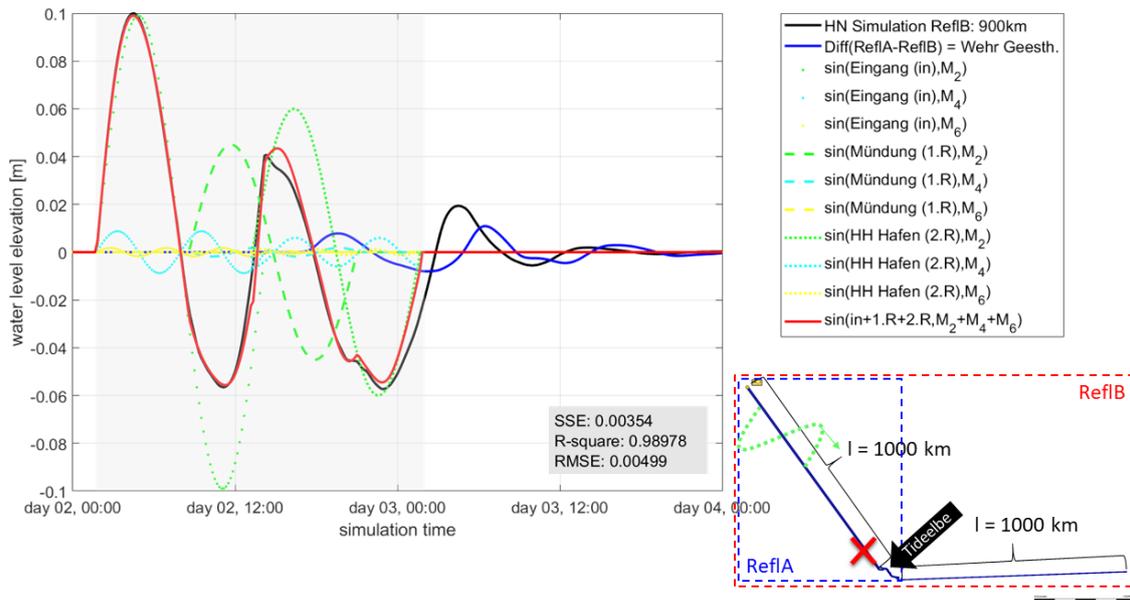


Abbildung 90: Darstellung der HN Simulationsergebnisse für die Untersuchung des Reflexionsverhaltens der Tidewelle im Elbeästuar.

Aus der Reflexionsanalyse der HN Simulationsergebnisse mit dem Elbeästuarmodell lassen sich zusammenfassend folgende Kennwerte für die Reflektoren ableiten:

Tabelle 12: Überblick über die Reflexionsanalyseergebnisse aus dem HN Elbeästuarmodell.

Reflektor	Lage des Reflektors
Mündung des Elbeästuars	Elbe-km 710,5
Bathymetrische Änderung im Hamburger Hafengebiete	Elbe-km 631,5
Wehr in Geesthacht	Elbe-km 586

Der Reflexionsgrad im Mündungsbereich der Elbe beträgt im HN Elbe-Modell ca. 45 %. Die Bestimmung des Reflexionsgrades im Hamburger Hafengebiete ist deutlich komplexer: Da das Signal nicht direkt am Reflektor analysiert wird und das reflektierte Signal folglich durch Einflussfaktoren wie die Querschnittskonvergenz, Reibung, die Wahl der Eingangsamplitude, fehlende Zuflüsse und weitere Einflussfaktoren beeinflusst ist, ist über die Analyse des reflektierten Signals keine konkrete Aussage aus dem HN Modell zu dem Reflexionsgrad der Tidewelle möglich. Wenn allerdings mit einem Transmissionsgrad von 1,45 am Mündungsbereich und einer reversiblen Querschnittskonvergenz gerechnet wird, lässt sich das im Verhältnis zur einlaufenden Welle um 60 % zurückgeworfene Signal aus einem reflektierten Signal mit einem Reflexionsgrad von über 75 % (Reibung unberücksichtigt) erklärt werden.

Aus den Reflexionsuntersuchungen mit dem HN Elbeästuarmodell wird deutlich, dass die anthropogenen Veränderungen des Systems in der Vergangenheit (Ausbau des Hamburger Hafens, Bau von Sturmflutmaßnahmen, wie beispielsweise das Wehr in Geesthacht) sowie die natürliche Morphologie des Systems (Mündungsbereich des Elbeästuars) das Reflexionsverhalten der Tidewelle im System determinieren. Weitere natürliche oder anthropogene Veränderungen des Systems können die Reflexionsgrade und damit das Schwingungssystem der Tidewellen verändern.

6 Syntheseuntersuchungen

6.1 Beschreibung der Synthesepotentiale

Ziel der Syntheseuntersuchungen ist es, die Ergebnisse aus den Teilprojekten Reflexion (TUHH) mit den Ergebnissen aus dem Teilprojekt Resonanz (HPA) zusammenzuführen. Da mit den im TP Reflexion entwickelten Modellen eine Anpassung einzelner Parameter möglich ist, werden die in Kapitel 4 entwickelten Hypothesen mit den Modelluntersuchungen übereingebracht. Die Abbildung 91 stellt einen Überblick über die Synthesepotentiale dar. Den Untersuchungen des TP Resonanz entsprechend werden einzelne Parameter in dem analytischen und/oder numerischen Modell variiert.

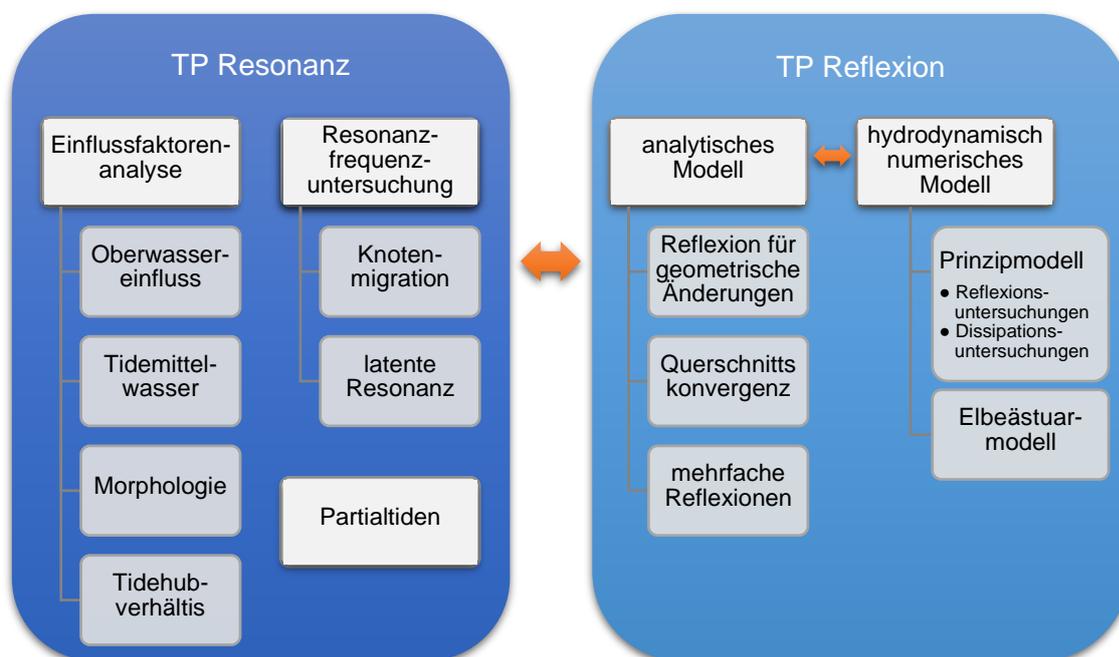


Abbildung 91: Darstellung der Synthesepotentiale zwischen den Teilprojekten (TP).

6.2 Ergebnisse der Syntheseuntersuchungen

Die Wasserstände und Strömungen in dem hydrodynamisch numerischen (HN) Modell werden basierend auf den Reynolds-gemittelten Flachwassergleichungen berechnet. Die HN Modellierung stellt ein gutes Werkzeug dar, um Systemänderungen zu simulieren. In dem entwickelten analytischen Modell werden die Wellensignale basierend auf dem sich infolge von Reflexionen ausgebildeten Schwingungssystem berechnet. Es ist somit mit beiden Werkzeugen möglich, die aus den Messdaten identifizierten Zusammenhänge (vgl. Kapitel 4) modelltechnisch zu überprüfen.

Beispielhaft ist in Abbildung 92 das Amplitudenverhältnis der M_2 -Partialtide von St. Pauli gegen Cuxhaven basierend auf den Wasserstandsmessdaten aufgetragen. Werden in dem analytischen Modell die Eingangsamplituden variiert, wird aus der Abbildung 92 deutlich, dass die Modelldaten inmitten der Punktwolke der Amplitudenverhältnisse aus den Messdaten liegen.

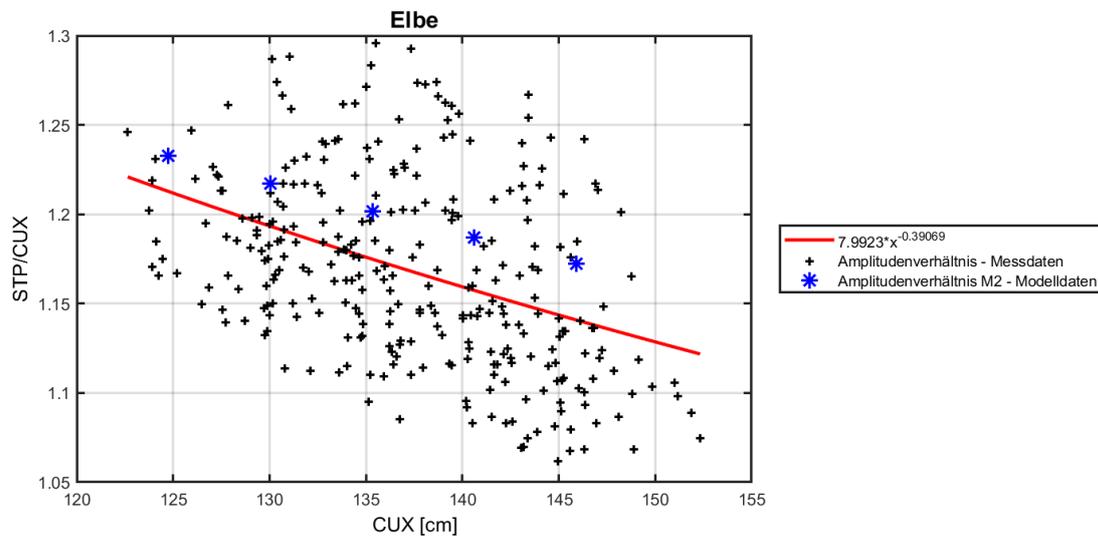


Abbildung 92: Syntheseresultat – Vergleich der Amplitudenverhältnisse von St. Pauli (STP) gegen Cuxhaven (CUX) der M_2 -Partialtide aus den Mess- und Modelldaten.

Das dargestellte Amplitudenverhältnis im Elbeästuar lässt sich daher im Wesentlichen auf die Geometrie des Ästuars und dem sich daraus entwickelten Schwingungssystem zurückführen. In den folgenden Kapiteln werden die unterschiedlichen in TP Resonanz durchgeführten Analysen mit denen in TP Reflexion entwickelten Modellen zusammengebracht.

6.2.1 Einflussfaktorenanalyse

Zur Validierung der in Kapitel 4 aufgeführten Hypothesen, wird in dem folgenden Kapitel die Einflussfaktorenanalyse für folgende Parameter durchgeführt:

- Oberwasser
- Tidemittelwasser
- Morphologie

Oberwassereinfluss

Für die Untersuchung des Oberwassereinflusses werden aus den Untersuchungen der Messdaten vier vergleichbare Oberwasserklassen (375 m³/s, 750 m³/s, 1500 m³/s und 3000 m³/s) abgeleitet, welche die Bandbreite der gemessenen Oberwasserzuflüsse abdeckt. Die den Oberwasserklassen entsprechenden Amplituden der M_2 -Partialtide aus den Messdaten werden entlang des Längsschnittes des Elbeästuars dargestellt. In dem analytischen Modell werden die Oberwasserzuflüsse variiert, welche eine Veränderung des Dissipationsgrades bewirken. Aus ersten Untersuchungen wird dabei deutlich, dass gerade bei hohen Oberwasserzuflüssen die Berücksichtigung des Dissipationsgrades für hohe Oberwasserzuflüsse entlang des gesamten Ästuars zu einer zu hohen Dämpfung im Modell führt. Da die größte Abweichung der empirischen Dissipationsfunktion von den HN Simulationsergebnissen insbesondere bei hohen spezifischen Zuflüssen auftritt, wird der Dissipationsgrad für hohe Oberwasserzuflüsse in dem Modell angepasst. Da der Oberwasserzufluss neben einer Veränderung des Dissipationsgrades auch zu einer Veränderung des Ruhewasserstandes führt, wird in dem Bereich zwischen Hamburg und Geesthacht die Wassertiefe variiert. Die infolge der Wasserstandserhöhung vergrößerte

effektive Wassertiefe wird über die beste Anpassung der Amplituden aus den Modelldaten an die aus den Messdaten ermittelt. Die Wasserbreite wird aufgrund des kanalartigen Querschnitts der oberen Tideelbe trotz Veränderungen des Ruhewasserstandes konstant gehalten. Die Ergebnisse der Oberwasseranalyse in dem analytischen Modell sind in der Abbildung 93 dargestellt. Es wird deutlich, dass mit zunehmenden Oberwasserzufluss die Amplitude der M_2 -Partialtide insbesondere in der oberen Tideelbe zunehmend geringer wird (dissipiert).

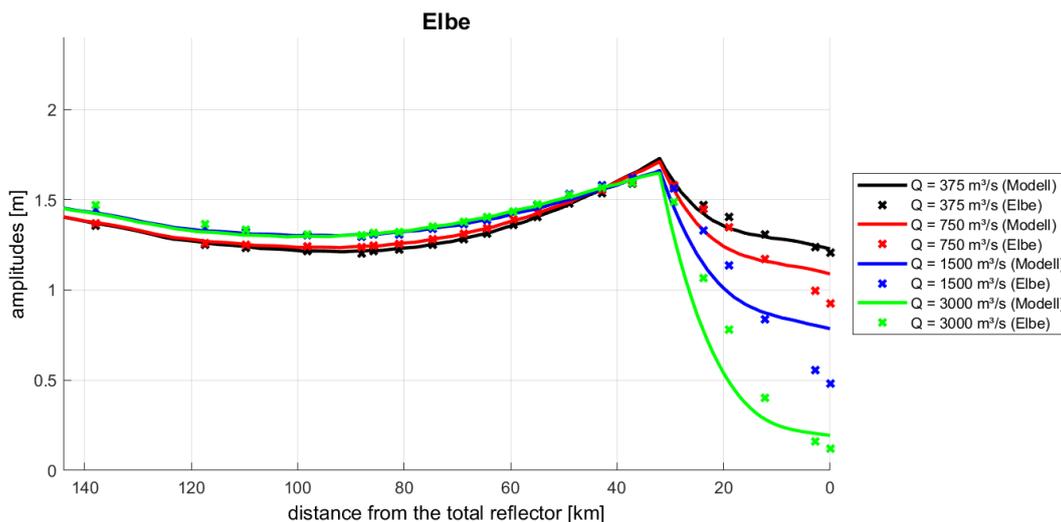


Abbildung 93: Syntheseresultat – Vergleich des Oberwassereinflusses in den Modell- und Messdaten.

Die Eingangsamplitude wird für die in Abbildung 94 dargestellten Ergebnisse je nach der Amplitude in den Messdaten an der Station Cuxhaven variiert. Aus der Abbildung 94 wird auch deutlich, dass die Vergleichbarkeit der Ergebnisse aufgrund der unterschiedlichen Eingangsamplitude in den Messdaten erschwert wird, daher wird in den folgenden Untersuchungen keine Anpassung der Eingangsamplitude vorgenommen, weshalb kein direkter Vergleich mit den Messdaten mehr möglich ist.

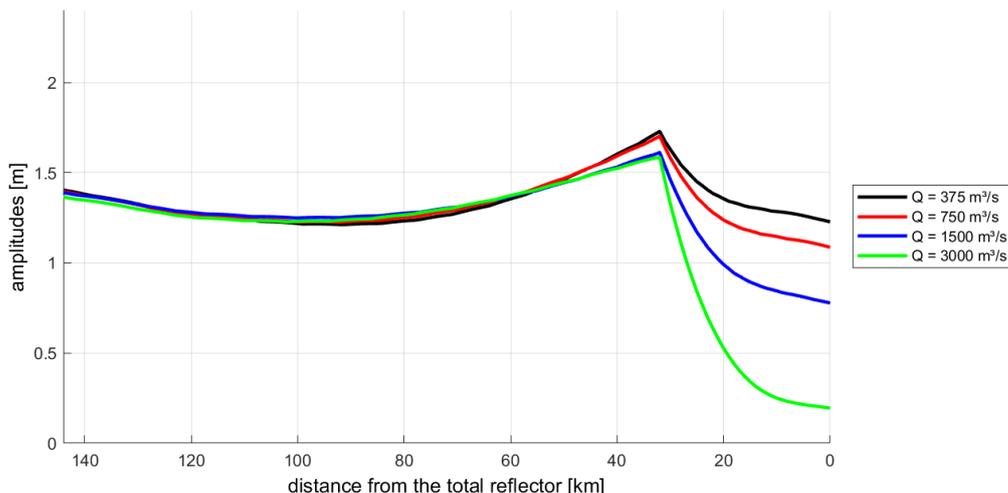


Abbildung 94: Syntheseresultat – Einfluss des Oberwasserzuflusses im analytischen Modell.

Aus der Abbildung 94 wird deutlich, dass in der mittleren Tideelbe insbesondere der Schwingungsknoten und der Schwingungsbauch bei kleinen Oberwasserzuflüssen (z. B. bei $375 \text{ m}^3/\text{s}$) am stärksten ausgeprägt sind. Dies ist auf den größeren Reflexionskoeffizienten im Modell zurückzuführen: Bei geringen Oberwasserzuflüssen liegt ein geringerer mittlerer Wasserstand/ Ruhewasserstand in dem Bereich der oberen Tideelbe vor. Neben einer Veränderung der Wellenlänge im Bereich der oberen Tideelbe führt das auch zu einer Vergrößerung des Wassertiefenverhältnisses unterhalb und oberhalb des Reflektors im Hamburger Hafen. Zusätzlich wird aufgrund des geringeren Zuflusses weniger Energie dissipiert, sodass die reflektierten Anteile größer sind als bei höheren Oberwasserzuflüssen. Folglich ist das Schwingungssystem bei geringen Zuflüssen in der mittleren Tideelbe am stärksten ausgebildet. Die Lage des Schwingungsbauches bleibt bei variierenden Oberwasserbedingungen konstant beim Reflektor. Bei zunehmenden Oberwasserzufluss liegt der Schwingungsknoten zunehmend in Richtung der Mündung. Die Variation der Lage des Schwingungsknotens liegt in einem Bereich von 10 km. Auffällig ist außerdem, dass bei den höchsten Oberwasserzuflüssen die Amplitude im Schwingungsbauch – entgegen der zu beobachtenden Tendenz – wieder abnimmt. Die Modellergebnisse stimmen damit mit den empirischen Analysen der Messdaten überein.

Neben der Analyse des Oberwassereinflusses im analytischen Modell können auch verschiedene Oberwasserzuflüsse in dem HN Elbe Modell eingesteuert werden. An der unteren seeseitigen Wasserstandsrandbedingung wird ein synthetisches Signal bestehend aus 10 Wellenzügen von 10 Partialtiden ($M_2, S_2, N_2, \lambda_2, \mu_2, K_2, K_1, P_1, O_1, Q_1$) aus 22,5 Jahren Messzeitraum am Pegel Cuxhaven eingesteuert. An dem Strömungsrand wird ein konstanter Oberwasserzufluss einer der angegebenen Oberwasserklassen eingesteuert. Es werden Szenarien berechnet, die eine Veränderung des Oberwasserzuflusses auf die Gezeitenkomponenten im Elbeästuarmodell bei einem unveränderten Verlauf der Tidewelle an der unteren Randbedingung modellieren. Die simulierte freie Wasserspiegelauslenkung wird entlang des Elbeästuars mit der HAMELS ausgewertet und die dominante M_2 Komponente im Längsschnitt dargestellt (Abbildung 95). Bei einem Vergleich des mittleren Wasserstandes in den Simulationsdaten (gestrichelte Linien) mit den Messdaten (Abbildung 31) zeigt sich eine hohe Übereinstimmung für die Oberwasserszenarien von $Q = 350 \text{ m}^3/\text{s}$ und $Q = 1500 \text{ m}^3/\text{s}$. In den HN Simulationsdaten zeigt sich weiterhin die größte Auswirkung des Oberwasserzuflusses in dem Bereich der oberen Tideelbe. In der mittleren Tideelbe zeigen sich nur geringe Abweichungen der Amplituden der M_2 -Partialtide voneinander. Diese Ergebnisse sind mit Vorsicht zu interpretieren, da die untere Wasserstandsrandbedingung keine Veränderung des Schwingungssystems berücksichtigt und folglich insbesondere in dem Bereich der unteren Tideelbe zu fehlerhaften Ergebnissen führen kann.

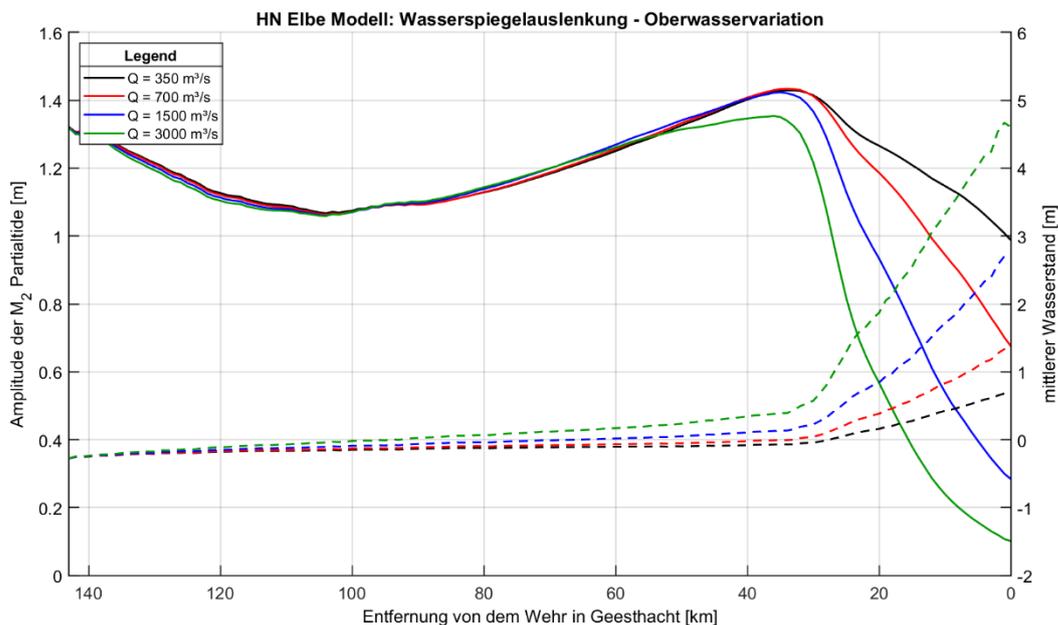


Abbildung 95: Darstellung der HN Simulationsergebnisse entlang des Längsschnittes des Elbeästuars bei einer Variation des Oberwasserzuflusses. Linke Achse (mit durchgezogenen Linien): Amplitude der M_2 -Partialtide in den Wasserspiegelauslenkungsdaten der HN Simulation. Rechte Achse (mit gestrichelten Linien): Mittlerer Wasserstand.

Der in Kapitel 4.3.3 aus den Untersuchungen der Messdaten ermittelte Verlauf der M_4 -Partialtide im Längsschnitt des Elbeästuars kann mit dem HN Elbmodell reproduziert werden. Auch in den Simulationsergebnissen wird bei geringen Oberwasserzuflüssen ($350 \text{ m}^3/\text{s}$) im Bereich der oberen Tideelbe die maximale Amplitude der M_4 -Partialtide deutlich. Für zunehmende Oberwasserzuflüsse (bis hin zu $3000 \text{ m}^3/\text{s}$) wird die Amplitude der M_4 -Partialtide geringer. Die M_4 -Amplitude im Schwingungsbauch beim Teilreflektor im Hamburger Hafenbereich ist für hohe Oberwasserzuflüsse ($3000 \text{ m}^3/\text{s}$) am höchsten und für niedrige Oberwasserzuflüsse ($350 \text{ m}^3/\text{s}$) am geringsten.

