Mathematische Modellierung von Wellenauf- und -überlauf

Markus Witting
Ralf Kaiser
Hanz D. Niemeyer

Gliederung

- Problemstellung Wellenauf- und -überlauf
  - bisherige Berechnungsmethoden
  - Anwendung von mathematischen Modellen
- Mathematische Modelle
  - Grundlagen
  - Arbeitsweise
- Validierung der Modelle
  - Ziele der Untersuchungen
  - 1-dimensionale Untersuchungen
  - 2-dimensionale Untersuchungen
- Zusammenfassung & Ausblick

Wellenüberlauf an einem Deich

Problemstellung Wellenauf- und -überlauf

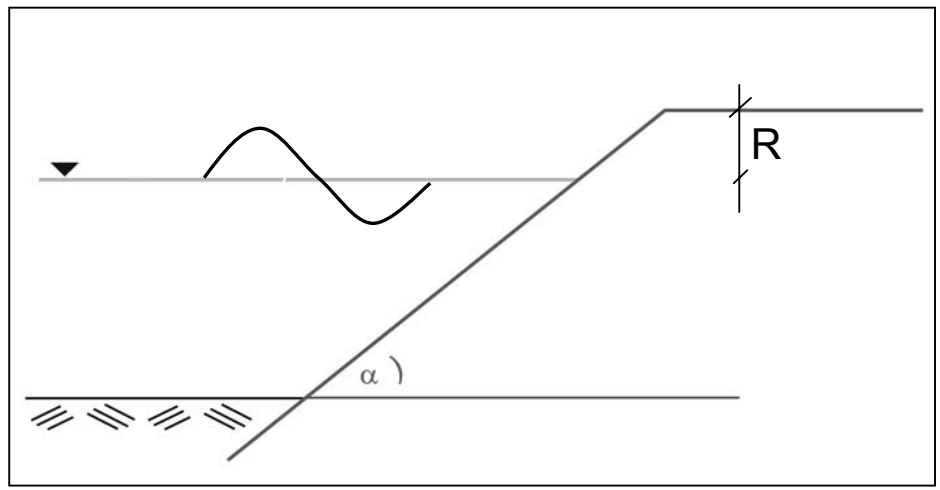
- Die Summe aus Wellenauflaufhöhe und Bemessungswasserstand ergibt die **Bestickhöhe** von See- und Ästuardeichen.

- Der **Bruch eines Deiches** durch Versagen der Binnenböschung wird von der Überlaufmenge bestimmt.

Bisherige Berechnungsmethoden

Es gibt einige **empirische Formeln** zur Berechnung der

- Wellenauflaufhöhe A_{97},
- mittleren Überlaufrate Q.



$$A_{97} = 1{,}62 \cdot \left(\sqrt{\frac{g \cdot H_{m0}}{2\pi}} \right) \cdot T_{m,-1,0} \cdot \tan\alpha$$

van Gent (1999)

$$\frac{Q}{\sqrt{g \cdot H_{m0}^3}} \sqrt{\frac{H_{m0} L_0}{\tan\alpha}} = 0{,}06 \cdot \exp\left(-5{,}2 \cdot \frac{R}{H_{m0}} \frac{\sqrt{H_{m0} / L_0}}{\tan\alpha} \right)$$

van der Meer & Janssen (1995)

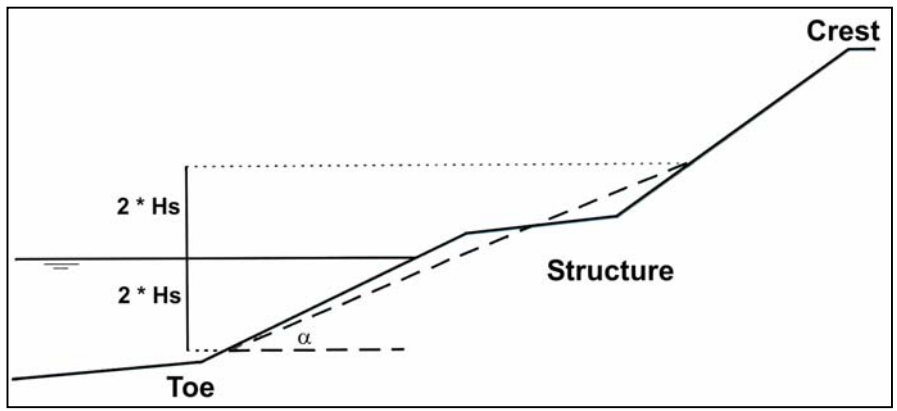
Anwendung der empirischen Formeln

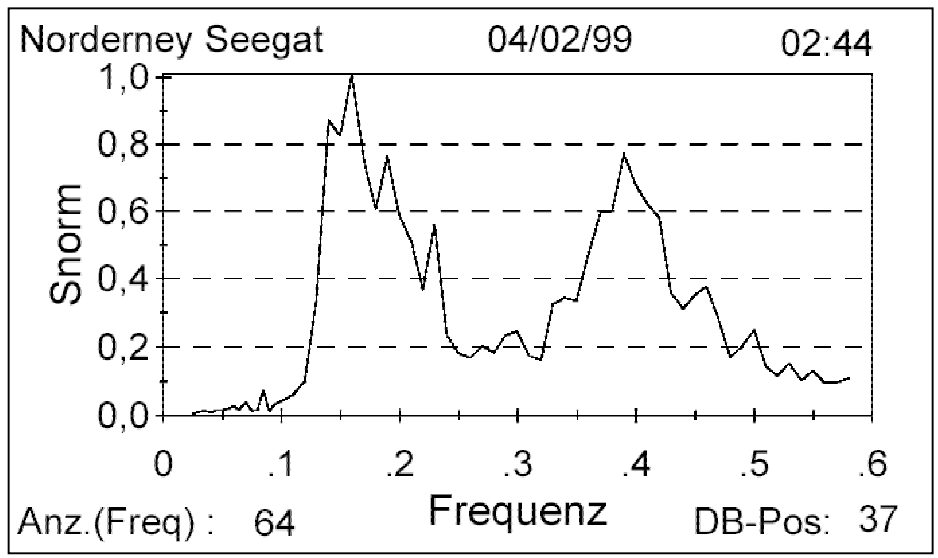
Unsicherheiten bei der Berechnung von:

• Gegliederten Geometrien (z.B. Deich mit Berme),

• schrägem Wellenauflauf,

• beliebigen Seegangszuständen (Spektren).





Vorteile von mathematischen Modellen

- Untersuchung von beliebige Deichgeometrien, bis hin zu fast senkrechten Konstruktionen (Richardson, 2001)
- Einspeisung beliebiger natürlicher Seegangszustände (z.B. Doppelspitzenspektrum)
- Ermittlung weiterer Parameter z.B. der mittleren Schichtdicke auf der Deichkrone
- Exakter !? (Q.e.d.)

2.) Mathematische Modelle

Grundlagen der verwendeten phasenauflösenden Modelle

Flachwassergleichungen:

$$\frac{\partial(uh)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(u^2h+\frac{gh^2}{2}\right)=gh\frac{\partial H}{\partial x}-\frac{f_w}{2}u|u| \qquad \text{Impulserhaltung}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(uh)=0 \qquad \text{Massenerhaltung}$$

Vorteile:
+ Numerisch effizient und stabil
+ Wellenbrechen wird implizit als Bore dargestellt
+ wenige Modelleinstellungen nötig

Andere Modellgattungen:
- Volume of Fluid (VOF)-Modelle
- Boussinesq-Modelle

Arbeitsweise der Modelle
- Eingaben -

- Geometrie (Vorland, Bauwerk)
- Randbedingung (Seegang in Form von Auslenkungen der Wasseroberfläche)
- Modellparameter
  - physikalisch: z.B. Sohlrauheit f_w
  - numerisch: z.B. Rechenzeitschritt Δt

➡ Berechnung des lokalen Wasserstands h und der horizontalen Geschwindigkeit u durch ein räumlich und zeitlich diskretes numerisches Verfahren (Δx, Δt).

3.) Kalibrierung und Validierung der Modelle

Ziele der Untersuchungen

- Sensitivitätanalyse gegenüber physikalischen & numerischen Parametereinstellungen (Modellkalibrierung)
- Ergebnisqualität bezüglich der mittleren Überlaufraten, der einzelnen Auflaufereignisse (Modellvalidierung)
- Praxis des Modellbetriebs (Art- und Lage der offenen Randbedingung)
- Empfehlung zur Wahl eines Modells

Dazu wurden Messungen aus dem

- Wellenkanal des Leichtweiß-Institutes,
- Großen Wellenkanal / Hannover (GWK),
- Wellenbecken des Franzius-Instituts, Uni-Hannover

verwendet.

