

Dr.-Ing. E. F r a n k e

und

Dipl.-Ing. W. A c h e

EIN VERFAHREN ZUR BERECHNUNG EINGESPANNTER GEDRUNGENER

GRÜNDUNGSKÖRPER

A calculation method for compact embedded
foundations

Zusammenfassung

Es wird ein Berechnungsverfahren beschrieben für starre Gründungskörper, bei denen die Einbindetiefe t etwa das 2- bis 4-fache des Durchmessers D beträgt. Als Bodenreaktion werden auf Mantelfläche und Sohle Normalspannungen entsprechend einem Bettungszifferansatz sowie Mantel- und Sohlreibungskraft angesetzt. Die Normalspannungen werden nur soweit ausgenutzt, daß eine vorgegebene Schiefstellung nicht überschritten und der Fließzustand des Bodens nicht erreicht wird. Es wird errechnet, wie groß die bei gewähltem D und t aufnehmbaren Lasten sind. Die Abmessungen, für die vorhandene Horizontalkraft und vorhandenes Moment gleichzeitig gerade aufgenommen werden können, liefern den voll ausgenutzten und gerade ausreichenden Gründungskörper. Die Lösung wird grafisch gefunden.

Summary

A calculation method for rigid foundations with a ratio of embedment t to width D of $t/D = 2...4$ is shown. The soil reactions are normal stresses on the sides and the base of the foundation body calculated by means of bedding value theory (WINKLER's hypothesis), further the corresponding friction forces on the sides and the base are taken into account. The normal stresses are only considered as a certain inclination of the foundation will not be exceeded and as in the soil does not suffer any plastification. The design loads are difficult to find explicitly. Therefore they are calculated as functions of suitably chosen combinations of t and D . Then the aim is to find out combinations of t and D so that the actual horizontal and bending moment loads are taken simultaneously. This solution can be found conveniently by graphical methods.

I n h a l t

	Seite
1. Begründung für die Entwicklung eines neuen Berechnungsansatzes	37
2. Erläuterung des Ansatzes der Bodenreaktion auf den starren gedrungeenen Gründungskörper	38
3. Durchführung der Berechnung	43
4. Schrifttum	45

1. Begründung für die Entwicklung eines neuen Berechnungsansatzes

In vielen Fällen werden Seezeichen auf im Baugrund eingespannten Gründungskörpern errichtet. Ein Grund dafür ist, daß an den Standorten der Seezeichen die Gewässersohlen häufig infolge Strömung in Bewegung sind. Durch die Sohlenveränderungen sind dann einerseits Flachgründungen ausgeschlossen. Andererseits haben aber Tiefgründungen auf hohen Pfahlrosten den Nachteil, daß um die Pfähle Auskolkungen entstehen, und Sandschliff und Korrosion die Pfähle angreifen. Die zuverlässigste Gründungsart ist deshalb in diesen Fällen die Verwendung tiefgegründeter, kompakter Gründungskörper.

Sie werden meist als Fertigteil an ihren Standort gebracht und dort in den Boden gerammt, gespült oder abgesenkt. Schwierigkeiten für eine sichere und wirtschaftliche Bemessung treten besonders bei dieser Art von Gründungskörpern auf, weil deren Abmessungen zwischen denen für eine Flachgründung und denen für einen Pfahl liegen. Für Flachgründungen und eingespannte Pfähle gibt es erprobte Berechnungsverfahren, für den angesprochenen Zwischenbereich aber nicht.

Bei den folgenden Überlegungen werden Gründungskörper betrachtet, bei denen die Einbindetiefe t etwa das 2- bis 4-fache des Durchmessers D des Gründungskörpers beträgt.

Gründungskörper dieser Art treten u.a. auf bei der Gründung von Seezeichen, Brückenpfeilern von beweglichen Brücken und in kleinerem Maßstab bei Mastgründungen. In diesen Fällen sind Vertikal- und Horizontallasten in den Baugrund abzuleiten; die Horizontallasten bringen zugleich eine Momentenbelastung des Gründungskörpers mit sich. Bei der Bemessung der Gründungskörper von Seezeichen liegen die Schwierigkeiten in folgenden drei Punkten:

- a) Lastannahmen
- b) Bodenkennwerte
- c) Berechnungsverfahren.