Einfluss des Tidemittelwassers

Für die Untersuchung des Tidemittelwassers (Tmw) werden fünf Tidemittelwasserlassen für die Syntheseuntersuchungen ausgewählt: $T_{mw} - 0,6 \text{ m}$, $T_{mw} - 0,3 \text{ m}$, T_{mw} (Basisszenario), $T_{mw} + 0,3 \text{ m}$ und $T_{mw} + 0,6 \text{ m}$. Die Änderungen des Tmw werden als eine Veränderung der Wassertiefe entlang der gesamten Modelllänge eingesteuert. Die Eingangsamplitude in dem analytischen Modell wird in Anlehnung an die Untersuchung des Oberwasserzuflusses konstant gehalten, dadurch ergeben sich Abweichungen zu den M_2 -Amplituden in den Messdaten. Die Ergebnisse aus dem analytischen Modell sind in der Abbildung 96 dargestellt. Es wird deutlich, dass je höher die Wassertiefe in dem analytischen Modell ist, desto ausgeprägter ist das Schwingungssystem der M_2 -Partialtide, d. h. desto höher ist die Amplitude in dem Schwingungsbauch und desto geringer ist die Amplitude in dem Schwingungsknoten. Das stärker ausgeprägte Schwingungssystem bei zunehmendem Tidemittelwasserstand stellt sich trotz geringfügig verringerten Reflexionsgrad infolge des verringerten Dissipationsgrades ein. Bei einem hohen Tidemittelwasserstand und folglich größeren Wassertiefen migriert der Schwingungsknoten geringfügig ($< 7 \text{ km}$) seeseitig, da sich in dem Bereich der unteren und mittleren Tideelbe

eine längere Wellenlänge und folglich ein größerer Abstand des Schwingungsknotens von dem Teil- und Totalreflektor einstellen.

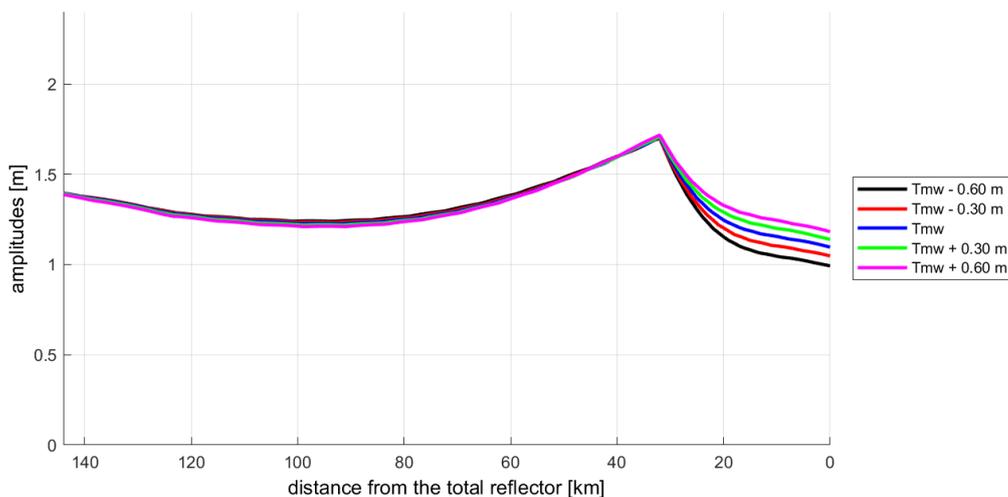


Abbildung 96: Syntheseergebnis – Einfluss des Tidemittelwasserstandes (Tmw) im analytischen Modell.

In dem HN Elbe Modell wird das oben beschriebene synthetische Wasserstandssignal jeweils mit einer Differenz der untersuchten Tmw-Klasse an der unteren Randbedingung bei einem unveränderten Verlauf der Tidewelle eingesteuert. Der Oberwasserzufluss liegt konstant bei 700 m³/s. Die Simulationsdaten werden mit der HAMELS ausgewertet und der M₂ Anteil im folgenden Längsschnitt dargestellt:

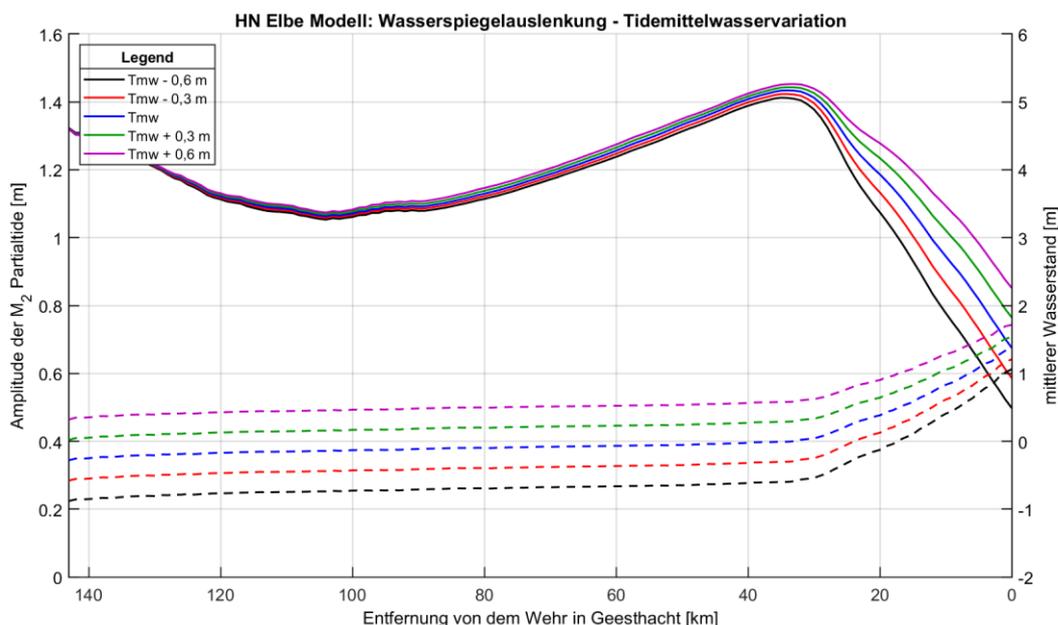


Abbildung 97: Darstellung der HN Simulationsergebnisse entlang des Längsschnittes des Elbeästuars bei einer Variation des Tidemittelwasserstandes. Linke Achse (mit durchgezogenen Linien): Amplitude der M₂-Partialtide in den Wasserspiegelauslenkungsdaten der HN Simulation. Rechte Achse (mit gestrichelten Linien): Mittlerer Wasserstand.

Aus den HN Simulationsergebnissen wird deutlich, dass 1) sich die Veränderungen der Amplituden der M_2 -Partialtide infolge einer Veränderung der unteren Wasserstandsrandbedingung einstellen und 2) eine Variation des Ruhewasserstandes an der unteren Randbedingung zu einer Variation des Ruhewasserstandes im Modell des Elbeästuars führt. Die Größenordnung stimmt hierbei mit den Untersuchungen aus dem KFKI Projekt EXTREMENESS überein, worin verschiedene Meeresspiegelanstiegsszenarien in einem Modell der Deutschen Bucht (inkl. des Elbeästuars) berechnet wurden (Rudolph et al. 2021). In dem Projekt wurde u. a. die Erhöhung von Sturmflutscheitelwasserständen bei einem Meeresspiegelanstieg modelliert. In dem Elbeästuar in Hamburg betrug die Erhöhung des Sturmflutscheitelwasserstands der Größenordnung des angenommenen Meeresspiegelanstiegs (Rudolph et al. 2021) und auch in der zeitlichen Darstellung (Abbildung 7 in der Veröffentlichung von Rudolph et al. 2021) zeigt sich, dass der angenommene Meeresspiegelanstieg die Tidewelle verformt, sodass in Folge dessen die Tidehochwasserstände ein wenig mehr ansteigen als die Tideniedrigwasserstände.

Die in diesem Schlussbericht dargestellten Ergebnisse sind dahingehend kritisch zu hinterfragen, dass sich infolge des veränderten Ruhewasserspiegels nicht nur weitere Anpassungen am System einstellen werden, welche nicht berücksichtigt wurden, sondern die untere Randbedingung des synthetischen Signals eine vorgegebene Randbedingung darstellt und solch Einflüsse, die sich infolge einer Veränderung des Schwingungssystems einstellen und damit auch Auswirkungen auf die seeseitigen Pegel haben, nicht in der vorgegebenen Wasserstandsrandbedingung einbezogen wurden.

Einfluss der Morphologie

Eine umfassende Syntheseuntersuchung hinsichtlich des Einflussfaktors der Morphologie ist nicht möglich, da der Sohlrauheitsindikator als Formrauheitsparameter und der im Modell verwendete Reibungskoeffizient die Oberflächenrauheit widerspiegelt. Die empirischen Daten zeigen, dass mit zunehmender Sohlreibung die Amplituden im Elbeästuar abnehmen. Diese Aussage wird durch die Modelluntersuchungen bestätigt.

Der Faktor, der die Interaktion der Tidewelle mit der Gewässersohle aufgrund von Reibung beinhaltet, ist im analytischen Modell der Reibungskoeffizient, welcher den Dissipationsgrad der Tidewelle beeinflusst. Um Aussagen zum Reflexionsverhalten der Tidewelle bei Veränderung des Reibungskoeffizienten treffen zu können, werden in der Abbildung 98 die Ergebnisse aus dem analytischen Modell bei einer Variation des Reibungskoeffizienten dargestellt.

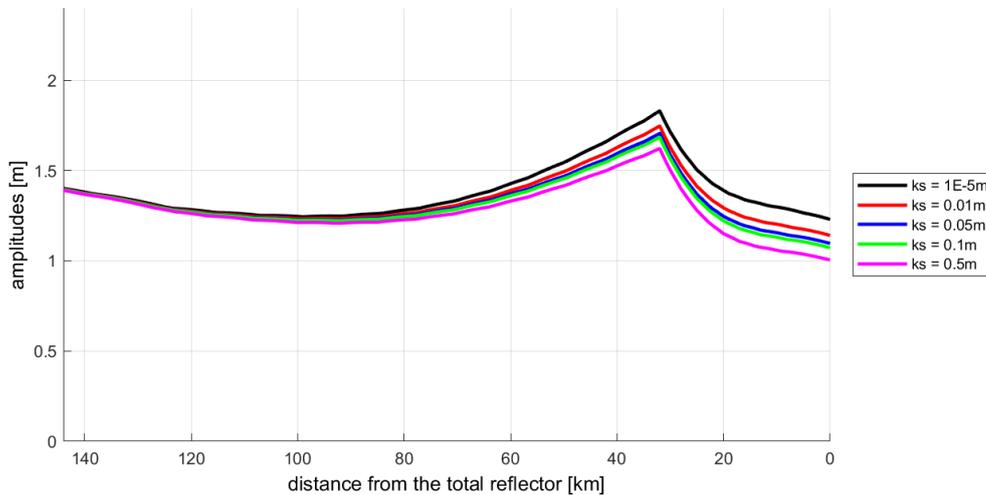


Abbildung 98: Synthesergebnis – Auswirkung der Variation des Reibungskoeffizienten im analytischen Modell.

Wird der Reibungskoeffizient in dem analytischen Modell erhöht, wird wie erwartet mehr Energie der Tidewelle dissipiert und sowohl die Amplitude im Schwingungsbau als auch im Schwingungsknoten wird verringert. Infolge zunehmenden Reibungseinflusses nimmt die Dissipation zu und folglich die Wellenlänge ab. Dadurch liegt der Schwingungsknoten in einem Modell mit höherer Reibung geringfügig näher landseitig.

Die Ergebnisse aus dem analytischen Modell dienen der phänomenologischen Beschreibung und lassen zum derzeitigen Stand keine quantitative Beschreibung der oben genannten Einflussfaktoren zu.

6.2.2 Resonanzfrequenzuntersuchung

Zur Resonanzfrequenzuntersuchung werden die unter Kapitel 4.4 entwickelten Methoden auf das analytische Modell übertragen. Folgende Untersuchungen werden durchgeführt:

- Untersuchung der Resonanzfrequenz: In Kapitel 4.4.2 wird die Eigenfrequenz im Elbeästuar über eine Drei-Parameter-Lorentz-Kurvenanpassung zu 1,5615 cpd bzw. eine Eigenperiode T_s von 15,37 h bestimmt.
- Untersuchung der Knotenmigration: In Kapitel 4.4.3 werden die Positionen des Schwingungsknotens im zeitlichen Verlauf ermittelt. Liegt der Schwingungsknoten für ein einseitig offenes Becken direkt in der Mündung, stellt sich Resonanz ein.

Untersuchung der Resonanzfrequenz

Zur Synthese der Ergebnisse wird in dem analytischen Modell keine Lageänderung an den Querschnitten, sondern eine Variation der Frequenz des anregenden Signals durchgeführt. Es wird geprüft, ob sich für die Resonanzperiode $T_r = 15,37$ h sowie den verwendeten Modelldaten ebenfalls die erwartete maximale Amplifizierung in dem System einstellt.

Für den Teilreflektor im Hamburger Hafenbereich (siehe Amplifizierung für unterschiedliche Perioden des anregenden Signals – oben links in der Abbildung 99) stellt sich bei ca. 18,1 Stunden die maximale Amplifizierung von ca. 1,52 beim Teilreflektor ein. Die Amplituden sind in Anlehnung an gängige Resonanzanalysen auf die Amplitude im Mündungsbereich (nahe Cuxhaven) bezogen. Für den Totalreflektor beim Wehr in Geesthacht wird bei ca. 15,1 Stunden die maximale Amplifizierung von 1,01 erreicht (unten

rechts in Abbildung 99). Für beide Reflektoren ist die Varianz in der Amplifizierung für Perioden von 14,5 bis 19 Stunden verhältnismäßig gering. Zusätzlich befindet sich in dem Periodenbereich keine bekannte astronomische Partialtide (vgl. Tabelle A.1 in Parker (2007)). Die Modelluntersuchungen deuten ebenfalls wie die empirischen Untersuchungen in Kapitel 4.4.2 darauf hin, dass es im Elbeästuar eine Eigenperiode gibt, für die maximale Amplituden im System erwartet werden, diese allerdings in die Lücke zwischen den ganz- und halbtägigen Partialtiden fallen.

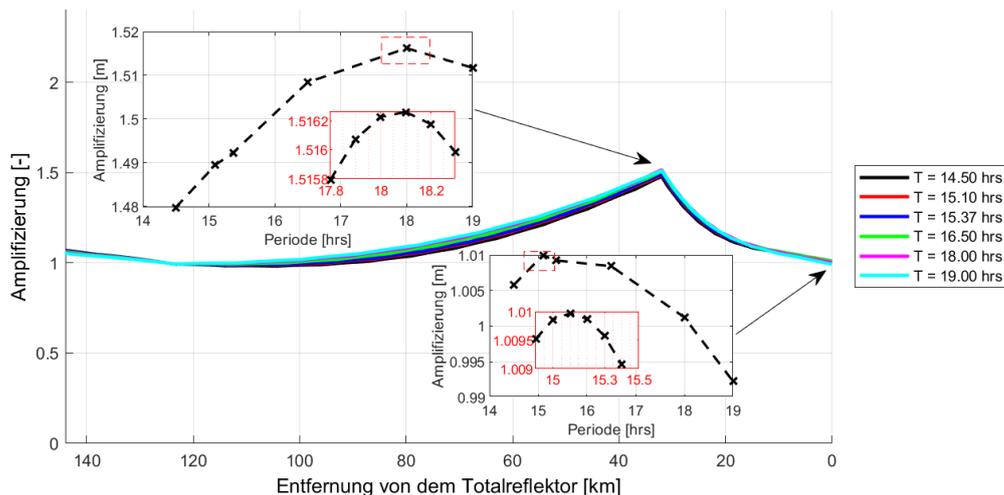


Abbildung 99: Syntheseergebnis – Ermittlung der Resonanzfrequenz.

Untersuchung der Knotenmigration

Als Ursachen für eine Veränderung der Lage des Schwingungsknotens der M_2 -Partialtide gen Mündung werden eine veränderte mittlere Wassertiefe und eine Veränderung der Oberwasserverhältnisse angeführt. In den folgenden Untersuchungen mit dem analytischen Modell wird verdeutlicht, wie sich eine Veränderung des Wasserstandes in Kombination mit veränderten Eingangsamplituden und Oberwasserzuflüssen auf das Gesamtschwingungssystem auswirkt. Als Eingangswerte werden hierfür die mittleren jährlichen Abflüsse der hydrologischen Jahre (vgl. Abbildung 30) am Pegel Neu Darchau gewählt. Der Reibungskoeffizient wird aufgrund der geringen Sensitivität des Modells konstant gehalten. Um die Veränderung der mittleren Wassertiefe über die Zeit zu berücksichtigen, wird die Wassertiefe in der mittleren Tideelbe von 8,5 m im Jahr 2000 auf eine mittlere effektive Wassertiefe von 9,7 m im Jahr 2016 im analytischen Modell basierend auf einer Anpassung an die jährlichen Messdaten erhöht. Die Abweichung der dargestellten Modellergebnisse weisen maximal einen RMSE von 7,7 cm von den bestimmten Amplituden der M_2 -Partialtide aus den Messdaten auf.

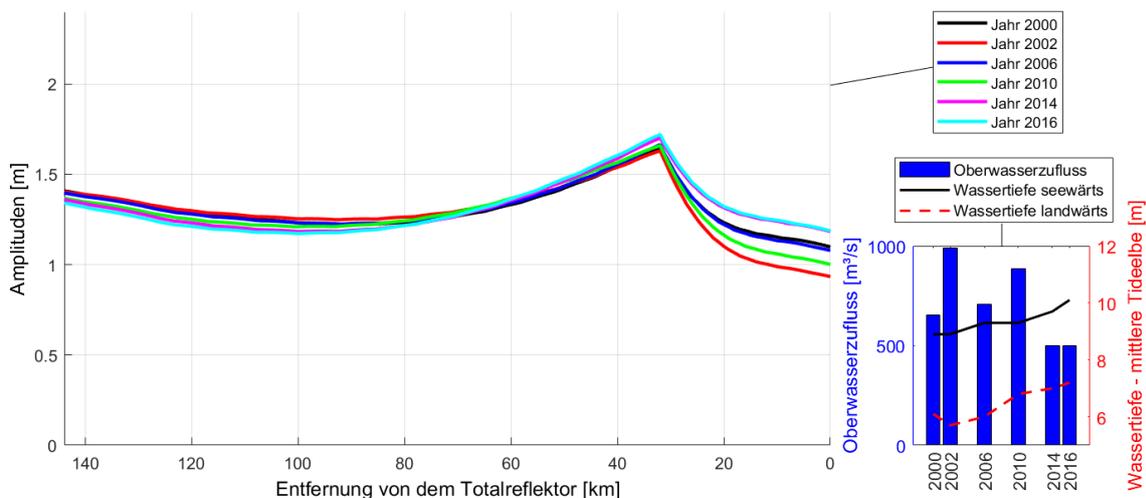


Abbildung 100: Syntheseresultat – Veränderung der effektiven Wassertiefe und Oberwasserzufluss im analytischen Modell.

Aus der Abbildung 100 wird deutlich, dass die Tideverhältnisse in der oberen Tideelbe insbesondere von den Abflussverhältnissen geprägt sind. In Jahren mit hohem Oberwasserzufluss (z. B. im Jahr 2002 mit einem mittleren Oberwasserzufluss MQ von 991 m³/s) wird die Tidewelle zunehmend dissipiert und erreicht daher beim Wehr in Geesthacht ihr Minimum. In Jahren mit geringen Oberwasserzuflüssen (z. B. in den Jahren 2014 oder 2016 – beide Jahre mit ca. einem MQ von 500 m³/s) sind die Amplituden der M₂-Partialtide am Wehr in Geesthacht maximal. Bei einer Auswertung der Schwingungsknotenlage der M₂-Partialtide in der mittleren Tideelbe wird in Übereinstimmung mit den Beobachtungen aus den Messdaten deutlich, dass die Knotenlage der M₂-Partialtide mit zunehmenden Wassertiefen zunehmend seeseitig liegt. In den Jahren mit hohen Oberwasserzuflüssen liegt die Amplitude im Schwingungsknoten gegenüber den Jahren mit geringen/mittleren Oberwasserzuflüssen höher. Die Amplitude im Schwingungsknoten nimmt im Verlauf der Jahre insgesamt ab. Die Amplitude im Schwingungsbauch nimmt im Verlauf der Jahre zu. Die Amplitude der M₂-Partialtide im Schwingungsbauch am Teilreflektor im Hamburger Hafen ist bei einem hohen Zuflussereignis am niedrigsten, während sie bei niedrigen Oberwasserzuflüssen am höchsten ist.

6.2.3 Partialtidenanalyse

Um das in den Messdaten beobachtete partialtidengruppenspezifische Schwingungsverhalten mit dem analytischen Modell zu reproduzieren, werden in dem analytischen Modell die Perioden und Amplituden verschiedener Partialtiden eingesteuert.

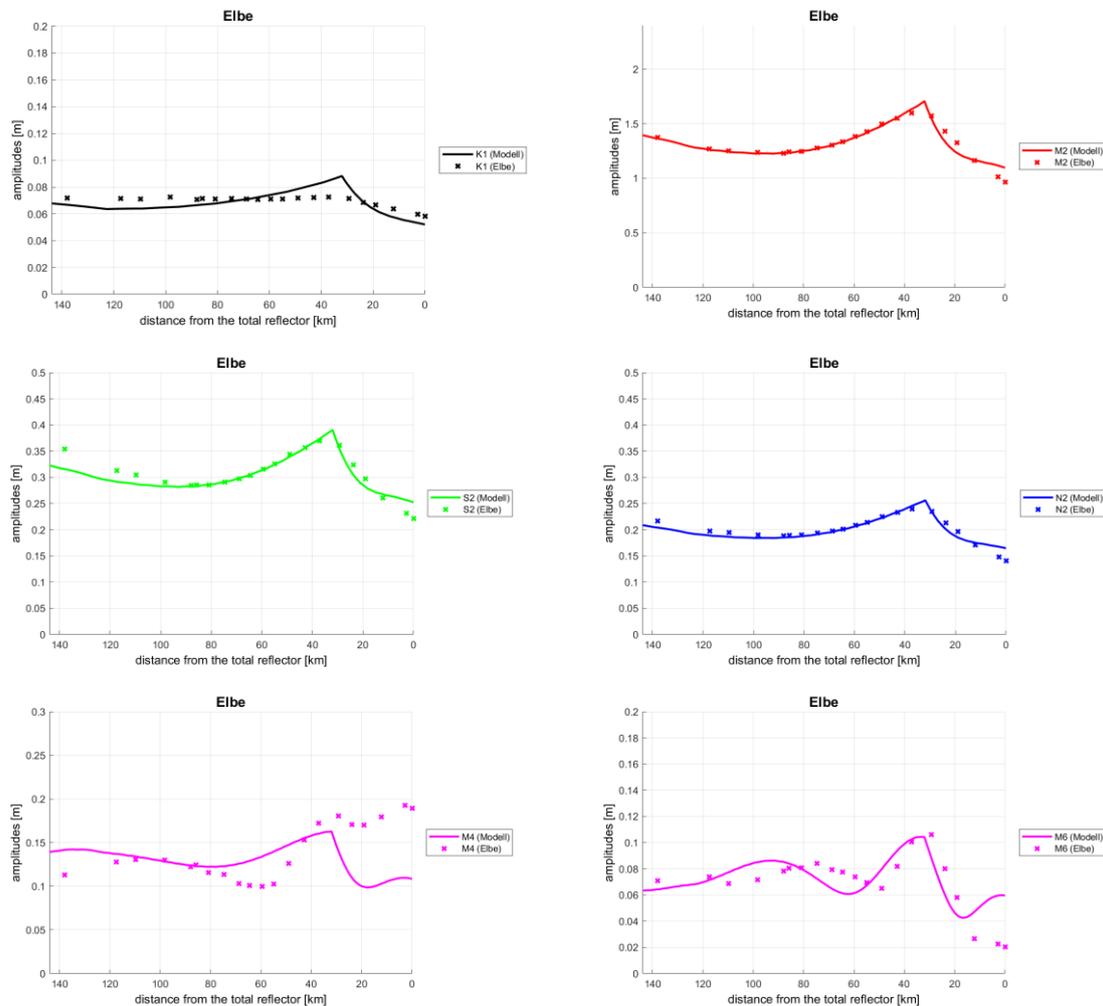


Abbildung 101: Synthesergebnis – Partialtidengruppenspezifisches Schwingungsverhalten.