Verwendete Modelle auf Basis der Flachwassergleichungen

- OTT-1D
- OTT-2D

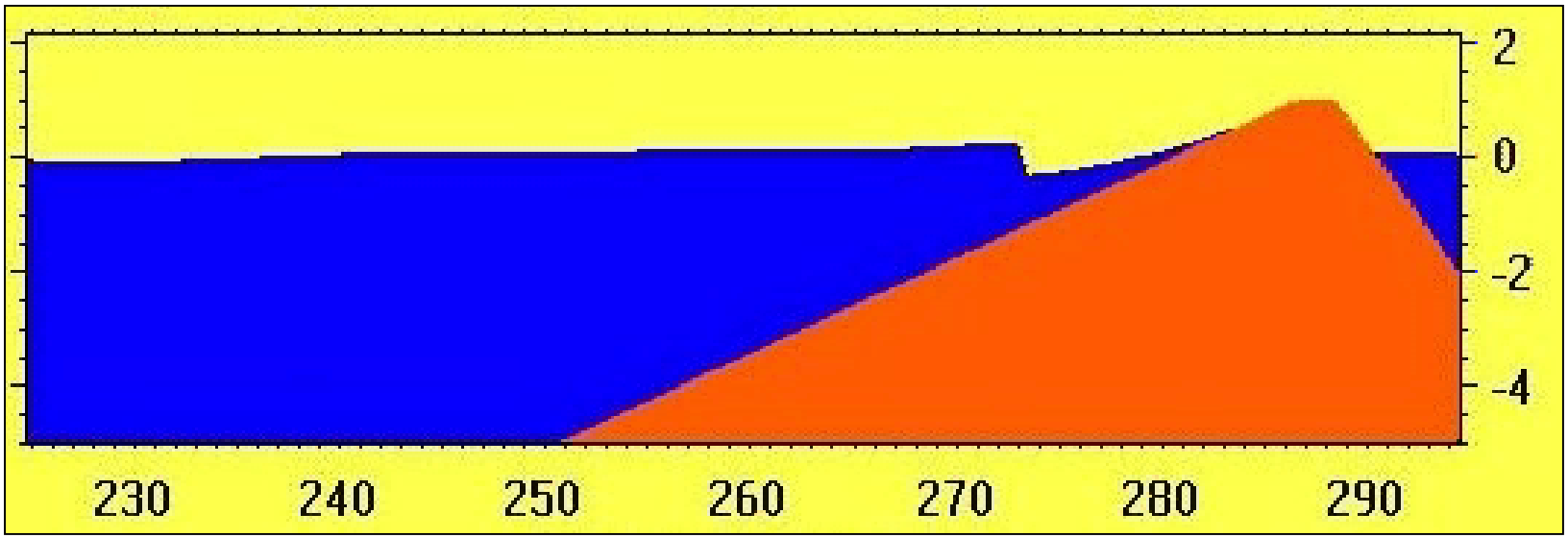
HR Wallingford
Working with water

- ODIFLOCS

TU Delft
Technische Universiteit Delft

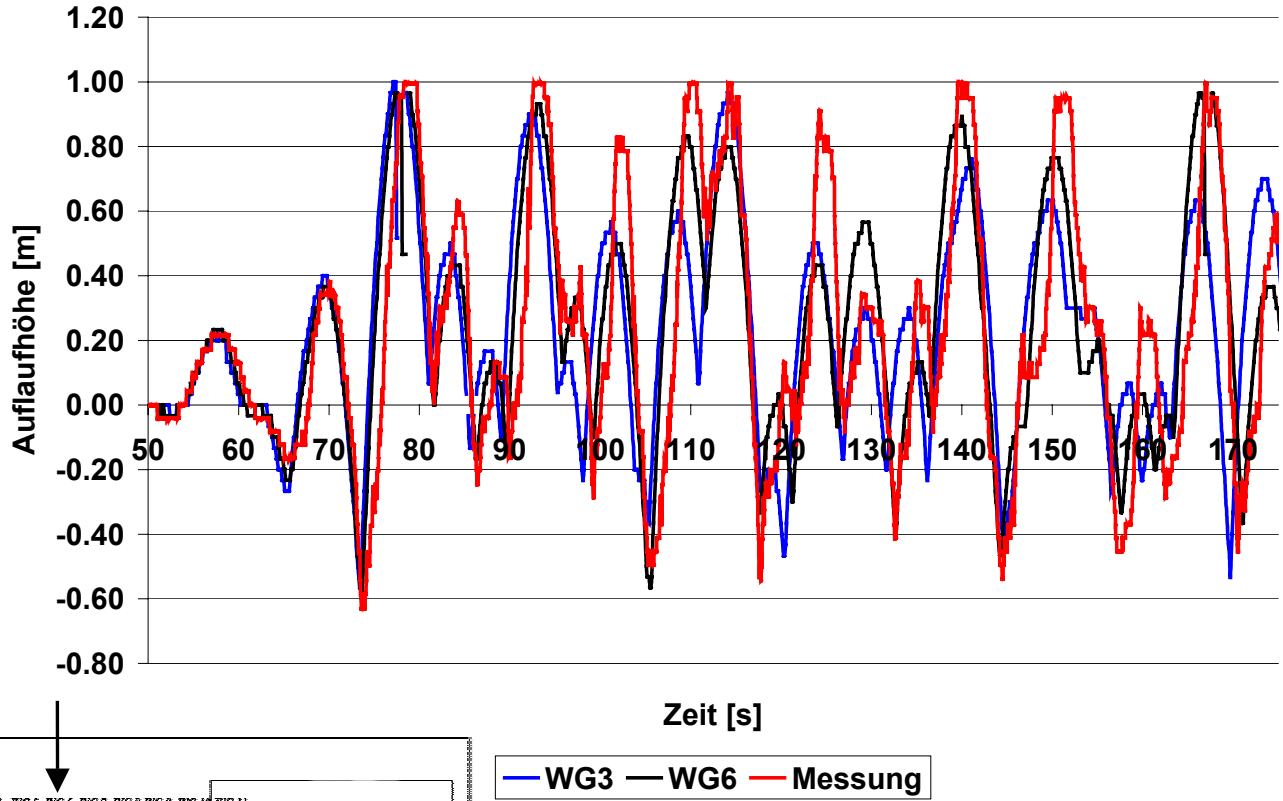
Animation eine Simulation mit dem Modell OTT-1D

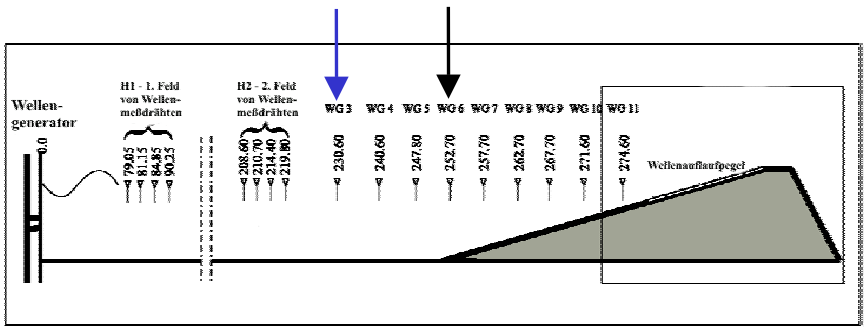
- Untersuchung im GWK/Hannover -



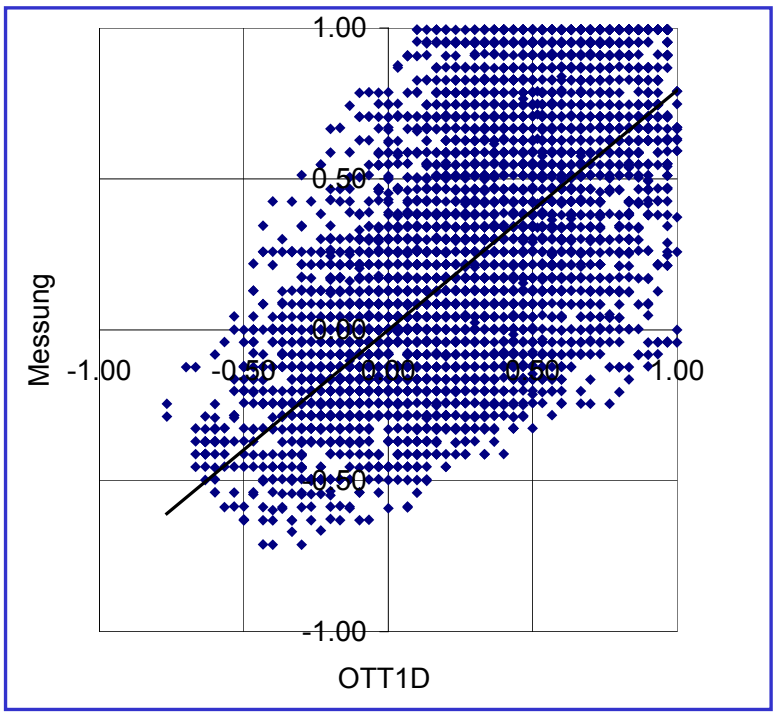
Böschungsneigung: 1:6
Wassertiefe: 5 m
Natürliches Spektrum mit H_{m0}=0,60 m, T_p=5,17 s