Die Lastannahmen (Wind-, Wellen-, Eisdruck) und Bodenkennwerte - von diesen besonders die Bettungsziffer - sind die unsichersten Elemente der Berechnung; für beide sind keine exakten Ansätze möglich, sondern nur Schätzungen, die auf der sicheren Seite liegen müssen. Aber auch der Einfluß des Berechnungsverfahrens auf die Gründungsabmessungen ist von Bedeutung. Das heißt, daß versucht werden muß, bei der Berechnung - wo das noch am einfachsten möglich ist - die tatsächlichen Verhältnisse so genau wie möglich zu erfassen.

Die verfügbaren Berechnungsmethoden sind recht unbefriedigend. Es wird einmal versucht, die hier betrachteten Gründungskörper als Flächengründung zu berechnen, wobei die Stützwirkung durch die seitliche Bettung vernachlässigt wird. Bei anderen Verfahren bleibt die Lastübertragung über die Sohle unberücksichtigt,

es wird nur die Bodenreaktion auf den Mantel des Gründungskörpers angesetzt. Beide Verfahren müssen zu unwirtschaftlich großen Abmessungen führen, da bei den hier betrachteten Verhältnissen von Einbindetiefe zu Durchmesser weder die Bodenreaktion an den Seiten wie bei einer Flachgründung noch die Sohlreaktion wie bei der Pfahlgründung vernachlässigt werden können.

Bei Vernachlässigung der Sohlreaktion wird der Gründungskörper oft nach der Dalbentheorie von BLUM [1] berechnet. Gegen dieses Verfahren sind vor allem drei Einwände zu erheben:

a) Es wird der Bruchzustand vorausgesetzt, für den aber größere Verschiebungen erforderlich sind, als für die Seezeichen im Betriebszustand auftreten dürfen. Da der Bruchzustand nicht erreicht wird, ist es fraglich, ob die daraus abgeleiteten Bodenreaktionen überhaupt zutreffen.

b) Nach dem BLUM'schen Verfahren ergibt sich für den hier vorliegenden räumlichen Fall eine Tragfähigkeit, die mit der dritten Potenz der Einbindetiefe wächst. Das steht im Widerspruch zu Überlegungen und Versuchen von BRINCH-HANSEN [2] und zu Ergebnissen von Modellversuchen [3], die nur eine etwa quadratische Abhängigkeit zeigen. Die Anwendung des BLUM'schen Verfahrens überschätzt also die Einspannwirkung.

c) Mit dem BLUM'schen Verfahren ist es von der mechanischen Grundidee her an sich nicht möglich, die Bodenspannungen mit den Bauwerksbewegungen in Verbindung zu bringen und Verschiebungen und Neigungen der Seezeichen unter Last zu berechnen.

2. Erläuterung des Ansatzes der Bodenreaktion auf den starren gedrunghenen Gründungskörper

Ausgegangen wird von einem Bettungszifferansatz, den TERZAGHI [4] zur Berechnung freier, starrer Spundwände vorschlägt. Gegen die Bettungsziffer als Bodenkennwert sind viele Einwände erhoben worden. Sie ist abhängig vom Baugrund, den Gründungskörperabmessungen, der Art der Belastung und läßt sich im Grunde nur nach Probelastungen an in jeder Beziehung ähnlichen Probekörpern ermitteln. Wenn man sich darüber im klaren ist, daß die Bettungsziffer nicht als Bodenkonstante aufzufassen ist, besteht der Grundgedanke bei der Rechnung mit Bettungsziffern lediglich in der Annahme linearer Beziehungen zwischen Verschiebungen und Spannungen. Im Bereich normaler Belastungen bei ausreichendem Abstand vom Bruchzustand können die Verformungen aber mit ausreichender Genauigkeit als lineare Funktionen der aufgetragenen Lasten angenähert werden [2].

Bei nichtbindigen Böden wird die Bettungsziffer mit zunehmender Tiefe größer. Näherungsweise kann vorausgesetzt werden, daß sie linear mit der Tiefe anwächst. Bei bindigen Böden können die Bettungsziffern mit der Tiefe sowohl zunehmen, konstant bleiben oder auch abnehmen, was im wesentlichen vom Konsolidationsgrad des Bodens abhängt; i.a. trifft die Annahme einer konstanten Bettungsziffer bei bindigen Böden gut genug zu [5].