Es zeigt sich, dass für die ganztägige Partialtide (K_1 in Schwarz) das Schwingungsverhalten in dem analytischen Modell stärker ausgeprägt, d. h. ein höheres Standing Wave Ratio vorhanden ist als in den Messdaten. Die halbtägige Partialtiden (M_2 in Rot, S_2 in Grün und N_2 in Blau) zeigen eine hohe Übereinstimmung in dem Schwingungsverhalten in den Mess- und Modelldaten. Die Flachwasserpartialtiden (violett, links: M_4 , rechts: M_6) werden in dem analytischen Modell als eigenständige Wellen eingesteuert und nicht über die Nichtlinearität der M_2 -Partialtide berücksichtigt. Da die Nichtlinearität der Tidewelle nicht in dem analytischen Modell berücksichtigt wird, weist das Modell Abweichungen zu den Messdaten auf. Die Lage der Schwingungsbäuche und -knoten sowie dessen Amplitudenwerte stimmen nicht überein. Dennoch zeigt sich, dass die Anzahl der Schwingungsknoten und -bäuche in dem Mess- und Modelldaten übereinstimmt. Parker (2007) schreibt u. a. darüber, wie die nichtlineare Interaktion der Tide mit dem Oberwasserzufluss mathematisch beschrieben werden kann und dass beispielsweise die M_4 - und M_6 -Partialtiden über u. a. den Term der quadratischen Reibung in den Bewegungsgleichungen generiert werden können. Für die Untersuchung der Höherharmonischen wird daher entweder eine

Erweiterung des analytischen Modells um die Gleichungen zur Berücksichtigung nichtlinearer Interaktionen der Tidewelle mit dem Oberwasserzufluss oder die Nutzung hydrodynamisch numerischer Modelle, welche in der Lage sind, Nichtlinearitäten abzubilden, empfohlen. Aus den Untersuchungen des Schwingungsverhaltens in dem hydrodynamisch numerischen Prinzipmodell (Kapitel 5.4.2.4) wurde deutlich, dass infolge der Reflexion der Tidewelle die Höherharmonischen zunehmend amplifiziert werden.

7 Diskussion ausgewählter Aspekte

7.1 Beschreibung des Schwingungssystems in Ästuaren mit Bezug zur Tideelbe

Reflexion tritt auf, wenn eine Welle auf ein Hindernis trifft. Für die langperiodischen Tidewellen sind Reflektoren nicht nur Wasserbauwerke wie beispielsweise Wehre, auf die die Tidewelle frontal trifft, sondern auch abrupte Querschnittsänderungen, die durch Veränderungen in der Sohlbathymetrie oder der Gewässerbreite beispielsweise bei Inseln oder Häfen auftreten können. Der Reflexionsgrad ist abhängig vom Verhältnis der Wellenlänge der Partialtide zur Länge der abrupten bathymetrischen Änderung. Je größer das Verhältnis der Wellenlänge zur Länge der bathymetrischen Änderung wird (d. h. je "abrufter" die Änderung), desto größer wird der Reflexionskoeffizient und desto mehr nähert sich der Reflexionskoeffizient der analytischen Lösung aus dem wellenenergiebasierten Ansatz (s. a. Kapitel 5.4.2.1) an. Weiterhin ist die Länge, über die die Querschnittsänderung auftritt, wichtig für die Ausbildung der Reflexion. Trifft eine Tidewelle beispielsweise auf eine Querschnittseinengung und eine Querschnittsaufweitung, die in einem kurzen Abstand hintereinander liegen, so wird das zurückgeworfene Signal so überlagert, dass sich kaum eine Änderung in den Wasserständen ausbildet. Für die Einflussfaktoren Biegungen entlang der Gewässerachse, Wind und Oberwasserzufluss konnten mit den im Kapitel 5.4.2 beschriebenen Modellparametern keine Reflexionen der Tidewelle an diesen Einflussfaktoren nachgewiesen werden. Einige Faktoren haben allerdings eine Auswirkung auf die Dissipation. Die Dissipationsuntersuchungen sind in Kapitel 5.4.3 zusammengefasst.

In jedem System, in dem neben dem offenen Ende (Teilreflektor) mindestens ein weiterer Reflektor vorliegt und die Tidewellen nicht direkt nach dem Eintritt in das Ästuar dissipiert werden, tritt ein Schwingungssystem von Tidewellen infolge der Überlagerung der einlaufenden und der (re-)reflektierten Wellen auf. Unter Resonanz wird das verstärkte Mitschwingen eines schwingfähigen Systems bei einer periodischen Anregung gleich der Eigenperiode (oder einer ihrer ungeraden Harmonischen) verstanden. In einem solchen Resonanzfall beträgt die Systemlänge zwischen offenem Ende und Reflektor $\frac{n}{4}$; $n \in 2\mathbb{N} + 1$ der Tidewellenlänge und die einlaufenden und (re-)reflektierten Wellen überlagern sich maximal konstruktiv am landwärtigen Totalreflektor. Sind Erreger- und Eigenperiode nicht gleich, aber ähnlich, ist die Überlagerung der einzelnen Wellen bereits konstruktiv, wenn auch noch nicht maximal, und die resultierende Amplitude ist gegenüber der Amplitude bei einer einfachen Reflexion (bei Totalreflexion doppelte Amplitude der einlaufenden Welle bei vernachlässigter Dissipation) erhöht. Dieses Phänomen wird als „latente Resonanz“ bezeichnet. Mit Nähe zum Resonanzfall nehmen die konstruktive Überlagerung im Schwingungsbauch und somit auch die resultierende Amplitude zu. Die Amplituden der mehrfach reflektierten Anteile wird mit zunehmender Anzahl der Reflexionen – wie in Kapitel 5.4.2.4 gezeigt – auch ohne Dissipation zunehmend geringer, sodass sich infolge der konstruktiven Überlagerung aller einlaufenden und reflektierten Wellen eine maximale Amplitude einstellt, entgegen der oftmals suggerierten Aussage, dass theoretisch eine unendliche Amplitude eintritt (bspw. von Dietrich et al. (1975a) und Roos (1997)). Betrachtet man den Verhältniswert der Amplitude an einem Totalreflektor mit der Amplitude am Teilreflektor am offenen Ende im Falle der Resonanz, kann sich bei Vernachlässigung von Dissipation eine infinite Amplifizierung einstellen, da die Amplitude im Schwingungsknoten aufgrund destruktiver Interferenz gegen null geht.

In der Tideelbe liegen drei wesentliche Reflektoren vor: Ein Teilreflektor in der Mündung, ein Teilreflektor im Hamburger Hafenbereich und ein Totalreflektor beim Wehr in Geesthacht. Die Reflexionsgrade in dem analytischen Modell RT-A liegen bei ca. 15 bis 20 % für den Teilreflektor im Mündungsbereich, ca. 20 bis 25 % für den Teilreflektor im Hamburger Hafenbereich und 100 % beim Wehr in Geesthacht. In dem hydrodynamisch-numerischen Elbe-Modell liegen die Reflexionsgrade bei ca. 45 % im Mündungsbereich, über 75 % im Hamburger Hafenbereich und 100 % beim Wehr in Geesthacht. Für die Reflexionsgrade der Teilreflektoren wird eine Bandbreite angegeben, da sich im Laufe des Untersuchungszeitraumes von 2000 bis 2019 veränderte Wassertiefenverhältnisse eingestellt haben (s. a. Untersuchungen zum Volumen des Wasserkörpers in Kapitel 4.3.4).

Das Schwingungssystem in der Tideelbe stellt sich infolge der Gezeitenanregung sowie physikalischer Prozesse (wie Verformung, Dissipation und Reflexion der Tidewelle) ein. Die Wirkzusammenhänge der verschiedenen Einflussfaktoren sind sehr komplex und daher sind klare Aussagen bzgl. des Einflusses einzelner Faktoren erschwert. Aus den Untersuchungen (beispielsweise mit dem Elbeästuarmodell in Kapitel 5.4.4.2) wird deutlich, dass die Reflexion, welche ein gängiges Phänomen in Ästuaren ist, auch für die Tideelbe beobachtet werden kann. Infolge der Überlagerung der einlaufenden mit den (re-)reflektierten Tidewellenanteilen bildet sich ein Schwingungssystem aus. Dieses partialtidengruppenspezifische Schwingungsverhalten kann auch durch die Auswertung der Wasserstands- und Strömungsgeschwindigkeitsmessdaten mit harmonischen Analyseverfahren verdeutlicht werden (siehe Kapitel 4.2.1).

7.2 Einflüsse auf Resonanz

Die über den Untersuchungszeitraum ab dem Jahr 2000 tendenziell ansteigende Eigenfrequenz des Schwingungssystems und die detektierte Schwingungsknotenmigration in Richtung Mündung zeigen eine zunehmende latente Resonanz im Elbeästuar an. Potentiell ursächlich sind eine Wassertiefenzunahme, abnehmende Reibung und ein verringerter Oberwasserzufluss seit 2013/14, wobei nur zunehmende Wassertiefen als Ursache eindeutig nachgewiesen werden konnten.

Sowohl eine Erhöhung des Tidemittelwassers als auch eine Absenkung der Sohle sorgt für größere Wassertiefen. Generell verlängern sich Gezeitenwellenlängen mit zunehmender Wassertiefe. Dies führt zu einer Zunahme der latenten Resonanz durch Annäherung an das Quarter-Wavelength Kriterium, wenn das Schwingungssystem wie im Falle des Elbeästuars länger ist als ein Viertel der Gezeitenwellenlänge. Das mittlere Tidemittelwasser, ermittelt für den Pegel Cuxhaven, stieg nicht kontinuierlich an, sondern fluktuierte von 2000 bis 2021 zwischen 519 cm PN und 526 cm PN, wies dabei jedoch einen linearen Trend auf, der etwa dem Meeresspiegelanstieg von 2 mm/a in der Deutschen Bucht im Bereich der Elbmündung entspricht (Jensen et al. 2014; Dangendorf et al. 2015). Die in einem solchen Meeresspiegelanstieg begründete Wassertiefenzunahme über den Untersuchungszeitraum beläuft sich demnach auf ca. 4 cm und scheint nicht maßgebend zu sein. Eine Absenkung der mittleren Sohlentiefe kann aus der Zunahme des Wasservolumens zwischen Elbe-km 630 bis 705 abgeleitet werden. Die Vertiefung der Sohle unter NHN zwischen 2000 und 2016 lässt sich im Mittel auf 45 cm bis 65 cm beziffern. Betrachtet man die Vertiefung der Fahrrinnensohle (Volumenzunahme unterhalb der Kote -10 m NHN) für den gleichen Zeitraum und Bereich, so beläuft sich die Vertiefung über die Strecke gemittelt auf 15 cm.

Niedrige Oberwasserzuflüsse von gemittelt 480,5 m³/s für die Jahre 2014 bis 2021 herrschen seit dem Elbe Hochwasser im Juni 2013 vor. Die Abnahme des Oberwasserzuflusses geht theoretisch mit einer seewärtigen Verschiebung des Schwingungsknotens einher, d. h. mit einer Verlängerung der Gezeitenwellenlänge und somit einer Zunahme der latenten Resonanz. Wird beispielsweise der Fall einer Totalreflexion betrachtet und tritt infolge eines zunehmenden Oberwasserzuflusses eine höhere Dissipation auf, so wird die stärker einlaufende Tidewelle mit einer kürzeren Wellenlänge mit einer schwächer reflektierten Tidewelle mit einer längeren Wellenlänge überlagert und der Schwingungsknoten der Gesamtwelle, der sich in einem Abstand von dem Totalreflektor ausbildet, liegt zunehmend landseitig. Die empirischen Analysen zeigen keine signifikante Knotenmigration der M₂-Partialtide in Abhängigkeit des Oberwasserzuflusses. Die von Backhaus (2015) gezeigte landwärtige Knotenmigration mit zunehmendem Oberwasser sowie die Aussagen von Parker (2007), dass erhöhter Oberwasserzufluss die M₂-Wellenlänge verkürzt und von Giese und Jay (1989), dass die Tidewellengeschwindigkeit mit zunehmendem Oberwasserzufluss abnimmt, sprechen für eine landwärtige Migration des Schwingungsknotens mit zunehmendem Oberwasserzufluss. Die Aussagen von Backhaus (2015) sind gültig für einen Totalreflektor und Vernachlässigung von Re-Reflexionen. Werden mit dem unter Kapitel 5.3 vorgestellten analytischen Modell RT-A die vereinfachten Modellannahmen von Backhaus (2015) reproduziert, wird ebenfalls eine landwärtige Knotenmigration mit zunehmendem Oberwasserzufluss sichtbar. Die Ergebnisse der Modellanalysen mit den elbespezifischen Parametern zeigen, dass für hohe Oberwasserzuflüsse ein höherer Ruhewasserspiegel und folglich eine größere mittlere Wassertiefe in der oberen Tideelbe vorliegt. Folglich liegt bei hohen Oberwasserzuflüssen ein geringeres Querschnittsverhältnis vor und der Reflexionskoeffizient am Teilreflektor (Hamburger Hafenbereich) ist geringfügig geringer. Für niedrige Oberwasserzuflüsse stellt sich umgekehrt ein etwas höherer Reflexionsgrad und in Kombination mit einer verringerten Dissipation infolge eines niedrigen Oberwasserzuflusses ein stärker ausgeprägtes Schwingungssystem ein. Weiterhin zeigen die HN Modelluntersuchungen für die Elbeverhältnisse, dass die Strömung des Oberwasserzuflusses kaum die Fortschrittsgeschwindigkeit und damit die Wellenzahl der Tidewelle beeinflusst, weshalb diese nicht im analytischen Modell implementiert ist. Die Kombination in dem analytischen Modell aus hohen spezifischen Oberwasserzuflüssen, welche die Dissipation der Tidewelle insbesondere in der oberen Tideelbe erhöhen, der Veränderung der Phasen in der oberen Tideelbe infolge des erhöhten Ruhewasserstandes sowie der geringere Reflexionsgrad führen auf eine geringe seewärtige Schwingungsknotenmigration von max. 10 km hin. Es kann geschlussfolgert werden, dass die Tidewellen verlängernden und verkürzenden Wirkungen sich teils gegenseitig aufheben und das Oberwasser auf die Wellenlänge und somit auf das Quarter-Wavelength Kriterium im Elbeästuar nur einen geringen Einfluss hat.

Eine Variation der Reibung wirkt sich ebenfalls auf die Gezeitenwellenlängen aus (Gleichung (5.12)) (Parker 2007). Der aus der Fahrrinnenbathymetrie abgeleitete Sohlrauheitsindikator weist eine tendenzielle Zunahme über den Untersuchungszeitraum auf, was für eine Zunahme der Reibung spricht und somit einer verkürzenden Wirkung auf die Gezeitenwellenlänge und Entfernung vom Resonanzfall. Auch Dietrich et al. (1975b) und Gao und Adcock (2016) äußern, dass mit zunehmender Reibung die Eigenfrequenz des Systems abnimmt, was im Falle des Elbeästuars eine Entfernung vom Resonanzfall der dominanten M₂ bedeutet. Der Sohlrauheitsindikator berücksichtigt jedoch nur die Anzahl und Höhe von Transportkörpern, was nur einen Aspekt der Sohlrauheit abbildet. Untersuchungen von Weilbeer et al. (2020) sprechen dafür, dass sich die Reibung

zumindest in Teilabschnitten aufgrund der Überprägung durch Feinsedimentablagerungen und Erosion von Transportkörpern über den Untersuchungszeitraum verringert hat. Zudem migriert der Schwingungsknoten über den gleichen Untersuchungszeitraum seewärts. Dies zeigt, dass der hier betrachtete Sohlrauheitsindikator die Reibungsverhältnisse nicht gänzlich erfasst und für das Schwingungsverhalten der Tidewelle im Elbeästuar eine untergeordnete Rolle spielt.

7.3 Beschleunigte Tidehubentwicklung 2010-2017

Zwischen 2010 und 2017 wurde im Hamburger Hafengebiet eine um den Faktor 4 beschleunigte Tidehubzunahme (3 cm/a) im Vergleich zum vorherigen 20-jährigen Mittel (0,75 cm/a) detektiert (Abbildung 1). Die durchgeführten Untersuchungen zeigen, dass dieses Phänomen multikausal war:

- Nach dem Elbe Hochwasser im Juni 2013 sank der mittlere Oberwasserzufluss auf ein bis dato anhaltendes niedriges Niveau, welches ca. 200 m³/s unter dem 30-jährigen Mittel liegt. Die Analyse des Oberwasserzuflusses auf das Tidegeschehen in der Elbe ergab eine negative Abhängigkeit des Tidehubs vom Oberwasserzufluss, d. h. bei geringen Oberwasserverhältnissen steigt der Tidehub im Hamburger Hafenbereich. Bei geringen Oberwasserverhältnissen liegt ein geringerer spezifischer Oberwasserzufluss und folglich eine geringere Dissipation durch den Oberwasserzufluss vor. Dementgegen ist die Dissipationswirkung aufgrund des bei geringen Oberwasserzuflüssen reduzierten Ruhewasserstandes erhöht, was allerdings seewärts des Teilreflektors im Hamburger Hafen aufgrund der geringen Wasserstandsvariation infolge veränderter Oberwasserverhältnisse eine untergeordnete Rolle spielt (Abbildung 31). Die Erhöhung des Ruhewasserstandes in der oberen Tideelbe hat außerdem eine Auswirkung auf die Phasen der transmittierten und reflektierten Wellen am Teilreflektor im Hamburger Hafen und beeinflusst somit das gesamte Schwingungssystem in der Elbe.
- Das Tidemittelwasser (Tmw) nahm zwischen 2010 und 2017 tendenziell von 513 cm im Jahr 2010 auf 523 cm im Jahr 2017 zu. Der Korrelationstest ergab im Hamburger Hafen am Pegel St. Pauli eine mäßig positive Abhängigkeit des Tidehubs vom Tmw von 0,48. In den Modelluntersuchungen zeigte sich eine geringe Erhöhung der Amplitude am Teilreflektor mit höheren Tidemittelwasserständen. Ein erhöhtes Tmw bedeutet eine erhöhte Wassertiefe und somit einen reduzierten Sohlreibungseinfluss auf die vertikale Wassersäule (=> geringere Dissipation der Tidewelle). Aufgrund der erhöhten Wassertiefe und verlängerten Tidewellen kommt es zu einer Zunahme der latenten Resonanz durch Annäherung an das Quarter-Wavelength Kriterium. Die geringfügige Reduktion des Reflexionsgrades aufgrund des abnehmenden Querschnittsverhältnisses bei steigenden Tmw, welche eine geringere Amplitude der Gesamtwelle am Teilreflektor im Hamburger Hafenbereich zur Folge hätte, hat in der Tideelbe einen geringeren Einfluss als der gemeinsame verstärkende Einfluss der verringerten Dissipation und erhöhten latenten Resonanz.
- Das Wasservolumen unter Normalhöhennull konnte aufgrund der begrenzten Datengrundlage im betrachteten Zeitraum 2010 bis 2017 nur für die Jahre 2010 und 2016 ermittelt werden. Zwischen diesen Jahren zeigt sich jedoch eine Zunahme um 1,5 % (17,9 Mio. m³ auf 1.229 Mio. m³). Der Korrelationskoeffizient zwischen dem Tidehub am Pegel St. Pauli und dem Wasservolumen über die Jahre 2000 bis 2016 ist mit 0,68 stark positiv. Die Zunahme des Wasservolumens in der mittleren und unteren Tideelbe sorgt für ein größeres Querschnittsverhältnis am Teilreflektor im

Hamburger Hafenbereich und folglich für einen erhöhten Reflexionsgrad mit einem stärker ausgeprägten Schwingungsverhalten der Tidewellen. Zusätzlich wurde die Dissipation infolge der größeren Wassertiefe (ca. 15 cm Fahrrinnenvertiefung) verringert, welches ebenfalls zu Tidewellen mit größeren Amplituden im Schwingungssystem führt.

- Der Sohlraueheitsindikator (Standardabweichung der Geländehöhen vom gleitenden Mittel der Geländehöhe) lag zwischen 2011 und 2014 auf einem maximalen Plateau von um die 26 und fiel um ca. 15 % auf unter 22 in den Jahren 2016 und 2017. Die Analyse der trendbereinigten zwischenjährlichen Variationen zeigt eine stark negative Abhängigkeit des Tidehubs vom Sohlraueheitsindikator mit einem Korrelationskoeffizienten von -0,55. Die Variation des Reibungskoeffizienten in dem analytischen Modell RT-A, welcher nicht mit den Sohlraueheitsindikatoren in den Messdaten gleichzusetzen ist, bestätigt, dass eine verringerte Reibung zu einer geringen Energiedissipation und folglich höheren Amplitude im gesamten Modell führt.
- Die Resonanzanalysen liefern Anzeichen zunehmender latenter Resonanz über den Untersuchungszeitraum. Besonders zwischen 2010 und 2016/2017 nahm die Eigenfrequenz des Elbeästuars um ca. 0,05 cpd zu und der Schwingungsknoten der M_2 -Amplitude und des Tidehubs migrierte gen Mündung. Beides spricht für eine Zunahme der latenten Resonanz und somit einer Amplifizierung innerhalb des Schwingungssystems Elbeästuar und der absoluten Amplitude der M_2 -Partialtide am Teilreflektor im Hamburger Hafen.
- Der Nodalfaktor der dominierenden lunaren Hauptpartialtide M_2 nahm über den Zeitraum 2010 bis 2015 zu. Die Amplitude der M_2 variiert über den Nodalzyklus um $\pm 3,79$ % und stieg vom Anfang des gewässerkundlichen Jahres 2010 von -1,55 % auf +3,79 % im Oktober 2015 an (entspricht einer Zunahme um ca. 8,5 cm bei einer mittleren M_2 -Amplitude von 159,6 cm am Pegel St. Pauli) und nahm anschließend wieder auf +3 % am Ende des gewässerkundlichen Jahres 2017 ab.

Über den Zeitraum von 2010 bis 2017 wirkten i) die Abnahme der oberwasserzufluss- und transportkörperbedingten Dissipation, ii) eine Erhöhung der Wassertiefe, hervorgerufen durch die Vergrößerung des Wasservolumens der mittleren und unteren Tideelbe und dem Anstieg des jährlichen mittleren Tidemittelwassers, und folglich eine Zunahme der Reflexion im Hamburger Hafenbereich, iii) der Anstieg des Nodalfaktors der dominanten halbtägigen M_2 -Partialtide und iv) die Annäherung an den Resonanzfall gleichzeitig verstärkend auf den Tidehub. Weilbeer et al. (2020) nennen zudem als zusätzliche Ursache für die Erhöhung des Tidehubs noch die Aufweitung des Mündungstrichters seit 2009/2010 nach dem Durchbruch des Klotzenlochs 2008/2009, was einen erhöhten Energieeintrag in das Elbeästuar begünstigt. Quantitative Angaben, welche Anteile der Tidehubzunahme durch welchen genannten Einfluss bedingt sind, können nicht gegeben werden.

7.4 Projektion der erzielten Ergebnisse auf mögliche (zukünftige) Entwicklungen des Systems

Als mögliche (zukünftige) Entwicklungen des Systems wurden für das Elbeästuar folgende zwei Szenarien betrachtet: 1) Auswirkung des Klimawandels auf die Variation des Tidemittelwassers und 2) qualitative Beschreibung einer Vergrößerung des Querschnittes in der mittleren/unteren Tideelbe.

7.4.1 Auswirkungen einer Variation des Tidemittelwassers

Für die Variation des Tidemittelwasserstandes lassen sich zum einen aus den empirischen Untersuchungen und zum anderen aus den Modelluntersuchungen entnehmen, dass mit gestiegenen Tidemittelwasserständen die Amplitude der im Elbeästuar dominanten M₂-Partialtide im Hamburger Hafenbereich zunimmt. Mit steigendem Tidemittelwasserstand bildet sich ein geringfügig verringerter Reflexionsgrad am Teilreflektor aus. Die Verringerung der Dissipation infolge der größeren Wassertiefe und abnehmenden Sohlreibungseinflusses ist allerdings maßgebender und sorgt für eine Erhöhung der Amplituden im Hamburger Hafenbereich. Eine quantitative Übertragung der analysierten Ergebnisse zur Amplifikation des Tidenhubs infolge Tidemittelwasservariation, die im verwendeten empirischen Datensatz im Wesentlichen durch Windstau bzw. -sunk generiert wird, auf ein konstant höheres Tidemittelwasser im Ästuar infolge Meeresstiegeanstieg ist nicht ratsam. Dazu muss bedacht werden, dass die Tidehübe im Ästuar neben der gezeitenerzeugten Welle auch durch die Dynamik einer zusätzlichen Windstau-generierten Welle überlagert werden können, die den Effekt der reinen Wassertiefenänderung übersteigen.