Einfluß der Lage der Randbedingung auf individuelle Auflaufereignisse



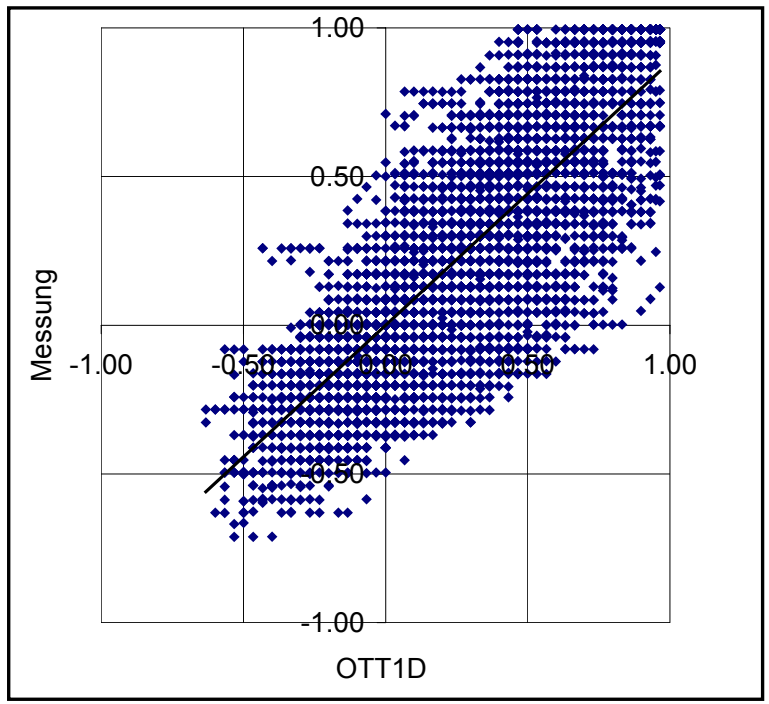


Korrelation der Auflaufhöhen bei versch. Lagen des Einstromrandes



WG3: Randbedingung ca. 45 m vom Brechpunkt der Wellen

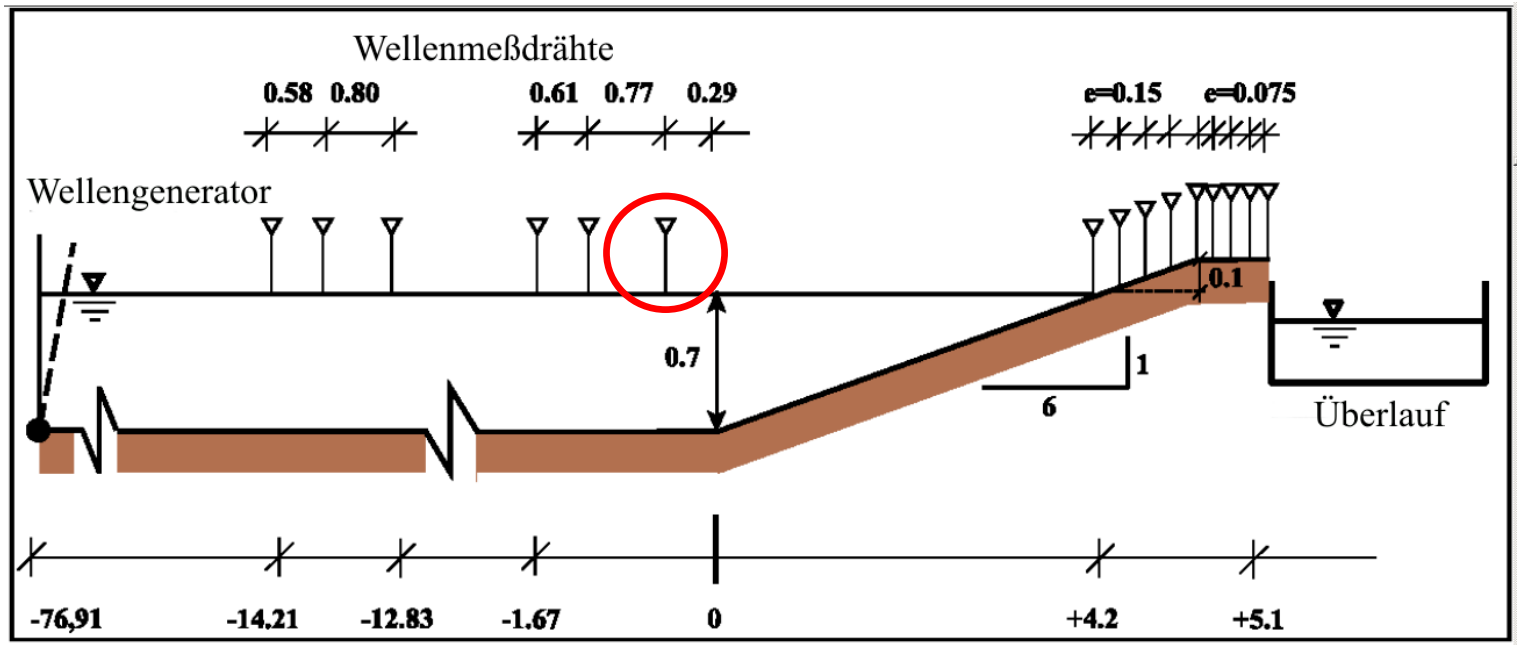
R= 0,65 F_{rms} = 0,11 m



WG6: Randbedingung ca. 20 m vom Brechpunkt der Wellen

R= 0,81 F_{rms} = 0,08 m

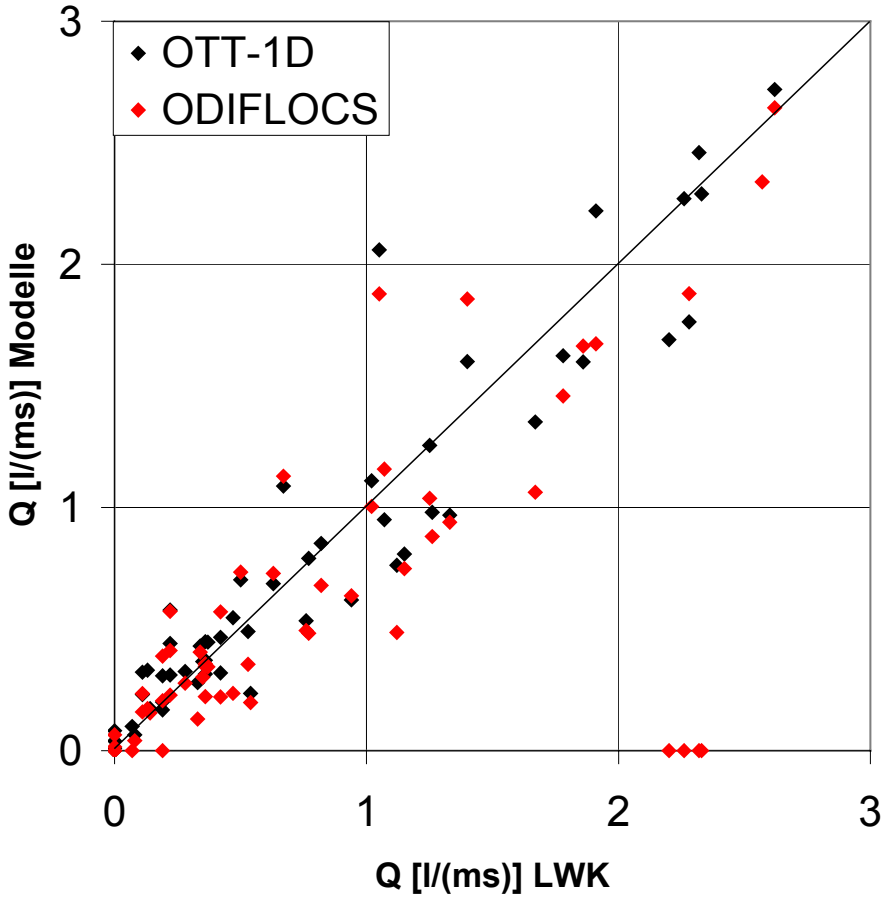
Wellenkanal des Leichtweiß-Institutes



Oumeraci et al., 2000

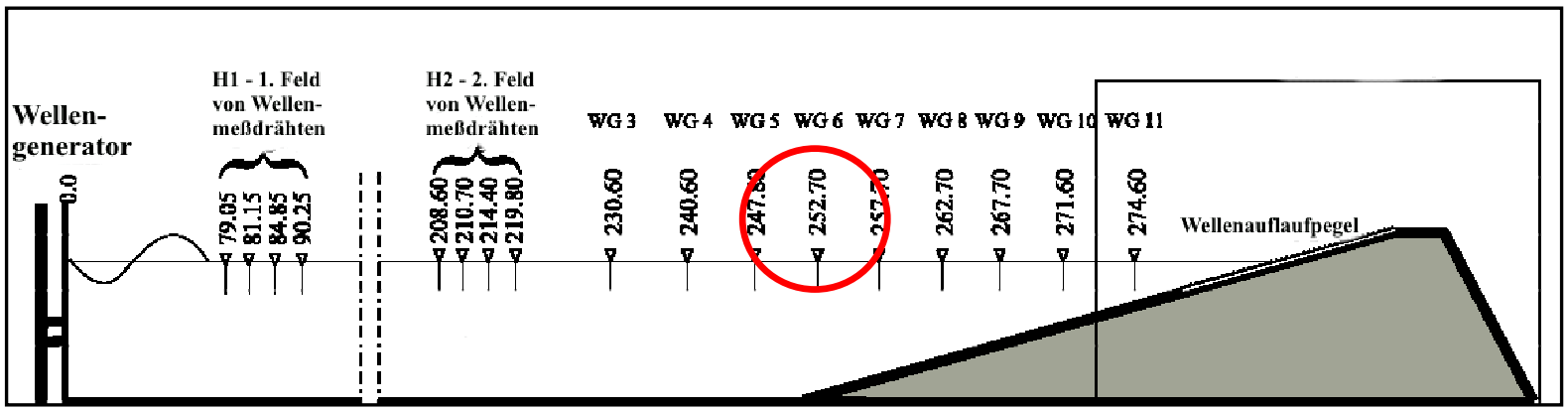
	OTT-1D	ODIFLOCS
Rauhigkeitsbeiwert f_w	0,01	0,07 – 0,21
Minimale Wassertiefe	~ 0,0002 m	0,0001 m
Diskretisierungsschritt Δx	0,05 m	0,03 m $\pm$ 0,01 m

Überlaufraten mit 56 natürliche Spektren
- Wellenkanal des Leichtweiß-Institutes -