Im folgenden werden Böden mit linear wachsender Bettungsziffer betrachtet, und zwar sowohl für die horizontale wie die vertikale Bettung:

$$\left. \begin{array}{l} \text{horizontal} : k_h(z) = m_h \cdot z \\ \text{vertikal} : k_v(z) = m_v \cdot z \end{array} \right\} \left[\text{kp/cm}^3 \right]$$

m_h , m_v sind Konstanten, die wesentlich durch die Bodeneigenschaften bestimmt werden und aufgrund der Bodenuntersuchungen geschätzt werden müssen. (Die Ableitungen sind auf Böden mit konstanter Bettungsziffer leicht zu übertragen).

Der Gründungskörper sei starr; er dreht sich im Boden um einen Punkt P auf seiner Achse, dessen Lage sich aus der Rechnung ergibt. Er muß i.a. etwas oberhalb der Gründungssohle liegen, damit bei üblichen Belastungen überhaupt die Gleichgewichtsbedingungen erfüllt werden können. Durch die Voraussetzungen des starren Körpers lassen sich seine Verschiebungen im Boden - dargestellt durch die Verschiebung der Gründungskörperachse - leicht beschreiben (Abb.1):

$$s(z) = (z_0 - z) \cdot \tan \alpha$$

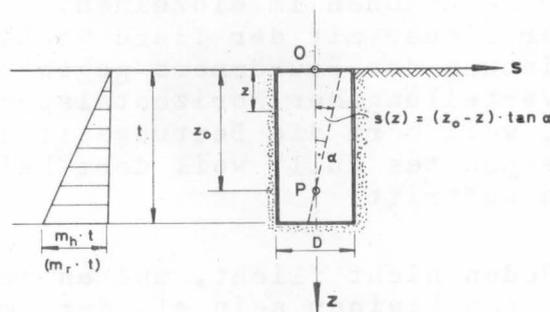


Abb.1 Voraussetzungen für die Berechnung

Bei der Berechnung des Gründungskörpers werden folgende Bodenreaktionen berücksichtigt (Abb.2):

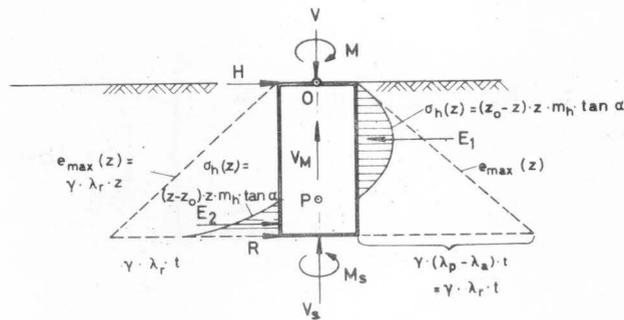


Abb. 2 Ansatz der Belastungen und Bodenreaktionen

- $E_1 = \left. \begin{array}{l} \text{Resultierende der horizontalen Bodenreaktionen} \\ \text{auf die Mantelfläche} \end{array} \right\}$
- $E_2 = \left. \begin{array}{l} \text{Resultierende der Sohlpressungen} \end{array} \right\}$
- $V_m =$ Mantelreibungskraft
- $V_s =$ Resultierende der Sohlpressungen
- $M_s =$ Sohlmoment
- $R =$ Sohlreibungskraft

(Der Einfachheit halber sind die folgenden Ableitungen auf kreiszylindrische Gründungskörper bezogen).

H, V und M sind die Resultierenden der äußeren Belastung.

Zu den Bodenreaktionen im einzelnen:

Die Überlagerung der linear mit der Tiefe wachsenden Bettungsziffer mit der Verschiebung des Baukörpers gegen den Boden liefert eine parabolische Verteilung der Horizontalspannungen. Die Spannung ist oben Null, weil dort die Bettungsziffer Null ist, sie ist in Höhe des Drehpunktes Null, weil dort keine Verschiebung gegenüber dem Boden auftritt.