7.4.2 Qualitative Beschreibung der Auswirkung einer Querschnittsvergrößerung in der mittleren/unteren Tideelbe

Hinsichtlich einer Vergrößerung des Querschnittes in der mittleren/unteren Tideelbe wurde im Projekt RefTide der Fokus insbesondere auf die Wirkung der Vergrößerung des Querschnittsverhältnisses auf das Reflexionsverhalten der Tidewelle im Elbeästuar gelegt. Da bezüglich der zu erwartenden Tidehubzunahme bei einer Querschnittsvergrößerung der mittleren/unteren Tideelbe bereits Untersuchungen durchgeführt wurden (Bundesanstalt für Wasserbau (BAW) 2006), wird an dieser Stelle keine weitere Quantifizierung des Tidehubs vorgenommen, sondern sich auf die qualitative Beschreibung des Schwingungssystems fokussiert. Die Auswirkung der Veränderung der Wassertiefe unterstrom eines Teilreflektors wurde bereits in Kapitel 4.3.4 und 5.1 thematisiert. Es wurde verdeutlicht, dass eine Erhöhung der Querschnittsflächen in der unteren/mittleren Tideelbe (bei gleichbleibenden Querschnittsflächen in der oberen Tideelbe) wie erwartet zu einem verstärkten Schwingungssystem führt, aufgrund der verringerten Dissipation, der erhöhten Reflexion und Zunahme der latenten Resonanz infolge der vergrößerten Wellenlängen. Eine verringerte Wassertiefe in dem Bereich der unteren/mittleren Tideelbe würde hingegen zu einem schwächer ausgeprägten Schwingungssystem führen. Dies ist zum einen auf eine Vergrößerung der Dissipation und zum anderen einer Reduktion der Reflexion im Hamburger Hafenbereich und einer Abnahme der latenten Resonanz aufgrund verkürzter Wellenlängen zurückzuführen. Eine Vertiefung der Sohle hat hierbei einen größeren Einfluss auf das Schwingungssystem als eine Verbreiterung des Querschnitts – trotz höherem Reflexionsgrad bei einer Verbreiterung –, da der Einfluss des Dissipationsgrades dominiert, welcher im Modell im Wesentlichen von der Tiefe abhängig ist.

Trotz der einfachen Abbildung des Schwingungssystems der Tidewelle infolge von (Re-)Reflexionen, Querschnittskonvergenz und Dissipation in dem analytischen Elbeästuarmodell wird für quantitative Aussagen zur Veränderung des Schwingungssystems aufgrund der derzeit noch bestehenden Modellunschärfen des analytischen Modells empfohlen, hydrodynamisch numerische Modelle zu verwenden. Außerdem wird erwartet, dass die Morphodynamik und die Schwebstoffdynamik im Elbeästuar eine wichtige Rolle spielen, welche in den hier verwendeten Modellen nicht enthalten sind. Auf einen möglichen Regime shift infolge der Schwebstoffdynamik ist u. a.

Winterwerp (2013) näher eingegangen, welches im folgenden Unterkapitel kurz beschrieben wird.

7.4.3 Regime Shift nach Winterwerp (2013)

Gemäß Winterwerp und Wang (2013) kann es in Ästuaren, in denen die oberwasserinduzierte Strömung zu gering ist, um Feinsedimente aus dem Ästuar heraus zu transportieren, zu einem Regime Shift hin zu einem hyperturbiden System kommen. Das hyperturbide Regime beschreibt nach Winterwerp und Wang (2013) den Zustand eines Flusses, bei dem die Amplifizierung im System so groß wird, dass sich ein alternatives, selbsterhaltenes Fließgleichgewicht einstellt. Asymmetrien zwischen den Spitzengeschwindigkeiten der dominierenden Flutströmung und Ebbströmung und der vertikalen Durchmischung können fortschreitend Feinsedimente in das Ästuar pumpen (Tidal Pumping) und Flusssedimente einfangen, wodurch sich ein sekundäres Trübungsmaximum entwickeln kann. Die vertikale Schichtung durch Schwebstoffe verringert den vertikalen Austausch des turbulenten Impulses und damit den hydraulischen Widerstand und die viskose Dissipation. Hierbei kann es zu einer selbstverstärkenden Rückkopplung zwischen der Verringerung des hydraulischen Widerstands und der hierdurch verursachten Gezeitenverstärkung kommen: Die verstärkte Gezeitenschwingung verstärkt auch das Tidal Pumping, wodurch noch mehr Feinsedimente im Ästuar akkumulieren und der hydraulische Widerstand weiter verringert wird. Ein hyperturbides System etabliert sich, und ist aufgrund der Rückkopplung selbsterhaltend. (Winterwerp und Wang 2013)

Die Beobachtungen in der Tideelbe, auch zusammengefasst in Weilbeer et al. (2020), scheinen dieser These zuzusprechen. Seit dem Jahrhunderthochwasser 2013 liegen die Oberwasserzuflüsse auf einem niedrigen Niveau bei ca. 200 m³/s unter dem 30-jährigen Mittel (Stand 2022). Einher geht eine zunehmende Asymmetrie der maximalen Flut- und Ebbströmungsgeschwindigkeiten zwischen 2013 und 2017. Der mittlere Schwebstoffgehalt zwischen Oktober 2013 und Februar 2014 nahm in der mittleren Tideelbe sprunghaft zu und fluktuiert seitdem auf einem erhöhten Niveau mit Maximalkonzentrationen von bis zu 250 mg/l. Der Mittelwert von 2014 bis 2019 an der Gewässergütemessstelle Seemannshöft ist hierbei doppelt so hoch, wie der Mittelwert der Jahre 2007 bis 2013. Zu den Ursachen der sprunghaften Erhöhung des Schwebstoffgehalts in der Tideelbe sei gesagt, dass neben dem Tidal Pumping auch weitere Faktoren sehr wahrscheinlich beigetragen haben. So hat das Jahrhunderthochwasser im Juni 2013 immense Mengen an Feinsediment remobilisiert und bis ins Neufelder Watt getragen, wo es sich ablagerte. Mit Eintreten der nächsten Sturmflutsaison und der bis heute anhaltenden Phase geringer Oberwasserzuflüsse erfolgte dann der Rücktransport des Sediments ins Ästuar hinein. Weilbeer et al. (2020) nennen hierzu auch explizit das Sturmtief Christian und das Orkantief Xavier in Oktober und Dezember 2013 als ursächlich.

Es ergibt sich die Frage, inwieweit die Resonanz zu einem solchen Regime Shift beiträgt. Die detektierte Annäherung an den Resonanzzustand hat die Amplituden der M₂-Partialtide in den Schwingungsbäuchen potentiell mit erhöht. Mit den erhöhten Amplituden geht eine Zunahme der Asymmetrie der Tidewellen einher, was das Tidal Pumping verstärkt und die Ausbildung eines sekundären Trübungsmaximums begünstigt. Der Rückkopplungsprozess zwischen der Gezeitenverstärkung und der Reduktion des hydraulischen Widerstands tritt ein, was den Regime Shift auslösen könnte. Zudem beschreibt Bakker (1998) ein Phänomen, das selbst ebenfalls als ein Regime Shift hin zu einem selbsterhaltenden Resonanz-regime interpretiert werden könnte: Wenn ein System nahe dem

Resonanzzustand ist, mit einem System- zu Tidewellenlängenverhältnis von ungefähr zwischen $1/4$ und $3/8$, sodass kleine Änderungen in der Wassertiefe relativ große Amplitudenzunahmen im Schwingungsbauch am Reflektor erzeugen, kommt es zu einem selbstverstärkenden Prozess: Die erhöhte Wassertiefe führt zu erhöhten Amplituden und somit beschleunigten Strömungsgeschwindigkeiten, die wiederum zu erhöhter Erosion führen, bis, aufgrund der mit zunehmenden Wassertiefen auch zunehmenden Tidewellenlänge, der Resonanzfall erreicht ist. Die induzierten Strömungsgeschwindigkeiten sind vor allem im Bereich des Schwingungsknotens erhöht, da die Maxima und Minima der Wasserspiegelauslenkungsamplitude und der induzierten Strömungsgeschwindigkeiten stehender Wellen gegenläufig sind (Bakker 1998; Parker 2007). Die Ergebnisse aus den Messdaten bestätigen, dass zeitgleich mit zunehmender Annäherung an den Resonanzfall auch das Wasservolumen unter NHN in der mittleren und unteren Tideelbe – wo sich der Schwingungsknoten befindet – zunahm, was für erhöhte Erosion in diesen Bereichen spricht. Dieser Rückkopplungsprozess verstärkt somit die resonanzbedingte Erhöhung der Amplituden und begünstigt somit auch den Regime Shift nach Winterwerp (2013) hin zu einem hyperturbiden Regime im direkten Anschlussbereich stromab des Teilreflektors, wo die Strömungsgeschwindigkeiten (auch) aufgrund der Nähe zum Schwingungsbauch geringer sind.

Zur Untersuchung der Tidebewegung und -entwicklung infolge von Verengungen und Vertiefungen von engen, konvergierenden Ästuaren (u. a. in der Elbe) verwendeten Winterwerp et al. (2013) ein lineares analytisches Modell sowohl unendlicher Länge als auch mit einem Totalreflektor. Für das Elbmodell wurde die landwärtige Grenze als Totalreflektor bei Elbe-km 620 (Hamburg) gesetzt, welches noch in der Veröffentlichung selbst kritisiert wurde. Infolge der fehlerhaften Berücksichtigung einer Totalreflexion im Hamburger Hafenbereich wurden unrealistische effektive Sohlrauheiten sowie Abweichungen der Modelldaten von den Messdaten erzielt.

Inwieweit die beobachteten Entwicklungen im Elbeästuar nun schon einem Regime Shift nach Winterwerp entsprechen und ob dieses neue Regime auch mit wieder ansteigenden Oberwasserzuflüssen stabil etabliert bliebe, ist aufgrund der neuen Fahrrinnenanpassung 2020/2021 mit ihren systemverändernden Eingriffen nicht mehr überprüfbar. Rückblickend gab es zwischen 1989 und 1990 einen sprunghaften Anstieg des Tidehubs im Hamburger Hafen zeitgleich mit einer Phase anhaltend niedriger Oberwasserabflüsse mit einem Fünfjahresmittel von $478 \text{ m}^3/\text{s}$ von 1989 bis 1993. Auch in diesem Zeitraum gab es keine größeren Strombaumaßnahmen, die diesen abrupten Anstieg hätten erklären können. Der Tidehub fiel anschließend nicht mit wieder erhöhten Oberwasserabflüssen auf das alte Niveau ab, sondern stieg fortan ausgehend vom höheren Basisniveau weiter an. Auch wenn Winterwerps These zu den Regime Shifts bisher nicht bewiesen werden konnte, sind die Beobachtungen im Elbeästuar zumindest nicht widersprüchlich.

7.4.4 Theoretische Ansätze zur Tidehubreduktion

Zur Verringerung zukünftiger Tidehübe im Elbeästuar stehen diverse theoretische Maßnahmen zur Verfügung, deren praktische Umsetzung an dieser Stelle im Vorhaben nicht geprüft wurde. Es lässt sich zwischen extrinsischen und intrinsischen Maßnahmen unterscheiden. Unter extrinsischen Maßnahmen werden solche Maßnahmen verstanden, die an den von außen wirkenden Parametern auf das Schwingungssystem ansetzen. Unter intrinsischen Maßnahmen werden Maßnahmen im dem Elbeästuar verstanden, die innerhalb des Systems Tideelbe durchgeführt werden könnten. Die in diesem Kapitel besprochenen Maßnahmen beschränken sich auf das gesamte Schwingungssystem

beeinflussende Maßnahmen und beinhalten keine nur lokal wirkenden Anpassungen/Schutzmaßnahmen.

Extrinsische Maßnahmen

Extrinsische Maßnahmen wären eine Reduktion der ins Ästuar einlaufenden Tidehübe/Tidewellenenergien und eine Erhöhung des Oberwasserzuflusses in die Tideelbe.

Mit abnehmenden Tidehüben der ins Ästuar einlaufenden Tidewellen verringern sich auch die Tidehübe innerhalb des Ästuars. Maßnahmen zur Tidehubreduktion direkt im Mündungsbereich des Elbeästuars wären beispielsweise die direkte Unterbindung des Fortschrittes der Tidewelle in das Elbeästuar oder Veränderungen des Küstenvorfeldes direkt vor dem Mündungsbereich. Beispielsweise wurden von der Bundesanstalt für Wasserbau Modelluntersuchungen zum Wattwachstum im Mündungsbereich des Elbeästuars vor dem Hintergrund einer möglichen Erhöhung des Meeresspiegels als Folge des Klimawandels mit dessen Auswirkung auf die Tidehübe im Elbeästuar durchgeführt (Bundesanstalt für Wasserbau (BAW) 2020). Bei einem Meeresspiegelanstieg von 110 cm wird bspw. der Sturmflutschwellestand im mittleren Ästuar auf bis zu 125 cm erhöht. Dieser Erhöhung kann in den Simulationen durch eine Erhöhung bzw. einem Mitwachsen der Wattflächen um 50 % (geringerer Effekt) bzw. 100 % (stärkerer Effekt) entgegengewirkt werden. Roos et al. (2011) untersuchten anhand eines idealisierten prozessbasierten Nordseemodells die Tidedynamik in der Nordsee. Sie kamen zu dem Ergebnis, dass eine Schließung der Straße von Dover die Tidehübe in der Nordsee und vor allem an der Deutschen Küste signifikant verringern würde. Sie untersuchten auch den Einfluss eines Meeresspiegelanstiegs um 1 m und kamen zu dem Schluss, dass dies bis zu 8 cm höhere M_2 -Amplituden in der Nordsee bedeuten würde. Bestrebungen, den Meeresspiegelanstieg gering zu halten, würde sich demnach positiv auf die Reduzierung zukünftiger Tidehübe im Elbeästuar auswirken, nicht zuletzt auch da der Meeresspiegelanstieg auch die Wassertiefe im Ästuar erhöht.

Die zweite extrinsische Maßnahme zur Erhöhung der Oberwasserzuflüsse in die Tideelbe würde eine Reduzierung der Wasserentnahme aus der Elbe bedingen. Höhere Oberwasserzuflüsse erhöhen die Dissipation und folglich die Reduktion der Tidewelle. Wie die Ergebnisse zur Untersuchung des Einflusses des Oberwasserzuflusses auf die Gezeitenschwingung in Kapitel 4.3.3 zeigen, führen in der mittleren bis äußeren Tideelbe steigende Oberwasserzuflüsse zwar zu erhöhten M_2 -Amplituden, die maximale Amplifizierung am Reflektor im Hamburger Hafengebiet nimmt jedoch oberhalb von ca. 600 m³/s mit zunehmenden Zuflüssen ab. Größere Amplituden reduzierende Effekte setzen oberhalb von 1250 m³/s ein. Erhöhte Oberwasserzuflüsse begünstigen auch den seeseitigen Transport von Schwebstoffen aus dem Ästuar und wirken somit einer Tidehubzunahme durch eine Reduzierung des hydraulischen Widerstandes durch die Ablagerung von Feinsedimenten entgegen. Zusätzlich verändert sich mit Variation des Oberwasserzuflusses auch die Lage der Brackwasserzone im Elbeästuar, welcher aufgrund des Dichtegradienten eine Auswirkung auf die Wasserstände hat. Die dazugehörigen Sensitivitätsuntersuchungen der Lage der Brackwasserzone im Elbeästuar wurden bereits im Rahmen des Forschungsvorhabens KLIMZUG-Nord im HN Elbe Modell durchgeführt.

Intrinsische Maßnahmen

Intrinsische Maßnahmen zur Tidehubreduktion umfassen eine Verringerung der Wassertiefe, Verlängerung der Systemlänge, Schaffung von seitlich angeschlossenen Kanälen/Becken, die Schaffung von intertidalen Flächen sowie die Erhöhung der Sohlreibung. Geringere Wassertiefen sorgen in einem Ästuar für eine erhöhte Dissipation. Da sowohl die Erhöhung der Dissipation als auch die Verringerung der Wassertiefe direkt die Tidewellenlängen verringern, würde dies im Falle des Elbeästuars zu einer Entfernung von der Erfüllung des Quarter-Wavelength Kriteriums führen und somit die latente Resonanz und folglich auch die Tidehübe in den Schwingungsbäuchen verringern. Eine Verringerung der Wassertiefe stromab des Teilreflektors im Hamburger Hafengebiet würde zudem dessen Reflexionskoeffizienten verringern, was ebenfalls die lokalen Tidehübe am Reflektor verringern würde. Bei einer Verringerung der Wassertiefe ist aus dem reinen Reflexionsprozess heraus zu beachten, dass zwar eine lokale Reduktion des Tidehubs an den Reflektoren eintritt, die Tidehübe im Schwingungsknoten allerdings steigen würden.

Eine weitere theoretische Maßnahme der Tidehubreduktion wäre eine Verlängerung der Systemlänge durch eine stromauf gerichtete Verlagerung der Reflektoren. Hierdurch würde sich das Systemlängen zu Wellenlängenverhältnis weiter vom Quarter-Wavelength Kriterium entfernen hin zu einem Verhältnis von $\frac{1}{2}$, bei dem die geringsten Amplituden in den Schwingungsbäuchen auftreten (Abbildung 67). Weiterhin würde die Lauflänge der Tidewelle und folglich die Länge, über die die Dissipation wirkt, steigen, welches ebenfalls die sowohl einlaufende als auch reflektierte Tidewelle verringert.

Die Schaffung von seitlich angeschlossenen intertidalen Flächen hätte ebenfalls eine verringernde Wirkung auf die Tidehübe. Hierdurch würde die Dissipation zunehmen. Gemäß Winterwerp und Wang (2013) können intertidale Flächen der Ausbildung eines sekundären ästuarinen Trübungsmaximums und einem Regime Shift hin zu einem hyperturbiden Regime mit reduziertem hydraulischen Widerstand entgegen wirken. Dies geschieht zum einen dadurch, dass auf den intertidalen Flächen Feinsedimente sedimentiert werden. Zum anderen wirken die Flächen dem Tidal Pumping entgegen, da sie bei genügend großer Fläche dafür sorgen, dass die Tidedynamik ebbstromdominiert ist (Friedrichs und Aubrey 1988). Hierfür müssten die intertidalen Flächen jedoch schätzungsweise mindestens 50 % der Breite des strömungsführenden Querschnitts ausmachen (Friedrichs und Aubrey 1988; Winterwerp und Wang 2013). Die Rauheitswirkung von intertidalen Flächen kann durch Querschnittsänderungen durch beispielsweise eine Verlandung der Wattflächen verringert werden. Durch die Querschnittsreduzierung steht weniger Stauraum für das Abflussgeschehen im Ästuar zur Verfügung. Durch die Unterhaltung der Flachwassergebiete und Schaffung von aktiven Wattgebieten kann das Tidevolumen aus wasserwirtschaftlicher Sicht für die Dispersion der Tideenergie erhalten bleiben und aus der Sicht des Naturschutzes für die in den Flachwasserbereichen ansässigen Spezies (bspw. als Laichbereiche) genutzt werden.

Eine weitere Maßnahme zur Tidehubreduktion im Elbeästuar wäre eine Erhöhung der Sohlreibung im Elbeästuar. Nach Herrling et al. (2021) gibt es sowohl kleinere Dünen, die sich mit der oszillierenden Tideströmung bewegen, als auch größere zusammengesetzte Dünen, welche für längere Zeiten (länger als ein Tidezyklus) stabil bleiben. Die Energiedissipation ist mit dem leeseitigen Dünenwinkel und der asymmetrischen Dünenform verknüpft. van der Wegen et al. (2008) führten Untersuchungen zu langfristigen (3200 Jahre) morphodynamischen Entwicklungen von Dünenstrukturen sowie dessen Dissipationswirkung durch. Aus den Simulationsergebnissen mit einem 2-dimensionalen

numerischen Strömungsmodell zeigte sich, dass kurzzeitig hohe Dissipationsraten infolge der Strukturformation erreicht wurden. Die Dissipationsraten wurden für langfristige Zeiträume allerdings zunehmend geringer.

Neben einer Erhöhung der Sohlreibung ist die Verhinderung der Verringerung der Sohlreibung eine theoretische Maßnahme zur Tidehubreduktion. Infolge der Umlagerung von Feinsedimenten innerhalb des Ästuars können die Dünen und Riffel in der Tideelbe mit einer Fluid Mud Schicht überprägt werden und folglich die Sohlreibung reduziert werden (Weilbeer et al. 2020). Weiterhin muss für die Riffelnahrung genügend Sand zur Verfügung stehen. Eine Möglichkeit zur Tidehubreduktion besteht folglich darin, die Verhinderung der Umlagerung der Feinsedimente innerhalb des Ästuars sowie die Verfügbarkeit von Sanden für die Riffelnahrung in einem adaptiven Sandmanagement zu berücksichtigen. Insgesamt handelt es sich in diesem Kapitel um rein theoretische Ansätze zur Reduzierung des Tidehubs. Die theoretischen Ansätze wurden nicht als konkrete Maßnahmen geprüft. Bei der Planung und Durchführung von sowohl Küstenschutzmaßnahmen als auch Strombaumaßnahmen wird empfohlen, die Auswirkungen auf das Gesamtschwingungssystem nicht zu vernachlässigen.

8 Zusammenfassung und Ausblick

8.1 RefTide-A: Reflexion

Im Teilvorhaben RefTide-A: Reflexion wurden Analysewerkzeuge zur Ermittlung des Reflexions- und Resonanzverhaltens der Tidewelle in Ästuaren entwickelt.

Die pegeldatenbasierte Reflexionsanalyse (**Pegelmethode**) ist ein mathematisch-physikalischer Mehrpegel-Analyseansatz, mit dem die einlaufenden und reflektierten Wellensignale aus den Aufzeichnungen zusammengesetzter Wellen extrahiert werden. Bei systematischen Tests der programmtechnisch umgesetzten Pegelmethode mit synthetischen Daten (Amplitude, Periode und Wellenlänge bekannt) wurden die erwarteten Ergebnisse reproduziert. Die Pegelmethode wurde entsprechend umgesetzt und auf die Verhältnisse im Elbeästuar angewendet. Bei dieser Anwendung auf verfügbare Wasserstandsdatenreihen von Pegeln entlang der Elbe wurden für den Totalreflektor zunächst vielversprechende Ergebnisse erzielt. Da neben den eigentlichen wellenspezifischen Parametern mehrere weitere unbekannte Größen (Dissipation, effektive Wellenlänge und -fortschrittsgeschwindigkeit, mehrfache Reflexion und Re-Reflexion, etc.) die Ergebnisse beeinflussen, für die keine zusätzlichen Gleichungen verfügbar sind, sind mit der Pegelanalyse vielfach keine eindeutigen Ergebnisse zu erzielen, insbesondere auch, weil die zugrundeliegenden Annahmen der Pegelmethode (konstante Wellenlänge, einzelner Reflektor, keine Dissipation) im Ästuar nicht über die Distanzen zwischen den einzelnen Pegelstandorten erfüllt sind. Da andere Ansätze wie das analytische Modell und die HN-Modellierung erfolgversprechender waren, wurde der pegelbasierte Ansatz nicht weiterverfolgt.

Das **analytische Modell** beruht auf einer Bilanzierung der Wellenenergien, welche bei langperiodischen Wellen über die Wassertiefen- und -breitenverhältnisse berechnet werden können. Grundsätzlich bekannte Modellansätze wurden erweitert, um die spezifische Querschnittskonvergenz, Reflexionen an mehreren Reflektoren und mehrfache Re-Reflexionen sowie die Dissipation zu berücksichtigen. Das im Vorhaben entwickelte analytische Modell wurde anhand einzelner Simulationen von Systemzuständen (z. B. Ausbildung einer Clapotis, Berücksichtigung der Dissipation, Abbildung von Teilreflexionen, Ausbildung des Resonanzzustandes) verifiziert. Im Modell wurden anschließend die elbespezifischen Systemparameter anhand der Messdaten über eine Minimierung der Fehlerquadrate kalibriert und für die elbespezifischen Parameter die Reflexionsgrade bestimmt.

Mit dem analytischen Modell wurden erfolgreich die elbespezifischen Ästuarparameter (Lage der Reflektoren und Reflexionsgrade sowie Dissipationsparameter) bestimmt, die die latente Resonanz hin zu einer Resonanz (maximale Amplifizierung) abbilden. Zudem ist das analytische Modell ein recheneffizientes Werkzeug, um die Überlagerung von einlaufenden, reflektierten, re-reflektierten, re-re-reflektierten ... Tidewellen darzustellen und so die Reflexions- und Resonanzprozesse zur Verbesserung des Verständnisses zu visualisieren.