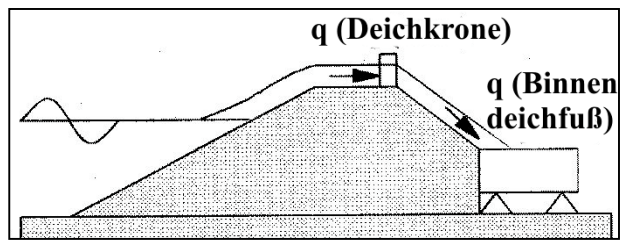


	mittlerer absoluter Fehler	mittlerer relativer Fehler
OTT-1D	0,17 l/(ms)	33 %
ODIFLOCS	0,20 l/(ms)	35 % (von 49 ausgewerteten Versuchen)

Versuchsanordnung im GWK/Hannover



Oumeraci et al., 2001

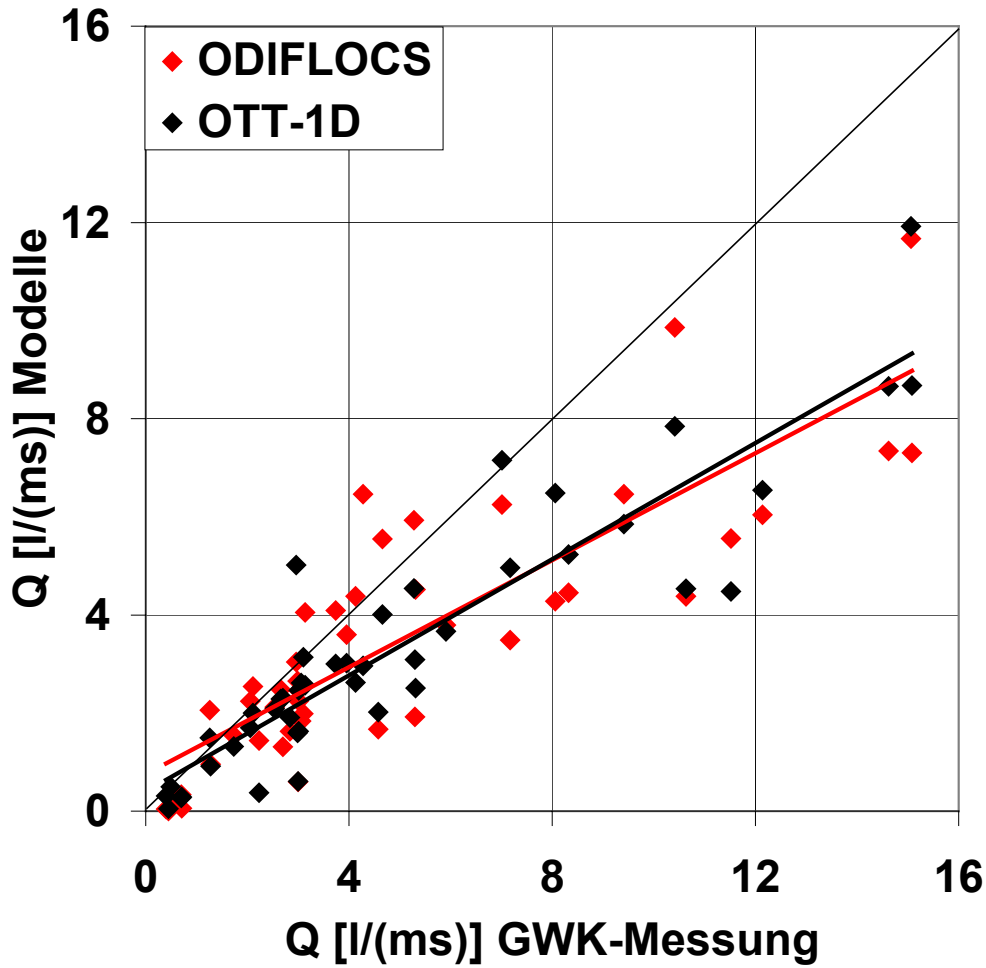


	OTT-1D	ODIFLOCS
Rauhigkeitsbeiwert f_w	**0,01**	**0,02 - 0,04**
Minimale Wassertiefe	**~ 0,001 m**	**0,001 m**
Diskretisierungsschritt Δx	**0,25 m**	**0,225 m**

Überlaufraten mit 45 natürlichen Spektren
- GWK/Hannover -

Die Modelle simulieren die im Großen Wellenkanal gemessenen **Überlaufraten** mit einer

- geringen Streuung
- systematischen Unterschätzung von ca. 30%.



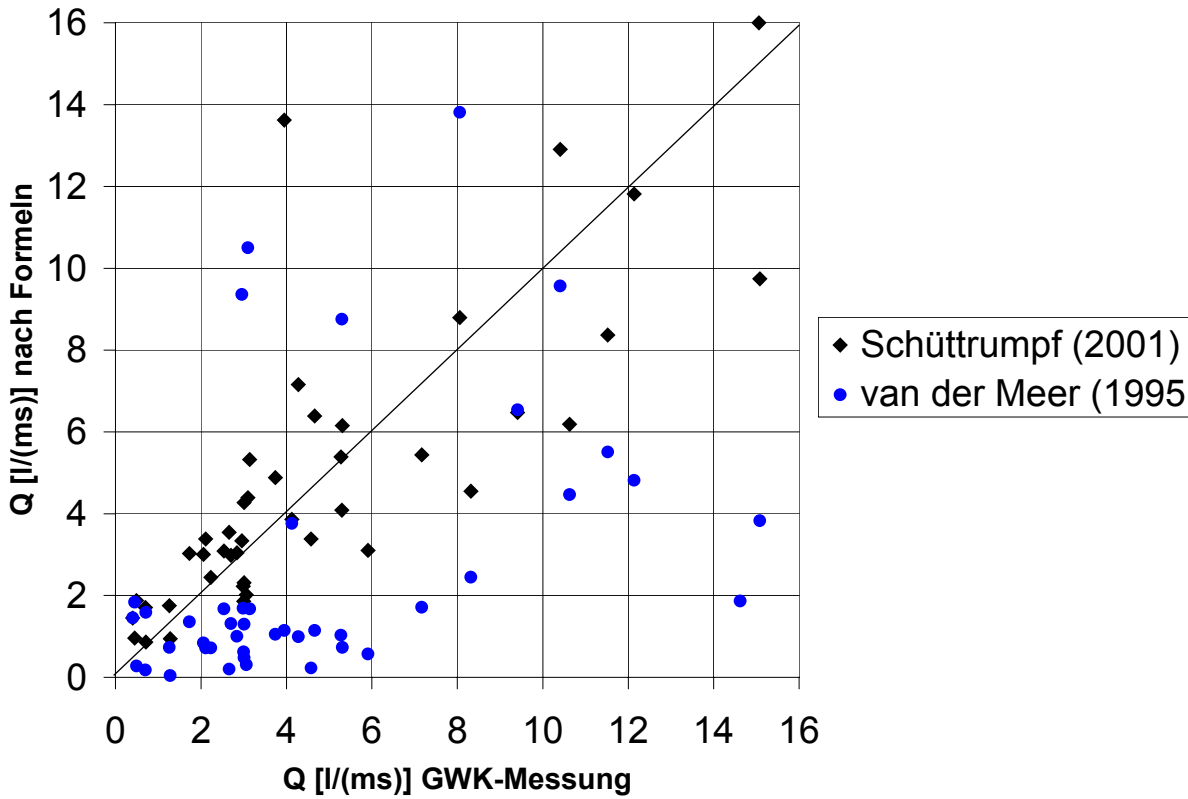
Methodenvergleich
- Q nach empirischen Formeln -

$$Q = \sqrt{2 \cdot g \cdot H_{m0}^3} \cdot \xi_d \cdot Q_0 \cdot \exp\left(b \cdot \frac{R_c}{H_{m0} \cdot \xi_d} \right)$$

Schüttrumpf (2001)