Damit der Boden nicht fließt, muß an jeder Stelle die Horizontalspannung $\sigma_h(z)$ kleiner sein als der um den Erddruck verminderte Erdwiderstand $e_{\max}(z)$. Im allgemeinen liegt der Drehpunkt P unterhalb der halben Einbindetiefe; dann ist die Fließbedingung erfüllt, wenn die Tangente an die Horizontalspannungskurve $\sigma_h(z)$ an der Geländeoberfläche nicht steiler ist als die Erdwiderstandsgerade. Das liefert eine Beziehung, die uns gestattet, die Bettungsziffer m_h und die unbekannte Neigung $\tan \alpha$ des Gründungskörpers zu eliminieren:

$$m_h \tan \alpha = \frac{\gamma \lambda_r}{z_0}$$

Wir haben außerdem zu kontrollieren, ob eine vorgegebene Schiefstellung nicht überschritten wird. Nur wenn diese Forderung nicht eingehalten ist, muß die Bettungsziffer mit der zulässigen Neigung in der Berechnung beibehalten werden.

Die Verteilung der Horizontalspannungen über die Breite des kreiszylindrischen Gründungskörpers ist nur qualitativ anzugeben. Hier wird näherungsweise eine über die Breite konstante Horizontalspannung angesetzt.

Die Integration der Horizontalspannungen liefert uns deren Resultierende E_1 und E_2 und ihr Moment (Momentenbezugspunkt ist hier immer der Punkt O , der Schnittpunkt der Achse des Gründungskörpers mit der Geländeoberfläche).

$$E_1 = \int_0^{z_0} \sigma_h(z) \cdot D \cdot dz = \frac{D \cdot \lambda_r \cdot \gamma}{6} \cdot z_0^2$$

$$E_2 = \int_{z_0}^t \sigma_h(z) \cdot D \cdot dz = \frac{D \cdot \lambda_r \cdot \gamma}{6 \cdot z_0} \cdot (t - z_0)^2 \cdot (2t + z_0)$$

$$M_1 = E_1 \cdot h_1 = \frac{D \cdot \lambda_r \cdot \gamma}{12} \cdot z_0^3$$

(Hebelarm von E_1 ist $h_1 = \frac{z_0}{2}$ (parabolische Spannungsverteilung))

$$M_2 = \int_{z_0}^t \sigma_h(z) \cdot D \cdot z \cdot dz = \frac{D \cdot \lambda_r \cdot \gamma}{12} \left(3 \frac{t^4}{z_0} - 4t^3 + z_0^3 \right)$$

Die Vertikalkraft V_s in der Sohle ergibt sich aus dem Gleichgewicht in z -Richtung als um die Mantelreibung verminderte äußere Last V . V wird aufgespalten in einen Anteil V_1 aus Bauwerksteilen oberhalb der rechnerischen Gewässersohle und einen Anteil aD^2 , der dem Auftriebsgewicht der Konstruktionsteile unterhalb der rechnerischen Gewässersohle entspricht und von den Abmessungen des Gründungskörpers abhängt.

$$V = V_s - V_m$$

$$V = V_1 + a \cdot t \cdot D^2$$

$$V_m = \gamma \cdot \lambda_0 \cdot \frac{t^2}{2} \cdot \pi \cdot D \cdot \mu_w$$

Für die Mantelreibungskraft wird dabei angenommen, daß auf den Mantel des Gründungskörpers über dessen vollen Umfang und Gründungstiefe der Ruhedruck wirkt, aus dem sich mit dem Wandreibungsbeiwert μ_w die Mantelreibung errechnet.

Die Sohlreibungskraft R ergibt sich aus der Vertikalkraft V_s in der Sohle durch Multiplikation mit dem Sohlreibungsbeiwert μ_s . Es wird hier nicht berücksichtigt, daß die Reibung bis zu einem bestimmten Verschiebungsbetrag von den Verschiebungen in der Sohle abhängt

$$R = V_s \cdot \mu_s.$$

Das Sohlmoment errechnet sich aus der Randspannung p_B infolge Schiefstellung der Sohle und dem Widerstandsmoment W_s der Sohle. Für p_B wird ein Bettungszifferansatz gemacht, in dem die vertikale Bettungsziffer in der Sohltiefe $k_v(t) = m_v \cdot t$ eingeht.