Anhand eines zweidimensionalen **hydrodynamisch-numerischen (HN) Prinzipmodells** sowie mehrerer Submodelle wurden für verschiedene Systemänderungen (geometrische Änderungen, Inseln, ...) und Einflussfaktoren (Oberwasserzufluss, Reibung, ...) sowie der systematischen Variation der Modellparameter die Reflexionsgrade und Dissipationsgrade dem Grunde nach analysiert. Hierzu wurde am offenen Modellrand eine Tidewelle

eingesteuert und es wurden Sensitivitätsuntersuchungen durchgeführt, um den Einfluss von relevanten Reflektoren und den Einfluss der Dissipation in Ästuaren zu ermitteln. Das Modell weist aufgrund der eindeutigen Separation der einlaufenden, reflektierten und transmittierten Tidewellen mit sehr langen Wellenlängen eine entsprechend lange Modellausdehnung auf. Aus einer Kombination von Reflexion und Re-Reflexion im numerischen Modell wurde nachgewiesen, dass eine Amplifikation der Tidewelle über die in einer Totalreflexion begründete Amplifizierung von einem Faktor 2 hinaus erfolgen kann. Zudem wurde das HN-Modell verwendet, um einzelne Parameter im analytischen Modell zu verifizieren. Beispielsweise stimmen die Reflexionsergebnisse aus dem HN-Modell für abrupte geometrische Änderungen praktisch exakt mit den Ergebnissen aus dem analytischen Modell überein.

Für das Untersuchungsgebiet des Elbeästuars wurde ein weiteres spezifisches HN Modell aufgebaut, kalibriert und validiert. Über eine Erweiterung des Netzes wurden die Reflexionspunkte und die Reflexionskoeffizienten für die Tidewelle beim Einlaufen in das Elbeästuar ermittelt. Zudem wurden die Auswirkungen der im Teilprojekt Resonanz identifizierten Einflussfaktoren auf das Schwingungssystem (Tidemittelwasser und Oberwasserzufluss) mit dem HN Elbeästuarmodell reproduziert. Die verwendeten HN Modelle sind insgesamt in der Lage, den Reflexionsprozess, Resonanz und die Erzeugung von höherharmonischen Partialtiden abzubilden.

Mit den im Vorhaben entwickelten Modellen ist es möglich, qualitative sowie quantitative Aussagen über das Schwingungsverhalten von Tidewellen bei Veränderungen des Systems des Elbeästuars zu treffen.

8.2 RefTide-B: Resonanz

Das Elbeästuar mit seiner hohen Dichte an Pegelmessstationen über das gesamte tidebeeinflusste Ästuar bietet exzellente Bedingungen für die Analyse des Schwingungsverhaltens von Tidewellen in halbseitig offenen Ästuaren: Insgesamt 25 Pegelmessstationen mit einer räumlichen Auflösung von durchschnittlich 7 km über eine Länge von 170 km liefern seit dem Jahr 2000 minütlich digitale Wasserstandsdaten. Dies ermöglicht eine detaillierte Analyse der Gezeitschwingung in einer noch nie dagewesenen Auflösung über einen gesamten Nodalzyklus von 18,613 Jahren. Im Teilvorhaben RefTide-B Resonanz wurden anhand dieser Daten empirische Studien zum Schwingungsverhalten von Partialtiden und Resonanzanalysen durchgeführt und die Haupteinflussfaktoren analysiert.

Für die Spektralanalysen der Gezeitenwellen wurde hauptsächlich die weiterentwickelte HAMELS (Harmonic Analysis Method of Least Squares) verwendet. Zur Verifikation wurden mit diesem Tool ausgewählte Zeitreihen analysiert und mit den Ergebnissen anderer harmonischer Analysewerkzeuge abgeglichen. Zudem wurden Tests an synthetischen Datenreihen mit bekannten Wellenparametern durchgeführt, welche die HAMELS korrekt bestimmen konnte. Das weiterentwickelte HAMELS-Tool liefert präzise Ergebnisse der Gezeitenwellenparameter durch die genaue Berechnung der Winkelpositionen der Partialtiden und der nodalen Amplituden- und Phasenmodulationen für jeden Messzeitpunkt. Dies erlaubt auch erstmals zwischen Hauptpartialtiden und Flachwasserverbundtiden auf einer gemeinsamen mittleren Frequenz zu differenzieren. Zudem eignet sich das Tool besonders zur Analyse von Einflussfaktoren, da auch lückenhafte Zeitreihen definierter Bedingungen selektiv analysiert werden können.

Partialtidenspezifische partiell stehende Wellen wurden nachgewiesen, die das gesamte Ästuar signifikant beeinflussen. Zusammen mit den Untersuchungen von Eichweber, Lange und Rolinski (Eichweber, Günther und Lange 1996; Eichweber, G und Lange 1998; Rolinski und Eichweber 2000) belegen nun sowohl räumlich hochauflösende Analysen von Strömungsgeschwindigkeitsdaten als auch von Wasserstandsdaten die Existenz von partiell stehenden Wellen im Elbeästuar. Es wurden signifikante Unterschiede in der Verstärkung von Partialtiden gleicher Partialtidengruppen – also ähnlicher Frequenzen – (z. B. M_2 und S_2) im Ästuar festgestellt. Flachwasserverbundtiden tragen zu diesen unterschiedlichen Verstärkungsgraden bei. Dies hat direkte Auswirkungen auf den Tidehub im Ästuar. Des Weiteren verlieren die halbtägigen Partialtiden mit dem Fortschreiten der Gezeitenwelle stromaufwärts an Dominanz, während deren Harmonische/Obertiden und Verbundtiden zunehmend an Energie gewinnen, was mit der beobachtbaren stromauf zunehmenden Gezeitenasymmetrie mit kürzerem, aber stärkerem Flutstrom einhergeht. Die Strömungsganglinien in der mittleren Tideelbe weisen hierbei eine höhere Asymmetrie auf als die Wasserstandsganglinien.

Es wurden diverse äußere und innere Einflussfaktoren auf die Amplifizierung des Tidehubs (bzw. M_2 -Amplitude) im Hamburger Hafen (Tidehub bei St. Pauli / ins Ästuar einlaufenden Tidehub) untersucht: Es konnte eine negative Abhängigkeit der Tidehubamplifizierung vom ins Ästuar einlaufenden Tidehub nachgewiesen werden. Für den Oberwasserzufluss zeigt sich eine negative Abhängigkeit mit einer Besonderheit bei niedrigen Oberwasserbedingungen: So ist die Abhängigkeit der dominierenden M_2 -Amplitude im Stromspaltungsgebiet unterhalb von ca. $600 \text{ m}^3/\text{s}$ positiv abhängig vom Oberwasserzufluss, so dass sich um diesen Wert maximale Amplituden einstellen. In der mittleren und unteren Tideelbe ist die M_2 -Amplitude zudem positiv abhängig vom Oberwasser. Bezüglich des aus der Fahrrinnenbathymetrie abgeleiteten Sohlrauheitsindikator konnte eine negative Abhängigkeit aufgezeigt werden, die einer linearen Trendbereinigung bedarf, um die zwischenjährlichen Variationen hervorzuheben. Es besteht eine positive Abhängigkeit der Tidehubamplifizierung vom Tidemittelwasser (Tmw) und dem Wasservolumen, welche beide eine Wassertiefenzunahme implizieren. Beim Tmw tritt bei besonders niedrigen Bedingungen unterhalb von 20 cm unter dem mittleren Tmw des Untersuchungszeitraumes eine umgekehrte, also hier negative, Abhängigkeit der M_2 -Amplitude vom Tmw auf.

Zur Untersuchung der Resonanz wurde ein Test des Quarter-Wavelength Kriteriums auf das Elbeästuar angewandt. Dieses Kriterium besagt, dass wenn das Systemlängen-Erregerwellenlängen-Verhältnis einem Viertel (oder einem ungeraden Vielfachen eines Viertels) entspricht, dann ist die Frequenz der Erregerwelle gleich der Eigenfrequenz (oder einer ihrer ungeraden Harmonischen) des Systems und Resonanz tritt auf. Der Test ergab, dass dieses Resonanzkriterium für das Elbeästuar nicht erfüllt ist. Um zu untersuchen, welche Frequenzen das Elbeästuar in Resonanz versetzen würden, wurde eine Methode zur Bestimmung der Eigenfrequenz des Ästuars mittels Drei-Parameter-Lorentz-Kurvenanpassung entwickelt. Diese Methode wurde systematisch getestet durch Variationen der analysierten zugrunde liegenden Zeitintervalle sowie der berücksichtigten Partialtiden, und das Ergebnis zusätzlich durch einen Abgleich mit Literaturwerten verifiziert. Die mit dieser Methode bestimmte Eigenfrequenz des Elbeästuars beträgt 1,56 cpd (Eigenperiode von 15,37 h) und liegt somit zwischen den ganz- und halbtägigen Partialtiden in einem Frequenzbereich, in dem keine Partialtiden auftreten. Die halbtägigen Gezeiten in der Nordsee mit ihrer dominierenden M_2 -Partialtide (1,93 cpd) befinden sich also nicht in Resonanz mit dem Elbeästuar. Die niedrigste ungerade Harmonische der Eigenfrequenz die in den Frequenzbereich auftretender Partialtiden fällt, entspricht dem $5/4$

Längenverhältnis und liegt im Frequenzbereich der achteiltägigen Partialtiden. Die achteiltägigen Partialtiden sind somit anfällig für Resonanz, haben aber nur geringe Amplituden. Eine Zunahme der Eigenfrequenz und somit Annäherung an die Erregerfrequenz der dominierenden halbtägigen Partialtiden, sowie eine seewärtige Schwingungsknotenmigration wurden über den Untersuchungszeitraum detektiert, was eine Zunahme latenter Resonanz anzeigt. Die aus der Tidemittelwassererhöhung und der Wasservolumenzunahme abgeleitete Vertiefung wurde als Teilursache ermittelt. Diese können die Zunahme der latenten Resonanz jedoch nicht gänzlich erklären. Als zusätzliche Ursachen liegen die geringen Oberwasserzuflüsse seit 2013/14 und verringerte Reibung im Elbeästuar nahe, deren Einflüsse auf die zunehmende latente Resonanz jedoch nicht eindeutig nachgewiesen werden konnten.

Die beschleunigte Tidehubzunahme zwischen 2010 und 2017 war multikausal: i) Die Abnahme der oberwasserzufluss- und transportkörperbedingten Dissipation, ii) eine Erhöhung der Wassertiefe, hervorgerufen durch die Vergrößerung des Wasservolumens der mittleren und unteren Tideelbe und dem Anstieg des jährlichen mittleren Tidemittelwassers, iii) der Anstieg des Nodalfaktors der dominanten halbtägigen M₂-Partialtide und iv) die Annäherung an den Resonanzfall wirkten über den Zeitraum gleichzeitig verstärkend auf den Tidehub.

8.3 Schlussfolgerungen

Im Vorhaben wurde das Verständnis zum Reflexions- und Resonanzverhalten der Tidewelle in Ästuaren allgemein und im speziellen für das Elbeästuar erheblich verbessert. Dieses verbesserte System- und Prozessverständnis ist eine wichtige Grundlage für Entscheidungsträger, um die Auswirkungen zukünftiger – u. a. auch durch die Folgen des Klimawandels absehbare – Entwicklungen der äußeren Randbedingungen abzuschätzen und in ein adaptives Handeln auf flussgebietsübergreifender Ebene einfließen zu lassen. Auf die gewonnenen Erkenntnisse aufbauende Prognosen zur zukünftigen Entwicklung des Tideregimes in Ästuaren könnten den Zielen von Bewirtschaftungs- und Entwicklungsplänen sowohl des Naturschutzes als auch der Stadt- und Hafenplanung sowie dem Küstenschutz eine neue Orientierung geben. Eine naheliegende Verwertungsoption besteht vor allem bei der Optimierung des Sedimentmanagements zur Sicherung der Wassertiefen in den Hafenzufahrten.

Die durchgeführten Modelluntersuchungen (z. B. in den Kapiteln 5.3.5 und 5.4.2.4) zeigen, dass die Resonanz der Tidewellen in Ästuaren – entgegen in der Fachliteratur häufig veröffentlichten Auffassung – nicht mit einer unendlichen Amplitude der Gezeitschwingung verknüpft ist. Bei gleichbleibenden Rahmenbedingungen stellt sich binnen weniger Tidezyklen ein stabiles Schwingungssystem ein. Bei Veränderungen der Rahmenbedingungen (mittlerer Wasserstand, Oberwasserzufluss, Ästuarometrie sowie Rauheitselemente wie z. B. Sohlstrukturen oder die Nebeneiben) passt sich das Schwingungssystem an die veränderten Rahmenbedingungen an. In den Ästuaren stellt sich folglich ein dynamisches Gleichgewicht des tidalen Schwingungssystems angepasst an die jeweils vorherrschenden Bedingungen ein.

Die Untersuchungen der Einflussfaktoren auf das Schwingungssystem in Kapitel 4.3 zeigen, dass die Rahmenbedingungen, trotz ausgebliebener größerer Strombaumaßnahmen, über den Untersuchungszeitraum nach der Fahrrinnenanpassung 1999 nicht konstant waren. Dies zeigt zum einen, dass das Elbeästuar dynamischen Variationen der Rahmenbedingungen unterliegen, die neben anthropogenen Eingriffen wie

Strombaumaßnahmen signifikanten Einfluss auf das Schwingungssystem haben. Zum anderen deutet dies darauf hin, dass abrupte Veränderungen des Schwingungssystems, wie die Fahrrinnenanpassung 1999, auch nach Fertigstellung andauernde Veränderungen der Morphologie und des Schwingungssystems mit sich bringen können. So bringt ein neu etabliertes Schwingungssystem veränderte induzierte Strömungsgeschwindigkeiten und somit auch veränderte sedimentäre Erosions- und Akkumulationszonen mit sich. Zudem kann gemäß Bakker (1998) eine Vertiefung des Schwingungssystems bei einhergehender Annäherung an den Resonanzfall durch die erhöhten induzierten Strömungsgeschwindigkeiten ein erosiver Prozess in Gang gesetzt werden, welcher das System weiter vertieft, und folglich die latente Resonanz zunimmt bis der Resonanzfall erfüllt ist. Eine zunehmende latente Resonanz im Elbeästuar ist über den Untersuchungszeitraum zu beobachten. Einher geht ein verstärktes Tidal Pumping, wodurch unter anderem der Transport von feinen Sedimenten in Richtung stromauf verstärkt wird. Dies führt wiederum zur Verschlickung der Hafenbecken und der Ausbildung von Fluid Mud Schichten, die die Riffel- und Dünenstrukturen überprägen und somit die Sohlreibung verringern mit zuvor erläuterten folgen. Hierauf muss reagiert werden, durch eine Entlastung des Sedimenthaushalts, durch Ausfuhr von Feinsedimenten aus dem System, bei gleichzeitigem Rückhalt der Sandfraktion im System zur Stabilisierung von Transportkörpern und folglich der gesamten Sohle. Dies ist auch nötig, damit nach Durchführungen von Fahrrinnenanpassungen mit der einhergehenden Glättung der Sohle die Sohlrauheit durch Bildung neuer Transportkörper wieder hergestellt werden kann. In diesem Zusammenhang ist auch das konstant niedrige Niveau des Oberwasserzuflusses seit 2014 kritisch zu betrachten. Auch dies führt dazu, dass das Feinsediment nicht mehr zur Genüge aus dem System heraus transportiert wird und sich im Elbeästuar akkumuliert. Diesbezüglich ist ein länderübergreifendes Wasserentnahmemanagement der Elbe anzustreben, das neben regionalen Bedürfnissen auch die Bedürfnisse unterstrom liegender Elbe-Anrainer und gesamtdeutscher Interessen berücksichtigt.

Abschließend ist hervorzuheben, dass Auswirkungsprognosen für zukünftige Maßnahmen auch mögliche Entwicklungen über längerfristige Zeithorizonte und komplexere Systemzusammenhänge bei der Planung von Eingriffen in das Schwingungssystem wie Strombaumaßnahmen berücksichtigen müssen und im Anschluss ein dies berücksichtigendes langzeitiges Monitoring durchzuführen ist.

8.4 Ausblick

Mit den entwickelten Methoden und Modellen ist ein tieferer Einblick in das Schwingungssystem der Tidewelle im Elbeästuar möglich. Natürlich sind während des Forschungsvorhabens einzelne Fragestellungen unbeantwortet geblieben. Zudem resultieren aus den Ergebnissen des Vorhabens eine Vielzahl weiterer Detailfragen, aus denen Weiterentwicklungsmöglichkeiten der Modelle und der Ansätze identifiziert wurden.

Um eine Nutzung von Pegelmethode für die Reflexionsanalyse von Tidewellen nutzen zu können, ist die Berücksichtigung mehrfacher Reflexionen ein wesentlicher Weiterentwicklungsbedarf, da diese einen Einfluss auf das gesamte Schwingungssystem haben. Ohne die Berücksichtigung mehrfacher Re-Reflexionen kann das Schwingungssystem der Tidewellen in Ästuaren nicht komplett abgebildet werden.

Das entwickelte analytische Modell ist im Stande, das oszillatorische Schwingungssystem, welches sich infolge der (Re-)Reflexion an mehreren Teilreflektoren und einem Totalreflektor ausbildet, der gedämpften Tidewellen zu berechnen. Eine wesentliche

Modellannahme liegt in der verwendeten Dissipationsfunktion, welche aus einer Reihe an HN-Dissipationsuntersuchungen entwickelt wurde: Infolge des empirisch bestimmten Exponenten sowie infolge der Nutzung der Exponentialfunktion für die Dissipation der Tidewelle – wengleich von vielen Autoren so verwendet (s. a. Jay 1991; Friedrichs und Aubrey 1994; Prandle 2003; Ippen und Harleman 1966; Partenscky und Barg 1977; van Rijn 2011, u. v. m.), kann die Dissipation – wie in Savenije (2012) beschrieben – nicht vollständig abgebildet werden. Eine weitere Weiterentwicklungsmöglichkeit besteht in der Implementierung von höherharmonischen Partialtiden oder Verbundtiden in den zugrundeliegenden Gleichungen, um die nichtlineare Verformung der Tidewelle in dem Modell zu berücksichtigen.

Für das HN Elbmodell wurden im Forschungsvorhaben Modellvereinfachungen in Bezug zur Zielsetzung – der Untersuchung des Reflexionspotentials von Tidewellen bei mittleren Verhältnissen – getroffen. Um das bestehende Elbe Modell auch für Extremverhältnisse nutzen zu können, können u. a. räumlich verteilte Windfelder zur besseren Abbildung des Windgeschehens beitragen oder die Abbildung der Hydrodynamik während der Ebbe verbessert werden. Für u.a. eine möglichst realitätsnahe modelltechnische Abbildung der physikalischen Gegebenheiten sind repräsentative Windmessdaten unerlässlich. Um die vorhandenen Windmessdaten bei Cuxhaven, die stark von der urbanen und exponierten Lage der Windmessstation geprägt sind, zu verifizieren, wären weitere Windmessanlagen (beispielsweise im Neufelder Watt) vorteilhaft. Eine weitere interessante und hier nicht weiter beleuchtete Fragestellung stellt sich zu der (modelltechnischen) Abbildung und dem Verständnis der Morphodynamik in Ästuaren und bestehenden HN Modellen. Unter der Voraussetzung, dass die morphodynamischen Modellansätze zur Beschreibung der morphologischen Entwicklung der Ästuar in der Lage sind, könnten mit diesen Modellen die von Winterwerp et al. (2013) geschriebenen Hypothesen überprüft werden.

Zur weiteren Verbesserung des Systemverständnisses zum Reflexions- und Resonanzverhaltens des Elbeästuars und Bewertung des Einflusses von Strombaumaßnahmen sollten die empirischen Untersuchungen fortgeführt werden, auch in Hinblick auf die neue Fahrrinnenanpassung 2020/2021. Besonders der im gewässerkundlichen Jahr 2021 höchste je beobachtete mittlere Tidehub von 3,93 m am Pegel Harburg im Hamburger Stromspaltungsgebiet gibt hierzu Anlass. Gegebenenfalls ergibt sich auch erstmals die Möglichkeit, komplette Nodalzyklen digitaler Messdaten vor und nach einer solchen Strombaumaßnahme vergleichend zu analysieren. Für den Erfolg einer weiterführenden Untersuchung ist die Aufrechterhaltung der räumlichen Dichte der Pegelmessstationen über die gesamte Tideelbe und besonders auch in der mittleren Tideelbe im Bereich Osteriff bis Glückstadt elementar, insbesondere auch für die Verfolgung der Knotenmigration. Die Güte der Messdaten im Außenelbebereich (Bake A, Z und C) ist von elementarer Bedeutung für die Interpretation von Änderungen im Schwingungsverhalten der Tidewelle im Ästuar, weshalb die Wartung und gewässerkundliche Kontrolle der Messdaten einen höheren Stellenwert erhalten sollte.

Literaturverzeichnis

- Ata, R.: Telemac2D: User Manual. 2017. Stand 27.06.2022: http://wiki.opentelemac.org/doku.php?id=documentation_v7p2r3
- Aubrey, D. und Speer, P.: A study of non-linear tidal propagation in shallow inlet/estuarine systems Part I: Observations. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 21(2), 185-205, 1985.
- Backhaus, J. O.: Improved representation of topographic effects by a vertical adaptive grid in vector-ocean-model (VOM). Part I: Generation of adaptive grids. *Ocean Modelling*, 22(3-4), 114-127, 2008.
- Backhaus, J. O.: Latent resonance in tidal rivers, with applications to River Elbe. *Journal of Marine Systems*, 151, 71–78, doi:10.1016/j.jmarsys.2015.06.005, 2015.
- Backhaus, J. O., Harms, I. und Hübner, U.: Improved representation of topographic effects by a vertical adaptive grid in Vector-Ocean-Model (VOM). Part II: Simulations in unstructured adaptive grids. *Ocean Modelling*, 22(3-4), 128-145, 2008.
- Bakker, W. T.: Effect Resonance on Morphology of Tidal Channels. In: *Coastal Engineering 1998* 3252-3264, 1998.
- Baldock, T. E. und Simmonds, D. J.: Separation of incident and reflected waves over sloping bathymetry. *Coastal Engineering*, 38(3), 167–176, doi:10.1016/s0378-3839(99)00046-0, 1999.
- BAWiki der Bundesanstalt für Wasserbau: BAWiki - Oberwasserzufluss. 2017. Stand 27.06.2022: <https://wiki.baw.de/de/index.php/Oberwasserzufluss>
- Betzler, K. und Fachbereich Physik der Universität Osnabrück: *Fitting in Matlab*. 2003.
- Björnsen Beratende Ingenieure GmbH: System Kalypso1D2D. Stand 27.06.2022: <https://kalypso.bjoernsen.de/index.php?id=470>
- Boehlich, M. J.: Tidedynamik der Elbe. *Mitteilungsblatt der Bundesanstalt für Wasserbau*, 86, 55–60, 2003.
- Boehlich, M. J. und Strotmann, T.: The Elbe Estuary. *Die Küste*, 74, 288-306, 2008.
- Boehlich, M. J. und Strotmann, T.: Das Elbeästuar. *Die Küste*, 87, 319-341, doi:10.18171/1.087106, 2019.
- Böker, F. und Plüß, A.: Morphodynamik im Mündungsgebiet der Elbe: Aktuelle Entwicklung (2002 - 2009). Vortrag, BAW-Kolloquium, 2010.
- Bollrich, G.: *Technische Hydromechanik 1: Grundlagen* (7. Aufl. ed.). Beuth Verlag GmbH, Berlin, Wien und Zürich, 2013.
- Bonne, G.: *Verunreinigung der Gewässer. - Bericht 15. Generalversammlung d. Westdeutschen Fischerei-Verbandes*, 1900.
- Brandt, A.: *Noise and vibration analysis: signal analysis and experimental procedures*. John Wiley & Sons, 2011.
- Brossard, J., Hémon, A. und Rivoalen, E.: Improved analysis of regular gravity waves and coefficient of reflexion using one or two moving probes. *Coastal Engineering*, 39(2-4), 193–212, doi:10.1016/s0378-3839(99)00060-5, 2000.
- Bund der Ingenieure für Wasserwirtschaft, A. u. K.: *Merkblatt BWK-M1: Hydraulische Berechnung von naturnahen Fließgewässern: Stationäre Berechnung der Wasserspiegellinie unter besonderer Berücksichtigung von Bewuchs- und Bauwerkseinflüssen* (3. Auflage ed.). Fraunhofer IRB-Verlag, Stuttgart, 2009.
- Bundesanstalt für Wasserbau (BAW) (Hg.): *Gutachten zur ausbaubedingten Änderung von Hydrodynamik und Salztransport: Anpassung der Fahrrinne von Unter- und Außenelbe an die Containerschifffahrt*. Hamburg. https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwj3iuPH6pXsAhVB_qQKHdvzBRsQFjAAegQIBhAC&url=https%3A%2F%2Fwww.kuestendaten.de%2Fmedia%2Fzdm%2Fportaltideelbe%2FProjekte%2FFRA20XX%2FPlanfeststellungsverfahren%2FAntragsunterlagen%2FAntrag%2FUnterlagen%2FHydrodynamik%2FSalztransport.pdf&usq=AOvVaw3yM8i1e29U0o2rWx8t8sjm, 2006.