b = -3,25 für Wattengebiete

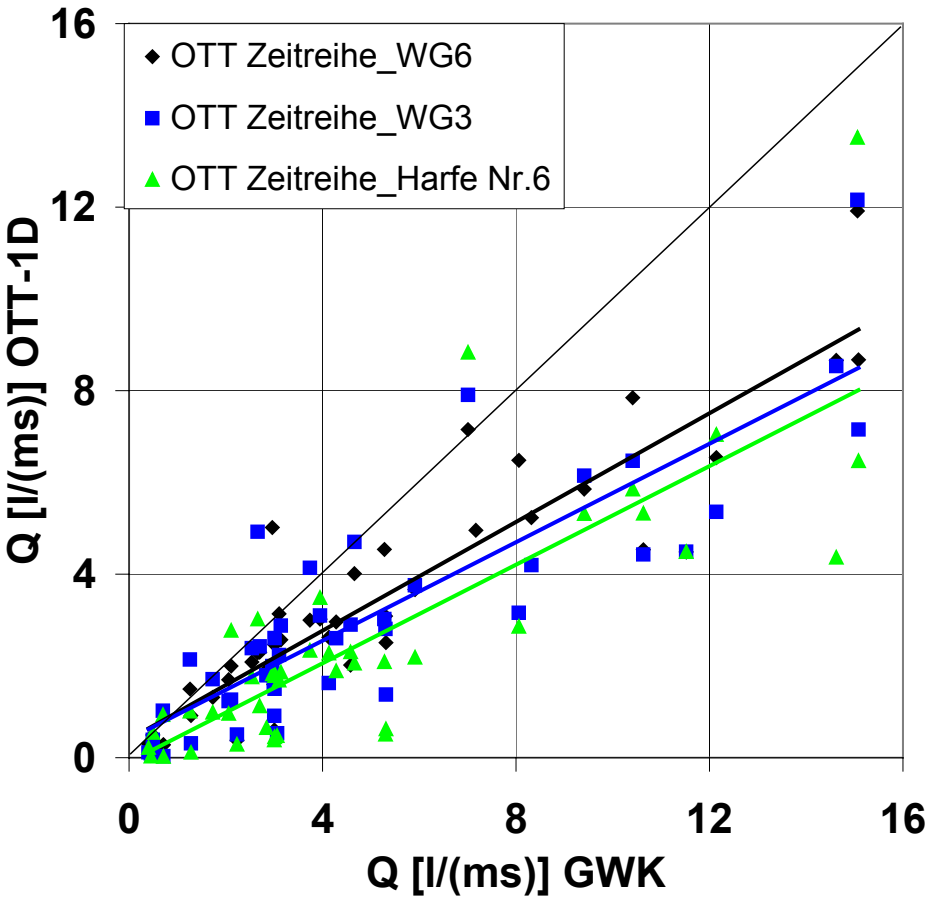
b = -4,32 für offene Küsten

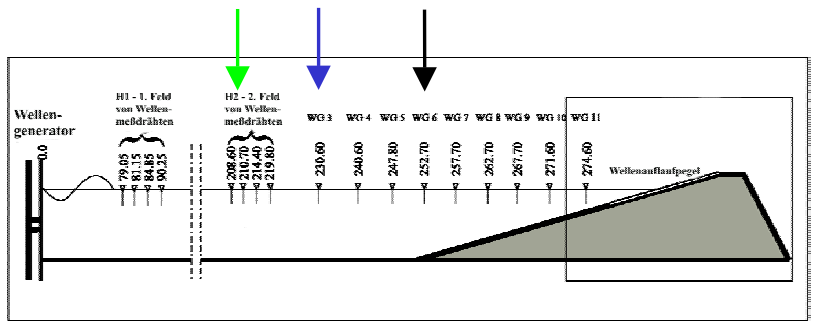


Vergleich der Güte von Modell- und Formelergebnissen

	mittlerer absolute Fehler	mittlerer relative Fehler	Korrelation
OTT-1D	1,75 l /(sm)	34 %	0,91
ODIFLOCS	1,82 l /(sm)	38 %	0,85
v.d. Meer	4,37 l/(sm)	96 %	0,30
Schüttrumpf	1,84 l /(sm)	53 %	0,75

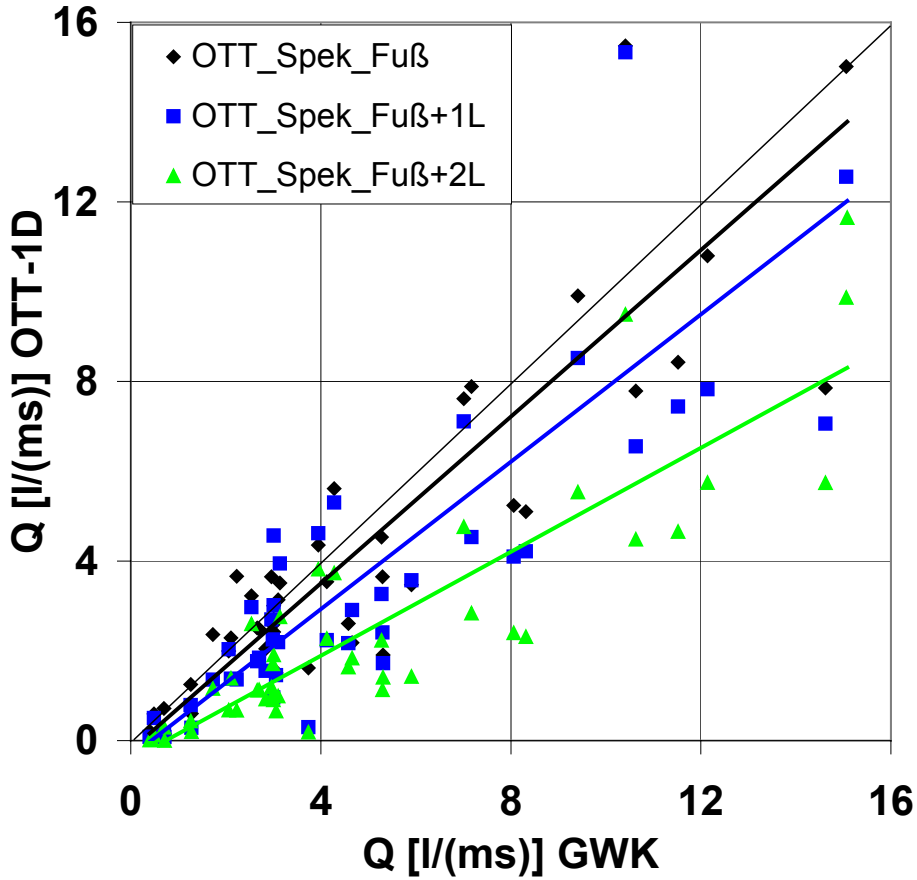
Einfluss der Lage der Randbedingung
- gemessene Auslenkungen -





Einfluss der Lage der Randbedingung

- lineare Auslenkungen über Spektren -

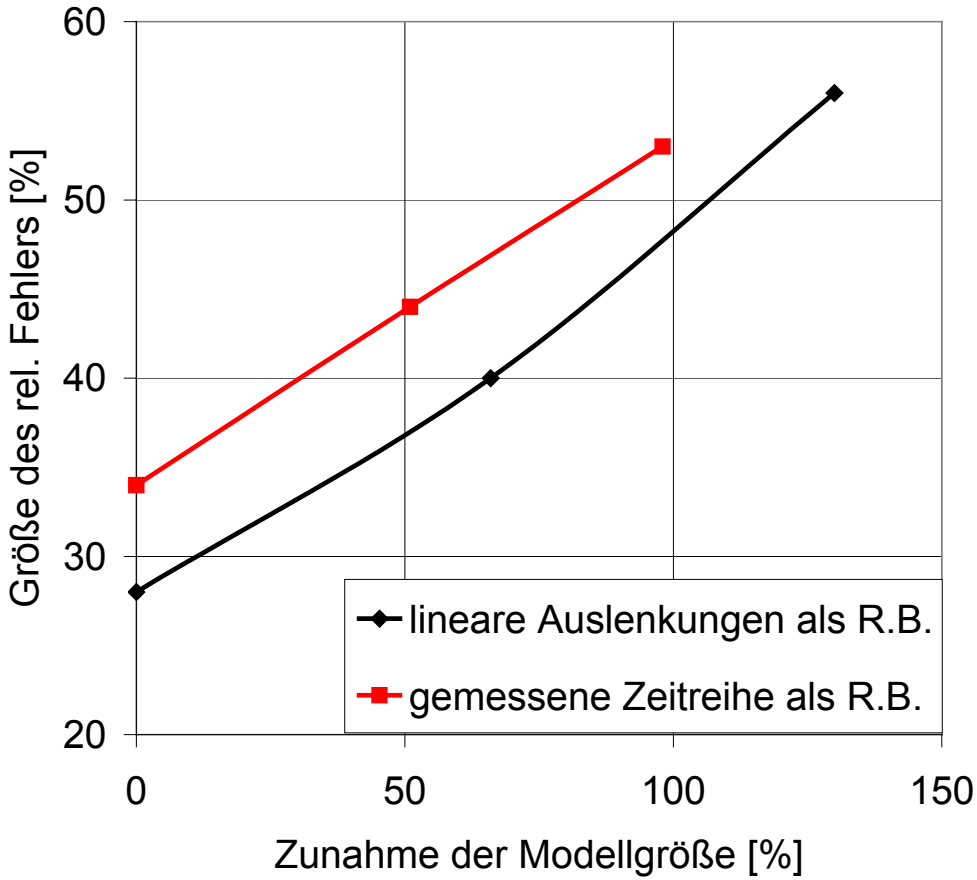


	Böschungsfuß absolut / relativ	1L bzw. WG3 absolut / relativ	2L bzw. Harfe NR.6 absolut / relativ
Zeitreihe Auslenkungen	1,75 l/(sm) / 34 %	2,11 l/(sm) / 44 %	2,49 l/(sm) / 53 %
linear Ausl. (Spektren)	1,32 l/(sm) / 28 %	1,77 l/(sm) / 40 %	2,53 l/(sm) / 56 %

Der relative Fehler als Funktion der Modellgröße

Der Fehler steigt linear mit der Modellgröße.

➡ verursacht durch numerische Dispersion.