Es ist leichter, das Verhältnis $\bar{\alpha}$ von vertikaler zu horizontaler Bettungsziffer abzuschätzen, als deren Absolutwerte anzugeben. War für den Ansatz der horizontalen Bodenspannungen die Fließbedingung und nicht die zulässige Schiefstellung maßgebend, dann können wir mit dem Faktor $\bar{\alpha}$ auch die vertikale Bettungsziffer aus der Berechnung eliminieren und erhalten für das Sohlmoment einen von den Absolutwerten der Bettungsziffer unabhängigen Ausdruck.

$$M_s = p_B \cdot W_s$$

$$p_B = \frac{D}{2} \cdot \tan \alpha \cdot m_v \cdot t$$

$$\bar{\alpha} = \frac{m_v}{m_h} \quad m_v \cdot \tan \alpha = \bar{\alpha} \cdot \frac{\lambda_r \cdot \gamma}{z_o}$$

$$M_s = \pi \cdot \frac{D^4}{64} \cdot t \cdot \frac{\lambda_r \cdot \gamma}{z_o} \cdot \bar{\alpha} \quad (\text{für Kreisquerschnitt})$$

Nach DIN 1054 (4.1.3.1) darf unter ständiger Last keine klaffende Fuge auftreten, d.h. die Vertikalspannungen p_B infolge Schiefstellung müssen kleiner sein als die Sohlpressungen aus der Normalkraft V_s in der Sohle.

$$\text{vorh. } V_s \geq \text{erf. } V_s = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \cdot p_B$$

Diese Bedingung ist zu prüfen.

3. Durchführung der Berechnung

Nach diesen Umformungen sind alle Bodenreaktionen als Funktionen von Einbindetiefe t , Durchmesser D des Gründungskörpers und Lage des Drehpunktes z_0 ausgedrückt. t , D , z_0 sind die drei zu bestimmenden Unbekannten, von denen t und D für die Bemessung des Gründungskörpers erforderlich sind.

Zu ihrer Bestimmung stehen nur zwei Gleichgewichtsbedingungen ($\Sigma H = 0, \Sigma M = 0$) zur Verfügung; die Gleichgewichtsbedingung für die Vertikalkräfte ist bereits verbraucht worden. D.h. eine eindeutige Lösung der Aufgabe ist nicht möglich. Es sind mehrere Kombinationen von D und t möglich, die die Gleichgewichtsbedingungen erfüllen. Die Auswahl der günstigsten Kombination von D und t richtet sich nach wirtschaftlichen Gesichtspunkten. Die Lösung wird eindeutig, wenn aus bestimmten Gründen entweder der Durchmesser oder die Einbindetiefe vorgegeben sind. Ist die Einbindetiefe z.B. durch einen bestimmten Baugrundaufbau vorgegeben, erhalte ich aus der Rechnung einen ganz bestimmten zugehörigen Durchmesser; ist andererseits der Durchmesser z.B. durch die Abmessungen des Transportgerätes (Hubinsel) beschränkt, ergibt sich die Einbindetiefe eindeutig.

Das hier vorgeschlagene Probierversfahren geht auf den Aufsatz von SMOLTCZYK über den Bau des Leuchtturmes "Alte Weser" [6] zurück.

Unter Verwendung der Gleichgewichtsbedingungen werden die vom Gründungskörper aufnehmbare Horizontalkraft und das aufnehmbare Moment ermittelt:

$$\text{aufn. } H = E_1 - E_2 - R$$

$$\text{aufn. } M = M_2 + R \cdot t + M_s - M_1$$

$$\text{aufn. } H = \frac{D \cdot \lambda_r \cdot \gamma}{6z_0} (3t^2 z_0 - 2t^3) - (V_1 + a \cdot t \cdot D^2) \cdot \mu_s + \gamma \cdot \lambda_0 \cdot \pi \cdot D \cdot \frac{t^2}{2} \cdot \mu_w \cdot \mu_s \quad (A)$$

$$\text{aufn. } M = \frac{D \cdot \lambda_r \cdot \gamma}{12} (3 \frac{t^4}{z_0} - 4t^3) + \frac{\pi \cdot \lambda_r \cdot \gamma \cdot t \cdot D^4}{64 z_0} + (V_1 + a \cdot t \cdot D^2) \cdot \mu_s \cdot t - \gamma \cdot \lambda_0 \cdot \pi \cdot \frac{D \cdot t^3}{2} \cdot \mu_w \cdot \mu_s \quad (B)$$

Sie stellen sich dar als Funktionen von t , D und z_0 . Die Gleichungen A und B vereinfachen sich nach Einsetzen der Zahlen für den konkreten Fall. Die Lösung erfolgt am einfachsten grafisch. Für verschiedene D und t wird aufn. H und aufn. M über z_0/t aufgetragen. (Abb. 3)