- Bundesanstalt für Wasserbau (BAW) (Hg.): BAW Bildatlas. Sturmflutereignisse in der Tideelbe: Eine Sensitivitätsstudie zu Meeresspiegelanstieg und Topographieänderung der Wattflächen. Karlsruhe. <https://hdl.handle.net/20.500.11970/107318>, 2020.
- Buschman, F., Hoitink, A., Van Der Vegt, M. und Hoekstra, P.: Subtidal water level variation controlled by river flow and tides. *Water Resources Research*, 45(10), 2009.
- Buschman, F., Hoitink, A., van der Vegt, M. und Hoekstra, P.: Subtidal flow division at a shallow tidal junction. *Water Resources Research*, 46(12), 2010.
- Butz, T.: *Fouriertransformation für Fußgänger* (7., aktualisierte Aufl. ed.). Vieweg + Teubner, Wiesbaden, 2011.
- Cai, H., Savenije, H. und Toffolon, M.: Linking the river to the estuary: Influence of river discharge on tidal damping. *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, 10(1), 287–304, doi:10.5194/hess-18-287-2014, 2013.
- Chang, H.-K. und Hsu, T.-W.: A two-point method for estimating wave reflection over a sloping beach. *Ocean Engineering*, 30(14), 1833–1847, doi:10.1016/s0029-8018(03)00017-9, 2003.
- Chen, X., Zhang, X., Church, J. A., Watson, C. S., King, M. A., Monselesan, D., Legresy, B. und Harig, C.: The increasing rate of global mean sea-level rise during 1993–2014. *Nature Climate Change*, 7(7), 492–495, 2017.
- Coastal Engineering Research Center und Department of the Army: *Waterways Experiment Station - Corps of Engineers: Shore protection manual* (4. ed.). U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station Coastal Engineering Research Center, Washington, D.C., 1984.
- Cooley, J. W. und Tukey, J. W.: An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. *Mathematics of computation*, 19(90), 297–301, 1965.
- Cronin, L. E. (Ed.) *Estuarine Research: Volume II: Geology and engineering*. New York, NY: Academic Press, 1975.
- Dangendorf, S., Marcos, M., Müller, A., Zorita, E., Riva, R., Berk, K. und Jensen, J.: Detecting anthropogenic footprints in sea level rise. *Nature communications*, 6(1), 1–9, 2015.
- Davis, R. A. (Ed.) *Coastal sedimentary environments* (2., revised, expanded ed. ed.). New York Heidelberg u.a.: Springer, 1985.
- Dean, R. G. und Dalrymple, R. A.: *Water wave mechanics for engineers and scientists* (Repr ed.). World Scientific, Singapore, 1991.
- Dey, S.: *Fluvial hydrodynamics: Hydrodynamic and Sediment Transport Phenomena*. Springer, doi:10.1007/978-3-642-19062-9, 2014.
- Dietrich, G., Kalle, K., Krauss, W. und Siedler, G.: Gezeitenerscheinungen. In: *Allgemeine Meereskunde: Eine Einführung in die Ozeanographie*: Gebr. Borntraeger, 1975a.
- Dietrich, G., Kalle, K., Krauss, W. und Siedler, G.: Oberflächenwellen und interne Wellen. In: *Allgemeine Meereskunde: Eine Einführung in die Ozeanographie*: Gebr. Borntraeger, 1975b.
- Díez-Minguito, M., Azofra, A. B., Ortega-Sánchez, M. und Rodríguez, M. A. L.: Tidal Reflection. In: M. J. Kennish (Ed.), *Encyclopedia of Estuaries* 704–706. Dordrecht: Springer Netherlands, doi:10.1007/978-94-017-8801-4_364, 2016.
- Doodson, A. T.: The harmonic development of the tide-generating potential. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 100(704), 305–329, 1921.
- Dronkers, J.: Tidal asymmetry and estuarine morphology. *Netherlands Journal of Sea Research*, 20(2-3), 117–131, 1986.
- Du, J., Shen, J., Zhang, Y. J., Ye, F., Liu, Z., Wang, Z., Wang, Y. P., Yu, X., Sisson, M. und Wang, H. V.: Tidal response to sea-level rise in different types of estuaries: The Importance of Length, Bathymetry, and Geometry. *Geophysical Research Letters*, 45(1), 227–235, 2018.

- Dyer, K. R.: Sediment Transport Processes in Estuaries. In: G. M. E. Perillo (Ed.), *Geomorphology and sedimentology of estuaries* 2. ed. Amsterdam: Elsevier, 1996.
- Dyer, K. R.: *Estuaries: A physical introduction* (2. ed.). John Wiley & Sons Ltd., 1997.
- Eichweber, G. und Lange, D.: Über die Bedeutung der Reflexion von Obertiden für die Unterhaltungsaufwendungen in der Tideelbe. *Die Küste*, 58, 58, 179-198, 1996.
- Eichweber, G. und Lange, D.: Tidal Subharmonics and Sediment Dynamics in the Elbe Estuary. Vortrag, 3rd International Conference on Hydro-Science and -Engineering : Brandenburg University of Technology at Cottbus, Cottbus/Berlin, 1998.
- Engelund, F. und Fredsøe, J.: Hydraulic theory of alluvial rivers. In: *Advances in hydroscience* 13, 187-215: Elsevier, 1982.
- Engelund, F. und Hansen, E.: A monograph on sediment transport in alluvial streams. Technical University of Denmark Østervoldgade 10, Copenhagen K., 1967.
- Fairbridge, R. W.: The estuary: its definition and geodynamic cycle. In: E. Olausson & I. Cato (Eds.), *Chemistry and biogeochemistry of estuaries* 1–35. Chichester: Wiley, 1980.
- Feng, X., Tsimplis, M. N. und Woodworth, P. L.: Nodal variations and long-term changes in the main tides on the coasts of China. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 120(2), 1215-1232, 2015.
- Fickert, M. und Strotmann, T.: Zur Entwicklung der Tideverhältnisse in der Elbe und dem Einfluss steigender Meeresspiegel auf die Tidedynamik in Ästuaren. In: HTG-Kongress 2009 196–203. Hamburg: DVV Media Group Seehafen-Verl., 2009.
- Friedrichs, C. T. und Aubrey, D. G.: Non-linear tidal distortion in shallow well-mixed estuaries: a synthesis. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 27(5), 521-545, 1988.
- Friedrichs, C. T. und Aubrey, D. G.: Tidal propagation in strongly convergent channels. *Journal of Geophysical Research*, 99(C2), 3321, doi:10.1029/93jc03219, 1994.
- Galloway, W. E.: Process framework for describing the morphologic and stratigraphic evolution of deltaic depositional systems. 1975.
- Gao, C. und Adcock, T. A. A.: Numerical investigation of resonance in the Bristol Channel. The 26th International Ocean and Polar Engineering Conference. 2016.
- Garel, E., Zhang, P. und Cai, H.: Dynamics of fortnightly water level variations along a tide-dominated estuary with negligible river discharge. *Ocean Science*, 17(6), 1605-1621, 2021.
- Giese, B. und Jay, D.: Modelling tidal energetics of the Columbia River estuary. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 29(6), 549-571, 1989.
- Goda, Y. und Suzuki, T.: Estimation of incident and reflected waves in random wave experiments. In: Asce (Ed.), *Proceedings of 15th Conference on Coastal Engineering*. Honolulu, Hawaii, 1976.
- Godin, G.: *The Analysis of Tides*. University of Toronto Press, Toronto, 1972.
- Godin, G.: Compact approximations to the bottom friction term, for the study of tides propagating in channels. *Continental Shelf Research*, 11(7), 579-589, 1991.
- Goffinet, P.: Neue Bewertung der harmonischen Analyse im Vergleich zur Darstellung der Ungleichheiten am Beispiel der Deutschen Bucht. *Hydrographische Nachrichten*, 110, 2018.
- Gönnert, G., Isert, K., Giese, H. und Plüß, A.: Charakterisierung der Tidekurve. *Die Küste*, 68(68), 99-141, 2004.
- Green, G.: On the motion of waves in a variable canal of small depth and width. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 6, 457, doi:10.1017/cbo9781107325074.007, 1838.
- Hagen, R., Freund, J., Plüß, A. und Ihde, R.: Validierungsdokument EasyGSH-DB Nordseemodell. Teil: UnTRIM2 – SediMorph – UnK, Bundesanstalt für Wasserbau (BAW), doi:10.18451/k2_easygsh_1, 2019.
- Hagen, R., Plüß, A., Jänicke, L., Freund, J., Jensen, J. und Kösters, F.: A combined modeling and measurement approach to assess the nodal tide modulation in the

- North Sea. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 126(3), e2020JC016364, 2021.
- Hartwig, F.: Das Schwingungsverhalten der Tideelbe hinsichtlich Resonanz. *Die Küste*, 84, 84, 193-212, 2016.
- Hasenbein, M., Komoroske, L. M., Connon, R. E., Geist, J. und Fangue, N. A.: Turbidity and salinity affect feeding performance and physiological stress in the endangered delta smelt. *Integrative and comparative biology*, 53(4), 620-634, 2013.
- Hayes, M. O.: Morphology of sand accumulation in estuaries: an introduction to the symposium. In: L. E. Cronin (Ed.), *Estuarine Research 2–23*. New York, NY: Academic Press, 1975.
- Hein, S. S., Sohr, V., Nehlsen, E., Strotmann, T. und Fröhle, P.: Tidal Oscillation and Resonance in Semi-Closed Estuaries — Empirical Analyses from the Elbe Estuary, North Sea. *Water*, 13(6), 848, 2021.
- Hensen, W.: Die Entwicklung der Fahrwasserverhältnisse in der Außenelbe. In: *Jahrbuch der Hafenbautechnischen Gesellschaft* 91–165. Berlin, Heidelberg; s.l.: Springer Berlin Heidelberg, doi:10.1007/978-3-642-90884-2_10, 1941.
- Herrling, G., Becker, M., Lefebvre, A., Zorndt, A., Krämer, K. und Winter, C.: The effect of asymmetric dune roughness on tidal asymmetry in the Weser estuary. *Earth Surface Processes and Landforms*, doi:10.1002/esp.5170, 2021.
- Hervouet, J.-M.: TELEMAC modelling system: an overview. *Hydrological Processes*, 14(13), 2209–2210, doi:10.1002/1099-1085(200009)14:13<2209::Aid-hyp23>3.0.Co;2-6, 2000.
- Hervouet, J.-M.: *Hydrodynamics of Free Surface Flows: Modelling with the finite element method*. John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, UK, doi:10.1002/9780470319628, 2007.
- Hervouet, J.-M., Denis, C. und David, E.: Revisiting the Thompson boundary conditions. In: J.-M. Hervouet, E. Razafindrakoto, & C. Denis (Eds.), *Proceedings of the XVIIIth Telemac & Mascaret User Club 2011* 142–147. Chatou: EDF R&D, 2011a.
- Hervouet, J.-M., Razafindrakoto, E. und Denis, C. (Eds.). *Proceedings of the XVIIIth Telemac & Mascaret User Club 2011*. Chatou: EDF R&D, 2011b.
- Hsiao, S. und Shemdin, O.: Bottom dissipation in finite-depth water waves. 16th International Conference on Coastal Engineering. doi:10.9753/icce.v16.24, 1978.
- Hughes, S. A.: Laboratory wave reflection analysis using co-located gages. *Coastal Engineering*, 20(3-4), 223–247, doi:10.1016/0378-3839(93)90003-q, 1993.
- Hunt, J.: Tidal oscillations in estuaries. *Geophysical Journal International*, 8(4), 440-455, 1964.
- IAU SOFA Board: IAU SOFA Software Collection. Stand 2018, <http://www.iausofa.org>, 2018.
- IHO - International Hydrographic Organization: *Harmonic Constants Product Specification*. Edition 1.0. 2006.
- Ippen, A. T. (Ed.) *Estuary and coastline hydrodynamics*. New York: McGraw-Hill, 1966.
- Ippen, A. T. und Harleman, D. R. F.: Tidal Dynamics in Estuaries. In: A. T. Ippen (Ed.), *Estuary and coastline hydrodynamics* 493-545. New York: McGraw-Hill, 1966.
- Jay, D. A.: Green's law revisited: Tidal long-wave propagation in channels with strong topography. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 96(C11), 20585-20598, doi:10.1029/91jc01633, 1991.
- Jay, D. A., Leffler, K., Diefenderfer, H. L. und Borde, A. B.: Tidal-fluvial and estuarine processes in the lower Columbia River: I. Along-channel water level variations, Pacific Ocean to Bonneville Dam. *Estuaries and Coasts*, 38(2), 415-433, 2014.
- Jensen, J., Arns, A., Ebener, A., Weisse, R., Yi, X., Wurpts, A., Berkenbrink, C. und Hubert, K.: Abschlussbericht ALADYN 03F0756A-C - Analysing long-term changes of tidal dynamics in the German Bight., Universität Siegen, Forschungsinstitut Wasser und Umwelt (FWU), Lehrstuhl für Hydromechanik, Binnen- und Küstenwasserbau, 2020.

- Jensen, J., Dangendorf, S., Wahl, T. und Steffen, H.: Meeresspiegeländerungen in der Nordsee: Vergangene Entwicklungen und zukünftige Herausforderungen mit einem Fokus auf die Deutsche Bucht. *Hydrologie und Wasserbewirtschaftung*, 58(6), 304-323, 2014.
- Kappenberg, J. und Fanger, H.-U.: Sedimenttransportgeschehen in der tidebeeinflussten Elbe, der Deutschen Bucht und in der Nordsee. GKSS FORSCHUNGSZENTRUM GEESTHACHT GMBH-PUBLICATIONS-E, 1(20), ALL-ALL, 2007.
- Kennish, M. J. (Ed.) *Encyclopedia of Estuaries*. Dordrecht: Springer Netherlands, doi:10.1007/978-94-017-8801-4, 2016.
- Lamb, H.: *Hydrodynamics* (6. ed.). Univ. Pr, Cambridge, 1932.
- LeBlond, P. H.: Forced fortnightly tides in shallow rivers. *Atmosphere-Ocean*, 17(3), 253-264, 1979.
- Liebermann, N. v. und Albers, T.: Naturmessprogramm und Modellbildung zur Analyse morphodynamischer Veränderungen im Neufelder Watt. Technische Universität Hamburg-Harburg. <https://www.tuhh.de/wb/forschung/versuchsfelder/neufelder-watt.html>, 2006.
- Lin, C.-Y. und Huang, C.-J.: Decomposition of incident and reflected higher harmonic waves using four wave gauges. *Coastal Engineering*, 51(5-6), 395–406, doi:10.1016/j.coastaleng.2004.04.004, 2004.
- Liu, Y. und Li, S.-W.: Resolution of Incident and Reflected Components of Nonlinear Regular Waves. *Coastal Engineering Journal*, 58(3), 1650012-1-1650012-21, doi:10.1142/s0578563416500121, 2016.
- Mahmoudof, M., Banijamali, B. und Chegini, V.: Least Squares Analysis of Noise-Free Tides Using Energy Conservation and Relative Concentration of Periods Criteria. *Journal of the Persian Gulf*, 3(8), 13-24, 2012.
- Malcherek, A.: *Gezeiten und Wellen: In Küsteningenieurwesen und Ozeanographie*. Springer-Vieweg, 2018.
- Mansard, E. P. D. und Funke, E. R.: The measurement of incident and reflected spectra using a least squares method. In: Asce (Ed.), *Proceedings of 17th Conference on Coastal Engineering* 154–172. Sydney, Australia, 1980.
- Mansard, E. P. D., Sand, S. E. und Funke, E. R.: Reflection analysis of non-linear regular waves: Analyse de réflexion des houles régulières non-linéaires. Nat. Research Council Canada, Ottawa, 1985.
- Matte, P., Jay, D. A. und Zaron, E. D.: Adaptation of classical tidal harmonic analysis to nonstationary tides, with application to river tides. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 30(3), 569-589, 2013.
- Medina, J. R.: Estimation of Incident and Reflected Waves Using Simulated Annealing. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 127(4), 213–221, doi:10.1061/(asce)0733-950x(2001)127:4(213), 2001.
- Michalzik, C.: Harmonische Analysen von gemessenen Strömungsgeschwindigkeiten in der Tideelbe. Master of Engineering Masterarbeit, Technischen Hochschule Lübeck, (unveröffentlicht), 2020.
- Mikhailov, E. E.: Fitting and data reduction. In: *Programming with MATLAB for scientists: A beginner's introduction*: CRC Press, 2018.
- Milbradt, P. und Plüß, A.: Morphodynamik im Elbmündungsgebiet mit Fokus auf den Leitdamm Kugelbake. BAW-Kolloquium: smile consult Bundesanstalt für Wasserbau, 2012.
- Nichols, M. M. und Biggs, R. B.: Estuaries. In: R. J. Davis (Ed.), *Coastal sedimentary environments 2., revised, expanded ed. ed.*, 77-186. New York Heidelberg u.a.: Springer Science & Business Media, 1985.
- Olausson, E. und Cato, I. (Eds.). *Chemistry and biogeochemistry of estuaries*. Chichester: Wiley, 1980.

- Parker, B. B.: Frictional effects on the tidal dynamics of a shallow estuary. Ph. D. thesis, Johns Hopkins University, USA (unveröffentlicht), 1984.
- Parker, B. B.: Tides in Shallow Water. *Mariners Weather Log*, 43(3), 16-23, 1999.
- Parker, B. B.: Tidal analysis and prediction. doi:10.25607/obp-191, 2007.
- Partensky, H. W. und Barg, G.: Zur Energieverteilung in Tideästuarien. *Die Küste : Archiv für Forschung und Technik an der Nord- und Ostsee : archive for research and technology on the North Sea and Baltic Coast*, 26–31, 1977.
- Pawlowicz, R., Beardsley, B. und Lentz, S.: Classical tidal harmonic analysis including error estimates in MATLAB using T_TIDE. *Computers & Geosciences*, 28(8), 929-937, 2002.
- Perillo, G. M. E.: Definitions and geomorphologic classifications of estuaries. In: G. M. E. Perillo (Ed.), *Geomorphology and sedimentology of estuaries. Developments in Sedimentology* 53, 17-47. Amsterdam: Elsevier, 1995.
- Prandle, D.: Relationships between Tidal Dynamics and Bathymetry in Strongly Convergent Estuaries. *Journal of Physical Oceanography*, 33(12), 2738–2750, doi:10.1175/1520-0485(2003)033<2738:Rbtdab>2.0.Co;2, 2003.
- Prandle, D.: *Estuaries: Dynamics, mixing, sedimentation, and morphology*. Cambridge University Press, Cambridge, doi:10.1017/cbo9780511576096, 2009.
- Proudman, J.: *Dynamical Oceanography*. Methuen & Co., London, 1953.
- Pugh, D. T.: *Tides, surges and mean sea-level (reprinted with corrections)*. John Wiley & Sons Ltd, 1996.
- Redfield, A. C.: *The analysis of tidal phenomena in narrow embayments*. Massachusetts Institute of Technology and Woods Hole Oceanographic Institution, 1950.
- Robinson, M. und Clegg, J.: Improved determination of Q-factor and resonant frequency by a quadratic curve-fitting method. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 47(2), 399-402, 2005.
- Rolinski, S. und Eichweber, G.: Deformations of the tidal wave in the Elbe estuary and their effect on suspended particulate matter dynamics. *Physics and Chemistry of the Earth, Part B: Hydrology, Oceans and Atmosphere*, 25(4), 355-358, doi:10.1016/s1464-1909(00)00025-3, 2000.
- Roos, A.: *Tides and tidal currents*. Lecture note IHE Delft, 1997.
- Roos, P. C., Velema, J. J., Hulscher, S. J. und Stolk, A.: An idealized model of tidal dynamics in the North Sea: resonance properties and response to large-scale changes. *Ocean Dynamics*, 61(12), 2019-2035, 2011.
- Rudolph, E., Brodhagen, T., Fery, N., Grabemann, I., Meyer, E., Möller, T., Tinz, B., Weisse, R. und Gaslikova, L.: Analyse extremer Sturmfluten an der deutschen Nordseeküste und ihrer möglichen Verstärkung. doi:10.18171/1.087111, 2021.
- Savenije, H. H. G.: *Salinity and Tides in Alluvial Estuaries (2. Aufl. ed.)*. Elsevier professional, Delft, 2012.
- Schureman, P.: *Manual of harmonic analysis and prediction of tides (Vol. Special Publication No. 98)*. US Department of Commerce, Washington D.C., 1958.
- Schuttelaars, H. und De Swart, H.: Multiple morphodynamic equilibria in tidal embayments. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 105(C10), 24105-24118, 2000.
- Seybold, H., Andrade, J. S. und Herrmann, H. J.: Modeling river delta formation. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 104(43), 16804-16809, 2007.
- Sohrt, V., Hein, S. S. V., Nehlsen, E., Strotmann, T. und Fröhle, P.: Model Based Assessment of the Reflection Behavior of Tidal Waves at Bathymetric Changes in Estuaries. *Water*, 13(4), 489, 2021.
- Speer, P. und Aubrey, D.: A study of non-linear tidal propagation in shallow inlet/estuarine systems Part II: Theory. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 21(2), 207-224, 1985.
- Strotmann, T.: *Resonance or Reflection*. E-Mail an Projekt RefTide. Hamburg, 2012.

- Suh, K. D., Park, W. S. und Park, B. S.: Separation of incident and reflected waves in wave-current flumes. *Coastal Engineering*, 43(3-4), 149–159, doi:10.1016/s0378-3839(01)00011-4, 2001.
- Tecplot Inc.: Tecplot Documentation. Stand 27.06.2022:
<https://www.tecplot.com/documentation/>
- The MathWorks Inc.: MATLAB - Dokumentation. Stand 27.06.2022:
<https://de.mathworks.com/help/matlab/>
- van der Wegen, M., Wang, Z. B., Savenije, H. H. G. und Roelvink, J. A.: Long-term morphodynamic evolution and energy dissipation in a coastal plain, tidal embayment. *Journal of Geophysical Research*, 113(F3), doi:10.1029/2007jf000898, 2008.
- Van Rijn, L. C.: Principles of sediment transport in rivers, estuaries and coastal seas. Aqua publications, Amsterdam, 1993.
- van Rijn, L. C.: Analytical and numerical analysis of tides and salinities in estuaries: part I: tidal wave propagation in convergent estuaries. *Ocean Dynamics*, 61(11), 1719–1741, doi:10.1007/s10236-011-0453-0, 2011.
- van Waveren, R. H., Groot, S., Scholten, H., van Geer, F., Wösten, H., Koeze, R. und Noort, J.: Good modelling practice handbook. STOWA report, 99-05, 1999.
- Vanouï, V. A. und Hwang, L.-S.: Relation between bed forms and friction in streams. *Journal of the Hydraulics Division*, 93(3), 121-144, 1967.
- Weilbeer, H., Winterscheid, A., Strotmann, T., Entelmann, I., Shaikh, S. und Vaessen, B.: Analyse der Hydrologischen und Morphologischen Entwicklungen in der Tideelbe für den Zeitraum 2013-2018. 2020.
- Winterwerp, J. C. und Wang, Z. B.: Man-induced regime shifts in small estuaries—I: theory. *Ocean Dynamics*, 63(11-12), 1279-1292, 2013.
- Winterwerp, J. C., Wang, Z. B., van Braeckel, A., van Holland, G. und Kösters, F.: Man-induced regime shifts in small estuaries: II: a comparison of rivers. *Ocean Dynamics*, 63(11-12), 1293–1306, doi:10.1007/s10236-013-0663-8, 2013.
- Wright, J., Colling, A. und Park, D.: Waves, tides and shallow-water processes (Vol. 4). Gulf Professional Publishing, 1999.
- Zar, J.: Critical values of the Spearman's ranked correlation coefficient (rs). *Biostatistical Analysis*, 2, 1984.
- Zeit Online: Studie: Hamburger Hafen sichert mehr als 600 000 Jobs [Press release].
https://www.zeit.de/news/2021-03/11/hamburger-hafen-sichert-bundesweit-mehr-als-600-000-jobs?utm_referrer=https%3A%2F%2Fwww.google.com%2F, 2022.