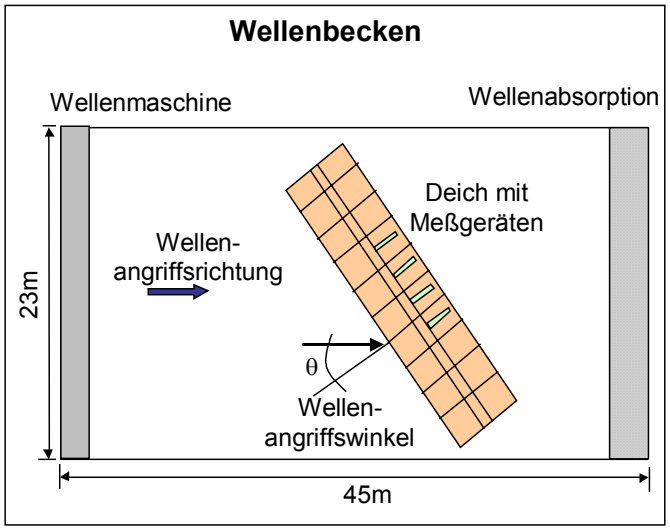
Fazit der 1D-Untersuchungen

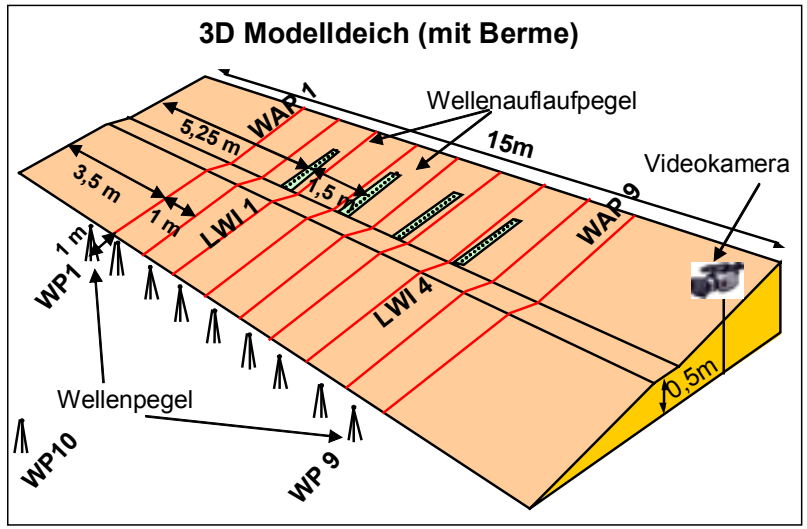
- Gute Korrelation von gemessenen und simulierten individuellen Auflaufereignissen, wenn der offene Modellrand in der Nähe des Wellenbrechens liegt (Naturähnlichkeit der Flachwassermodelle bestätigt).
- Die numerischen Modelle liefern qualitativ bessere Ergebnisse als empirische Formeln.
  - Unterschätzung der Überlaufmengen um ca. 30 % (R.B. am Böschungsfuß), primär aufgrund numerischer Dispersion.
- Art und Lage der Randbedingung
  - Keine exakte Kenntnis der Wasserspiegelauslenkungen erforderlich, Spektren sind ebenfalls geeignet.

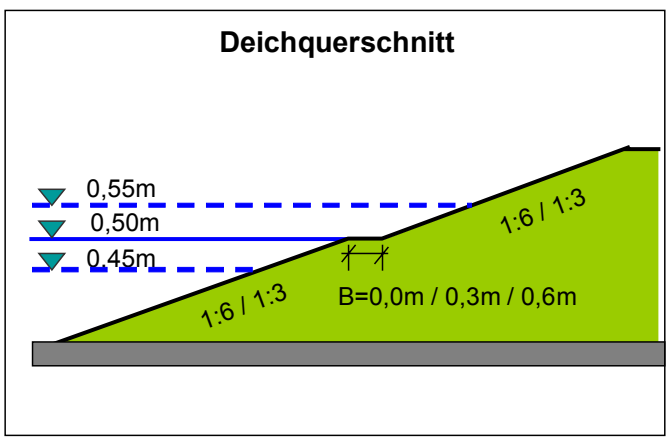
➡ Direkte Kopplung mit einem spektralen Wellenenergiemodell (z.B. SWAN) möglich

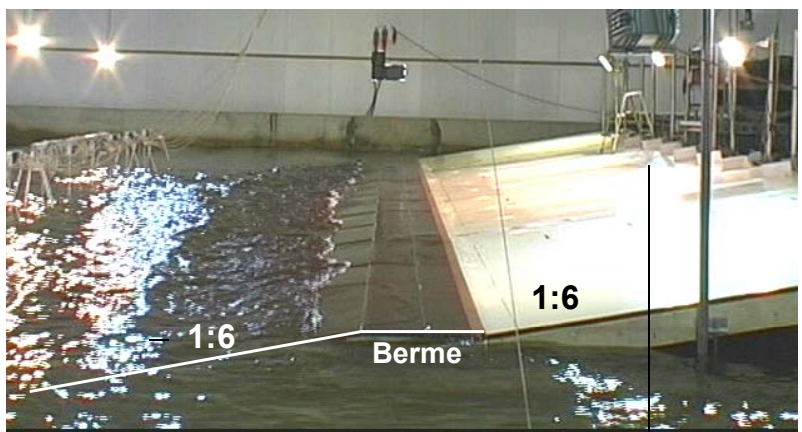
- Das Modell OTT-1D ist stabiler, genauer und vielseitiger.