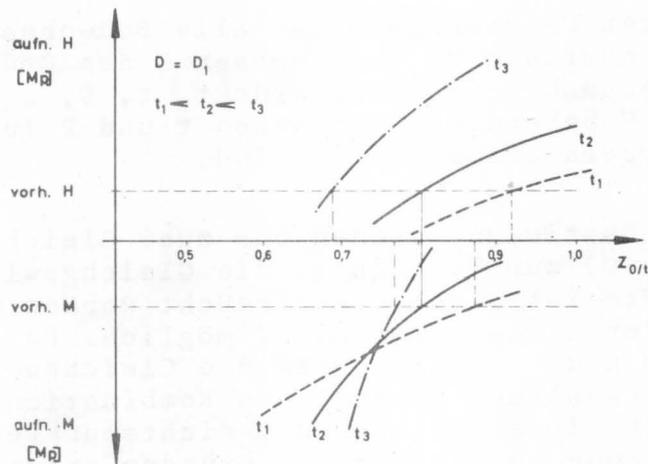


Abb.3 Grafisches Probierversfahren zur Bestimmung von Einbindetiefe t und Gründungskörperdurchmesser D

Aufn. H wächst mit z_0 , weil mit tiefer wanderndem Drehpunkt die der äußeren Kraft H entgegengesetzte seitliche Bodenreaktion E_1 wächst, und die unterhalb des Drehpunktes auftretende seitliche Bodenreaktion E_2 in Richtung von H gleichzeitig abnimmt.

Aufn. M nimmt aus denselben Gründen mit wachsendem z_0 ab, weil E_2 dem äußeren Moment M entgegenwirkt, E_1 dagegen in Richtung des äußeren Momentes dreht.

Die Funktionen aufn. $M(z_0/t)$ und aufn. $H(z_0/t)$ werden mit den vorhandenen äußeren Lasten M und H verglichen. Drei Möglichkeiten sind zu unterscheiden:

- Die gewählten Werte D und t sind nicht ausreichend für eine standsichere Gründung, wenn kein Bereich z_0/t existiert, in dem gleichzeitig aufn. $M > \text{vorh. } M$ und aufn. $H > \text{vorh. } H$ ist. (Gleichgewichtsbedingungen sind nicht erfüllbar). (Im Beispiel t_1).
- Der Gründungskörper ist ausreichend bemessen und voll ausgenutzt, wenn aufn. $M = \text{vorh. } M$ und aufn. $H = \text{vorh. } H$ für das gleiche z_0/t erfüllt sind. (Im Beispiel t_2).
- Die Erfüllung der Gleichgewichtsbedingungen ist möglich, die möglichen Bodenreaktionen werden aber nicht voll ausgenutzt, wenn ein größerer Bereich z_0/t existiert, in dem gleichzeitig die vorh. H und M kleiner als aufn. H und M sind. D.h. die gewählten Werte von D und t sind zu groß. (Im Beispiel t_3).

Die Gleichungen A und B sind in Tabellenform sehr bequem auszuwerten, so daß zur Aufzeichnung der erforderlichen Diagramme für verschiedene D und t nur geringer Zeitaufwand erfordert wird.

Die Abmessungen D und t, für die die vorhandenen Lasten H und M gleichzeitig gerade aufgenommen werden können, liefern den voll ausgenutzten und gerade ausreichenden Gründungskörper. Es ergeben sich mehrere mögliche Kombinationen von D und t, aus denen die günstigste auszuwählen ist.

4. Schrifttum

- [1] BLUM, H. : Wirtschaftliche Dalbenform und deren Berechnung.
Bautechnik 10 (1932) S.50-55
- [2] BRINCH-HANSEN, J.: The ultimate resistance of rigid piles against transversal forces.
Bull.Danish Geotechnical Inst.12 (1961)
- [3] FRANKE, E. : Vorträge der Baugrundtagung 1970 in Düsseldorf. DGEG e.V., 1970
- [4] TERZAGHI-JELINEK : Theoretische Bodenmechanik.
5.Aufl.,Berlin; Springer 1954
- [5] BROMS, B. : Berechnung von Pfählen.
Staatl. Schwed. Geotechn.Inst.(1965) Nr.9
- [6] SMOLTCZYK, H.-U. : Statische und konstruktive Fragen beim Bau des Leuchtturmes "Alte Weser".
Bautechnik 41 (1964), S.203-212.