Abbildungsverzeichnis

- Abbildung 1: Entwicklung des Tidehubs (Thb) am Pegel St. Pauli sowie Abweichungen des jährlichen mittleren Oberwasserzuflusses in die Tideelbe gemessen bei Neu Darchau vom langjährigen Mittelwert (ΔMQ). 9
- Abbildung 2: Örtliche und zeitliche Darstellung einer Wasserwelle. a) einlaufendes Wellenfeld, b) reflektiertes Wellenfeld, c) resultierendes Wellenfeld aus der linearen Überlagerung von a) und b), d) an der Position x_1 über die Zeit dargestelltes Gesamtsignal (schwarz: einlaufende Welle, rot: reflektierte Welle, blau: resultierende Welle, grau: Einhüllende). 17
- Abbildung 3: Prinzipdarstellung des Quarter-Wavelength Kriteriums mit Ausbildung der typischen stehenden Wellen bei verschiedenen Verhältnissen der Systemlänge l zur Tidewellenlänge L 20
- Abbildung 4: Übersichtskarte der Pegelmessstationen in der Tideelbe mit Bathymetrie-Daten des DGM-W von 2016. Quelle: Hein et al. (2021) 22
- Abbildung 5: Darstellung des Profils Seemannshöft (erstellt aus dem DGM-W von 2016) mit den Wassertiefen bei einem Wasserstand von 0 m NHN und wasserstandsabhängigen Parametern (oben rechts)..... 23
- Abbildung 6: Darstellung der Wellenlängen berechnet über die lineare Flachwassertheorie für unterschiedliche Wassertiefenansätze über den Längsschnitt des Elbeästuars im Vergleich zu aus Literaturwerten abgeleiteten Wellenlängen..... 25
- Abbildung 7: Abweichungen der mittels HAMELS bestimmter M_2 -Amplituden einer lückenhaften 18,613 Jahre langen synthetischen Ganglinie von der tatsächlichen M_2 -Amplitude des synthetischen Signals (schwarze Linie). Anzahl der Analysen pro Anteil zufällig generierter Datenlücken beträgt jeweils 1000. 29
- Abbildung 8: Typische Formen der partiellen Clapotis der ganztägigen, halbtägigen, vierteltägigen und sechsteltägigen Partialtiden im Elbeästuar. Die Zentimeterangabe in der Legende gibt die Amplitude am Pegel Bake A im Mündungsgebiet an, auf die die gezeigten Amplituden normiert worden. Gesonderte Punktwerte zeigen den Pegel Helgoland in der Deutschen Bucht. Die Harmonische Analyse Methode der kleinsten Fehlerquadrate (HAMELS) wurde angewandt auf Zeitreihen eines kompletten Nodalzyklus beginnend am 1. Januar 2000 12:00:00 UTC. Zur Orientierung wurden folgende Pegelstandorte markiert: BKA - Bake A, CUX - Cuxhaven, BRU - Brunsbüttel, GLU - Glückstadt, SCH - Schulau, STP - St. Pauli, GSH - Geesthacht. Quelle: Modifiziert nach Hein et al. (2021) 34
- Abbildung 9: Amplitude auf der S_2 -Frequenz, ermittelt für 365,25 d-Intervalle, verschoben um 29,5 d, dargestellt zusammen mit einem Drittel der nodalen Amplitudenmodulation f der K_1 ($f(K_1) = f(KP_2)$). Hein et al. (2021)..... 37
- Abbildung 10: Phase auf der S_2 -Frequenz, ermittelt für 365,25 d-Intervalle, verschoben um 29,5 d, dargestellt zusammen mit der nodalen Phasenkorrektur u der K_1 ($u(K_1) = u(KP_2)$). (Hein et al. 2021) 37
- Abbildung 11: Die Partialtide S_2 und die Flachwasserverbundtide KP_2 , bei berücksichtigter nodaler Amplitudenkorrektur f und Phasenkorrektur u . Die Ausgleichskurve umfasst die Amplituden von M_2 , S_2 und N_2 einer HAMELS-Analyse des gleichen Datensatzes ohne Berücksichtigung der Verbundtiden. Quelle: Hein et al. (2021) 39

Abbildung 12: Die Partialtide S_2 und die Flachwasserverbundtide KP_2 , bei nur berücksichtigter nodaler Amplitudenkorrektur f ohne Phasenkorrektur u . Die Ausgleichskurve umfasst die Amplituden von M_2 , S_2 und N_2 einer HAMELS-Analyse des gleichen Datensatzes ohne Berücksichtigung der Verbundtiden. (Hein et al. 2021)	39
Abbildung 13: Auf Pegel Bake A normierte M_2 -Amplituden der gewässerkundlichen Jahre. Die Zentimeterangabe in der Legende gibt die Amplitudenhöhe am Pegel Bake A an. Isolierte Punktwerte zeigen den Pegel Helgoland in der Deutschen Bucht.	40
Abbildung 14: Abgebildet sind die über einen gesamten Nodalzyklus ermittelten auf Helgoland Bake A im Mündungsbereich normierten MS_f -Amplituden entlang der Tideelbe und Helgoland. Zur Orientierung wurden folgende Pegelstandorte markiert: HEL – Helgoland, BKA - Bake A, CUX - Cuxhaven, BRU - Brunsbüttel, BRO – Brokdorf, KOL – Kollmar, STA – Stadersand, LUH - Lühort, BLA – Blankenese, STP - St. Pauli, SPS – Schöpfstelle, OVR – Over, GSH - Geesthacht.	41
Abbildung 15: Auslenkung der additiven Überlagerung der rekonstruierten Ganglinien der Partialtiden M_2 und S_2 sowie die detektierte MS_f am Pegel St. Pauli. Die Amplitude der MS_f ist mit Faktor 10 überhöht dargestellt.	41
Abbildung 16: Vergleich der Wasserstands- und Strömungsganglinie bei Pegel Seemannshöft und DS Teufelsbrück. Quelle: Michalzik (2020)	43
Abbildung 17: Vergleich der Wellenspektren der Strömungsdaten von Messstation DS Teufelsbrück und der Wasserstandsdaten von Pegel Seemannshöft. Die Amplituden sind auf die jeweils größte Amplitude der M_2 -Partialtide normiert. Quelle: Michalzik (2020).....	44
Abbildung 18: Vergleich der Phasenlagen und des resultierenden Gesamtsignals der M_2 und ihrer ersten zwei Obertiden M_4 und M_6 an den Standorten D4 (Elbe-km 676,46), D3 (Elbe-km 664,67) und D2 (Elbe-km 651,32). Quelle: Michalzik (2020)	45
Abbildung 19: Vergleich der Phasenlagen und des resultierenden Gesamtsignals der M_2 und ihrer ersten zwei Obertiden M_4 und M_6 an den Standorten D2 (Elbe-km 651,32), D1 (Elbe-km 643,0) und Teufelsbrück (Elbe-km 630,8). Quelle: Michalzik (2020) ..	46
Abbildung 20: Amplituden der M_2 , M_4 und M_6 in Abhängigkeit des Oberwasserzuflusses bei D1 Handskalbsand. Die Abszissen entsprechen dem arithmetischen Mittelwert des Oberwasserzuflusses der jeweiligen Größenklasse. Quelle: Michalzik (2020).....	47
Abbildung 21: Auf die M_2 -Amplitude normierten Amplituden der M_4 und M_6 in Abhängigkeit des Oberwasserzuflusses bei D1 Handskalbsand. Die Abszissen entsprechen dem arithmetischen Mittelwert des Oberwasserzuflusses der jeweiligen Größenklasse. Quelle: Michalzik (2020)	47
Abbildung 22: Reaktion des Anteils der M_4 -Partialtide auf Oberwasseränderungen entlang der Elbe. Die Abszissen entsprechen dem arithmetischen Mittelwert des Oberwasserzuflusses der jeweiligen Größenklasse. Quelle: Michalzik (2020).....	48
Abbildung 23: Beziehung zwischen der Amplifizierung des Tidehubs im Hamburger Hafen am Pegel Harburg und dem Offshore-Pegel bei Helgoland in der Deutschen Bucht aufgetragen gegen den Tidehub der jeweiligen Tide bei Helgoland. Zeitraum: gewässerkundlichen Jahre 1998 bis 2021.....	49

Abbildung 24: Beziehung zwischen der Amplifizierung des Tidehubs im Hamburger Hafen am Pegel Harburg und dem und dem HPA-eigenen Pegel bei Cuxhaven im Mündungsgebiet aufgetragen gegen den Tidehub der jeweiligen Tide bei Cuxhaven. Zeitraum: gewässerkundlichen Jahre 1998 bis 2021..... 49

Abbildung 25: Gleitender Mittelwert über 705 Tiden (1 Jahr) der Amplifizierungsmaße der Tidehübe zwischen Harburg und Helgoland (blau) bzw. Cuxhaven (orange) für die gewässerkundlichen Jahre 1998 bis 2021..... 50

Abbildung 26: Pegelspezifische auf Pegel Helgoland normierte M_2 -Amplituden der unterschiedlichen Tidemittelwasserklassen. In der Legende aufgetragen ist der Mittelwert des Tidemittelwassers bei Cuxhaven der jeweiligen Klasse. Zur Orientierung wurden folgende Pegelstandorte markiert: BKA - Bake A, CUX - Cuxhaven, BRU - Brunsbüttel, GLU - Glückstadt, SCH - Schulau, STP - St. Pauli, ZOL - Zollenspieker..... 53

Abbildung 27: Auf Pegel Helgoland normierte M_2 -Amplituden der unterschiedlichen Tidemittelwasserklassen am Pegel Harburg..... 54

Abbildung 28: Standing Wave Ratio der M_2 -Amplitude zwischen dem Schwingungsbauch am Teilreflektor im Stromspaltungsgebiet und dem Schwingungsknoten im Bereich Glückstadt und Brunsbüttel. 54

Abbildung 29: **Links:** auf der linken Ordinatenachse in blau aufgetragen sind die mittleren Tidemittelwasserstände (Tmw) der gewässerkundlichen Jahre. Auf der rechten Ordinatenachse in orange aufgetragen sind die auf Pegel Helgoland normierten Tidehübe des Pegels St. Pauli. **Rechts:** Pearson-Korrelationstest zwischen dem normierten Tidehub und den jährlichen mittleren Tmw mit Korrelationswert R, p-Wert p und dem Bestimmtheitsmaß R^2 55

Abbildung 30: Mittlerer Oberwasserzufluss in die Tideelbe (MQ) gemessen bei Neu Darchau der gewässerkundlichen Jahre (01.11. des Vorjahres bis 31.10.) 1987 bis 2021. Quelle: HPA..... 56

Abbildung 31: Über 1 km gemittelte, für den Untersuchungszeitraum repräsentative Fahrrinnen-Bathymetrie und mittlerer Meeresspiegel (MSL) für Oberwasserzuflüsse (Q) von 350 und 1500 m^3/s . Quelle: HPA, Hein et al. (2021) 57

Abbildung 32: Pegelspezifische absolute M_2 -Amplituden der unterschiedlichen Oberwasserklassen. In der Legende aufgetragen ist der Mittelwert des Oberwasserzuflusses (Q) der jeweiligen Oberwasserklasse. Zur Orientierung wurden folgende Pegelstandorte markiert: BKA - Bake A, CUX - Cuxhaven, BRU - Brunsbüttel, GLU - Glückstadt, SCH - Schulau, STP - St. Pauli, ZOL - Zollenspieker. 58

Abbildung 33: Pegelspezifische auf Pegel Helgoland normierte M_2 -Amplituden der unterschiedlichen Oberwasserklassen. In der Legende aufgetragen ist der Mittelwert des Oberwasserzuflusses (Q) der jeweiligen Oberwasserklasse. Zur Orientierung wurden folgende Pegelstandorte markiert: BKA - Bake A, CUX - Cuxhaven, BRU - Brunsbüttel, GLU - Glückstadt, SCH - Schulau, STP - St. Pauli, ZOL - Zollenspieker. 59

Abbildung 34: Für Einflussbereich 1 repräsentative Abhängigkeit der auf Helgoland normierten M_2 -Amplituden am Pegel Altengamme vom Oberwasserzufluss in die Tideelbe gemessen bei Neu Darchau..... 60

- Abbildung 35: Für den Einflussbereich 2 repräsentative Abhängigkeit der auf Helgoland normierten M_2 -Amplituden vom Oberwasserzufluss am Pegel Harburg..... 61
- Abbildung 36: **Links:** Auf der linken Ordinatenachse in blau aufgetragen sind die mittleren Oberwasserabflüsse der gewässerkundlichen Jahre 2000 bis 2021. Auf der rechten Ordinatenachse ist in orange der auf den Pegel Helgoland normierte Tidehub bei St. Pauli aufgetragen. **Rechts:** Pearson-Korrelationstest zwischen den auf Helgoland (HEL) normierten Tidehüben (Thb) bei St. Pauli (STP) und den jährlichen mittleren Oberwasserzuflüssen mit Korrelationswert R, p-Wert p und dem Bestimmtheitsmaß R^2 61
- Abbildung 37: Für Einflussbereich 3 repräsentative Abhängigkeit der auf Helgoland normierten M_2 -Amplituden vom Oberwasserzufluss in die Tideelbe gemessen bei Neu Darchau am Pegel Osteriff 62
- Abbildung 38: Pegelspezifische auf Pegel Helgoland normierte M_4 -Amplituden der unterschiedlichen Oberwasserklassen. In der Legende aufgetragen ist der Mittelwert des Oberwasserzuflusses (Q) der jeweiligen Oberwasserklasse. Zur Orientierung wurden folgende Pegelstandorte markiert: BKA - Bake A, CUX - Cuxhaven, BRU - Brunsbüttel, GLU - Glückstadt, SCH - Schulau, STP - St. Pauli, ZOL - Zollenspieker. 63
- Abbildung 39: Pegelspezifische M_4/M_2 -Amplitudenverhältnisse der unterschiedlichen Oberwasserklassen. In der Legende aufgetragen ist der Mittelwert des Oberwasserzuflusses (Q) der jeweiligen Oberwasserklasse. Zur Orientierung wurden folgende Pegelstandorte markiert: BKA - Bake A, CUX - Cuxhaven, BRU - Brunsbüttel, GLU - Glückstadt, SCH - Schulau, STP - St. Pauli, ZOL - Zollenspieker. 63
- Abbildung 40: Steigungen der Regressionsgeraden der oberwasserabhängigen M_4/M_2 -Verhältnisse aufgetragen gegen die Kilometrierung der Elbe. 64
- Abbildung 41: Standing Wave Ratio der M_2 -Amplitude zwischen Schwingungsbauch am Teilreflektor im Stromspaltungsgebiet und Schwingungsknoten im Bereich Glückstadt und Brunsbüttel in Abhängigkeit des Oberwasserzuflusses..... 65
- Abbildung 42: **Links:** Auf der linken Ordinatenachse (blau) sind die Wasservolumen unterhalb der Kote Normalhöhennull in Milliarden m^3 aufgetragen. Auf der rechten Ordinatenachse (orange) sind die auf Pegel Bake A normierten M_2 -Amplituden des Pegels St. Pauli dargestellt. Beide Zeitreihen sind über die Gewässerkundlichen Jahre 2000 bis 2016 aufgetragen. **Rechts:** Pearson-Korrelationstest zwischen den normierten M_2 -Amplituden und dem Gewässerörpervolumen mit Korrelationswert R, p-Wert p und dem Bestimmtheitsmaß R^2 67
- Abbildung 43: **Links:** Auf der linken Ordinatenachse (blau) sind die Wasservolumen unterhalb der Kote Normalhöhennull in Milliarden m^3 aufgetragen. Auf der rechten Ordinatenachse (orange) sind die auf Pegel Bake A normierten Tidehübe des Pegels St. Pauli dargestellt. Beide Zeitreihen sind über die Gewässerkundlichen Jahre 2000 bis 2016 aufgetragen. **Rechts:** Pearson-Korrelationstest zwischen den normierten Tidehübe und dem Wasservolumen mit Korrelationswert R, p-Wert p und dem Bestimmtheitsmaß R^2 67
- Abbildung 44: Exemplarische Darstellung der Lage der Längsprofile in der Fahrrinne. Quelle: HPA 69

- Abbildung 45: Für den Untersuchungszeitraum repräsentative Darstellung der Verteilung der Standardabweichung der Geländehöhen vom gleitenden Mittel der Geländehöhe, gemittelt über 125 m (Jahr 2019). Quelle: HPA 70
- Abbildung 46: **Links:** auf der linken Ordinatenachse in blau aufgetragen sind die jährliche berechnete faktorisierten Sohlrauheitsindikatoren. Auf der rechten Ordinatenachse in orange aufgetragen sind die auf Pegel Brunsbüttel normierten M_2 -Amplituden des Pegels St. Pauli. **Rechts:** Pearson-Korrelationstest zwischen der normierten M_2 -Amplitude und dem Sohlrauheitsindikator mit Korrelationswert R , p -Wert p und dem Bestimmtheitsmaß R^2 71
- Abbildung 47: **Links:** auf der linken Ordinatenachse in blau aufgetragen sind die um ihren linearen Trend bereinigten jährlich berechneten faktorisierten Sohlrauheitsindikatoren. Auf der rechten Ordinatenachse in orange aufgetragen sind die trendbereinigten, auf Pegel Brunsbüttel normierten M_2 -Amplituden des Pegels St. Pauli. **Rechts:** Pearson-Korrelationstest zwischen den trendbereinigten normierten M_2 -Amplituden und den trendbereinigten Sohlrauheitsindikatoren mit Korrelationswert R , p -Wert p und dem Bestimmtheitsmaß R^2 71
- Abbildung 48: **Links:** auf der linken Ordinatenachse in blau aufgetragen sind die um ihren linearen Trend bereinigten jährlichen berechneten faktorisierten Sohlrauheitsindikatoren. Auf der rechten Ordinatenachse in orange aufgetragen sind die trendbereinigten, auf Pegel Brunsbüttel normierten Tidehübe des Pegels St. Pauli. **Rechts:** Pearson-Korrelationstest zwischen den trendbereinigten normierten Tidehüben und den trendbereinigten Sohlrauheitsindikatoren mit Korrelationswert R , p -Wert p und dem Bestimmtheitsmaß R^2 72
- Abbildung 49: **Links:** auf der linken Ordinatenachse in blau aufgetragen sind die jährlichen berechneten faktorisierten Sohlrauheitsindikatoren. Auf der rechten Ordinatenachse in orange aufgetragen sind die auf Pegel Brunsbüttel normierten M_4 -Amplituden des Pegels St. Pauli. **Rechts:** Pearson-Korrelationstest zwischen den normierten M_4 -Amplituden und dem Sohlrauheitsindikator mit Korrelationswert R , p -Wert p und dem Bestimmtheitsmaß R^2 72
- Abbildung 50: **Links:** auf der linken Ordinatenachse in blau aufgetragen sind die um ihren linearen Trend bereinigten jährlichen berechneten faktorisierten Sohlrauheitsindikatoren. Auf der rechten Ordinatenachse in orange aufgetragen sind die trendbereinigten, auf Pegel Brunsbüttel normierten M_4 -Amplituden des Pegels St. Pauli. **Rechts:** Pearson-Korrelationstest zwischen den trendbereinigten normierten M_2 -Amplituden und Sohlrauheitsindikatoren mit Korrelationswert R , p -Wert p und dem Bestimmtheitsmaß R^2 73
- Abbildung 51: Amplifizierungsmaße für ganztägige und halbtägige Partialtiden zwischen dem Pegel Helgoland in der Deutschen Bucht und dem Pegel Harburg am Teilreflektor in der Süderelbe, an dem die maximalen Tidehübe gemessen werden. Zusätzlich sind die Eigenfrequenzen des Elbästuars dargestellt, die über eine Drei-Parameter-Lorentz-Kurvenanpassung (f_{rL}) und nach (Backhaus 2015) (f_{rB}) berechnet wurden. Quelle: Hein et al. (2021) 76
- Abbildung 52: Amplifizierungsmaße zwischen dem Pegel Helgoland in der Deutschen Bucht und dem Pegel Harburg am Teilreflektor im Hamburger Hafen für achteiltägige Partialtiden. f_{theo} entspricht der ungeraden Harmonischen der berechneten Eigenfrequenz von 1,5615 cpd. (f_{rL}) ist die resultierende Resonanzfrequenz der Drei-

Parameter-Lorentz-Kurvenanpassung über die Amplifizierungswerte der Achteltägigen Partialtiden. Quelle: Hein et al. (2021).....	77
Abbildung 53: Mittels Lorentz-Kurvenanpassung ermittelte Eigenfrequenzen des Elbeästuars ermittelt über 1616-Tage-Intervalle mit 3 Monate Versatz vom 01.01.2000 bis zum 31.10.2021. In blau dargestellt, die gegen Ausreißer robuste Theil-Sen Linie zur Ermittlung des linearen Trends. In der Funktion ist x in Tagen seit dem 01.01.2000 angegeben.....	79
Abbildung 54: Schwingungsknotenposition der M_2 und des Tidehubs entlang der Elbkilometrierung der gewässerkundlichen Jahre 2000 bis 2021.....	80
Abbildung 55: Vereinfachte Darstellung der Reflexion und Transmission einer Tidewelle an einer abrupten bathymetrischen Änderung. In (a) sind die einlaufenden, reflektierten und transmittierten Wellen an einem Teilreflektor, in (b) die Wasserspiegelauslenkungen, in (c) die Strömungsgeschwindigkeiten an drei verschiedenen Orten stromabwärts der abrupten bathymetrischen Änderung (Bereich A) und einem Ort stromaufwärts der abrupten bathymetrischen Änderung (Bereich B) dargestellt. In (d) ist die Amplitude des Gesamtsignals (teilweise stehende Welle) dargestellt.	83
Abbildung 56: Schematische Darstellung der Auswirkung einer Vertiefung der Sohle auf die Länge der Wellen im Bereich A (Längsschnitt a), Erhöhung des reflektierten und des transmittierten Signals gegenüber dem Ausgangszustand (Abschnitt b) und c)), Verschiebung des Schwingungsknotens im Längsschnitt d) und lokale Reduzierung und Erhöhung der Amplitude des Gesamtsignals.....	85
Abbildung 57: Darstellung der Ergebnisse aus der Reflexionsanalyse mit einer Pegelmethode eines synthetischen Signals der Wellenlänge 300 km.	87
Abbildung 58: Längsschnitt und Draufsicht auf eine abrupte bathymetrische Änderung. Die Wellenhöhen H_i , H_r und H_t weisen jeweils auf die Wellenhöhen der einlaufenden, reflektierten und transmittierten Wellen hin. Die roten Pfeile deuten die Fortschrittsrichtung der Wellen an. (Sohrt et al. 2021).....	89
Abbildung 59: Visualisierung des Reflexionskoeffizienten an abrupten bathymetrischen Änderungen für verschiedene Tiefenverhältnisse bei konstanter Breite oberstrom und unterstrom der bathymetrischen Änderung. Die grau hinterlegte Fläche zeigt eine Reflexion mit einem Phasensprung von 180° an. (Sohrt et al. 2021)	91
Abbildung 60: Visualisierung des Transmissionskoeffizienten an abrupten bathymetrischen Änderungen für verschiedene Tiefenverhältnisse bei konstanter Breite oberstrom und unterstrom der bathymetrischen Änderung. (Sohrt et al. 2021)	91
Abbildung 61: Längsschnitt und Draufsicht auf eine allmähliche bathymetrische Änderung. Die Wellenhöhen H_1 und H_2 weisen jeweils auf die Wellenhöhen der Wellen an den Punkten 1 und 2 hin. Die roten Pfeile deuten die Fortschrittsrichtung der Wellen an.	92
Abbildung 62: Schematische Darstellung der Wellenkomponenten bei zwei Teil- und einem Totalreflektor. a) Längsschnitt, b) Draufsicht, c) Ort-Zeit-Ebene.	95
Abbildung 63: Fall 1 zur Validierung des analytischen Modells – Die Wassertiefe h_3 ist ab 800 km auf 0 m gesetzt. Es stellt sich dadurch bei 800 km eine Totalreflexion ein. 97	