Versuchsanordnung im Wellenbecken
- Franzius Institut -





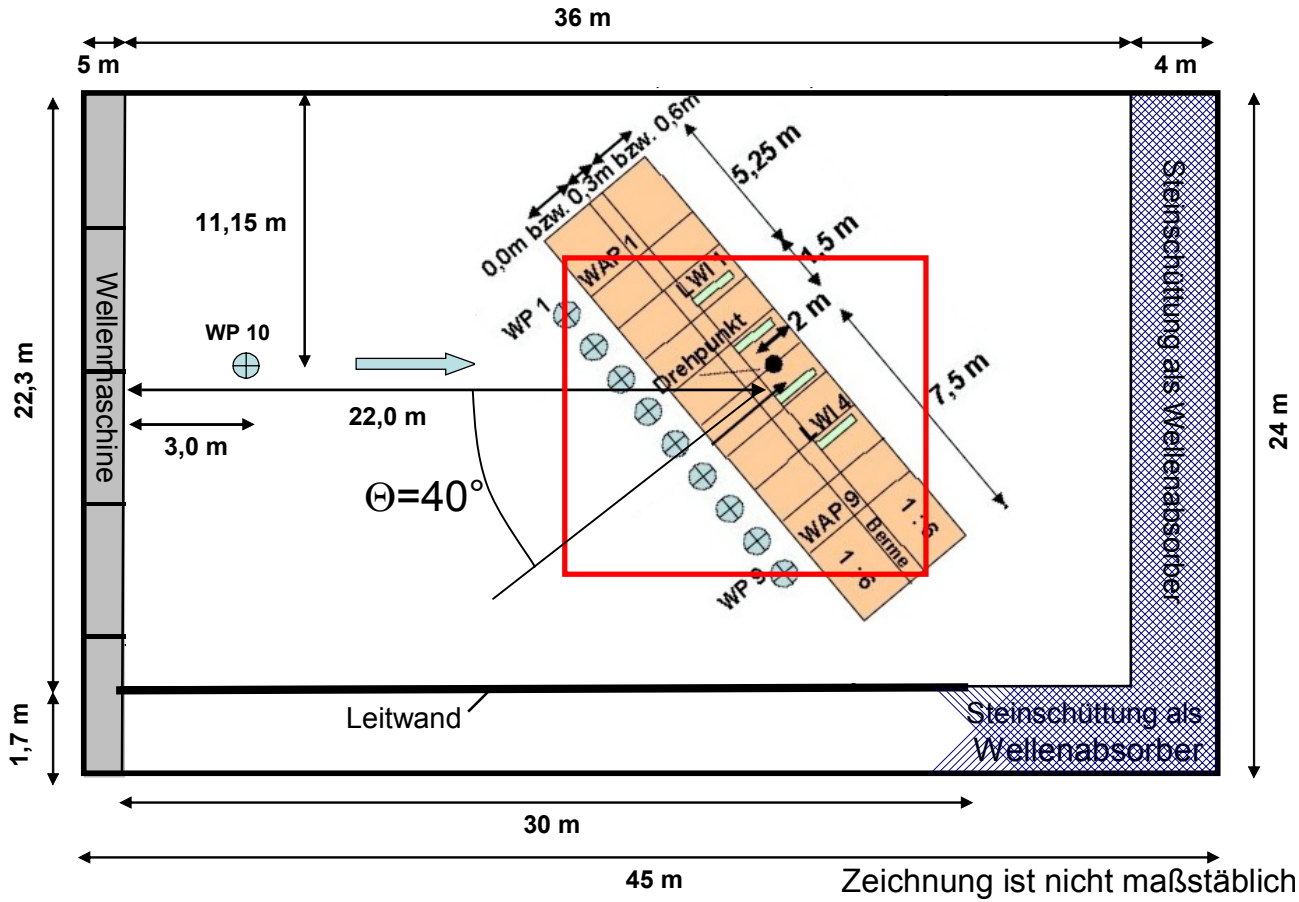




Oumeraci et al., 2002

Grundriss des Wellenbeckens mit Lage des 2D-Modellgebietes

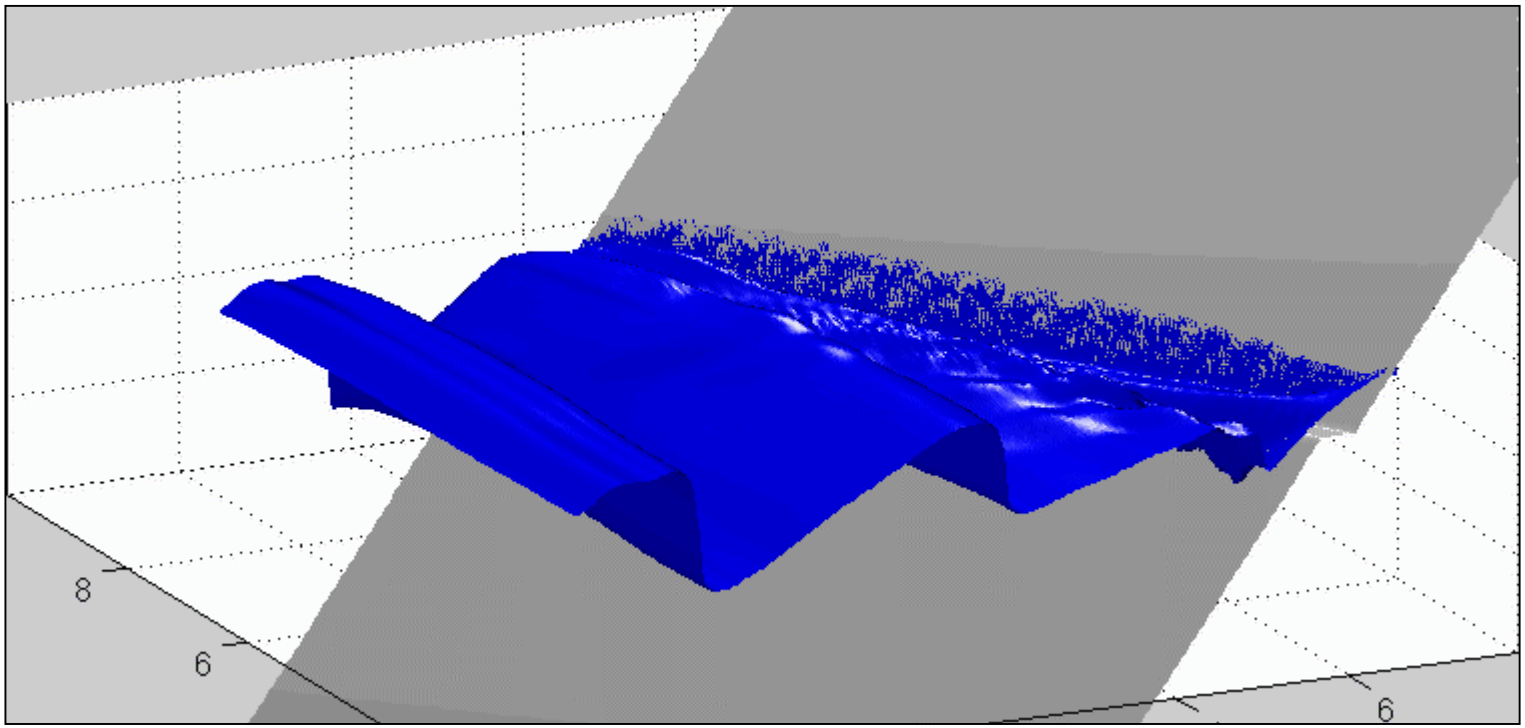
Versuche mit Neigung 1:6



Ohle et al., 2004

Animation eine Simulation mit dem Modell OTT-2D

-schräger Wellenangriff mit θ=40°-

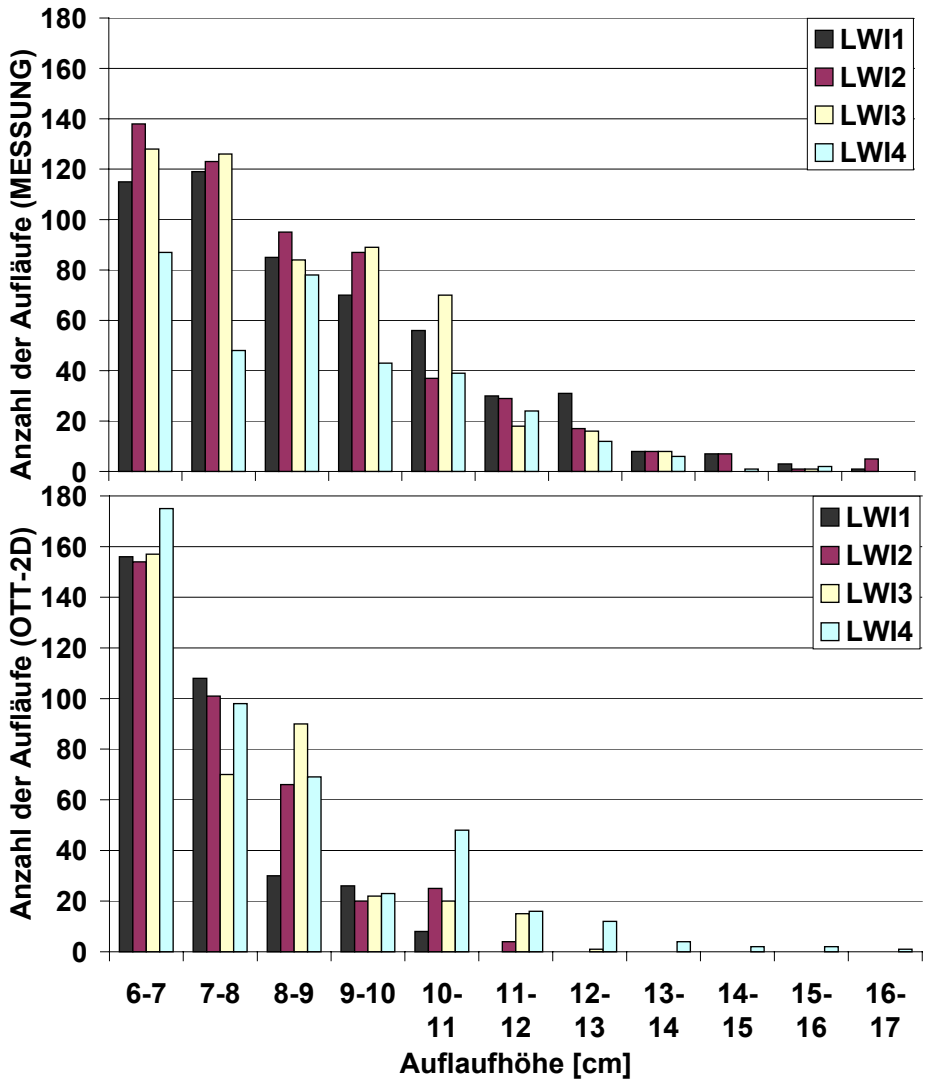


Böschungsneigung: 1:6 mit Berme von 30 cm
Wassertiefe: 0,5 m
Natürliches Spektrum mit H_{m0} = 0,1 m, T_p=1,79 s

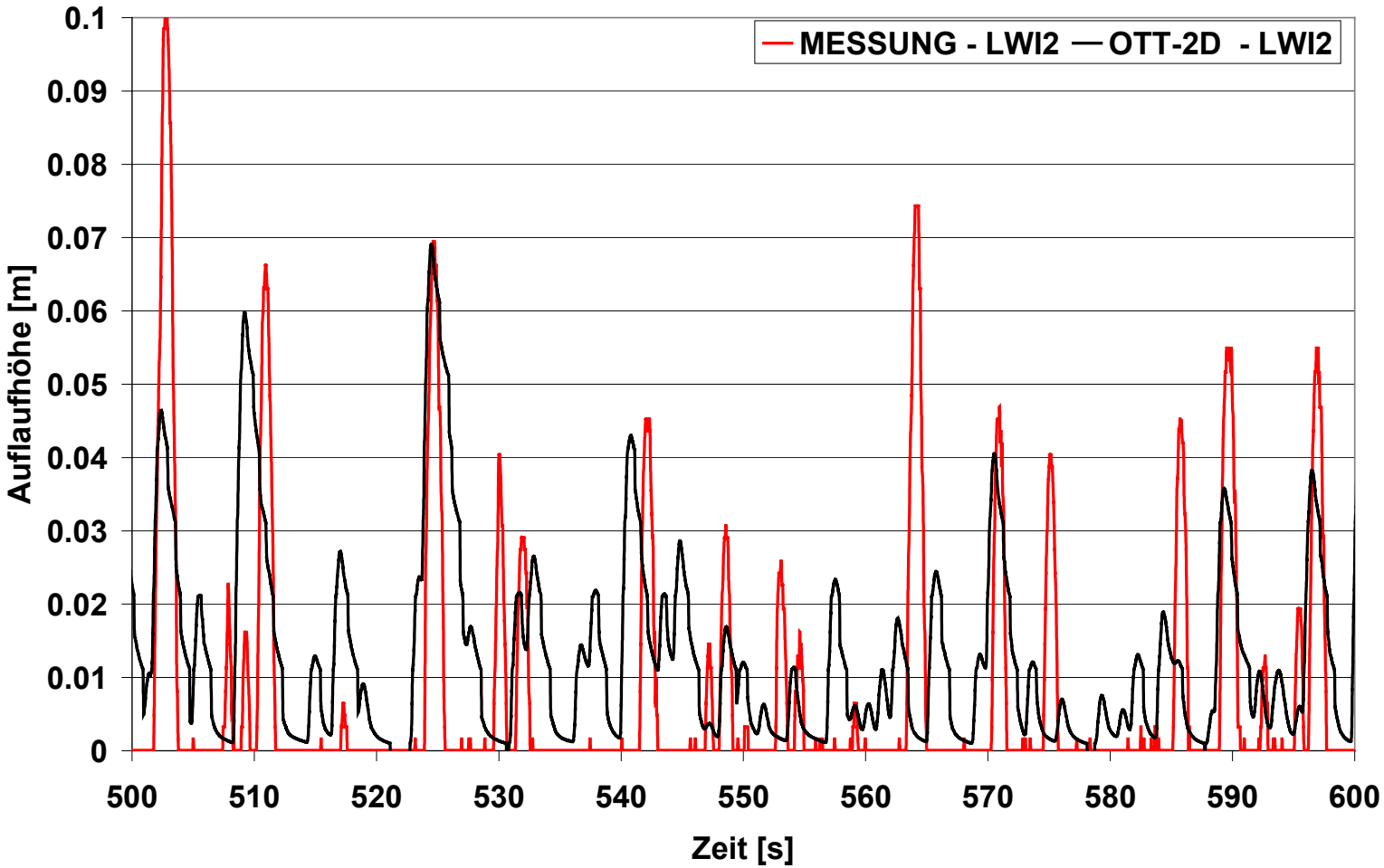
Statistik der Auflaufhöhen eines Versuches mit schrägem Wellenauflauf

Messung:

OTT-2D:

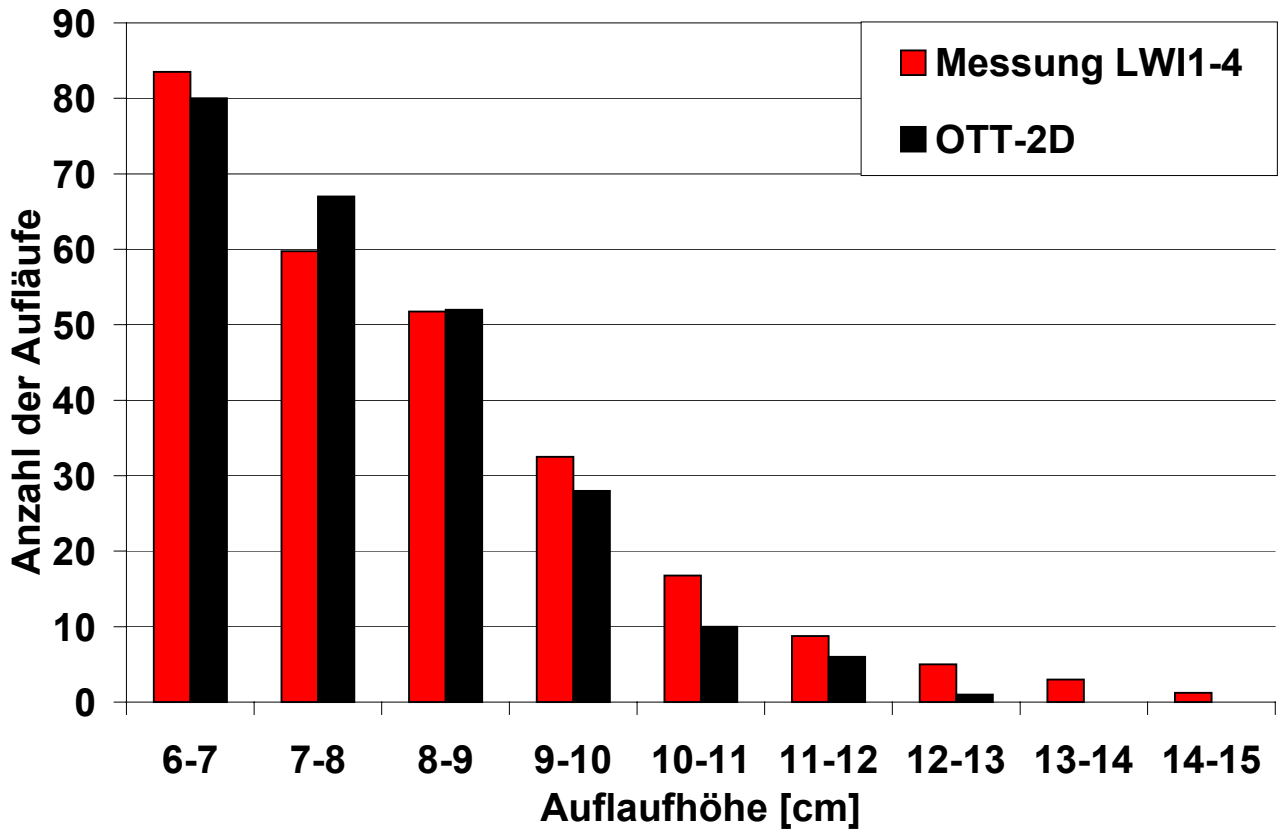


Individuelle Auflaufereignisse bei senkrechtem Wellenauflauf



Statistik der Auflaufhöhen eines Versuches mit senkrechtem Wellenauflauf

Die Statistik der Wellenaufläufe wird für senkrechten Wellenauflauf von OTT-2D gut wiedergegeben.



Zusammenfassung und Ausblick

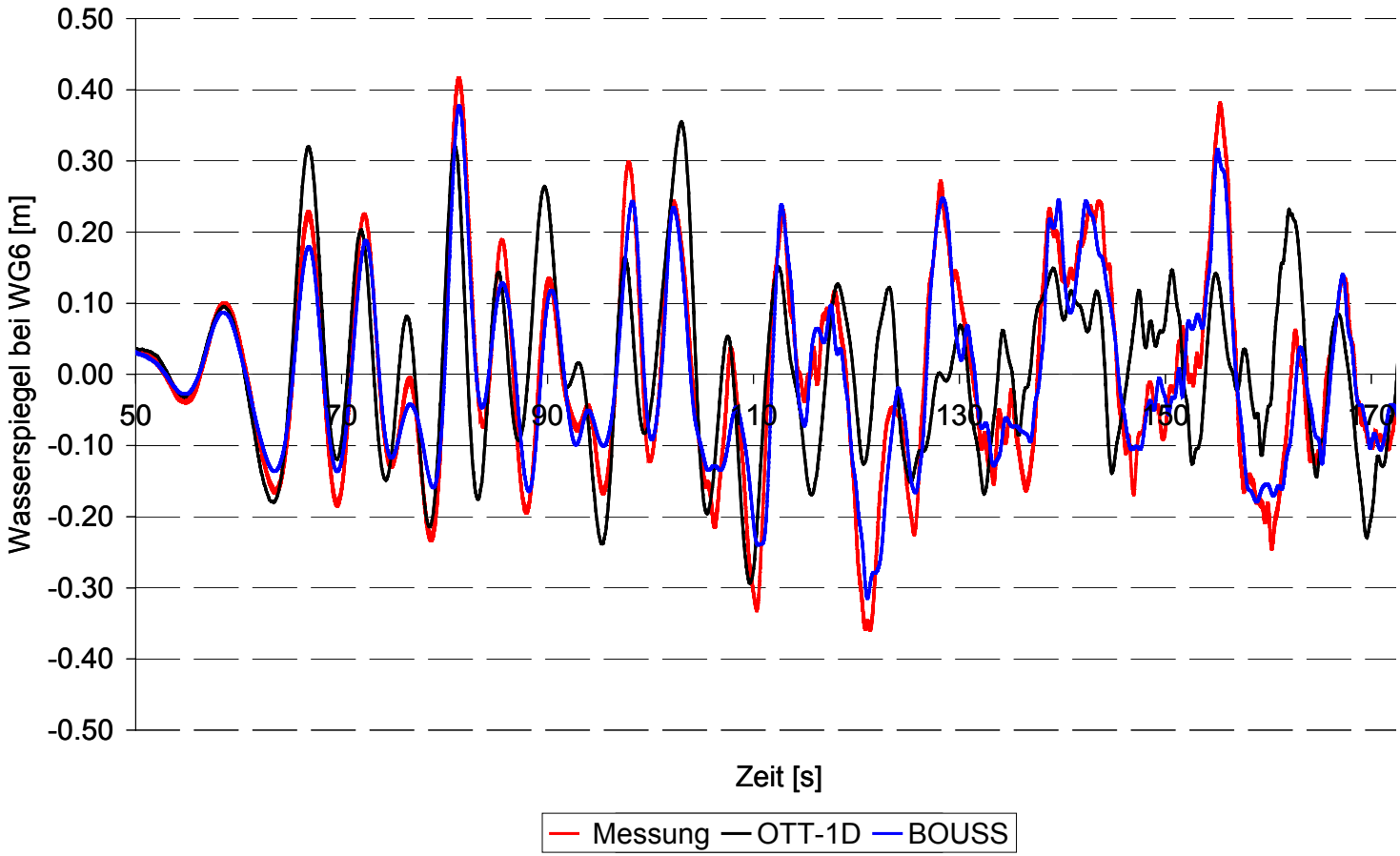
Zusammenfassung & Ausblick

- Generell sind Modelle auf Basis der Flachwassergleichungen zur naturähnlichen Simulation des Wellenauf- und –überlaufs einsetzbar.
- Numerische Modelle erzielen eine bessere Ergebnisqualität bei der Ermittlung von mittleren Überlaufraten als die empirischen Formeln.
- 1D-Modelle haben ihre Praxistauglichkeit (Berechnungsaufwand, Randbedingungen) bewiesen.
- Einsatz des 2D-Modells derzeit auf Variantenuntersuchungen beschränkt (relative Aussagen).

- 1D: Weitere Validierung über Auflaufhöhe A_{97}, mittlere Schichtdicken auf der Deichkrone
- 2D: Validierungen mit anderen Datensätzen

➡ Einsatz der Modelle zur Deichbemessung

Auslenkungen bei Messposition WG6



Vor- und Nachteile der Modellklassen

Flachwasser-Gleichungen:

+ Wellenbrechen „implizit" (allerdings für Sturzbrecher nicht nachgewiesen)

+ Robuste Gleichungen (Trockenfallen, Wellenauflaufzunge)

- Störungen pflanzen sich immer mit der Flachwasserwellen-geschwindigkeit fort, hydrostatische Druckannahme. ($\Rightarrow$ keine Wellen-Wellen-Interaktionen, falsche Auslenkungen)

Boussinesq-Gleichungen:

+ Korrekte Wiedergabe der Auslenkungen auch vor dem Wellenbrechen

- Wellenbrechen muß parametrisiert werden

- Aufwendige Gleichungen (Trockenfallen von Knoten, Wellenauflaufzunge)