Abbildung 64: Fall 2 zur Validierung des analytischen Modells – Einsteuerung einer Dissipation.	98
Abbildung 65: Fall 3 zur Validierung des analytischen Modells – Überprüfung der Querschnittskonvergenz ($h_{2,1} = 10\text{ m} \rightarrow h_{2,2} = 5\text{ m}$).....	99
Abbildung 66: Fall 4 zur Validierung des analytischen Modells – Resonanzfall ($x_2 = L/4$).	99
Abbildung 67: Ergebnis aus dem analytischen Modell – Variation des Abstandes zwischen dem Teilreflektor ($C_r = 20\%$) und einem Totalreflektor ohne Dissipation. Links: zeitliche Darstellung der überlagerten einlaufenden und mehrfach reflektierten Anteile, rechts: Variation der maximalen Amplitude.....	100
Abbildung 68: Kalibrierungsergebnis des analytischen Modells an die Messwerte in der Elbe.....	101
Abbildung 69: Lokale und zeitliche Darstellung der Simulationsergebnisse des hydrodynamischen numerischen Modells (HN) einschließlich aller Harmonischer: (a) Strömungsgeschwindigkeiten in x-Richtung; (b) Netzgeometrie mit der abrupten bathymetrischen Änderung bei etwa $x = 1100\text{ km}$; (c) Auslenkung der freien Oberfläche bei den Simulationszeitschritten $t = 44.700\text{ s}$ und 150.000 s ; und (d) zeitliche Darstellung der simulierten Wasserstandshöhen an verschiedenen Stellen, wobei der grüne und gelbe Hintergrund die einlaufenden bzw. reflektierten Wellen bei $x = 700\text{ km}$ (rote Linie) anzeigt; die gestrichelte blaue Linie zeigt die einlaufende Welle und die gestrichelte blaue Linie die reflektierte Welle bei $x = 1000\text{ km}$	106
Abbildung 70: Verhältnis der Reflexionskoeffizienten aus den Simulationsergebnissen und dem Reflexionskoeffizienten aus dem analytischen Ansatz gegen die Wellenlängen-Sohlsprunglängen-Verhältnisse für verschiedene Wassertiefenkombinationen. ...	108
Abbildung 71: Darstellung der HN Modellergebnisse einer Querschnittsausweitung – Welle läuft von Oberstrom gegen den Sohlsprung. Oben: Örtliche Darstellung des einlaufenden Signals ein einem Zeitschritt. Unten: Örtliche Darstellung des transmittierten und reflektierten Signals infolge einer Reflexion an einer Querschnittsaufweitung.....	110
Abbildung 72: Darstellung der HN Simulationsdaten bei einer 10 km langen Insel als Hindernis. Oben: zeitliche Darstellung der Simulationsergebnisse (grün hinterlegt: einlaufendes Signal, gelb hinterlegt: reflektiertes Signal), unten: Prinzipskizze des Versuchsaufbaus.	111
Abbildung 73: Darstellung der HN Simulationsdaten bei einer 500 km langen Insel als Hindernis. Oben: zeitliche Darstellung der Simulationsergebnisse (grün hinterlegt: einlaufendes Signal, gelb hinterlegt: an Querschnittseinengung reflektiertes und transmittiertes Signal, blau hinterlegt: an Querschnittsaufweitung reflektiertes sowie mehrfach reflektiertes und transmittiertes Signal), unten: Darstellung der Stromlinien und Umströmung der Insel in dem HN Modell.	112
Abbildung 74: Ergebnisse aus der HN Reflexionsuntersuchung des Hafenmodells. Obere Reihe: unterschiedlicher Modell-Detaillierungsgrad mit konstanter Tiefe (blau) oder variabler Tiefe (farbig); Mittlere Darstellung: Zeitliche Darstellung der Simulationsergebnisse in 700 km Entfernung von der unteren Randbedingung. Das grau hinterlegte Signal ist das einlaufende Signal. Das verkleinerte Diagramm stellt das HN Simulationsergebnis für das vereinfachte Hafenmodell mit konstanter	

Wassertiefe (schwarz) gegen ein aus zwei harmonischen Signalen (grün/blau gestrichelt) überlagertes Gesamtsignal (rot) dar. Die Wellen (1 und 2) entstehen bei der Reflexion an der Querschnittsaufweitung (1) und der Querschnittseinengung (2).
 114

Abbildung 75: Visualisierung der Ergebnisse der harmonischen Analyse der Simulationsdaten entlang des Längsschnittes eines HN Modells mit einer bathymetrischen Änderung (bei $x \approx 10.100$ km) und konstante Modellbreiten: (a) die harmonischen Analyseergebnisse der Simulationsdaten von $x = 9000$ km bis 10.600 km für die Komponenten M_2 und M_4 ; (b) die harmonischen Analyseergebnisse der Simulationsdaten an der unteren Randbedingung $x = 0$ km und (c) die harmonischen Analyseergebnisse der Simulationsdaten an dem Teilreflektor $x \approx 10.100$ km. 116

Abbildung 76: Visualisierung der Ergebnisse der harmonischen Analyse der Simulationsdaten entlang des Längsschnittes eines HN Modells mit einer bathymetrischen Änderung (bei $x \approx 10.100$ km), konstante Modellbreiten und einem Totalreflektor ($x = 10.138$ km): (a) die harmonischen Analyseergebnisse der Simulationsdaten von $x = 9000$ km bis 10.138 km für die Komponenten M_2 und M_4 ; (b) die harmonischen Analyseergebnisse der Simulationsdaten von $x = 10.000$ km bis 10.138 km mit zusätzlicher Darstellung der Komponenten M_6 und M_8 117

Abbildung 77: Visualisierung der Ergebnisse der harmonischen Analyse der Simulationsdaten entlang des Längsschnittes eines HN Modells mit einer bathymetrischen Änderung (bei $x \approx 10.100$ km), konstante Modellbreiten und einem Totalreflektor in einer Viertel Wellenlänge Entfernung von dem Teilreflektor. 119

Abbildung 78: Visualisierung der Ergebnisse der harmonischen Analyse (M_2, M_4, M_6, M_8) der Simulationsdaten aus dem Modell mit Reibungseinfluss entlang des Längsschnittes von $x = 10.000$ km bis 10.139 km aus einem HN Modell mit einer bathymetrischen Änderung (bei $x \approx 10.100$ km), konstanten Modellbreiten und einem Totalreflektor ($x = 10.138$ km)..... 120

Abbildung 79: Verhältnis der Reflexionskoeffizienten aus den Simulationsergebnissen und dem Reflexionskoeffizienten aus dem analytischen Ansatz gegen die Wellenlängen-Sohl sprunglängen-Verhältnisse für verschiedene Wellenperioden. 121

Abbildung 80: Darstellung der Simulationsergebnisse mit dem HN Prinzipmodell ohne (links) und mit (rechts) Oberwasserzufluss sowie ohne (links) und mit (rechts) Bodenreibung. Obere Reihe: Wasserstände, untere Reihe: Strömungsgeschwindigkeiten..... 124

Abbildung 81: Darstellung der Dissipation der Tidewelle (M_2) für eine Variation der Amplitude der Welle. 125

Abbildung 82: Darstellung der Dissipation der Tidewelle (M_2) für eine Variation der Wassertiefe. 126

Abbildung 83: Darstellung der Dissipation der Tidewelle (M_2) für eine Variation des Reibungskoeffizienten. 127

Abbildung 84: Darstellung der Dissipation der Tidewelle (M_2) für eine Variation des Oberwasserzuflusses. 128

Abbildung 85: Darstellung der Dissipation der Tidewelle (M_2) für eine Kombination der Systemparameter. Durchgezogene Linie: HN Simulationsergebnisse, gestrichelte Linie: empirische Funktion zur Beschreibung der Dissipation.	129
Abbildung 86: Darstellung des Netzes des HN Elbe Modells sowie zweier Ausschnitte aus dem Modell. Hinterlegt ist das DGM-W von 2016 (Daten des Wasserstraßen- und Schifffahrtsverwaltung des Bundes, www.kuestendaten.de).....	130
Abbildung 87: Kalibrierungsergebnis des HN Elbe Modells anhand der Wasserstände für den Oktober 2006. a) Vergleich der Messung (schwarz) mit dem Modell (rot), b) Wasserstandsdiﬀerenz zwischen Messung und Simulation (positiv: Modelldaten sind größer als Messdaten), c) Zeitausschnitt vom 07.-09. Oktober 2006, d) Vergleich der Wasserstände zum gleichen Zeitpunkt, e) Vergleich der Tidehoch- und Tideniedrigwasser, f) Lage des Pegels, g) Detailansicht Lage des Pegels.	132
Abbildung 88: Validierungsergebnis des HN Elbe Modells anhand der Wasserstände für den Zeitraum März-April 2008. Vergleich der Messung (schwarz) mit dem Modell (rot)	133
Abbildung 89: Darstellung der Modellabweichungen von den Messdaten in dem Elbeästuar. Linke y-Achse (gestrichelt): Root Mean Square Error, rechte y-Achse (gepunktet): R^2	133
Abbildung 90: Darstellung der HN Simulationsergebnisse für die Untersuchung des Reflexionsverhaltens der Tidewelle im Elbeästuar.....	135
Abbildung 91: Darstellung der Synthesepotentiale zwischen den Teilprojekten (TP).	136
Abbildung 92: Syntheseergebnis – Vergleich der Amplitudenverhältnisse von St. Pauli (STP) gegen Cuxhaven (CUX) der M_2 -Partialtide aus den Mess- und Modelldaten.	137
Abbildung 93: Syntheseergebnis – Vergleich des Oberwassereinflusses in den Modell- und Messdaten.	138
Abbildung 94: Syntheseergebnis – Einfluss des Oberwasserzuflusses im analytischen Modell.	138
Abbildung 95: Darstellung der HN Simulationsergebnisse entlang des Längsschnittes des Elbeästuars bei einer Variation des Oberwasserzuflusses. Linke Achse (mit durchgezogenen Linien): Amplitude der M_2 -Partialtide in den Wasserspiegelauslenkungsdaten der HN Simulation. Rechte Achse (mit gestrichelten Linien): Mittlerer Wasserstand.	140
Abbildung 96: Syntheseergebnis – Einfluss des Tidemittelwasserstandes (T_{mw}) im analytischen Modell.....	141
Abbildung 97: Darstellung der HN Simulationsergebnisse entlang des Längsschnittes des Elbeästuars bei einer Variation des Tidemittelwasserstandes. Linke Achse (mit durchgezogenen Linien): Amplitude der M_2 -Partialtide in den Wasserspiegelauslenkungsdaten der HN Simulation. Rechte Achse (mit gestrichelten Linien): Mittlerer Wasserstand.	141
Abbildung 98: Syntheseergebnis – Auswirkung der Variation des Reibungskoeffizienten im analytischen Modell.....	143
Abbildung 99: Syntheseergebnis – Ermittlung der Resonanzfrequenz.....	144

Abbildung 100: Syntheseergebnis – Veränderung der effektiven Wassertiefe und
Oberwasserzufluss im analytischen Modell. 145

Abbildung 101: Syntheseergebnis – Partialtidengruppenspezifisches
Schwungsverhalten. 146

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Die fünf astronomischen Elemente und deren Zusammensetzung aus den fünf zugrundeliegenden Orbitalelementen.....	15
Tabelle 2: Zehn der größten Partialtiden im Elbeästuar und deren Zusammensetzung aus der Cartwright Nummer.....	15
Tabelle 3: M_2 - und S_2 -Amplituden sowie aus M_2 - und S_2 -Interferenz resultierender Spring- und Nipptidehub für die Pegel Helgoland (HEL), Bake A (BKA) und St. Pauli (STP) sowie die Amplifizierungsverhältnisse zwischen STP und den beiden anderen Pegeln. Quelle: Hein et al. (2021).....	50
Tabelle 4: Tidemittelwasserklassen mit jeweiligem mittlerem Tidemittelwasser (Tmw) bezogen auf Pegelnull, deren Abweichungen vom mittleren Tidemittelwasser (MTmw) des Gesamtuntersuchungszeitraumes und Anzahl der berücksichtigten Tiden.	52
Tabelle 5: Eingangswerte für das analytische Modell (Kalibrierung). Die Werte in den Klammern sind die oberstromigen Werte.....	102
Tabelle 6: Übersicht über die Modellparameter des HN Modells.	104
Tabelle 7: Vergleich der berechneten und simulierten Reflexionskoeffizienten für verschiedene Wassertiefen.	107
Tabelle 8: Vergleich der berechneten und simulierten Transmissionskoeffizienten für verschiedene Wassertiefen.	107
Tabelle 9: Vergleich der berechneten und simulierten Reflexionskoeffizienten für ein Tiefenverhältnis 17/6 und verschiedene Breitenverhältnisse.	109
Tabelle 10: Vergleich der berechneten und simulierten Transmissionskoeffizienten für ein Tiefenverhältnis 17/6 und verschiedene Breitenverhältnisse.	109
Tabelle 11: Überblick über die Gitterauflösung des HN Elbeästuar-Modells.	129
Tabelle 12: Überblick über die Reflexionsanalyseergebnisse aus dem HN Elbeästuarmodell.	135

Anhang

A.1 Mathematische Herleitung der nodalen Korrekturlemente

Eine mathematische Herleitung der nodalen Korrekturlemente ξ und ν , ν' , ν'' , R , R_a und Q nach Schureman (1958) folgt, in der ω die Obliquität der Ekliptik ($23,4392794^\circ$), i der Winkel zwischen der Ebene der Mondumlaufbahn und der Ekliptik ($5,15668983^\circ$), N das astronomische Element aus Formel (4.18), p das astronomische Element aus Formel (4.17) ist und die Zeit t in Jahrhunderten seit J2000.0 angegeben wird:

$$G_1 = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{180} \cdot \omega - i\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{180} \cdot \omega + i\right)} \quad (\text{A.1})$$

$$G_2 = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{180} \cdot \omega - i\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{180} \cdot \omega + i\right)} \quad (\text{A.2})$$

$$C_{i\omega} = \cos\left(\frac{\pi}{180} \cdot i\right) * \cos\left(\frac{\pi}{180} \cdot \omega\right) \quad (\text{A.3})$$

$$S_{i\omega} = \sin\left(\frac{\pi}{180} \cdot i\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{180} \cdot \omega\right) \quad (\text{A.4})$$

$$I_N(t) = \text{acos}(C_{i\omega} - S_{i\omega} * \cos(N(t))) \quad (\text{A.5})$$

$$\xi(t) = N(t) - \text{atan}\left(G_1 \cdot \tan\left(\frac{N(t)}{2}\right)\right) - \text{atan}\left(G_2 \cdot \tan\left(\frac{N(t)}{2}\right)\right) \quad (\text{A.6})$$

$$\nu(t) = 2 \cdot \text{atan}\left(G_1 \cdot \tan\left(\frac{N(t)}{2}\right)\right) - N(t) + \xi(t) \quad (\text{A.7})$$

$$\nu'(t) = \text{atan}\left(\frac{\sin(2 \cdot I_N) \cdot \sin(\nu(t))}{\sin(2 \cdot I_N(t)) \cdot \cos(\nu(t)) + 0,3347}\right) \quad (\text{A.8})$$

$$v''(t) = \operatorname{atan} \left(\frac{\sin(I_N(t))^2 \cdot \sin(2 \cdot v(t))}{\sin(I_N(t))^2 \cdot \cos(2 \cdot v(t)) + 0,0727} \right) \quad (\text{A.9})$$

$$\xi_2(t) = \xi(t) - \left\lfloor \frac{N(t)}{\frac{2}{\pi}} \right\rfloor \cdot 2\pi \quad (\text{A.10})$$

$$P(t) = p(t) - \xi_2(t) \quad (\text{A.11})$$

$$Q(t) = \operatorname{atan} (0,483 \cdot \tan (P(t))) \quad (\text{A.12})$$

$$R(t) = \operatorname{atan} \left(\frac{\sin(2 \cdot P(t))}{\left(\frac{\frac{1}{6}}{\tan \left(\frac{I_N(t)}{2} \right)^2} \right) - \cos(2 \cdot P)} \right) \quad (\text{A.13})$$

$$R_a(t) = \sqrt{1 - 12 \tan \left(\frac{I_N(t)}{2} \right)^2 \cdot \cos(2 \cdot P(t)) + 36 \cdot \tan \left(\frac{I_N(t)}{2} \right)^4} \quad (\text{A.14})$$

A.2 Sohlrauheitsindikator

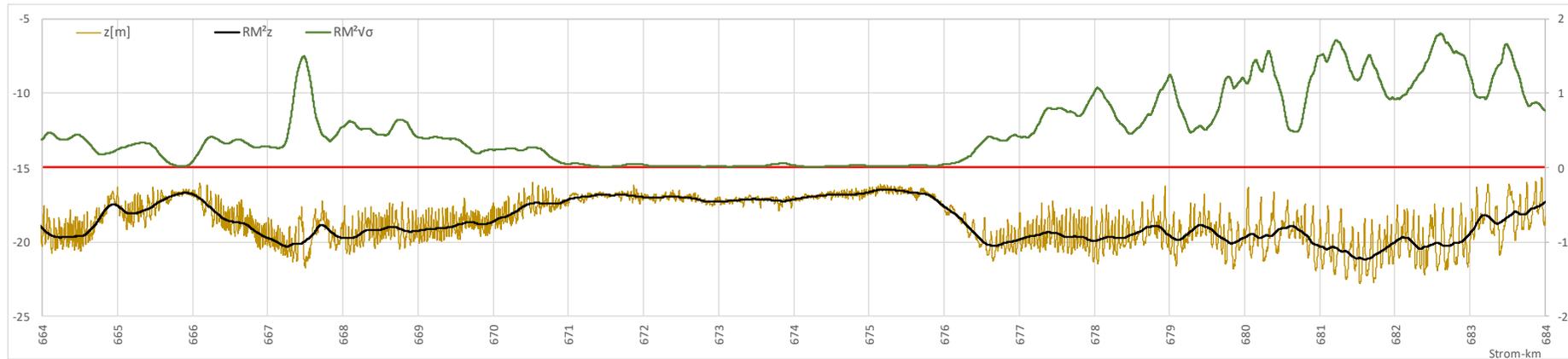


Abbildung A.2: Mittleres Längsprofil der Fahrinne (Abbildung 44, rote Linie), Jahr 2010. Dargestellt sind die Höhendaten (gelbe Kurve, linke Ordinatenachse), das gleitende Mittel der Geländehöhe, gemittelt über 125 m (schwarze Kurve, linke Ordinatenachse) und die Standardabweichung der Höhendaten vom gleitenden Mittel ($RM^2V\sigma$, grüne Kurve, rechte Ordinatenachse).

A.3 Gleichungssystem des analytischen Modells

Lfd. Nr.	Anteil	Amplitude ⁹ $a_i \cdot \dots$	Querschnittskonvergenz	Dämpfungsterm $\exp(\dots)$	Schwingungsterm ¹⁰ $\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \dots\right)$
1	i_1	1	$\frac{\sqrt[4]{h_{1,1}} \cdot \sqrt{b_{1,1}}}{\sqrt[4]{h_{1,x_{1,i}}} \cdot \sqrt{b_{1,x_{1,i}}}}$	$-\mu_1 \cdot x_{1,i}$	$k_{x_{1,i}} \cdot x_{1,i}$
2	$i_1 r_1$	$C_{r,1}$	$\frac{\sqrt[4]{h_{1,1}} \cdot \sqrt{b_{1,1}}}{\sqrt[4]{h_{1,x_{1,r}}} \cdot \sqrt{b_{1,x_{1,r}}}}$	$-\mu_1 \cdot x_1 - \mu_1 \cdot x_{1,r}$	$k_{x_1} \cdot x_1 + k_{x_{1,r}} \cdot x_{1,r}$
3	$i_1 t_2$	$C_{t,1}$	$\frac{\sqrt[4]{h_{1,1}} \cdot \sqrt{b_{1,1}}}{\sqrt[4]{h_{1,2}} \cdot \sqrt{b_{1,2}}} \cdot \frac{\sqrt[4]{h_{2,1}} \cdot \sqrt{b_{2,1}}}{\sqrt[4]{h_{2,x_{2,i}}} \cdot \sqrt{b_{2,x_{2,i}}}}$	$-\mu_1 \cdot x_1 - \mu_2 \cdot x_{2,i}$	$k_{x_1} \cdot x_1 + k_{x_{2,i}} \cdot x_{2,i}$
4	$i_1 t_2 r_2$	$C_{t,1} \cdot C_{r,2}$	$\frac{\sqrt[4]{h_{1,1}} \cdot \sqrt{b_{1,1}}}{\sqrt[4]{h_{1,2}} \cdot \sqrt{b_{1,2}}} \cdot \frac{\sqrt[4]{h_{2,1}} \cdot \sqrt{b_{2,1}}}{\sqrt[4]{h_{2,x_{2,r}}} \cdot \sqrt{b_{2,x_{2,r}}}}$	$-\mu_1 \cdot x_1 - \mu_2 \cdot x_2 - \mu_2 \cdot x_{2,r}$	$k_{x_1} \cdot x_1 + k_{x_2} \cdot x_2 + k_{x_{2,r}} \cdot x_{2,r}$
5	$i_1 t_2 r_2 t_1$	$C_{t,1} \cdot C_{r,2} \cdot C_{t,1}$	$\frac{\sqrt[4]{h_{1,1}} \cdot \sqrt{b_{1,1}}}{\sqrt[4]{h_{1,x_{1,r}}} \cdot \sqrt{b_{1,x_{1,r}}}}$	$-\mu_1 \cdot x_1 - 2 \cdot (\mu_2 \cdot x_2) - \mu_1 \cdot x_{1,r}$	$k_{x_1} \cdot x_1 + 2 \cdot (k_{x_2} \cdot x_2) + k_{x_{1,r}} \cdot x_{1,r}$
...

⁹ Erläuterung Index: Der erste Buchstabe deutet auf den Reflexions- (C_r) oder Transmissionskoeffizienten (C_t) hin. Die zweite Zahl deutet auf den Reflektor (1: linker Teilreflektor, 2: rechter Teilreflektor, 3: Totalreflektor) hin, wobei $C_{r,3} = 1$ ist.

¹⁰ Da die Wellenzahl abhängig von der Tiefe an der entsprechenden Position ist, wird in dem Index auf die in dem Bereich geltende x-Achse hingewiesen.

6	$i_1 t_2 t_3$	$C_{t,1} \cdot C_{t,2}$	$\frac{\sqrt[4]{h_{1,1}} \cdot \sqrt{b_{1,1}}}{\sqrt[4]{h_{1,2}} \cdot \sqrt{b_{1,2}}} \cdot \frac{\sqrt[4]{h_{2,1}} \cdot \sqrt{b_{2,1}}}{\sqrt[4]{h_{2,2}} \cdot \sqrt{b_{2,2}}}$ $\cdot \frac{\sqrt[4]{h_{3,1}} \cdot \sqrt{b_{3,1}}}{\sqrt[4]{h_{3,x_{3,i}}} \cdot \sqrt{b_{3,x_{3,i}}}}$	$-\mu_1 \cdot x_1 - \mu_2 \cdot x_2 - \mu_3 \cdot x_{3,i}$	$k_{x_1} \cdot x_1 + k_{x_2} \cdot x_2 + k_{x_{3,i}} \cdot x_{3,i}$
7	$i_1 t_2 t_3 r_3$	$C_{t,1} \cdot C_{t,2} \cdot C_{r,3}$	$\frac{\sqrt[4]{h_{1,1}} \cdot \sqrt{b_{1,1}}}{\sqrt[4]{h_{1,2}} \cdot \sqrt{b_{1,2}}} \cdot \frac{\sqrt[4]{h_{2,1}} \cdot \sqrt{b_{2,1}}}{\sqrt[4]{h_{2,2}} \cdot \sqrt{b_{2,2}}}$ $\cdot \frac{\sqrt[4]{h_{3,1}} \cdot \sqrt{b_{3,1}}}{\sqrt[4]{h_{3,x_{3,r}}} \cdot \sqrt{b_{3,x_{3,r}}}}$	$-\mu_1 \cdot x_1 - \mu_2 \cdot x_2 - \mu_3 \cdot x_3 - \mu_3 \cdot x_{3,r}$	$k_{x_1} \cdot x_1 + k_{x_2} \cdot x_2 + k_{x_3} \cdot x_3 + k_{x_{3,r}} \cdot x_{3,r}$
8	$i_1 t_2 t_3 r_3 t_2$	$C_{t,1} \cdot C_{t,2} \cdot C_{r,3} \cdot C_{t,2}$	$\frac{\sqrt[4]{h_{1,1}} \cdot \sqrt{b_{1,1}}}{\sqrt[4]{h_{1,2}} \cdot \sqrt{b_{1,2}}} \cdot \frac{\sqrt[4]{h_{2,1}} \cdot \sqrt{b_{2,1}}}{\sqrt[4]{h_{2,x_{2,r}}} \cdot \sqrt{b_{2,x_{2,r}}}}$	$-\mu_1 \cdot x_1 - \mu_2 \cdot x_2 - 2 \cdot (\mu_3 \cdot x_3) - \mu_2 \cdot x_{2,r}$	$k_{x_1} \cdot x_1 + k_{x_2} \cdot x_2 + 2 \cdot (k_{x_3} \cdot x_3) + k_{x_{2,r}} \cdot x_{2,r}$
9	$i_1 t_2 t_3 r_3 t_2$	$C_{t,1} \cdot C_{t,2} \cdot C_{r,3} \cdot C_{t,2} \cdot C_{t,1}$	$\frac{\sqrt[4]{h_{1,1}} \cdot \sqrt{b_{1,1}}}{\sqrt[4]{h_{1,x_{1,r}}} \cdot \sqrt{b_{1,x_{1,r}}}}$	$-\mu_1 \cdot x_1 - \mu_2 \cdot x_2 - 2 \cdot (\mu_3 \cdot x_3) - \mu_2 \cdot x_2 - \mu_1 \cdot x_{1,r}$	$k_{x_1} \cdot x_1 + k_{x_2} \cdot x_2 + 2 \cdot (k_{x_3} \cdot x_3) + k_{x_2} \cdot x_2 + k_{x_{1,r}} \cdot x_{1,r}$
...